

Ewa Pośpiech

Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach
Katedra Matematyki
ewa.pospiech@ue.katowice.pl

WYZNACZANIE PORTFELA WIELOKRYTERIALNEGO W WARUNKACH NIEPEŁNEJ INFORMACJI LINIOWEJ

Wprowadzenie

Problem tworzenia portfela papierów wartościowych jest zagadnieniem interesującym decydentów inwestujących na giełdzie. Inwestorzy powinni swój wybór opierać na racjonalnych przesłankach – analizie sytuacji spółek giełdowych, która może być charakteryzowana przez wiele różnych miar i wskaźników. Spośród wielu metod analizy wyszczególnia się przede wszystkim metody klasyczne wykorzystujące narzędzia oparte na klasycznych charakterystykach, takich jak stopa zwrotu czy wariancja stopy zwrotu. Innym podejściem jest analiza techniczna, która opiera się na analizie wykresów, trendów, wskaźników w celu określenia przyszłych cen akcji oraz punktów zwrotnych, które powodują zmianę trendów cenowych. Alternatywą dla tych metod są metody analizy fundamentalnej, na podstawie której ocenia się kondycję ekonomiczno-finansową spółek.

Wybór portfela, ze względu na wielość charakterystyk, jakimi można się posłużyć przy ocenie walorów, może być traktowany jako zagadnienie wielokryterialne, w którym wybrane charakterystyki są traktowane jako kryteria wyboru. Zastosowanie wielokryterialnego podejścia wymaga określenia ważności wybranych kryteriów poprzez nadanie im konkretnych wag. Nadaje się wówczas arbitralnie wartości wag, które odzwierciedlają hierarchię wśród kryteriów. Zdarza się jednak, że trudno jest decydentowi nadać konkretną wartość wagi danemu kryterium, chociaż potrafi powiedzieć, które z kryteriów jest dla niego najważniejsze, a które preferuje nad inne. Takie określenie ważności kryteriów oznacza wprowadzenie pewnego liniowego porządku wśród wag, natomiast sytuacja, w której nie są podane dokładne wartości wag, a jedynie pewne zależno-

óci między nimi lub przedziały, w których wartości wag się znajdują, jest określana mianem niepełnej informacji liniowej (NIL) [1].

Celem artykułu jest zastosowanie wybranej wielokryterialnej metody – metody AHP, dla której są określone pewne zależności liniowe między wagami kryteriów, do uporządkowania wybranych spółek, a w konsekwencji do wskazania grupy najlepszych watorów, z których można skonstruować portfel akcji.

Artykuł składa się z trzech części. W pierwszej z nich krótko omówiono zagadnienie decyzji wielokryterialnych oraz niepełnej informacji liniowej, w drugiej zastosowano procedurę (opartą m.in. na metodzie wielokryterialnej) do rankingowania spółek, natomiast w trzeciej – na podstawie otrzymanych rankingów, zbudowano i oceniono portfele papierów wartościowych.

1. Wielokryterialne decyzje i niepełna informacja liniowa

Istnieje wiele metod wielokryterialnego wspomaganie decyzji [2], [6], [9], które są wykorzystywane w analizach różnych zagadnień. Z decyzjami wielokryterialnymi spotyka się, gdy ma zostać dokonany wybór jakiegoś wariantu decyzyjnego najbardziej odpowiadającego preferencjom decydenta, a warianty te są oceniane przez pryzmat wielu kryteriów o określonych kierunkach optymalizacji. Określenie ważności poszczególnych kryteriów dokonuje się poprzez nadanie im nieujemnych, sumujących się do jedności, wag. Najczęściej decydent podaje dokładne wartości wag przyporządkowane kryteriom, jednak czasem może być w stanie podać jedynie pewne liniowe zależności między wagami, stwierdzając np., że kryterium pierwsze jest preferowane nad kryterium drugie. Takie zhierarchizowanie kryteriów oznacza, że podany jest liniowy porządek między wagami, a zagadnienie jest rozważane w kategoriach niepełnej informacji liniowej.

W związku z tym, że dla wag zachodzą określone warunki, tzn. $w_1 + w_2 + \dots + w_n = 1$ oraz $w_j \geq 0$ ($j = 1, 2, \dots, n$), wszystkie możliwe zestawienia wartości wag tworzą zbiór wypukły (simpleks rozkładów wag). Dysponując jedynie częściową informacją dotyczącą wag, która jest przedstawiona w postaci układu równań lub nierówności liniowych, można podać różne zestawienia wag spełniające dany układ. Szczególnymi rozwiązaniami układu są tzw. rozkłady ekstremalne wag, które są wierzchołkami odpowiedniego simpleksu będącego rozwiązaniem danego układu [1].

Wśród metod wielokryterialnych wyszczególnić można metodę AHP, która daje możliwość porównania między sobą każdych dwóch obiektów (wariantów decyzyjnych) przez pryzmat każdego z kryteriów oraz każdych dwóch kryte-

riów. Efektem tych porównań jest ranking, ukazujący uporządkowanie rozważanych obiektów. Szczegółowy opis metody można znaleźć np. w [2], [6], [7], natomiast ujmując ogólnie, w kolejnych krokach metody konstruuje się macierze porównań parami obiektów w ramach poszczególnych kryteriów oraz macierz porównań parami kryteriów. Elementy uzyskanych macierzy porównań są następnie normalizowane i na ich podstawie jest wyznaczany wektor indywidualnych indeksów preferencji. Ostatecznie jest tworzony ranking wielokryterialny, który jest wyznaczany na podstawie wartości wielokryterialnych indeksów preferencji. Wartości te tworzą wektor $\mathbf{P} = [p_i]$, $i = 1, 2, \dots, m$ (m – liczba wariantów decyzyjnych), którego współrzędne są wyznaczane na podstawie wartości indywidualnych indeksów preferencji – większe wartości p_i oznaczają wyższą pozycję w rankingu.

2. Procedura wielokryterialnego rankingowania spółek giełdowych przy niepełnej informacji liniowej

W pierwszym kroku tworzenia rankingu wielokryterialnego w sytuacji niepełnej informacji liniowej zostają wyznaczone rozkłady ekstremalne wag dla zadanego układu warunków liniowych. Następnie, dla każdego rozkładu ekstremalnego, jest wyznaczany ranking obiektów, który jest uzyskiwany na podstawie wielokryterialnej metody AHP. Dla otrzymanych rankingów określa się przedział pozycji rankingowych, jakie przy danych rozkładach ekstremalnych zajmowały poszczególne obiekty.

Opisana procedura została wykorzystana do oceny (rankingowania) spółek giełdowych. W analizach empirycznych zostało uwzględnionych 17 spółek o dodatniej historycznej wartości stopy zwrotu (w okresie od 3.10.2011 do 28.09.2012 – dane z GPW w Warszawie), które wchodziły w skład indeksu WIG20 we wrześniu 2012 r.

Przy tworzeniu rankingu wielokryterialnego zastosowano podejście oparte na analizie fundamentalnej, w którym do oceny walorów wykorzystuje się wskaźniki charakteryzujące kondycję ekonomiczno-finansową spółek; uwzględniono średnie wartości z okresu lipiec 2011 r. – wrzesień 2012 r. następujących wskaźników ekonomiczno-finansowych:

- wskaźnik zyskowności sprzedaży netto (zysk netto/przychody netto ze sprzedaży),
- wskaźnik rentowności aktywów ROA (zysk netto/aktywa ogółem),
- wskaźnik rentowności kapitału własnego ROE (zysk netto/kapitał własny),
- wskaźnik zysku na jedną akcję (zysk netto/liczba wyemitowanych akcji).

Każdy z wymienionych wskaźników mający charakter stymulanty potraktowano jako kryterium wyboru (kierunek optymalizacji kryteriów to „max”). Wartości ocen wybranych mierników dla danych spółek zamieszczono w tabeli 1.

Tabela 1

Wartości fundamentalnych mierników ocen dla wybranych spółek

	Kryteria			
	Zyskowność ze sprzedaży netto	ROA	ROE	Zysk na 1 akcję (zł)
Kierunek optymalizacji	max	max	max	max
Waga kryterium	w_1	w_2	w_3	w_4
Spółki	Oceny kryterialne			
ASSECOPOL	7,496	1,054	2,046	1,270
BOGDANKA	19,804	2,700	3,990	2,560
BORYSZEW	1,994	0,846	3,274	0,010
BRE	21,830	0,320	3,618	7,232
HANDLOWY	32,440	0,568	3,400	1,728
JSW	22,552	3,838	6,350	4,390
KERNEL	9,094	2,238	4,376	0,620
KGHM	36,252	6,942	9,978	10,704
LOTOS	1,082	0,438	0,874	0,708
PEKAO	27,322	0,512	3,486	2,858
PGE	17,524	2,156	3,122	0,682
PGNIG	2,136	0,354	0,552	0,022
PKNORLEN	1,954	1,022	2,284	1,396
PKOBP	23,116	0,510	4,208	0,774
SYNTHOS	13,310	4,492	7,496	0,154
TAURONEPE	6,230	1,282	2,246	0,206
TPSA	8,498	1,184	2,240	0,230

Źródło: [5].

Nieostre preferencje decydenta dotyczące wag uwzględnionych kryteriów zostały określone za pomocą następujących warunków:

$$\begin{aligned}
 w_1 &\geq w_2, \\
 w_4 &\geq w_3, \\
 w_2 &\geq 0, w_3 \geq 0, \\
 w_1 + w_2 + w_3 + w_4 &= 1,
 \end{aligned}$$

które oznaczają, iż kryterium pierwsze jest dla decydenta nie gorsze niż drugie, natomiast kryterium czwarte preferuje on nad trzecie. Zgodnie z opisaną procedurą, zostały wyznaczone rozkłady ekstremalne wag:

$$w^{(1)} = (0, 0, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}), w^{(2)} = (\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0, 0), w^{(3)} = (0, 0, 0, 1), w^{(4)} = (1, 0, 0, 0),$$

a dla każdego otrzymanego zestawu wag wyznaczono, za pomocą metody AHP, ranking spółek (tabela 2).

Tabela 2

Rankingi spółek dla rozkładów ekstremalnych wag

Spółka	$w^{(1)}$	$w^{(2)}$	$w^{(3)}$	$w^{(4)}$	Zakres miejsc w rankingach
ASSECOPOL	12	13	12	12	[12, 13]
BOGDANKA	6	5	5	7	[5, 6]
BORYSZEW	13	15	16	15	[13, 15]
BRE	3	9	2	6	[2, 9]
HANDLOWY	7	4	6	2	[2, 7]
JSW	2	2	3	4	[2, 4]
KERNEL	9	10	11	10	[9, 11]
KGHM	1	1	1	1	{1}
LOTOS	16	17	13	17	[13, 17]
PEKAO	5	6	4	3	[3, 6]
PGE	10	7	10	9	[7, 10]
PGNIG	17	16	17	16	[16, 17]
PKNORLEN	11	14	9	14	[9, 14]
PKOBP	8	8	8	5	[5, 8]
SYNTHOS	4	3	7	8	[3, 8]
TAURONEPE	15	12	15	13	[12, 15]
TPSA	14	11	14	11	[11, 14]

Rankingi zaprezentowane w powyższej tabeli cechuje w większości przypadków niewielkie zróżnicowanie. Dla każdej spółki giełdowej został podany przedział, w którym znajdowały się pozycje rankingowe wyznaczone dla rozkładów ekstremalnych. Wykorzystując uzyskane rezultaty można wskazać te walory, które, zgodnie z preferencjami decydenta, zajmują najwyższe miejsca w rankingu, a zatem stanowią zbiór obiektów, stanowiących podstawę konstrukcji portfela.

3. Wyznaczenie portfela wielokryterialnego przy niepełnej informacji liniowej

Spośród spółek uwzględnionych w rozważaniach, do stworzenia portfela wybrano te, które zajmowały najwyższe pozycje w uzyskanych zestawieniach (portfel 1 i portfel 2) oraz te, w celu ukazania właściwego uporządkowania walorów, zajmujące najniższe pozycje (portfel 3). W konstrukcji każdego z portfeli uwzględniono warunek ograniczający na udziały danych walorów w portfelu postaci: $x_i \leq 0,3, i = 1, \dots, 17$.

Tabela 3

Portfele akcji skonstruowane przy NIL

Spółka	Portfel 1	Portfel 2	Portfel 3
BORYSZEW	–	–	0,3
HANDLOWY	0,1	0,3	–
JSW	0,3	0,3	–
KGHM	0,3	0,3	–
LOTOS	–	–	0,3
PEKAO	0,3	0,1	–
PGNIG	–	–	0,1
TAURONEPE	–	–	0,3

Gdyby decydent w dniu 3.10.2011 zainwestował kwotę ok. 100 000 zł w portfele o strukturze podanej w tabeli 3, stopa zysku portfeli w dniu 28.09.2012 byłaby następująca (tabela 4).

Tabela 4

Stopy zysku portfeli

Wartość portfela	Portfel 1	Portfel 2	Portfel 3
Wartość portfela w dniu 3.10.11 (zł)	99894	99992	100016,3
Wartość portfela w dniu 28.09.12 (zł)	111256,70	110891,70	89338
Stopa zysku portfela (%)	11,28	10,92	-10,64

Portfele stworzone z walorów „czołówki” rankingu notują ponad dziesięcioprocentowy zysk, natomiast portfel wyznaczony dla najniżej notowanych walorów ma ponad 90% stratę. Zatem uporządkowanie obiektów (spółek) według podanej procedury wskazuje właściwą ich hierarchię.

W tabeli 5 zamieszczono wartości stopy zysku każdego z portfeli na koniec kolejnych trzech miesięcy; dniem, z którym porównywano wartości portfeli był 1.10.2012 – pierwszy dzień notowań po okresie objętym analizą.

Tabela 5

Stopy zysku portfeli na koniec kolejnych trzech miesięcy

Stopa zysku portfela (%) w dniu	Portfel 1	Portfel 2	Portfel 3
31.10.2012	10,47	11,76	-4,49
30.11.2012	15,61	17,46	-1,05
28.12.2012	21,97	22,66	12,42

Stopy zysku wszystkich portfeli były na koniec każdego miesiąca wyższe, co ukazuje podobną reakcję portfeli na zmiany na rynku giełdowym, a przede wszystkim wskazuje, zwłaszcza w przypadku portfeli złożonych ze spółek zajmujących najwyższe miejsca w rankingu, na właściwy dobór walorów do portfela. Uzyskane wyniki pozwalają wnioskować, że wykorzystanie metody wielokryterialnej w sytuacji niepełnej informacji liniowej, gdy decydent określi swoje preferencje dotyczące ważności kryteriów, daje możliwość trafnej oceny spółek i właściwego ich uporządkowania, a portfele skonstruowane na podstawie rankingu cechuje wysoka stopa zysku.

Podsumowanie

Wspomaganie się w procesach podejmowania decyzji metodami ilościowymi pozwala na metodyczne podejście do problemu wyboru.

Decydent inwestujący na giełdzie będzie lokował kapitał w te walory, które będą spełniały jego kryteria. Jeżeli potrafi określić ważność wybranych kryteriów w postaci pewnych liniowych warunków nałożonych na wartości wag (wagi odzwierciedlają preferencje dotyczące kryteriów), może dokonać wyboru walorów stosując opisaną procedurę. Ponieważ wybór jest dokonywany przez pryzmat wielu kryteriów, do zagadnienia tego można podejść jak do decyzji wielokryterialnej. W artykule zastosowana została wielokryterialna metoda AHP, w której jako kryteria wybrano wskaźniki ekonomiczno-finansowe charakteryzujące spółki.

Rezultaty przeprowadzonych analiz pokazują, iż portfele wyznaczone na podstawie rankingów uzyskanych za pomocą procedury wielokryterialnej w sytuacji niepełnej informacji liniowej cechuje wysoka stopa zysku, także w kolejnych okresach.

Można twierdzić, iż zaprezentowane podejście stanowi alternatywny sposób porządkowania wariantów decyzyjnych (obiektów), a w szczególności pomaga w ocenie spółek giełdowych oraz może wspomagać konstruowanie portfeli w sytuacji, gdy decydent w swoim wyborze kieruje się wieloma kryteriami i wyraża swoje preferencje dotyczące kryteriów za pomocą pewnych liniowych zależności między wagami.

Literatura

- [1] Kofler E., *Podjęcie decyzji przy niepełnej informacji*, Real Publishers, Zurich 1993.
- [2] *Metody wielokryterialne na polskim rynku finansowym*, red. T. Trzaskalik, PWE, Warszawa 2006.

-
- [3] Michalska E., Pośpiech E., *Niepełna informacja liniowa w zagadnieniach wielokryterialnego wspomaganie decyzji*, „Organizacja i Zarządzanie” 2011, nr 57, s. 259-270.
 - [4] Pośpiech E., *Zastosowanie metody AHP do tworzenia portfela papierów wartościowych*, Materiały Konferencji „Metody 2012”, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego, Katowice (w opracowaniu).
 - [5] Pośpiech E., *Ocena portfeli konstruowanych na podstawie metody AHP – ujęcie klasyczne i fundamentalne*, „Studia Ekonomiczne” 2013, nr 163, s. 99-112.
 - [6] Saaty T.L., *Axiomatic Foundation of the Analytic Hierarchy Process*, „Management Science” 1986, Vol. 32, No. 7, s. 841-855.
 - [7] Saaty T.L., *Fundamentals of Decisions Making and Priority and Theory with the Analytical Hierarchy Process*, RWS Publications, Pittsburgh 1994.
 - [8] Tarczyński W., *Fundamentalny portfel papierów wartościowych*, PWE, Warszawa 2002.
 - [9] Zopounidis C., Doumpos M., *Multi-Criteria Decision Aid in Financial Decision Making: Methodologies and Literature Review*, „Journal of Multi-Criteria Decision Analysis” 2002, No. 11, s. 167-186.

A MULTI-CRITERIA PORTFOLIO SELECTION UNDER CONDITIONS OF LINEAR PARTIAL INFORMATION

Summary

The article presents an application of chosen multi-criteria decision making method – the AHP method, under conditions of linear partial information, in portfolio selection.

Selecting a portfolio is a problem of choosing these quoted companies that give good profit. The problem of building a portfolio can be treated as a multi-criteria problem where some diagnostic features that characterize financial and economic condition of companies can be used as criteria. In the paper, the multi-criteria decision making method AHP was used under conditions of linear partial information (the criteria weights are not known precisely, only some linear constraints on them are known). The approach enables to create a ranking of considered objects and may help to select the best listed companies to the portfolio.