

Ewa Dziawgo

Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu

WŁASNOŚCI HYBRYDOWEJ OPCJI KORYTARZOWEJ

Wprowadzenie

Zjawisko globalizacji i integracji rynków finansowych stwarza nowe możliwości inwestycyjne. Jednocześnie występujący znaczny wzrost ryzyka rynkowego przyczynia się do poszukiwania nowych rozwiązań w zakresie zarządzania ryzykiem. W wyniku profesjonalnego zastosowania nowych rozwiązań i instrumentów zarządzania ryzykiem rynkowym można stworzyć warunki, które umożliwią poprawę wyników finansowych firmy. Instrumenty pochodne będące transakcjami terminowymi pozwalają ograniczyć ryzyko związane z niekorzystną zmianą ceny instrumentu bazowego w przyszłości. Opcja jest niesymetrycznym instrumentem pochodnym. Oznacza to, że jej nabywca ma prawo realizacji umowy, natomiast wystawca opcji jest zobowiązany do wykonania kontraktu (o ile opcja jest realizowana)¹. Nabycie opcji kupna/sprzedaży gwarantuje cenę, po której w przyszłości będzie można kupić/sprzedać instrument bazowy². Niesymetryczność praw i obowiązków nałożonych na strony transakcji powoduje, że opcje są wyjątkowym instrumentem zarządzania ryzykiem.

¹ C.J. Hull: *Options, Futures and other Derivatives*. Prentice Hall International. Inc. 2002, s. 195; K. Jajuga: *Zarządzanie ryzykiem*. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2007, s. 71; W. Tarczyński, M. Zwolankowski: *Inżynieria finansowa*. Agencja Wydawnicza Placet, Warszawa 1999, s. 75; E. Dziawgo: *Modele kontraktów opcyjnych*. Wydawnictwo Naukowe UMK, Toruń 2003, s. 11; F. Taylor: *Mastering Foreign Exchange and Currency Options. A Practitioner's Guide to the Mechanics of the Markets*. Financial Times Management, London 2000, s. 194.

² Instrumentem bazowym jest ten, na który opcja jest wystawiona. W zależności od rodzaju instrumentu bazowego wyróżnia się opcje towarowe (wystawiane na zboża, metale szlachetne, ropę naftową, gaz ziemny) i finansowe (wystawiane na akcje, stopę procentową, indeks ekonomiczny, kurs walutowy).

Korytarzowa opcja należy do klasy opcji hybrydowych, będących pakietami opcji klasycznych³. W analizie ryzyka kontraktów opcyjnych istotne znaczenie ma współczynnik delta. Jest to miara wrażliwości, która określa jak na cenę opcji wpłynie zmiana ceny instrumentu bazowego⁴.

W artykule przedstawiono analizę wpływu terminu wygaśnięcia oraz długości korytarza na kształtowanie się ceny hybrydowej opcji korytarzowej. Porównano kształtowanie się wartości współczynnika delta opcji korytarzowych różniących się terminem wygaśnięcia. Zawarta w artykule ilustracja empiryczna przeprowadzona jest na podstawie symulacji wyceny opcji walutowych wystawionych na EUR/PLN. Celem jest przedstawienie własności hybrydowej opcji korytarzowej.

1. Własności hybrydowej korytarzowej opcji kupna

Hybrydowa korytarzowa opcja kupna jest kombinacją standardowej opcji kupna oraz standardowej opcji sprzedaży, która polega na:

- zajęciu długiej pozycji w opcji kupna z ceną wykonania H ,
- krótkiej pozycji w opcji sprzedaży z ceną wykonania F , przy czym $F < H$.

Nabywca hybrydowej korytarzowej opcji kupna:

- zabezpiecza się przed wzrostem ceny instrumentu bazowego,
- otrzymuje gwarancję, że w dniu wygaśnięcia opcji, będzie mógł kupić instrument bazowy po cenie, która jest zawarta w przedziale $[F; H]$.

Wyznaczony przedział nazywany jest korytarzem opcji i utworzony jest przez ceny wykonania opcji standardowych.

Funkcja wypłaty hybrydowej korytarzowej opcji kupna jest postaci

$$W_c = \begin{cases} S_T - F, & \text{gdy } S_T < F \\ 0, & \text{gdy } F \leq S_T \leq H \\ S_T - H, & \text{gdy } S_T > H \end{cases} \quad (1)$$

³ A.K. Bhattacharya: *Interest-Rate Caps, Floors and Compound Options*. In: *The Handbook of Fixed Income Options: Strategies, Pricing and Applications*. Ed. F.J. Fabozzi. Irwin Professional Publishing, Chicago 1999, s. 143; A. Napiórkowski: *Charakterystyka, wycena i zastosowanie wybranych opcji egzotycznych*. NBP Departament Analiz i Badań, Warszawa 2002, s. 24; M.J.P. Anson: *Valuing Embedded Options in Interest Rate Caps, Floors and Collars*. In: *The Handbook...*, op. cit., s. 225; J.C. Hull: Op. cit., s. 399.

⁴ E. Dziawgo: *Wprowadzenie do strategii opcyjnych*. Wydawnictwo Naukowe UMK, Toruń 2010, s. 125; K. Jajuga: Op. cit., s. 104; W. Tarczyński, M. Zwolankowski: Op. cit., s. 162; P. Wilmott: *Derivatives. The Theory and Practice of Financial Engineering*. John Wiley&Sons, Chichester 2000, s. 102.

gdzie:

W_c – funkcja wypłaty hybrydowej korytarzowej opcji kupna,

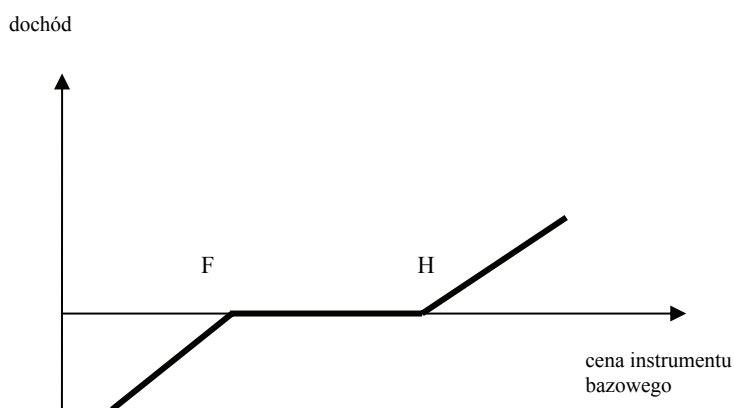
S_T – cena instrumentu bazowego w chwili T ,

T – czas wygaśnięcia opcji,

F – cena wykonania opcji sprzedaży,

H – cena wykonania opcji kupna, przy czym $F < H$.

Na rys. 1 przedstawiono kształtowanie się wartości funkcji wypłaty nabywcy hybrydowej korytarzowej opcji kupna.



Rys. 1. Kształtowanie się wartości funkcji wypłaty nabywcy korytarzowej hybrydowej opcji kupna w zależności od poziomu ceny instrumentu bazowego (w dniu wygaśnięcia opcji)

Cena korytarzowej opcji kupna opisana jest równaniem⁵

$$c = S_t e^{-q(T-t)} [N(d_1) + N(-\bar{d}_1)] - e^{-r(T-t)} [K_1 N(d_2) + K_2 N(-\bar{d}_2)] \quad (2)$$

gdzie:

c – cena korytarzowej opcji kupna,

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T-t}, \quad d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_t}{H}\right) + (r - q + 0,5\sigma^2)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}$$

⁵ E. Briys, M. Bellalah, H.M. Mai, F. Varenne: *Options, Futures and Exotic Derivatives*. John Wiley&Sons, Chichester 1998, s. 349.

$$\bar{d}_2 = \bar{d}_1 - \sigma\sqrt{T-t}, \quad \bar{d}_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_t}{F}\right) + (r - q + 0,5\sigma^2)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}$$

$N(d)$ – dystrybuanta rozkładu normalnego zmiennej d ,

r – stopa procentowa wolna od ryzyka,

σ – zmienność ceny instrumentu bazowego,

q – stopa dywidendy,

S_t – cena instrumentu bazowego w chwili $t, t \in [0, T]$,

T – czas wygaśnięcia opcji,

H – cena wykonania opcji kupna,

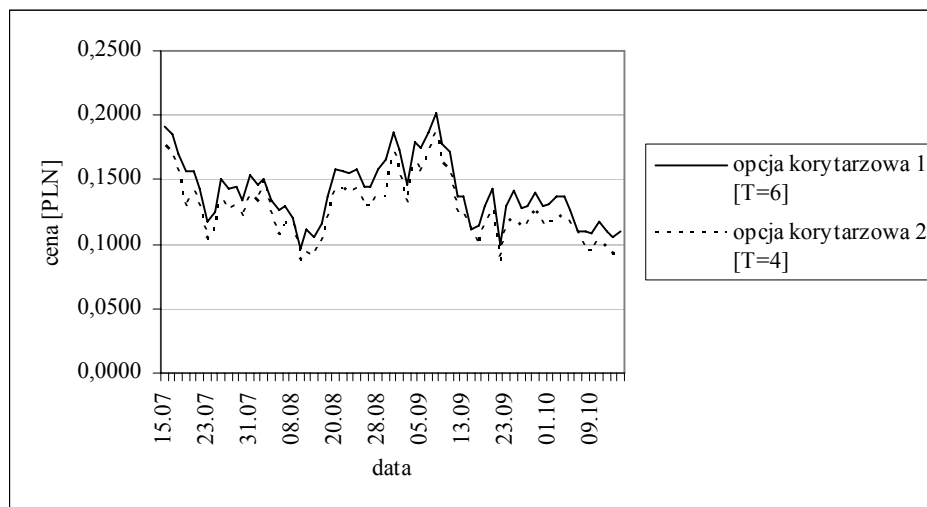
F – cena wykonania opcji sprzedaży (przy czym: $F < H$).

Przykład 1

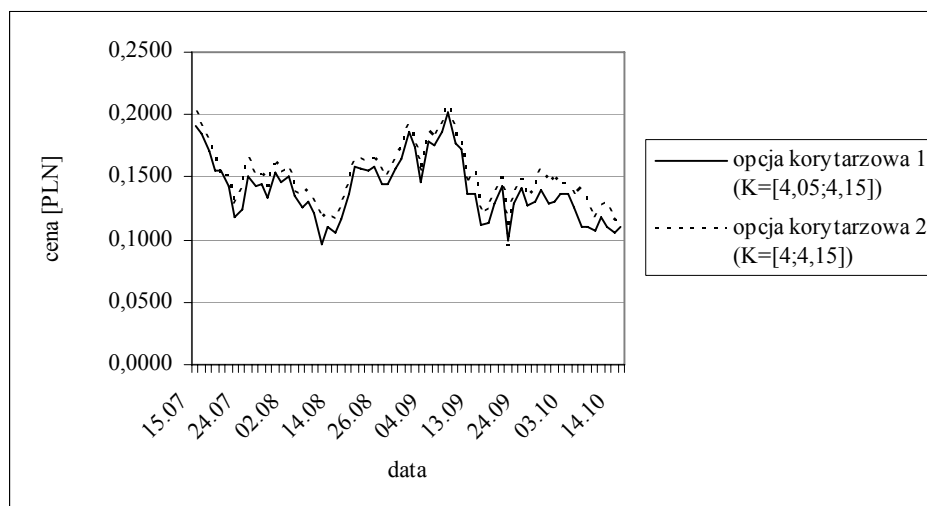
Analiza dotyczy własności ceny hybrydowej korytarzowej opcji kupna. Symulacja wyceny przeprowadzona jest dla opcji walutowych wystawionych na EUR/PLN. Analiza przeprowadzona jest dla okresu 15.07.2013-15.10.2013. Na rys. 2 przedstawiono kształtowanie się ceny dwóch korytarzowych opcji kupna, które różnią się terminem wygaśnięcia. Jedna z rozpatrywanych opcji charakteryzuje się terminem wygaśnięcia równym 6 miesięcy (ozn. opcja korytarzowa 1 [$T = 6$]). Z kolei termin wygaśnięcia drugiej korytarzowej opcji kupna wynosi 4 miesiące (ozn. opcja korytarzowa 2 [$T = 4$]). Korytarz rozpatrywanych hybrydowych opcji wynosi $[4,05; 4,15]$.

Rysunek 3 jest ilustracją kształtowania się ceny korytarzowych opcji kupna różniących się długością wyznaczonego korytarza. Jedna z rozpatrywanych opcji charakteryzuje się korytarzem równym $[4,05; 4,15]$ (ozn. opcja korytarzowa 1 ($K = [4,05; 4,15]$)). Natomiast korytarz drugiej opcji wynosi $[4; 4,15]$ (ozn. opcja korytarzowa 2 ($K = [4; 4,15]$)). Termin wygaśnięcia analizowanych opcji wynosi 6 miesięcy.

W rozpatrywanym okresie znaczny wzrost ceny instrumentu bazowego wystąpił w dniach 30.08.2013 oraz 9.09.2013. Wówczas zaznaczył się istotny wzrost ceny analizowanych korytarzowych opcji kupna. Z kolei znaczny spadek ceny instrumentu bazowego, który wystąpił 14.08.2008 oraz 20.09.2013 wpłynął na istotny spadek ceny korytarzowych opcji kupna.



Rys. 2. Kształtowanie się ceny hybrydowych korytarzowych opcji kupna. Opcje różnią się terminem wygaśnięcia



Rys. 3. Kształtowanie się ceny hybrydowych korytarzowych opcji kupna. Opcje różnią się długością wyznaczonego korytarza

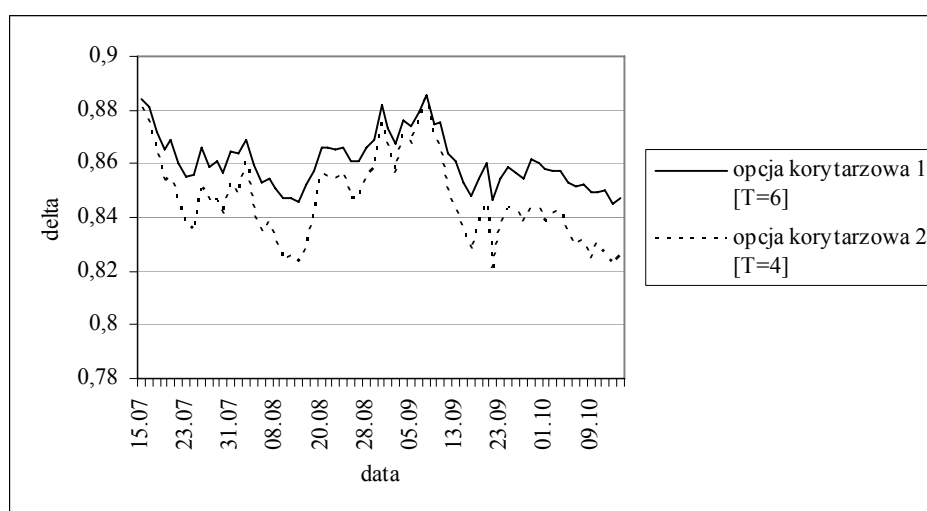
Z analizy kształtowania się cen przedstawionych na powyższych wykresach wynikają następujące własności hybrydowej korytarzowej opcji kupna:

- wzrost/spadek ceny instrumentu bazowego wpływa na wzrost/spadek ceny opcji,
- dłuższy termin wygaśnięcia wpływa na wzrost ceny opcji,
- opcja z dłuższym przedziałem korytarza jest droższa,
- cena opcji ulega znacznym wahaniom.

Przykład 2

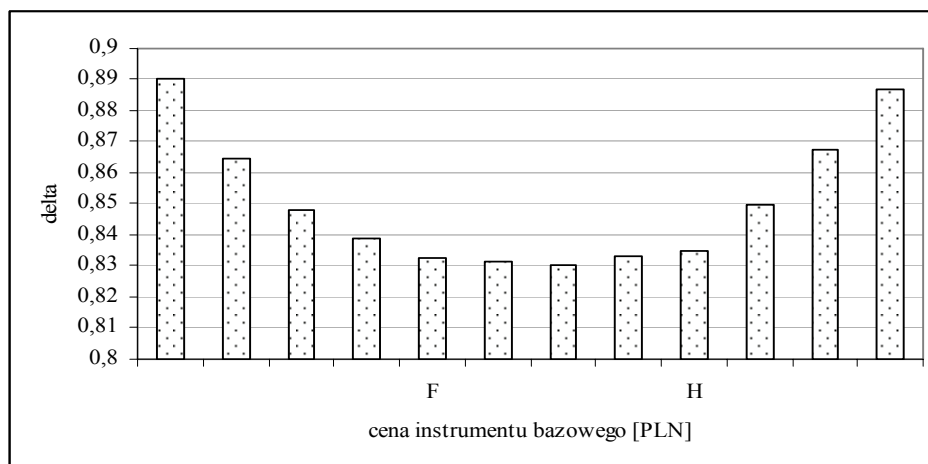
Analiza dotyczy kształtowania się wartości współczynnika delta analizowanych w przykładzie 1 hybrydowych opcji kupna z korytarzem równym [4,05; 4;15]. Opcje różnią się terminem wygaśnięcia. Rysunek 4 przedstawia kształtowanie się wartości współczynnika delta rozpatrywanych korytarzowych opcji kupna. Jedna z opcji charakteryzuje się terminem wygaśnięcia równym 6 miesięcy (ozn. opcja korytarzowa 1 [T = 6]). Natomiast termin wygaśnięcia drugiej opcji wynosi 4 miesiące (ozn. opcja korytarzowa 2 [T = 4]).

Na rys. 5 zilustrowano wpływ ceny instrumentu bazowego na kształtowanie się wartości współczynnika delta hybrydowej korytarzowej opcji kupna.



Rys. 4. Kształtowanie się wartości współczynnika delta hybrydowych korytarzowych opcji kupna. Opcje różnią się terminem wygaśnięcia

Wartości współczynnika delta korytarzowej opcji kupna są dodatnie i należą do przedziału [0;1]. Dodatnia wartość współczynnika delta oznacza, że wzrost/spadek ceny instrumentu bazowego wpływa na wzrost/spadek ceny opcji. Wartości współczynnika delta analizowanych opcji korytarzowych ulegają znacznym wahaniom. Najmniejsza wartość współczynnika delta występuje w przypadku, kiedy cena instrumentu bazowego kształtuje się w pobliżu środka wyznaczonego korytarza. Wówczas cena opcji charakteryzuje się najmniejszą wrażliwością na zmianę ceny instrumentu bazowego. Znaczny wzrost/spadek ceny instrumentu bazowego w stosunku do środka wyznaczonego korytarza wpływa na wzrost wartości współczynnika delta.



Rys. 5. Wpływ bieżącej ceny instrumentu bazowego na kształtowanie się wartości współczynnika delta hybrydowej korytarzowej opcji kupna

Opcja z dłuższym terminem wygaśnięcia charakteryzuje się większą wartością współczynnika delta, a tym samym większą wrażliwością na zmianę ceny instrumentu bazowego. Znaczący wzrost ceny instrumentu bazowego (30.08.20013 oraz 9.09.2013) wpłynął na zmniejszenie się różnicy między wartościami współczynnika delta rozpatrywanych opcji.

2. Własności hybrydowej korytarzowej opcji sprzedaży

Hybrydowa korytarzowa opcja sprzedaży jest złożeniem standardowej opcji kupna oraz standardowej opcji sprzedaży, która polega na:

- zajęciu krótkiej pozycji w opcji kupna z ceną wykonania H oraz
- długiej pozycji w opcji sprzedaży z ceną wykonania F , przy czym $F < H$.

Nabywca hybrydowej korytarzowej opcji sprzedaży:

- zabezpiecza się przed spadkiem ceny instrumentu bazowego w przyszłości,
- otrzymuje gwarancję, że w dniu wygaśnięcia opcji będzie mógł sprzedać instrument bazowy po cenie zawartej w wyznaczonym przedziale $[F; H]$.

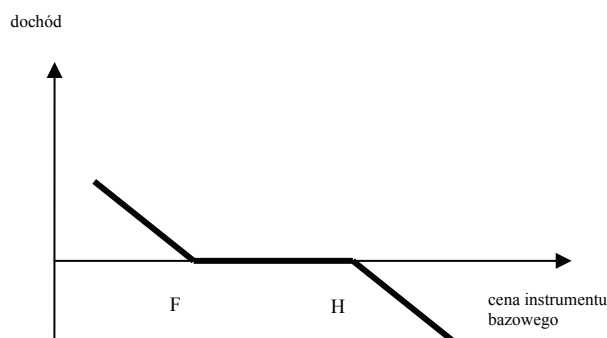
Funkcja wypłaty hybrydowej korytarzowej opcji sprzedaży jest postaci

$$W_p = \begin{cases} F - S_T, & \text{gdy } S_T < F \\ 0, & \text{gdy } F \leq S_T \leq H \\ H - S_T, & \text{gdy } S_T > H \end{cases} \quad (3)$$

gdzie:

W_p – funkcja wypłaty hybrydowej korytarzowej opcji sprzedaży, pozostałe oznaczenia są takie same jak we wzorze (1).

Rysunek 6 ilustruje kształtowanie się wartości funkcji wypłaty nabywcy hybrydowej korytarzowej opcji sprzedaży.



Rys. 6. Kształtowanie się wartości funkcji wypłaty nabywcy korytarzowej hybrydowej opcji sprzedaży w zależności od poziomu ceny instrumentu bazowego (w dniu wygaśnięcia opcji)

Cena korytarzowej opcji sprzedaży określona jest równaniem

$$p = e^{-r(T-t)} [K_1 N(d_2) + K_2 N(-\bar{d}_2)] - S_t e^{-q(T-t)} [N(d_1) + N(-\bar{d}_1)] \quad (4)$$

gdzie:

p – cena korytarzowej opcji sprzedaży,

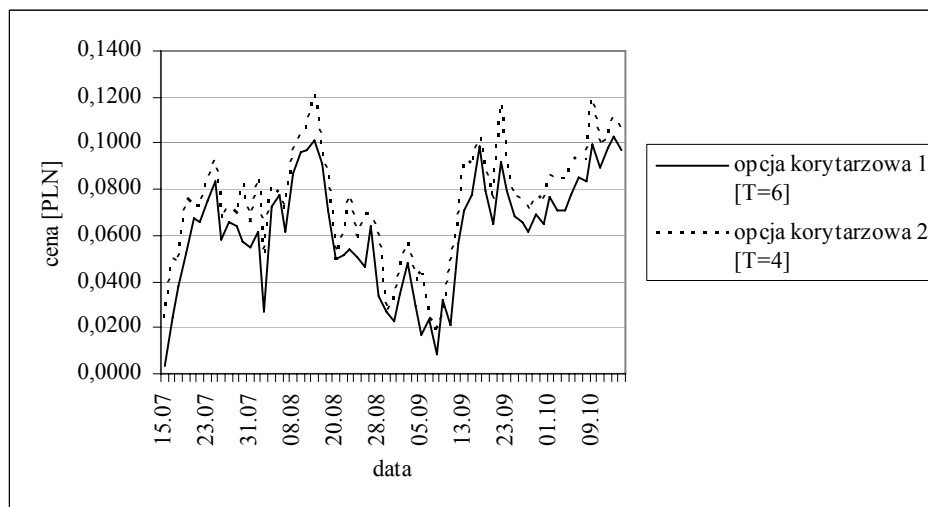
pozostałe oznaczenia są takie same jak we wzorze (2).

Przykład 3

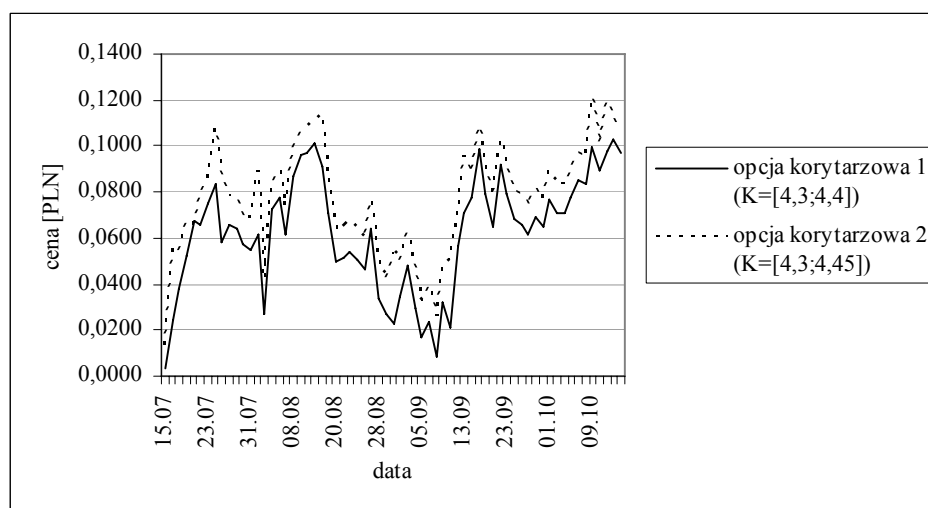
Analiza dotyczy własności ceny hybrydowej korytarzowej opcji sprzedaży. Symulacja wyceny przeprowadzona jest dla opcji walutowych wystawionych na EUR/PLN i dotyczy okresu 15.07.2013-15.10.2013.

Na rys. 7 zilustrowano kształtowanie się ceny dwóch korytarzowych opcji sprzedaży. Opcje różnią się terminem wygaśnięcia. Jedna z rozpatrywanych opcji odznacza się terminem wygaśnięcia równym 6 miesięcy (ozn. opcja korytarzowa 1 [T = 6]). Z kolei termin wygaśnięcia drugiej korytarzowej opcji sprzedaży wynosi 4 miesiące (ozn. opcja korytarzowa 2 [T = 4]). Rozpatrywane opcje charakteryzują się korytarzem równym [4,3; 4,4].

Na rys. 8 przedstawiono kształtowanie się ceny korytarzowych opcji sprzedaży, które różnią się długością wyznaczonego korytarza. Jedna z analizowanych opcji charakteryzuje się korytarzem równym [4,3; 4,4] (ozn. opcja korytarzowa 1 ($K = [4,3; 4,4]$)). Natomiast korytarz drugiej opcji wynosi [4,3; 4,45] (ozn. opcja korytarzowa 2 ($K = [4,3; 4,45]$)). Termin wygaśnięcia opcji wynosi 6 miesięcy.



Rys. 7. Kształtowanie się ceny hybrydowych korytarzowych opcji sprzedaży. Opcje różnią się terminem wygaśnięcia



Rys. 8. Kształtowanie się ceny hybrydowych korytarzowych opcji sprzedaży. Opcje różnią się długością wyznaczonego korytarza

W rozpatrywanym okresie znaczny wzrost ceny korytarzowej opcji sprzedaży wystąpił 14.08.2008 oraz 20.09.2013 (wówczas zaznaczył się istotny spadek ceny instrumentu bazowego). Natomiast znaczny spadek ceny korytarzowej opcji sprzedaży wystąpił 9.09.2013. W tym dniu zaznaczył się znaczny wzrost ceny instrumentu bazowego.

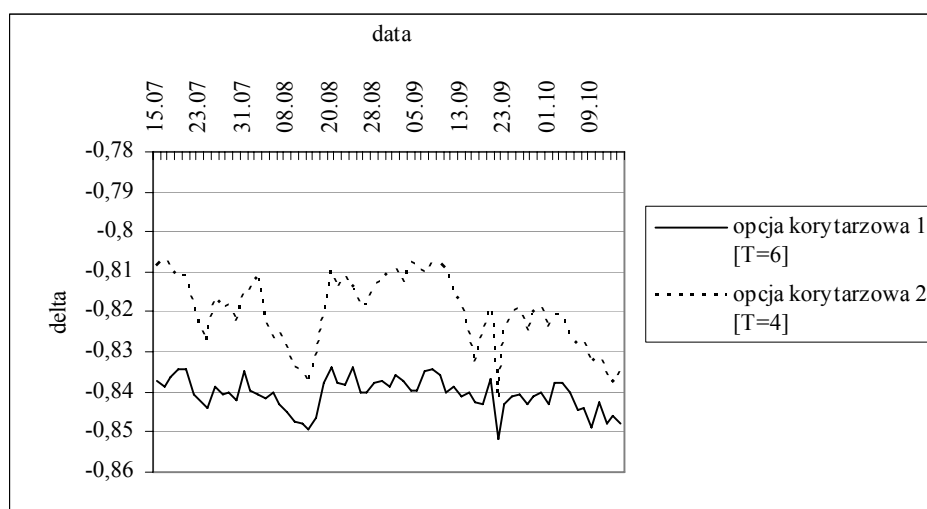
Z analizy kształtowania się cen przedstawionych na powyższych wykresach wynikają następujące własności hybrydowej korytarzowej opcji sprzedaży:

- wzrost/spadek ceny instrumentu bazowego wpływa na spadek/wzrost ceny opcji,
- cena opcji korytarzowych ulega znacznym wahaniom,
- opcja z dłuższym terminem wygaśnięcia jest tańsza,
- opcja z dłuższym przedziałem korytarza jest droższa.

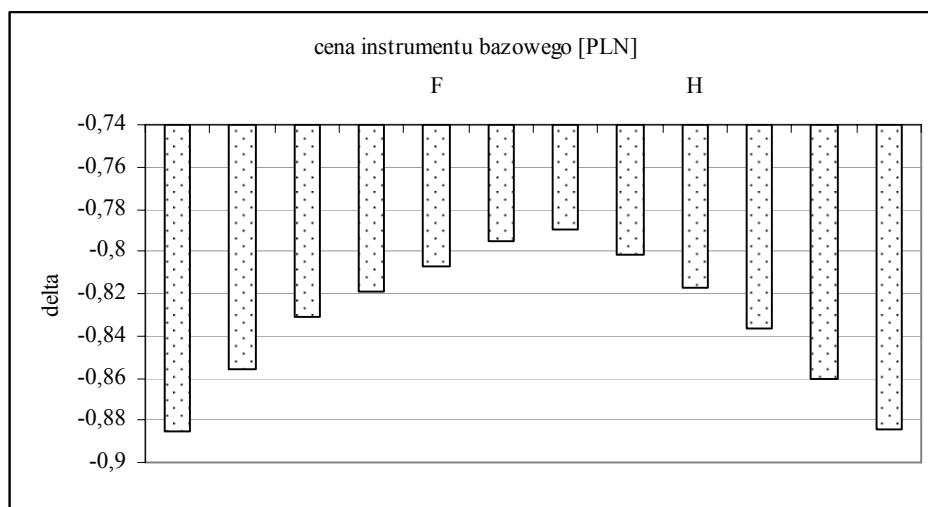
Przykład 4

Analiza dotyczy kształtowania się wartości współczynnika delta analizowanych w przykładzie 3 hybrydowych korytarzowych opcji sprzedaży. Na rys. 9 przedstawiono kształtowanie się wartości współczynnika delta hybrydowych opcji sprzedaży charakteryzujących się korytarzem równym [4,3; 4,4]. Opcje różnią się terminem wygaśnięcia. Jedna z rozpatrywanych opcji charakteryzuje się terminem wygaśnięcia równym 6 miesięcy (ozn. opcja korytarzowa 1 [T = 6]). Termin wygaśnięcia drugiej opcji wynosi 4 miesiące (ozn. opcja korytarzowa 2 [T = 4]).

Rysunek 10 ilustruje wpływ ceny instrumentu bazowego na kształtowanie się wartości współczynnika delta hybrydowej korytarzowej opcji sprzedaży.



Rys. 9. Kształtowanie się wartości współczynnika delta korytarzowych hybrydowych opcji sprzedaży. Opcje różnią się terminem wygaśnięcia



Rys. 10. Wpływ bieżącej ceny instrumentu bazowego na kształtowanie się wartości współczynnika delta korytarzowej hybrydowej opcji sprzedaży

Wartości współczynnika delta korytarzowej opcji sprzedaży są ujemne oraz zawarte są w przedziale $[-1;0]$. Ujemna wartość współczynnika delta oznacza, że spadek/wzrost ceny instrumentu bazowego wpływa na wzrost/spadek ceny opcji. Największa wartość współczynnika delta występuje w przypadku, kiedy cena instrumentu bazowego kształtuje się w pobliżu środka wyznaczonego korytarza. W tym przypadku cena opcji charakteryzuje się najmniejszą wartością wrażliwością na zmianę ceny instrumentu bazowego. Znaczny wzrost/spadek ceny instrumentu bazowego w stosunku do środka wyznaczonego korytarza wpływa na spadek wartości współczynnika delta, a tym samym na wzrost wrażliwości opcji na zmianę ceny instrumentu bazowego. Opcja z dłuższym terminem wygaśnięcia charakteryzuje się mniejszą wartością współczynnika delta. W związku z tym, cena opcji z dłuższym terminem wygaśnięcia odznacza się większą wrażliwością na zmianę ceny instrumentu bazowego. Znaczący wzrost ceny instrumentu bazowego (np. 9.09.2013) wpłynął na zmniejszenie się różnicy między wartościami współczynnika delta analizowanych korytarzowych opcji sprzedaży.

Podsumowanie

Nabywca korytarzowej opcji kupna/sprzedaży ma zagwarantowaną cenę mieszczącą się w wyznaczonym przedziale, po której w przyszłości będzie można kupić/sprzedać instrument bazowy. Korytarzowa opcja kupna/sprzedaży

umożliwia zabezpieczenie przed wzrostem/spadkiem ceny instrumentu bazowego. Termin wygaśnięcia, ceny wykonania opcji standardowych oraz cena instrumentu bazowego są istotnymi czynnikami wpływającymi na cenę opcji korytarzowej. W zależności od oczekiwań związanych z kształtowaniem się ceny instrumentu bazowego w przyszłości, właściwe złożenie opcji standardowych z odpowiednimi cenami wykonania pozwala wyznaczyć pożądaną długość korytarza, przez co kształtuje się koszty strategii zabezpieczających. W przypadku opcji korytarzowych istnieje również możliwość takiego doboru parametrów opcji standardowych, aby w dniu zawarcia umowy koszt korytarzowej opcji wynosił zero (tzw. zerokosztowe opcje korytarzowe). Niewątpliwie jest to wielka zaleta opcji korytarzowych.

Wybór odpowiedniej długości korytarza jest bardzo istotny dla kształtowania się przyszłego dochodu z inwestycji związanej z opcją korytarzową. W sytuacji, kiedy w przyszłości oczekiwania związane z kształtowaniem się ceny instrumentu bazowego nie sprawdzą się i wystąpi gwałtowny spadek (korytarzowa opcja kupna) lub wzrost (korytarzowa opcja sprzedaży) ceny instrumentu bazowego, to istnieje ryzyko poniesienia znacznych strat z inwestycji związanej opcją korytarzową. Dlatego tak ważne jest profesjonalne stosowanie opcji korytarzowych w transakcjach finansowych.

Wartości współczynnika delta korytarzowych opcji ulegają znacznym wahaniom, co świadczy o istotnym wpływie zmiany ceny instrumentu bazowego na cenę opcji.

Znaczne wahania ceny opcji korytarzowej, które występują w sytuacji zbliżania się ceny instrumentu bazowego do granicy wyznaczonego korytarza zwiększają atrakcyjność tych opcji w transakcjach spekulacyjnych.

Bibliografia

Anson M.J.P.: *Valuing Embedded Options in Interest Rate Caps, Floors and Collars*. In: *The Handbook of Fixed Income Options: Strategies, Pricing and Applications*. Ed. F.J. Fabozzi. Irwin Professional Publishing, Chicago 1999.

Bhattacharya A.K.: *Interest-Rate Caps, Floors and Compound Options*. In: *The Handbook of Fixed Income Options: Strategies, Pricing and Applications*. Ed. F.J. Fabozzi. Irwin Professional Publishing, Chicago 1999.

Briys E., Bellalah M., Mai H.M., Varenne F.: *Options, Futures and Exotic Derivatives*. John Wiley&Sons, Chichester 1998.

Dziawgo E.: *Modele kontraktów opcyjnych*. Wydawnictwo Naukowe UMK, Toruń 2003.

- Dziawgo E.: *Wprowadzenie do strategii opcyjnych*. Wydawnictwo Naukowe UMK, Toruń 2010.
- Hull C.J.: *Options, Futures and other Derivatives*. Prentice Hall International. Inc., 2002.
- Jajuga K.: *Zarządzanie ryzykiem*. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2007.
- Napiórkowski A.: *Charakterystyka, wycena i zastosowanie wybranych opcji egzotycznych*. Narodowy Bank Polski, Warszawa 2002.
- Tarczyński W., Zwolankowski M.: *Inżynieria finansowa*. Agencja Wydawnicza Placet, Warszawa 1999.
- Taylor F.: *Mastering Foreign Exchange and Currency Options. A Practitioner's Guide to the Mechanics of the Markets*. Financial Times Management, London 2000.
- Wilmott P.: *Derivatives. The Theory and Practice of Financial Engineering*. John Wiley&Sons, Chichester 2000.

PROPERTIES OF THE HYBRID OPTIONS CORRIDOR

Summary

The article presents the issues connected with hybrid options corridor: characteristic instruments, payoff function, pricing model, the influence of selected factors on the price and the value of delta coefficients. The empirical data included in the article are concerned with the pricing simulations of the options on EUR/PLN.