

**Katarzyna Zeug-Żebro**

Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach

Katedra Matematyki

katarzyna.zeug-zebro@ue.katowice.pl

# **ANALIZA ZJAWISKA STARZENIA SIĘ LUDNOŚCI ŚLĄSKA W UJĘCIU PRZESTRZENNYM**

## **Wprowadzenie**

Zjawisko starzenia się społeczeństwa jest obecnie obserwowane nie tylko w Polsce i krajach europejskich, ale również na całym świecie. Związane jest ze zmianami zachodzącymi w strukturze wieku ludności, polegającymi na zwiększaniu się liczebności osób w wieku poprodukcyjnym, a zmniejszaniu się roczników w wieku przedprodukcyjnym, jest procesem nieuchronnym, niosącym ze sobą szereg skutków społeczno-ekonomicznych.

Dynamikę tego procesu można rozważać jako zmiany w strukturze wieku ludności pomiędzy dwoma wybranymi przekrojami czasu albo jako zmiany ciągłe w strukturze wieku, określające ich trend. Zatem im większa dynamika tego zjawiska, tym większy wzrost udziału osób starszych oraz spadek udziału ludności młodej [11].

Głównym celem artykułu jest badanie postępu procesu starzenia się społeczeństwa, jak również analiza zależności przestrzennej indeksu starości dla aktualnego podziału Śląska na powiaty od roku 1995 do 2012. Badania zostaną przeprowadzone na podstawie mierników globalnej i lokalnej autokorelacji przestrzennej. Dane wykorzystane w analizach pozyskano z Banku Danych Lokalnych GUS-u ([www.stat.gov.pl](http://www.stat.gov.pl)). Obliczenia przeprowadzono przy użyciu programu R Cran i pakietu Microsoft Excel.

## **1. Zmiany zjawiska starzenia się społeczeństwa w powiatach województwa śląskiego**

W analizowanym okresie czasu (1995-2012), liczba ludności w wieku poprodukcyjnym w Polsce wzrosła o ponad 1,5 mln, tj. o 29%. Zjawisko to było obser-

wowane głównie w miastach, gdzie udział liczby osób w wieku 65 lat i więcej wyniósł 90,3%. W województwie śląskim sytuacja ta kształtowała się podobnie. Liczba ludności w wieku poprodukcyjnym zwiększyła się tam o ok. 40%.

Dynamikę procesu starzenia się społeczeństwa można określić m.in. za pomocą wskaźnika starzenia się demograficznego  $W_{SD}$  lub wskaźnika starzenia się ekonomicznego  $W_{SE}$ . Wskaźnik  $W_{SD}$  opiera się na punktowych różnicach pomiędzy udziałami ludności młodej i starszej [6]:

$$W_{SD} = (U_{(0-14)t} - U_{(0-14)t+n}) + (U_{(\geq 65)t+n} - U_{(\geq 65)t}) \quad (1)$$

gdzie:

- $U_{(0-14)t}, U_{(0-14)t+n}$  – udział ludności w wieku 0-14 lat na początku i na końcu badanego okresu,
- $U_{(\geq 65)t}, U_{(\geq 65)t+n}$  – udział ludności w wieku 65 lat i więcej na początku i na końcu badanego okresu.

Wskaźnik ten informuje, że im wyższa jego wartość, tym starzenie się społeczeństwa jest bardziej dynamiczne. Dla ujemnych wartości tego wskaźnika obserwuje się odmładzanie ludności.

Wskaźnik starzenia się ekonomicznego  $W_{SE}$  [11] można obliczyć opierając się na punktowych zmianach w ekonomicznych grupach wieku:

$$W_{SE} = (U_{(PP)t} - U_{(PP)t+n}) + (U_{(M)t} - U_{(M)t+n}) + (U_{(NM)t+n} - U_{(NM)t}) + (U_{(POP)t+n} - U_{(POP)t}) \quad (2)$$

gdzie:

- $U_{(PP)t}, U_{(PP)t+n}$  – udział ludności w wieku przedprodukcyjnym na początku i końcu badanego okresu,
- $U_{(M)t}, U_{(M)t+n}$  – udział ludności w wieku mobilnym na początku i na końcu badanego okresu,
- $U_{(NM)t}, U_{(NM)t+n}$  – udział ludności w wieku niemobilnym na początku i na końcu badanego okresu,
- $U_{(POP)t}, U_{(POP)t+n}$  – udział ludności w wieku poprodukcyjnym na początku i końcu badanego okresu.

Struktura wskaźnika  $W_{SE}$  opiera się na założeniu, iż wzrost udziału ludności w wieku przedprodukcyjnym i produkcyjnym mobilnym prowadzi do odmłodzenia społeczeństwa, natomiast wzrost odsetka osób w wieku produkcyjnym niemobilnym oraz poprodukcyjnym prowadzi do starzenia się populacji [11].

Dodatnie wartości tego wskaźnika świadczą o starzeniu się społeczeństwa, zaś ujemne o jego odmładzaniu.

W latach 1995-2012 we wszystkich powiatach województwa śląskiego obserwowano postęp zjawiska starzenia się społeczeństwa ( $W_{SD} > 0$  i  $W_{SE} > 0$ ). Najniższą wartość wskaźnika starzenia demograficznego ( $0 < W_{SD} < 10$ ) można było zauważyć w powiatach: częstochowskim, będzińskim, myszkowskim i miasta Chorzów. Największą zaś, tj.  $16 < W_{SD} < 24$ , charakteryzowały się powiaty: raciborski, miasta Tychy, Żory i Jastrzębie-Zdrój. W tym ostatnim obserwowano maksymalną wartość  $W_{SD}$  równą 21,5. Zastosowanie wskaźnika starzenia się ekonomicznego potwierdziło częściowo postęp tego procesu. Najniższe wartości  $W_{SE}$  uzyskano dla powiatu częstochowskiego (15,3) i miasta Chorzów (11,5), najwyższe dla miast Sosnowiec (28,01), Tychy (32,4) i Żory (34,9). Wskaźnik  $W_{SE}$  ujawnił bardziej intensywny postęp tego procesu w miastach.

## 2. Miary autokorelacji przestrzennej

Autokorelacja przestrzenna występuje w przypadku, gdy określone zjawisko w jednej jednostce przestrzennej wpływa na zmianę prawdopodobieństwa wystąpienia tego zjawiska w jednostkach sąsiednich [3]. W ujęciu ogólnym dodatnia autokorelacja przestrzenna zachodzi, gdy obserwuje się przestrzenne gromadzenie się, w sensie lokalizacji, wysokich lub niskich wartości obserwowanych zmiennych. Dla ujemnej autokorelacji, wysokie wartości sąsiadują z niskimi, a niskie z wysokimi, tworząc pewnego rodzaju szachownicę [13]. Brak autokorelacji przestrzennej oznacza przestrzenną losowość, tzn. że wartości wysokie i niskie obserwowanych zmiennych są rozmieszczone niezależnie.

W statystyce przestrzennej szacuje się dwa typy miar autokorelacji przestrzennej: miary globalne i miary lokalne. Globalna autokorelacja wynika z istnienia korelacji w obrębie całej badanej jednostki przestrzennej. Miary lokalne zaś wykazują zależności przestrzenne danej zmiennej z jednostkami sąsiadującymi w konkretnej lokalizacji. Do najczęściej wykorzystywanych miar globalnych należą: statystyka  $I$  Morana [12] oraz statystyka  $C$  Geary'ego [7]. Zaś do miar lokalnych: wskaźniki LISA [1] (lokalna statystyka Morana  $I_i$  i Geary'ego  $C_i$ ) oraz lokalna statystyka Getisa–Orda  $G_i$  [8].

### 2.1. Wybrane statystyki globalne

#### Globalna statystyka Morana

Jedną z najczęściej stosowanych statystyk w badaniu autokorelacji przestrzennej jest globalna statystyka  $I$  Morana zdefiniowana następująco:

$$I = \frac{n \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_{ij} (x_i - \bar{x})(x_j - \bar{x})}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_{ij} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \frac{n}{S_0} \cdot \frac{\mathbf{z}^T \mathbf{W} \mathbf{z}}{\mathbf{z}^T \mathbf{z}} \quad (3)$$

gdzie:

$x_i, x_j$  – wartości zmienne w jednostce przestrzennej  $i$  oraz  $j$ ,

$\bar{x}$  – średnia arytmetyczna wartości zmiennej dla wszystkich jednostek,

$n$  – liczba wszystkich jednostek przestrzennych uwzględnionych w badaniu,

$S_0$  – suma wszystkich elementów macierzy wag,

$\mathbf{z}$  – wektor kolumnowy o elementach:  $z_i = x_i - \bar{x}$ ,

$\mathbf{W}$  – macierz wag przestrzennych stopnia  $n$ , definiująca strukturę sąsiedztwa,

$w_{ij}$  – element zero-jedynkowej macierzy wag  $\mathbf{W}$ :

$$w_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{gdy jednostka } i - \text{ta jest sąsiadem } j - \text{tej jednostki,} \\ 0, & \text{gdy jednostka } i - \text{ta nie jest sąsiadem } j - \text{tej jednostki,} \\ 0, & \text{gdy } i = j - \text{elementy diagonalne macierzy} \end{cases} \quad (4)$$

Cliff i Ord [5] udowodnili, że rozkład statystyki Morana jest asymptotycznie normalny. Zatem istotność statystyczna autokorelacji przestrzennej może być zweryfikowana za pomocą unormowanej statystyki  $I^S \sim N(0,1)$ :

$$I^S = \frac{I - E(I)}{\sqrt{\text{Var}(I)}}, \quad E(I) = -\frac{1}{n-1} \quad \text{i} \quad \text{Var}(I) = \frac{n^2 S_1 - n S_2 + 3 S_0^2}{(n^2 - 1) S_0^2} - \frac{1}{(n-1)^2} \quad (5)$$

$$S_0 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_{ij}, \quad S_1 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (w_{ij} + w_{ji})^2, \quad S_2 = \sum_{i=1}^n \left( \sum_{j=1}^n w_{ij} + \sum_{j=1}^n w_{ji} \right)^2 \quad (6)$$

gdzie:

$E(I)$  – wartość oczekiwana statystyki Morana,

$\text{Var}(I)$  – jej wariancja.

W przypadku, gdy statystyka Morana przyjmuje wartości  $I \approx -\frac{1}{n-1}$ ,  $I^S \approx 0$ , mówi się o braku autokorelacji. Natomiast, gdy  $I > -\frac{1}{n-1}$ ,  $I^S > 0$ , występuje autokorelacja dodatnia, zaś dla  $I < -\frac{1}{n-1}$ ,  $I^S < 0$  – autokorelacja ujemna.

### Globalna statystyka Geary'ego

Kolejną miarą globalnej autokorelacji przestrzennej jest statystyka  $C$  Geary'ego. Statystyka ta wyraża się wzorem:

$$C = \frac{(n-1) \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_{ij} (x_i - x_j)^2}{2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_{ij} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \frac{n}{n-1} \left[ \frac{n}{S_0} \cdot \frac{\mathbf{z}^T \text{diag}(w_i) \mathbf{z}}{\mathbf{z}^T \mathbf{z}} - I \right], \quad (7)$$

gdzie wszystkie elementy wzoru są zdefiniowane jak w statystyce  $I$ .

Z powyższej formuły widać, że miara Geary'ego daje się wyrazić za pomocą statystyki Morana [9]. Mimo że miary Morana i Geary'ego dają podobne rezultaty, bardziej efektywną jest statystyka Morana. Wynika to z większej wrażliwości wariancji statystyki Geary'ego na rozkład próby. W przypadku, gdy macierz wag jest niesymetryczna, wartości tej statystyki mogą być zaburzone.

Podobnie jak dla statystyki Morana, w celu weryfikacji hipotezy o braku istotnej korelacji przestrzennej można przeprowadzić standaryzację miary Geary'ego:

$$C^S = \frac{C - E(C)}{\sqrt{\text{Var}(C)}} \sim N(0,1), \quad E(C) = 1 \quad \text{i} \quad \text{Var}(C) = \frac{(n-1)(2S_1 + S_2) - 4S_0^2}{2(n+1)S_0^2}, \quad (8)$$

gdzie:

$E(C)$  – wartość oczekiwana statystyki Geary'ego,

$\text{Var}(C)$  – jej wariancja.

Wartość statystyki Geary'ego jest zawsze dodatnia i należy do przedziału  $(0, 2)$ . W przypadku, gdy:  $1 < C < 2$  i  $C^S > 0$ , można mówić o autokorelacji ujemnej;  $0 < C < 1$  i  $C^S < 0$ , występuje autokorelacja dodatnia;  $C \approx 1$ ,  $C^S \approx 0$ , brak autokorelacji przestrzennej.

### 2.2. Statystyka lokalna Morana

Lokalna statystyka Morana  $I_i$  [1] wyznacza skupiska jednostek przestrzennych i mierzy, czy jednostka jest otoczona przez jednostki sąsiedzkie o podobnych lub różnych wartościach badanej zmiennej w stosunku do losowego rozkładu tych wartości w badanej przestrzeni [10].

Dla niestandardyzowanych wartości zmiennej i standaryzowanej wierszami macierzy wag [2] ( $\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_{ij} = n$ ), lokalna miara Morana ma postać:

$$I_i = \left[ (x_i - \bar{x}) \sum_{j=1}^n w_{ij} (x_j - \bar{x}) \right] / \left[ \sum_{i=1}^n \frac{(x_i - \bar{x})^2}{n} \right], \quad (9)$$

gdzie wszystkie elementy wzoru są zdefiniowane jak w statystyce  $I$ .

W 1995 r. Anselin [1] w celu testowania istotności lokalnej autokorelacji przestrzennej, przedstawił standaryzowaną postać lokalnej statystyki Morana:

$$I_i^S = \frac{I_i - E(I_i)}{\sqrt{\text{Var}(I_i)}} \sim N(0,1), \quad (10)$$

gdzie:

$E(I_i)$  – wartość oczekiwana lokalnej statystyki Morana,

$\text{Var}(I_i)$  – jej wariancja:

$$E(I_i) = \frac{\sum_{j=1}^n w_{ij}}{n-1}, \quad \text{Var}(I_i) = \frac{(n-k) \sum_{i \neq j} w_{ij}^2}{n-1} + \frac{2(2k-n) \sum_{l \neq i} \sum_{h \neq i} w_{il} w_{ih}}{(n-1)(n-2)} - \left( \frac{-\sum_{i \neq j} w_{ij}}{n-1} \right)^2, \quad (11)$$

gdzie:

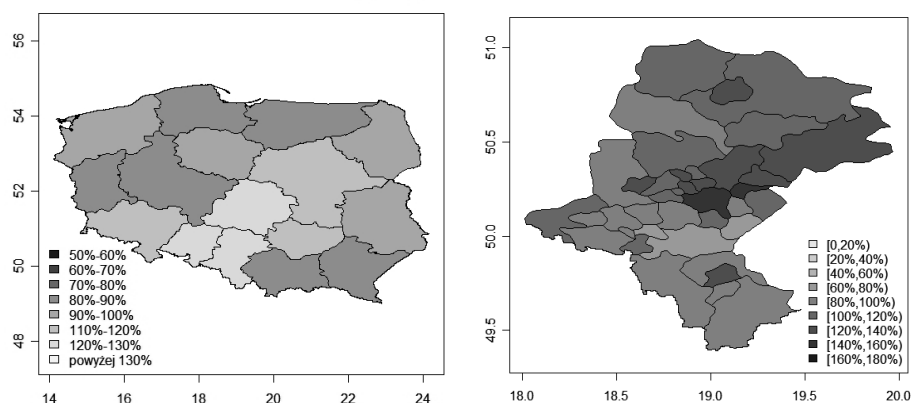
$$k = \frac{1}{n} \sum_i (x_i - \bar{x})^4 / \left( \frac{1}{n} \sum_i (x_i - \bar{x})^2 \right)^2.$$

Autokorelacja ujemna występuje, gdy standaryzowana statystyka lokalna Morana przyjmuje wartości ujemne, tzn. gdy obiekt jest otoczony przez jednostki przestrzenne o znacząco różnych wartościach badanej zmiennej. O dodatniej autokorelacji przestrzennej i klastrowaniu jednostek przestrzennych mówi się, gdy statystyka ta przyjmuje wartości dodatnie (obiekt jest otoczony przez podobne jednostki sąsiedzkie).

### 3. Analiza przestrzenna indeksu starości w powiatach województwa śląskiego w latach 1995-2012

Badaniu poddano dane dotyczące ludności dla aktualnego podziału terytorialnego Śląska na powiaty w latach 1995-2012. Dane te uzyskano z Banku Da-

nych Lokalnych GUS-u. W pierwszym etapie badań wyznaczono wartości **indeksu starości demograficznej**. Indeks ten, obliczony jako stosunek liczby osób w wieku poprodukcyjnym do liczby osób w wieku przedprodukcyjnym, w 1995 r. w Polsce wynosił zaledwie 49,95%, zaś w 2012 r. osiągnął już poziom 97,09% i nadal rośnie.



Rys. 1. Indeks starości demograficznej w województwach w Polsce oraz w powiatach województwa śląskiego w 2012 r.

Na powyższych mapach (rys. 1) zaznaczono różnice między wartościami indeksu starości demograficznej w poszczególnych regionach i powiatach województwa śląskiego. W 2012 r. najniższą wartość tego indeksu (80%-90%) zaobserwowano w województwach: lubuskim, podkarpackim, małopolskim, pomorskim, wielkopolskim i warmińsko-mazurskim, zaś najwyższą (110%-120%) w łódzkim, opolskim i śląskim. Dla województwa śląskiego najniższą wartość indeksu starości (60%-80%) obserwuje się w powiatach: bieruńsko-lędzińskim, pszczyńskim i m. Żory, a najwyższą (140%-160%) w m. Katowice i Sosnowiec.

W kolejnym kroku badań określono macierze wag przestrzennych według kryterium wspólnej granicy, a następnie dokonano analizy przestrzennej **indeksu starości** w ujęciu powiatowym. Obliczone wartości globalnych statystyk Morana i Geary'ego przedstawia tabela 1.

Na podstawie danych zawartych w tabeli 1 można zauważyć, że wartości statystyki globalnej Morana dla badanego okresu przyjmują wartości istotne i większe od wartości oczekiwanej tej statystyki, co wskazuje na dodatnią autokorelację przestrzenną. Wniosek o dodatniej autokorelacji przestrzennej potwierdzają również uzyskane wartości statystyki globalnej Geary'ego ( $0 < C < 1$ ). Zatem w analizowanym przypadku występuje tendencja do skupiania jednostek o podobnej wartości

indeksu starzenia w sąsiedztwie. Wzrost wartości statystyki globalnej Morana pomiędzy 1995 a 1998 rokiem informuje o zachodzącym procesie wzmacniania zależności przestrzennej, zaś spadek w latach 1999-2012 o jej osłabieniu.

Tabela 1

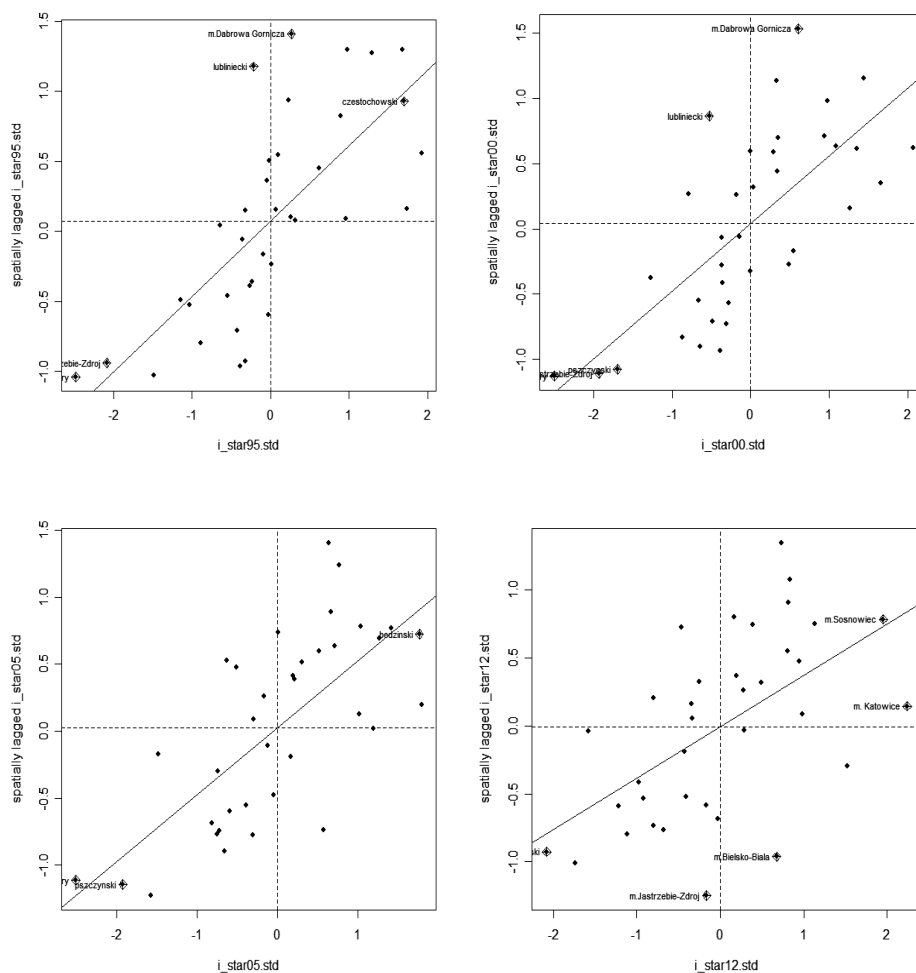
Wartości statystyk globalnych Morana i Geary'ego dla indeksu starości demograficznej w województwie śląskim w ujęciu powiatowym

Rok	Statystyka Morana				Statystyka Geary'ego			
	$I$	$E(C)$	$Var(C)$	$p-value$	$C$	$E(C)$	$Var(C)$	$p-value$
1995	0,5385	-0,0286	0,01010	$8,5 \cdot 10^{-9}$	0,4944	1,0000	0,01191	$1,8 \cdot 10^{-6}$
1996	0,5494	-0,0286	0,01010	$4,5 \cdot 10^{-9}$	0,4852	1,0000	0,01193	$1,2 \cdot 10^{-6}$
1997	0,5530	-0,0286	0,01019	$3,6 \cdot 10^{-9}$	0,4838	1,0000	0,01194	$1,2 \cdot 10^{-6}$
1998	0,5591	-0,0286	0,01010	$2,4 \cdot 10^{-9}$	0,4806	1,0000	0,01195	$1,1 \cdot 10^{-6}$
1999	0,5233	-0,0286	0,01015	$2,2 \cdot 10^{-8}$	0,5121	1,0000	0,01181	$3,6 \cdot 10^{-6}$
2000	0,5189	-0,0286	0,01016	$2,8 \cdot 10^{-8}$	0,5227	1,0000	0,01180	$5,6 \cdot 10^{-6}$
2001	0,5077	-0,0286	0,01015	$5,1 \cdot 10^{-8}$	0,5409	1,0000	0,01181	$1,2 \cdot 10^{-5}$
2002	0,5039	-0,0286	0,01017	$6,4 \cdot 10^{-8}$	0,5480	1,0000	0,01179	$1,6 \cdot 10^{-5}$
2003	0,5045	-0,0286	0,01018	$6,3 \cdot 10^{-8}$	0,5494	1,0000	0,01176	$1,6 \cdot 10^{-5}$
2004	0,5056	-0,0286	0,01022	$6,3 \cdot 10^{-8}$	0,5494	1,0000	0,01167	$1,5 \cdot 10^{-5}$
2005	0,5001	-0,0286	0,01023	$8,6 \cdot 10^{-8}$	0,5524	1,0000	0,01164	$1,7 \cdot 10^{-5}$
2006	0,4940	-0,0286	0,01025	$1,2 \cdot 10^{-7}$	0,5600	1,0000	0,01161	$2,2 \cdot 10^{-5}$
2007	0,4902	-0,0286	0,01027	$1,5 \cdot 10^{-7}$	0,5668	1,0000	0,01155	$2,8 \cdot 10^{-5}$
2008	0,4721	-0,0286	0,01028	$3,9 \cdot 10^{-7}$	0,5885	1,0000	0,01153	$6,3 \cdot 10^{-5}$
2009	0,4521	-0,0286	0,01030	$1,1 \cdot 10^{-6}$	0,6084	1,0000	0,01148	$1,2 \cdot 10^{-4}$
2010	0,4119	-0,0286	0,01027	$6,9 \cdot 10^{-6}$	0,6623	1,0000	0,01155	$8,4 \cdot 10^{-4}$
2011	0,3921	-0,0286	0,01029	$1,7 \cdot 10^{-5}$	0,6825	1,0000	0,01152	$1,5 \cdot 10^{-3}$
2012	0,3787	-0,0286	0,01030	$2,9 \cdot 10^{-5}$	0,6965	1,0000	0,01149	$2,3 \cdot 10^{-3}$

Graficzną prezentację statystyki Morana w latach 1995, 2000, 2005 2012 przedstawia rys. 2. Na wykresach tych zostały wyróżnione powiaty o odstających wartościach indeksu starości. W 1995 r. były to powiaty: lubliniecki, częstochowski, miast: Dąbrowa Górnicza, Jastrzębie-Zdrój i Żory, a w 2000 r. dołączył powiat pszczyński (zamiast powiatu częstochowskiego). Odstającymi wartościami indeksu starości w 2005 r. charakteryzowały się powiaty: będziński, pszczyński i m. Żory, zaś w 2012 r. powiat pszczyński oraz miast: Bielsko-Biała, Jastrzębie-Zdrój, Katowice i Sosnowiec. Dla punktów (powiatów) znajdujących się poniżej linii regresji, wartości wskaźnika starości przewyższają



wartości indeksu starości w regionach sąsiedzkich znacznie bardziej niż by to wynikało z ogólnego wzorca przestrzennego. Regiony te nazywa się *hot spots*. Obserwacje powyżej linii regresji to powiaty, których sąsiedzi mają wyższe niż średnie wartości indeksu starości.



Rys. 2. Wykresy statystyki globalnej Morana dla 1995, 2000, 2005 i 2012 r.

Dotychczas przeprowadzone badania pozwoliły jedynie na ogólną charakterystykę autokorelacji przestrzennej. W celu uzyskania bardziej szczegółowych informacji w kolejnym kroku analizy wyznaczono dla każdego powiatu województwa śląskiego lokalną statystykę Morana. Uzyskane wartości tej statystyki

przedstawiono w tabeli 2 i 3. Pogrubione wartości w tabeli oznaczają istotne wartości statystyki lokalnej Morana.

Graficzną interpretację tego badania na początku i końcu analizowanego okresu przedstawia rys. 3.

Tabela 2

Wartości statystyk lokalnych Morana dla powiatów w latach 1995-2003

Powiat	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
będziński	<b>1,1019</b>	<b>1,1705</b>	<b>1,2311</b>	<b>1,3186</b>	<b>1,2561</b>	<b>1,3229</b>	<b>1,3685</b>	<b>1,3694</b>	<b>1,3763</b>
bielski	-0,0015	0,0178	0,0377	0,0736	0,0945	0,1540	0,2327	0,2924	0,3825
bieruńsko-ledziński	0,5795	0,5862	0,5621	0,5557	0,5343	0,4975	0,4379	0,3902	0,3357
cieszyński	0,0155	0,0621	0,0917	0,1529	0,1550	0,2298	0,2942	0,3670	0,4615
częstochoowski	<b>1,6239</b>	<b>1,5082</b>	<b>1,3472</b>	<b>1,1691</b>	<b>0,8451</b>	<b>0,6835</b>	0,5134	0,3508	0,2295
gliwicki	0,0887	0,0642	0,0529	0,0444	0,1213	0,1054	0,0829	0,0651	0,0379
kłobucki	0,7572	0,6561	0,5440	0,3990	0,2765	0,1779	0,0808	0,0260	-0,0089
lubliniecki	-0,2639	-0,2660	-0,3035	-0,2936	-0,4744	-0,4709	-0,4681	-0,4554	-0,4200
m. Katowice	0,0884	0,0908	0,1133	0,1419	0,1610	0,2027	0,2654	0,3206	0,3648
m. Rybnik	<b>0,7270</b>	<b>0,7314</b>	<b>0,7468</b>	<b>0,7522</b>	<b>0,7835</b>	<b>0,7510</b>	<b>0,6990</b>	<b>0,6730</b>	0,6405
m. Bielsko-Biała	0,0263	0,0098	-0,0100	-0,0428	-0,0816	-0,1343	-0,2006	-0,2574	-0,3259
m. Bytom	-0,0175	0,0004	0,0082	0,0344	0,1298	0,1527	0,1959	0,2514	0,3196
m. Chorzów	0,2871	0,3146	0,3655	0,4351	0,5210	0,5963	<b>0,7042</b>	<b>0,8031</b>	<b>0,8633</b>
m. Częstochowa	<b>1,3118</b>	<b>1,2746</b>	<b>1,2199</b>	1,0729	1,0341	0,8601	0,6556	0,4595	0,2844
m. Dąbrowa Górnicza	0,3806	0,5223	0,6292	0,7598	<b>0,8854</b>	<b>0,9627</b>	<b>0,9549</b>	<b>0,9749</b>	<b>0,9564</b>
m. Gliwice	0,0165	0,0037	-0,0026	-0,0067	-0,0940	-0,0956	-0,0798	-0,0628	0,0010
m. Jastrzębie-Zdrój	<b>2,0243</b>	<b>2,1312</b>	<b>2,1963</b>	<b>2,2656</b>	<b>2,2000</b>	<b>2,2058</b>	<b>2,1941</b>	<b>2,1946</b>	<b>2,1889</b>
m. Jaworzno	0,1048	0,0817	0,0584	0,0458	0,0153	0,0017	-0,0078	-0,0169	-0,0133
m. Mysłowice	-0,0291	-0,0532	-0,0955	-0,1326	-0,1984	-0,2163	-0,2366	-0,2473	-0,2376
m. Piekary Śląskie	0,0551	0,0909	0,1203	0,1487	0,2034	0,2540	0,3424	0,4084	0,4628
m. Ruda Śląska	0,0226	0,0205	0,0171	0,0159	0,0342	0,0265	0,0109	-0,0023	-0,0173
m. Siemianowice Śl.	0,2226	0,2355	0,2775	0,3461	0,3065	0,3913	0,5202	0,6371	<b>0,7608</b>
m. Sosnowiec	0,2871	0,3449	0,4160	0,5074	0,6054	<b>0,7053</b>	<b>0,8008</b>	<b>0,9177</b>	<b>1,0033</b>
m. Świętochłowice	-0,0089	-0,0178	-0,0136	-0,0207	-0,0006	-0,0015	-0,0016	0,0341	0,0430
m. Tychy	0,5557	0,5680	0,5443	0,5227	0,4260	0,3759	0,3126	0,2847	0,2496
m. Zabrze	-0,0495	-0,0482	-0,0433	-0,0366	-0,0582	-0,0491	-0,0379	-0,0264	0,0015
m. Żory	<b>2,6652</b>	<b>2,7808</b>	<b>2,8998</b>	<b>2,9750</b>	<b>2,8993</b>	<b>2,9072</b>	<b>2,8988</b>	<b>2,9269</b>	<b>2,9362</b>
mikołowski	0,3096	0,3342	0,3727	0,3851	0,3453	0,3576	0,3342	0,3382	0,3264
myszkowski	<b>1,6963</b>	<b>1,6435</b>	<b>1,5288</b>	<b>1,4673</b>	<b>1,1348</b>	<b>0,9895</b>	<b>0,8079</b>	0,6212	0,4996

cd. tabeli 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
pszczyński	<b>1,5728</b>	<b>1,6949</b>	<b>1,7847</b>	<b>1,8862</b>	<b>1,8058</b>	<b>1,8824</b>	<b>1,9680</b>	<b>2,0708</b>	<b>2,1399</b>
raciborski	0,2587	0,2406	0,2289	0,1984	0,2026	0,1605	0,1295	0,1040	0,0815
rybnicki	0,3089	0,3479	0,3940	0,4437	<b>0,5763</b>	<b>0,5963</b>	<b>0,5905</b>	<b>0,6068</b>	<b>0,6154</b>
tarnogórski	0,0106	0,0240	0,0279	0,0418	0,0067	0,0130	0,0274	0,0468	0,0927
wodzisławski	0,3833	0,3943	0,3993	0,4279	0,3708	0,3696	0,3531	0,3318	0,3180
zawierciański	<b>2,2466</b>	<b>2,2054</b>	<b>2,1572</b>	<b>2,0724</b>	<b>1,8157</b>	<b>1,7049</b>	<b>1,5017</b>	<b>1,2839</b>	<b>1,1024</b>
żywiecki	0,0259	0,0126	0,0050	-0,0008	0,0000	0,0090	0,0327	0,0592	0,1112

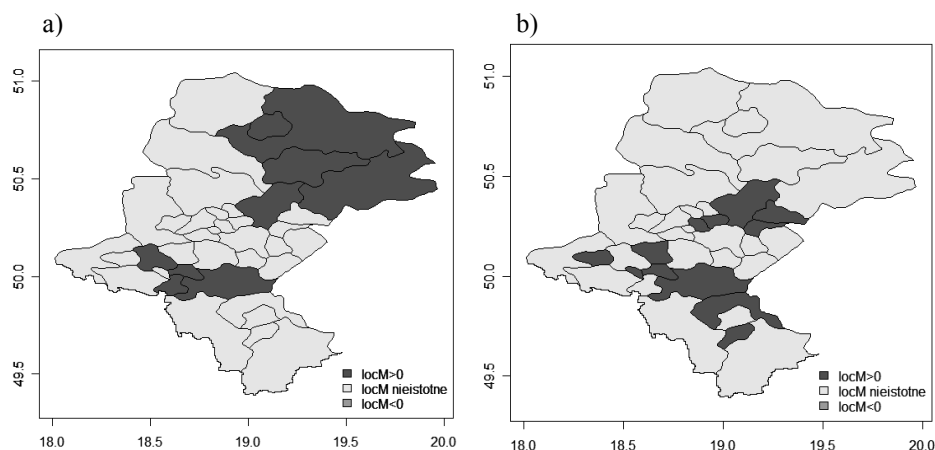
Tabela 3

Wartości statystyk lokalnych Morana dla powiatów w latach 2004-2012

Powiat	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
będziński	<b>1,3856</b>	<b>1,3118</b>	<b>1,2550</b>	<b>1,2294</b>	<b>1,1523</b>	<b>1,0555</b>	<b>0,9891</b>	<b>0,9226</b>	<b>0,8803</b>
bielski	0,4935	0,5772	0,6571	0,7212	<b>0,7967</b>	<b>0,8571</b>	<b>0,8348</b>	<b>0,8697</b>	<b>0,9093</b>
bieruńsko-ledziński	0,2990	0,2631	0,2078	0,1887	0,1503	0,1469	0,0545	0,0590	0,0619
cieszyński	0,5548	0,6057	<b>0,6510</b>	<b>0,6605</b>	<b>0,6818</b>	<b>0,6922</b>	<b>0,6544</b>	0,6284	0,6001
częstochoowski	0,1520	0,0844	0,0478	0,0029	-0,0261	-0,0476	-0,0785	-0,0884	-0,0819
gliwicki	0,0247	0,0142	0,0140	0,0161	0,0181	0,0236	0,0413	0,0609	0,0826
kłobucki	-0,0410	-0,0448	-0,0544	-0,0592	-0,0654	-0,0573	-0,0592	-0,0571	-0,0576
lubliniecki	-0,3897	-0,3400	-0,2910	-0,2424	-0,2131	-0,1993	-0,1769	-0,1694	-0,1667
m. Katowice	0,3673	0,3593	0,3659	0,3791	0,3599	0,3160	<b>0,4109</b>	0,3651	0,3342
m. Rybnik	0,5999	0,5534	0,5525	0,5434	0,5279	0,5166	0,5224	0,5331	0,5340
m. Bielsko-Biała	-0,4042	-0,4335	-0,4944	-0,5602	-0,5729	-0,6041	-0,6751	-0,6808	-0,6673
m. Bytom	0,3955	0,4677	0,5055	0,5343	0,5659	0,6007	0,4927	0,4828	0,4579
m. Chorzów	<b>0,8836</b>	<b>0,9018</b>	<b>0,9163</b>	<b>0,9344</b>	<b>0,9347</b>	<b>0,8991</b>	<b>0,8914</b>	<b>0,8232</b>	<b>0,7707</b>
m. Częstochowa	0,1323	0,0253	-0,0557	-0,1635	-0,2568	-0,3056	-0,4937	-0,4769	-0,4670
m. Dąbrowa Górnicza	<b>0,9379</b>	<b>0,9250</b>	<b>0,9288</b>	<b>0,9491</b>	<b>0,9235</b>	<b>0,9254</b>	<b>0,8938</b>	<b>0,9254</b>	<b>1,0163</b>
m. Gliwice	0,0680	0,1298	0,1652	0,1872	0,2151	0,2248	0,1460	0,1277	0,0893
m. Jastrzębie-Zdrój	<b>2,1103</b>	<b>1,9924</b>	<b>1,8345</b>	<b>1,6184</b>	<b>1,3463</b>	<b>1,0516</b>	<b>0,7497</b>	0,4482	0,2101
m. Jaworzno	-0,0238	-0,0322	-0,0340	-0,0297	-0,0393	-0,0417	-0,0198	-0,0119	-0,0092
m. Mysłowice	-0,2463	-0,2491	-0,2624	-0,2712	-0,3127	-0,3261	-0,3026	-0,3187	-0,3483
m. Piekary Śląskie	0,5703	0,6060	0,6074	0,6293	0,5799	0,5456	0,4585	0,3720	0,2982
m. Ruda Śląska	-0,0220	-0,0263	-0,0330	-0,0333	-0,0413	-0,0409	-0,0324	-0,0253	-0,0199
m. Siemianowice Śl.	<b>0,8906</b>	<b>0,9792</b>	<b>0,9840</b>	<b>1,0939</b>	<b>1,0836</b>	<b>1,0610</b>	<b>1,0334</b>	<b>0,9913</b>	<b>0,9298</b>
m. Sosnowiec	<b>1,0597</b>	<b>1,1221</b>	<b>1,1986</b>	<b>1,2652</b>	<b>1,3097</b>	<b>1,3286</b>	<b>1,4688</b>	<b>1,5222</b>	<b>1,5790</b>
m. Świętochłowice	0,0155	0,0033	0,0210	0,0562	0,0697	0,0754	0,1096	0,0933	0,1427

cd. tabeli 3

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
m. Tychy	0,2332	0,2193	0,1907	0,2032	0,1831	0,1696	0,1308	0,1153	0,1013
m. Zabrze	0,0433	0,0813	0,1021	0,1237	0,1508	0,1732	0,1673	0,1694	0,1610
m. Żory	<b>2,8966</b>	<b>2,8732</b>	<b>2,8274</b>	<b>2,7480</b>	<b>2,5964</b>	<b>2,4203</b>	<b>2,1772</b>	<b>1,9824</b>	<b>1,8081</b>
mikołowski	0,3444	0,3665	0,3851	0,4326	0,4366	0,4631	0,4115	0,4574	0,5024
myszkowski	0,4213	0,3181	0,2475	0,1729	0,1521	0,1140	0,0650	0,0664	0,0739
pszczyński	<b>2,2059</b>	<b>2,2665</b>	<b>2,2804</b>	<b>2,2978</b>	<b>2,2813</b>	<b>2,2682</b>	<b>2,1243</b>	<b>2,0405</b>	<b>1,9810</b>
raciborski	0,0441	0,0221	0,0001	-0,0038	-0,0030	-0,0224	0,0168	0,0124	0,0194
rybnicki	<b>0,6145</b>	<b>0,5943</b>	<b>0,6194</b>	<b>0,6421</b>	<b>0,6532</b>	<b>0,6553</b>	<b>0,6619</b>	<b>0,7089</b>	<b>0,7354</b>
tarnogórski	0,1362	0,1602	0,1883	0,2028	0,2131	0,2102	0,1334	0,1114	0,0761
wodzisławski	0,2830	0,2413	0,2434	0,2290	0,2152	0,2103	0,1832	0,2080	0,2199
zawierciański	<b>0,9919</b>	<b>0,8346</b>	0,7310	0,6421	0,5622	0,5167	0,4624	0,4464	0,4647
żywiecki	0,1751	0,2297	0,2774	0,3080	0,3652	0,4008	0,3799	0,4010	0,4121



Rys. 3. Wykresy istotnych statystyk lokalnych Morana dla a) 1995 i b) 2012 r.

W latach 1995-2012 lokalne statystyki Morana dla powiatów: będzińskiego, pszczyńskiego i m. Żory są istotne oraz większe od zera, co oznacza, że powiaty te są otoczone przez jednostki o znacząco podobnych wartościach indeksu starości demograficznej. Podobną sytuację można zauważyć dla powiatów: częstochowskiego (1995-2000), m. Częstochowa (1995-1997), m. Rybnik (1995-2002), rybnickiego (1999-2012), m. Chorzów (2001-2012), m. Dąbrowa Górnicza (1999-2012), m. Jastrzębie-Zdrój (1995-2010), m. Siemianowice Śląskie (2003-2012), m. Sosnowiec (2000-2012), myszkowskiego (1995-2001), zawier-

ciańskiego (1995-2005), bielskiego (2008-2012), cieszyńskiego (2006-2010) i m. Katowice (2010). Powiaty te określa się mianem klastrów.

Powiaty zaznaczone na powyższych mapach ciemnym kolorem to klastry (rys. 3), gdyż są otoczone jednostkami o znacząco podobnych wartościach indeksu starości. Można również zauważyć brak statystycznie istotnych outlierów, czyli regionów otoczonych jednostkami o znacząco innych wartościach indeksu starości.

## Podsumowanie

W artykule zbadano postęp procesu starzenia się społeczeństwa, jak również przeprowadzono analizę zależności przestrzennej indeksu starości w powiatach województwa śląskiego. Na podstawie przeprowadzonych badań można stwierdzić, że w latach 1995-2012 wszystkie analizowane powiaty charakteryzowały się zmianami procesu starzenia się ludności. Dodatkowo, wskaźnik starzenia się ekonomicznego ujawnił, że największy postęp tego zjawiska można obserwować w miastach.

Przeprowadzone analizy zależności przestrzennej zjawiska starzenia się społeczeństwa w powiatach województwa śląskiego wskazały na istnienie dodatniej autokorelacji przestrzennej, czyli na tworzenie się skupisk jednostek terytorialnych (klastrów) o podobnych wartościach indeksu starości.

Ostatnie lata pokazały, że metody przestrzenne są coraz częściej wykorzystywane w analizach procesów ekonomicznych i demograficznych [14]. Wynika to m.in. z szybszego rozwoju oprogramowania oferującego procedury obliczeniowe z zakresu statystyki i ekonometrii przestrzennej, które można obserwować, m.in. w programie R CRAN w pakietach `{spdep}`[4] i `{mapproj}`.

## Literatura

- [1] Anselin L., *Local Indicators of Spatial Association-LISA*, „Geographical Analysis” 1995, Vol. 27, s. 93-115.
- [2] Arbia G., *Spatial Econometrics: Statistical Foundations and Applications to Regional Growth Convergence*, Springer, New York 2006.
- [3] Bivand R., *Autokorelacja przestrzenna a metody analizy statystycznej w geografii*, [w:] *Analiza regresji geografii*, red. Z. Chojnicki, PWN, Poznań 1980, s. 23-38.
- [4] Bivand R., *Spatial Econometrics Functions in R: Classes and Methods*, „Journal of Geographical System” 2003.

- 
- [5] Cliff A.D., Ord J.K., *Spatial Autocorrelation*, Pion, London 1973.
- [6] Długosz Z., *Próba określenia zmian starości demograficznej Polski w ujęciu przestrzennym*, „Wiadomości Statystyczne” 1998, nr 3, s. 15-25.
- [7] Geary R., *The Contiguity Ratio and Statistical Mapping*, „The Incorporated Statistician” 1954, Vol. 5, s. 115-145.
- [8] Getis A., Ord J.K., *The Analysis of Spatial Association by Use of Distance Statistics*, „Geographical Analysis” 1992, Vol. 24, s. 189-206.
- [9] Griffith D.A., *Spatial Autocorrelations and Spatial Filtering*, Springer, Berlin-Heidelberg 2003.
- [10] Kopczewska K., *Ekonometria i statystyka przestrzenna z wykorzystaniem programu R CRAN*, CeDeWu, Warszawa 2006.
- [11] Kurek S., *Typologia starzenia się ludności Polski w ujęciu przestrzennym*, Wydawnictwo Naukowe Akademii Pedagogicznej, Kraków 2008.
- [12] Moran P.A.P., *Notes on Continuous Stochastic Phenomena*, „Biometrika” 1950, 37 (1), s. 17-23.
- [13] *Ekonometria przestrzenna. Metody i modele analizy danych przestrzennych*, red. B. Suchecki, Wydawnictwo C.H. Beck, Warszawa 2010.
- [14] Wolny-Dominiak A., Zeug-Żebro K., *Spatial Statistics in the Analysis of County Budget Incomes in Poland with the R CRAN*, [w:] *Proceedings of 30<sup>th</sup> International Conference Mathematical Methods in Economics*, red. J. Ramik, D. Stavárek, Silesian University, School of Business Administration, Karviná 2012, s. 992-998.

## ANALYSIS OF AN AGING POPULATION OF SILESIA IN SPATIAL TERMS

### Summary

Methods of spatial statistics are used to identify spatial patterns and spatial dependency. Testing occurrence of spatial dependency boils down to verify the hypothesis of the existence of spatial autocorrelation in the data spatially localized. The evaluation of spatial autocorrelation requires the knowledge of the extent and specificity of spatial diversity, i.e. diversity of characteristics of individual sites and geographic regions.

The main objective of this paper is to study the dynamics of an aging population as well as analysis of the spatial dependences of the ageing index. Research will be conducted using measures of global and local spatial autocorrelation. The data used in analysis come from the Local Data Bank of the Central Statistical Office. All calculations and presented maps were made in the R CRAN.