

**Piotr Peternek**

Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu

# **O OPTYMALIZACJI PROCEDURY SLIFKERA I SHAPIRO ESTYMACJI KRZYWYCH JOHNSONA**

## **Wprowadzenie**

Wykorzystanie kart kontrolnych w problematyce statystycznego sterowania procesem odbywa się zwykle przy założeniu normalności rozkładu badanych cech. Tymczasem w rzeczywistości założenie to jest bardzo często niespełnione. Janacek i Meikle (1997, s. 19-31) wskazali, że na 10 badanych przez nich cech, związanych z realizowanym projektem w przemyśle lotniczym, aż 7 było dalekich od rozkładu normalnego. Podobny wynik uzyskali Alloway i Raghavachari (1991, s. 336-347). Konstruowanie i zastosowanie metod statystycznego sterowania procesem nie odbywa się jednak bez zwracania uwagi na założenia, stosuje się bowiem „zabiegi” mające na celu zapewnienie rozkładu normalnego badanych cech. Najczęściej (powszechnie) wykorzystywanym sposobem gwarantującym zbliżenie się do rozkładu normalnego jest pobieranie prób wieloelementowych. Schiling i Nelson (1976, s. 183-188) wykazali, że wystarczy pobierać próby 4-elementowe, by zapewnić rozkład normalny badanych cech. Są jednak takie sytuacje, w których nie można pobierać próbek kilkuelementowych i pobierane próby są jednoelementowe (indywidualne). Z taką sytuacją ma się do czynienia np. wtedy, gdy rozpatruje się produkcję indywidualną (na zamówienie) czy też w przypadku badań niszczących. Wtedy też jednym ze sposobów na uzyskanie założonego rozkładu jest dokonywanie matematycznych przekształceń badanych cech. Innym sposobem jest stosowanie kart kontrolnych specyfikowanych do danego rozkładu. Do technik należących do grupy matematycznych przekształceń należy zaliczyć wykorzystanie krzywych Johnsona. W przypadku korzystania z krzywych Johnsona poszukuje się takiej funkcji transformującej, w wyniku której dane ulegną przekształceniu na rozkład normalny w ten sposób, że będą się zgadzać skumulowane prawdopodobieństwa dla poszczególnych kwantyli w rozkładzie empirycznym oraz rozkładzie normalnym.

Celem artykułu jest zaprezentowanie możliwości wykorzystania ulepszonej procedury Slifkera i Shapiro estymacji krzywych Johnsona. Ulepszenie tej procedury zostanie dokonane poprzez konstrukcję modelu optymalizacyjnego. Oprócz opisu modelu zostaną przedstawione symulacje przeprowadzone z wykorzystaniem dwóch rodzajów rozkładów: normalnego oraz chi-kwadrat.

## 1. Krzywe Johnsona – podstawy teoretyczne

Problem transformacji zmiennych, tak by miały one rozkład normalny, jest dyskutowany w literaturze od XIX w. W 1947 r. Johnson opublikował pracę, która stała się fundamentem dla koncepcji krzywych Johnsona. Jego podejście bazowało na transformacji w postaci:

$$z = \gamma + \eta k_i(x; \lambda; \varepsilon) \quad (1)$$

gdzie  $z$  jest zmienną o standaryzowanym rozkładzie normalnym,  $\gamma$  i  $\eta$  są parametrami, natomiast funkcja  $k_i$  występuje w trzech alternatywnych postaciach zwanych:

– rozkładem  $S_U$ :

$$k_1(x; \lambda; \varepsilon) = \operatorname{arcsinh} \frac{x - \varepsilon}{\lambda}, \quad (2)$$

– rozkładem  $S_B$ :

$$k_2(x; \lambda; \varepsilon) = \ln \frac{x - \varepsilon}{\lambda + \varepsilon - x}, \quad (3)$$

– rozkładem  $S_L$ :

$$k_3(x; \lambda; \varepsilon) = \ln \frac{x - \varepsilon}{\lambda}. \quad (4)$$

Przekształcenie  $S_L$  jest nazywane rozkładem lognormalnym,  $S_B$  jest rozkładem ograniczonym na  $(\varepsilon; \lambda + \varepsilon)$ , natomiast  $S_U$  jest rozkładem nieograniczonym. Procedurę estymacji parametrów transformacji należy poprzedzić wyborem odpowiedniego przekształcenia  $k_i$ . Johnson (1949, s. 149-176) w swej pracy opisuje sposoby wyboru transformacji bazujące na trzecim i czwartym momencie oraz odpowiednie metody estymacji. Sugerowane w pracy Johnsona metody są rozwijane w późniejszych latach. Wybór rodzaju krzywej, metody estymacji czy też tabele parametrów krzywych można znaleźć w pracach między innymi Wheeler (1980, s. 725-728); Bukac (1972, s. 688-690); Johnson, Kitchen (1971, s. 657-663). W 1980 r. Slifker oraz Shapiro (1980, s. 239-246) w swej pracy

zaproponowali prostą procedurę wyboru krzywej oraz przygotowali wzory umożliwiające estymację parametrów transformacji. Proponowana przez Slifkera i Shapiro procedura bazuje na porównaniu prawdopodobieństw skumulowanych dla ustalonych wartości pochodzących z rozkładu normalnego z prawdopodobieństwami empirycznymi uzyskanymi dla badanych danych. Proponowana procedura polega na wyborze takiej dodatniej wartości  $z$  pochodzącej z rozkładu normalnego standaryzowanego, aby możliwe było ustalenie wartości  $(-3z, -z, z, 3z)$  i skonstruowanie 3 równych przedziałów pokrywających znaczny „obszar” standaryzowanego rozkładu normalnego. Odpowiadające wartościom  $(-3z, -z, z, 3z)$  wartości  $x_{-3z}; x_{-z}; x_z; x_{3z}$  w rozkładzie sprzed transformacji są podstawą do wyboru odpowiedniej krzywej  $k_i$ . Autorzy pracy wykazują bowiem (por. Slifker, Shapiro, 1980), że wyboru krzywej  $k_i$  można dokonać za pomocą wyrażenia:

$$\frac{mn}{p^2}, \quad (5)$$

gdzie  $m = x_{3z} - x_z$ ;  $n = x_{-z} - x_{-3z}$ ;  $p = x_z - x_{-z}$ , ponieważ:  $\frac{mn}{p^2} < 1$  dla prze-

kształcenia  $S_B$ ;  $\frac{mn}{p^2} > 1$  dla przekształcenia  $S_U$  oraz  $\frac{mn}{p^2} = 1$  dla transformacji  $S_L$ .

Kontynuując procedurę wyboru adekwatnej transformacji, należy przedstawić teraz sposób uzyskiwania wartości  $x_{-3z}; x_{-z}; x_z; x_{3z}$  odpowiadających wartościom  $(-3z, -z, z, 3z)$ . Dla każdej wartości  $Z = \{-3z; -z; z; 3z\}$  liczy się wartość dystrybuanty rozkładu normalnego standaryzowanego  $P_Z$ . Prawdopodobieństwa te stają się podstawą do obliczenia kwantyli dla danych empirycznych, korzysta się

przy tym ze znanego wzoru:  $\frac{i - \frac{1}{2}}{N} = P_Z \Leftrightarrow i = N \cdot P_Z + \frac{1}{2}$ . Wartość  $i$  zwykle

okazuje się być wartością niecałkowitą, stąd zazwyczaj dokonuje się interpolacji odpowiedniego kwantyla. Tak wyliczone kwantyle stają się podstawą do wyznaczenia wartości  $m$ ,  $n$  oraz  $p$ , a w konsekwencji wyboru rodzaju transformacji.

Jak zasygnalizowano wcześniej, w pracy Slifkera i Shapiro zaprezentowano estymatory parametrów poszczególnych transformacji. Estymatory te przedstawiono w odniesieniu do wartości  $m$ ,  $n$  i  $p$ . Należy zwrócić uwagę, że wartości te są w rzeczywistości funkcjami kwantyli  $x_{-3z}; x_{-z}; x_z; x_{3z}$ . Poniżej przedstawio-

no estymatory jedynie dla transformacji  $S_B$ ; pozostałe szacunki można znaleźć w oryginalnej pracy Slifkera i Shapiro:

$$\gamma = \eta \arcsin \frac{\left(\frac{p}{n} - \frac{p}{m}\right) \left[ \left(1 + \frac{p}{m}\right) \left(1 + \frac{p}{n}\right) - 4 \right]^{0,5}}{2 \left(\frac{p}{m} \frac{p}{n} - 1\right)} \quad (6)$$

$$\varepsilon = \frac{x_z + x_{-z}}{2} - \frac{\lambda}{2} + \frac{p \left(\frac{p}{n} - \frac{p}{m}\right)}{2 \left(\frac{p}{m} \frac{p}{n} - 1\right)} \quad (7)$$

$$\lambda = \frac{p \left\{ \left[ \left(1 + \frac{p}{m}\right) \left(1 + \frac{p}{n}\right) - 2 \right]^2 - 4 \right\}^{0,5}}{\left(\frac{p}{m} \frac{p}{n} - 1\right)} > 0 \quad (8)$$

$$\eta = \frac{z}{\arcsin h \left( \frac{1}{2} \left[ \left(1 + \frac{p}{m}\right) \left(1 + \frac{p}{n}\right) \right]^{0,5} \right)} > 0 \quad (9)$$

## 2. Modyfikacja podejścia Slifkera i Shapiro

W przedstawionej w punkcie 1 procedurze postępowania pewną kontrowersję może wzbudzić arbitralny wybór wartości  $z$ . Autorzy sugerują przyjmowanie  $z$  w okolicach liczby 0,5 (sami przyjmują  $z = 0,524$  lub  $0,5348$ ) i wskazują, że im większa próbka, tym  $z$  może być bliżej wartości 1. Sugerują także, że wybór  $z$  blisko wartości 1 może skutkować problemami z odnalezieniem punktów (kwantyli) odpowiadających wartościom  $-3z$  oraz  $+3z$  szczególnie wtedy, gdy próba nie jest liczna. Zwróćmy bowiem uwagę, że w próbie przykładowo 100-elementowej nie można wyznaczyć kwantyli rzędu poniżej 0,5% i powyżej 99,5%, co oznacza, że przyjęcie wartości  $z > 0,86$  uniemożliwia skorzystanie z proponowanej procedury. W trakcie prac symulacyjnych okazało się również, że w przypadku wykorzystania krzywej  $S_B$ , a zatem rozkładu ograniczonego, dochodziło do sytuacji, w której wartości empiryczne znajdowały się poza ustalonym obszarem. Z częścią z tych problemów można sobie poradzić, przyjmując np. inny sposób wyli-

czania kwantyli, podstawowym problemem pozostaje jednak arbitralny wybór odpowiedniej wartości  $z$ .

W artykule proponuje się skorzystanie z modelu optymalizacyjnego, w którym poszukuje się takiego  $z^*$ , które ma zapewnić jak najlepsze dopasowanie transformowanych danych do wartości empirycznych. W tym celu zdecydowano się skorzystać ze znanej statystyki chi-kwadrat. Wykorzystanie tej statystyki musi poprzedzić zamiana danych empirycznych przedstawionych w postaci uporządkowanego szeregu szczegółowego do odpowiedniego szeregu przedziałowego. Sama funkcja celu modelu bazująca na statystyce chi-kwadrat przyjmuje postać:

$$FC = \chi^2 = \sum_{j=1}^k \frac{(n_j - n'_j)^2}{n'_j} \rightarrow \min$$

gdzie:

$z^*$  – szukana wartość  $z$ ,

$n'_j = p_j \cdot N$  – liczebności teoretyczne,

$p_j = F(z_j^g) - F(z_j^d)$  – prawdopodobieństwa teoretyczne znalezienia się wartości zmiennej w przedziale  $(z_j^d, z_j^g)$ ,

$z_j^d, z_j^g$  – dolna i górna granica przedziału w rozkładzie  $N(0;1)$ ,

$F$  – dystrybuanta rozkładu  $N(0;1)$ ,

$z_j = \gamma + \eta k_i(x_j; \lambda; \varepsilon)$ ,

$\gamma; \eta; \lambda; \varepsilon$  – funkcje  $z^*$  poprzez odpowiednie kwantyle (por. np. 6, 7, 8, 9).

Ograniczenia w tym modelu są dwójakiego rodzaju. Pierwsze wynikają z ograniczeń nałożonych na estymatory parametrów  $\gamma; \eta; \lambda; \varepsilon$ , a drugie z charakteru przekształcenia i dotyczą np. ograniczeń dla rozkładu  $S_B$  gwarantujących znajdowanie się obserwacji empirycznych w obowiązującym dla danego przekształcenia przedziale. Tak więc np. dla krzywej  $S_B$  mamy ograniczenia w postaci:

$$\eta > 0; \lambda > 0$$

$$x_{max} \leq \varepsilon + \lambda$$

$$x_{min} \geq \varepsilon$$

Taka specyfikacja modelu wymaga jeszcze jednego doprecyzowania. System Johnsona składa się bowiem z trzech rodzin rozkładów, a zatem wartości transformowanych zmiennych są liczone zgodnie z jednym z trzech podejść, zależnym od wartości kryterium wyboru (5). Model wymagałby zatem takiego rozbudowania, w którym zmiana wartości  $z$  mająca wpływ na zmianę wartości kryterium (5)

skutkowałaby zmianą rodziny rozkładów. Takie rozbudowanie modelu nie zostało wprowadzone, ponieważ w trakcie przeprowadzanych symulacji nigdy nie zdarzyła się taka sytuacja, w której zmiana wartości  $z$  na  $z^*$  skutkowałaby zmianą rodzaju krzywej. Przyjęto zatem taki sposób postępowania, w którym następuje wstępna kwalifikacja (weryfikacja) kryterium wyboru krzywej dla postulowanej przez Slifkera i Shapiro wartości  $z = 0,5438$  i dla tak ustalonej krzywej przeprowadzano procedurę optymalizacyjną.

### 3. Optymalizacja procedury – przeprowadzone symulacje

Proponowane modyfikacje procedury Slifkera i Shapiro postanowiono zwerifikować metodami symulacyjnymi. W tym celu skorzystano z danych generowanych z rozkładu  $N(10;2)$  oraz z rozkładu chi-kwadrat o 10 stopniach swobody. Z rozkładów tych generowano próbki 40-elementowe, a następnie dopasowywano do nich krzywe Johnsona z pomocą oryginalnej, a następnie zmodyfikowanej procedury Slifkera i Shapiro. Wybór rozkładów był arbitralny, podobnie jak wybór wielkości próby, przy czym wybór próby był dyktowany aspektami praktycznymi. W praktycznych zastosowaniach statystycznego sterowania procesem często nie należy się spodziewać prób o znacznej liczności – wynika to z charakteru danych.

Tabela 1

Pozycje kwantyla i kwantyl dla danych z rozkładu  $N(10; 2)$

Pozycja kwantyla	Oznaczenie kwantyla	Kwantyl
38,5	$x_{3z}$	14,21152
28,828	$x_z$	12,21275
12,172	$x_{-z}$	8,822107
2,5	$x_{-3z}$	6,778145

Jako pierwszy analizie poddano rozkład  $N(10;2)$ . Zgodnie z procedurą Slifkera i Shapiro przyjęto arbitralnie  $z = 0,5438$ , zatem odpowiednie prawdopodobieństwa przyjmują wartości  $P_{-3z} = 0,05$ ;  $P_{-z} = 0,2918$ ;  $P_z = 0,7082$ ;  $P_{3z} = 0,95$ . Dla tak obliczonych wartości prawdopodobieństw zgodnie ze wzorem  $i = N \cdot P_z + \frac{1}{2}$  obliczono pozycje kwantyli i odpowiadające tej pozycji kwantyle (zob. tabela 1). Na podstawie tych kwantyli obliczono kryterium wyboru krzywej (5), które wyniosło:

$$\frac{mn}{p^2} = \frac{2,04 \cdot 1,999}{3,39^2} = 0,35 < 1,$$

co oznacza, że jako krzywą wybrano rozkład  $S_B$ . Zatem zgodnie z (6), (7), (8) i (9) obliczono wartości  $\eta = 0,684$ ;  $\lambda = 8,909$ ;  $\varepsilon = 6,027$ ;  $\gamma = -0,013$ , a następnie krzywą Johnsona w postaci:

$$z = -0,013 + 0,684 \ln \frac{x - 6,027}{8,909 + 6,027 - x}.$$

W tabeli 2 przedstawiono obliczenia wartości statystyki chi-kwadrat dopasowania krzywej do danych empirycznych.

Tabela 2

Obliczenia wartości statystyki chi-kwadrat dla danych generowanych z rozkładu  $N(10;2)$

Klasy	Obserwowane $n_i$	$n_i$ Krzywe Johnsona
Do 8,5	8	10,09294
8,5-10,5	11	9,792559
10,5-12,5	12	9,872583
Powyżej 12,5	9	10,24192
	40	40
	Wartość statystyki chi-kwadrat	<b>1,1919</b>

W sposób analogiczny postąpiono z danymi generowanymi z rozkładu chi-kwadrat. Dla  $z = 0,5438$  obliczono kwantyle (zob. tabela 3), na podstawie których wyliczono kryterium wyboru krzywej  $\frac{mn}{p^2} = 0,534 < 1$  i wybrano krzywą  $S_B$ . Następnie obliczono  $\eta = 0,908$ ;  $\lambda = 19,1076$ ;  $\varepsilon = 1,2357$ ;  $\gamma = 0,2897$  i na tej podstawie krzywą:

$$z = 0,2897 + 0,908 \ln \frac{x - 1,2357}{19,1076 + 1,2357 - x}.$$

Weryfikację dopasowania danych za pomocą statystyki chi-kwadrat przedstawiono w tabeli 4.

Tabela 3

Pozycje kwantyla i kwantyl dla danych z rozkładu chi-kwadrat (10)

Pozycja kwantyla	Oznaczenie kwantyla	Kwantyl
38,5	$x_{3z}$	16,83469
28,828	$x_z$	12,14031
12,172	$x_{-z}$	6,670417
2,5	$x_{.3z}$	3,265393

Tabela 4

Obliczenia wartości statystyki chi-kwadrat dla danych generowanych z rozkładu chi-kwadrat (10)

Klasy	Obserwowane $n_i$	$n_i$ Krzywe Johnsona
Do 5	7	6,477074
5-8	10	9,472782
8-11	7	9,218327
11-14	11	7,730981
Powyżej 14	5	7,100837
	40	40
	Wartość statystyki chi-kwadrat	<b>2,609229</b>

Wyliczone wartości statystyki chi-kwadrat stały się bazą porównawczą dla przeprowadzenia procedury optymalizacyjnej. Przedstawiony w punkcie 2 model został wykorzystany do znalezienia wartości  $z^*$ . Do rozwiązania zagadnienia minimalizacji wykorzystano procedurę ewolucyjną moduł Solver zawartą w pakiecie Excel. Dla danych generowanych z rozkładu normalnego wartość  $z$  uległa znacznej zmianie, gdyż z wartości  $z = 0,5438$  zmieniła się na wartość  $z^* = 0,7144$ , dla której statystyka chi-kwadrat wyniosła 0,27 (w porównaniu do 1,19 w oryginalnej procedurze). Dla rozkładu chi-kwadrat zmiana była nieznaczna. Wartość  $z = 0,5438$  zmieniła się na  $z^* = 0,5369$ , a wartość statystyki chi-kwadrat wyniosła 2,60920 (w porównaniu do 2,60923). Przeprowadzono dodatkowo kilkadziesiąt symulacji, a wyniki części z nich przedstawiono w tabeli 5 dla danych generowanych z rozkładu normalnego i w tabeli 6 dla danych generowanych z rozkładu chi-kwadrat. Można zauważyć, że zawsze w wyniku przeprowadzenia optymalizacji uzyskiwano poprawę wyników dopasowania krzywej do danych empirycznych.



Tabela 5

Wyniki optymalizacji dla danych generowanych z rozkładu normalnego

Rozkład chi-kwadrat	Przed optymalizacją		Po optymalizacji	
	wartość $z$	statystyka chi-kwadrat	wartość $z$	statystyka chi-kwadrat
Sb	0,544	<b>0,95</b>	0,419	<b>0,94</b>
Su	0,544	<b>6,25</b>	0,128	<b>0,34</b>
Sb	0,544	<b>5,36</b>	0,650	<b>1,54</b>
Su	0,544	<b>14,51</b>	0,308	<b>2,52</b>
Sb	0,544	<b>0,95</b>	0,624	<b>0,83</b>
Sb	0,544	<b>4,46</b>	0,625	<b>3,40</b>

Tabela 6

Wyniki optymalizacji dla danych generowanych z rozkładu chi-kwadrat

Rozkład chi-kwadrat	Przed optymalizacją		Po optymalizacji	
	wartość $z$	statystyka chi-kwadrat	wartość $z$	statystyka chi-kwadrat
Sb	0,544	<b>1,16</b>	0,672	<b>0,53</b>
Su	0,544	<b>4,56</b>	0,340	<b>0,44</b>
Su	0,544	<b>87,22</b>	0,117	<b>0,98</b>
Su	0,544	<b>3,58</b>	0,306	<b>0,08</b>
Sb	0,544	<b>0,76</b>	0,496	<b>0,19</b>
Sb	0,544	<b>1,16</b>	0,672	<b>0,53</b>

## Podsumowanie

Wykorzystanie algorytmu optymalizacyjnego w procedurze Slifkera i Shapiro zawsze poprawia wyniki dopasowania danych, co oznacza, że konstrukcja kart kontrolnych wykorzystujących tak uzyskane krzywe powinna być dokładniejsza. Przedstawiona procedura, której wyniki wydają się być zachęcające, wymaga jeszcze dalszych badań. Przede wszystkim należy zwrócić uwagę na zbyt niskie, zdaniem autora, wartości uzyskiwanych  $z^*$  w niektórych symulacjach. Na przykład wartość  $z^* = 0,12$  oznacza, że konstruuje się krzywe w wąskim obszarze, na kwantylach maksymalnie rzędu 36% i 64%, co oznacza, że znacząca część obserwacji (około 70%) nie jest szczegółowo analizowana. Przyczyną takich wyników może być mała próba, specyficzne dane lub też konstrukcja przedziałów klasowych. Wydaje się, że należałoby powtórzyć badanie,

sprawdzając wrażliwość rozwiązań na zmianę przedziałów i wielkości próby. Ważne wydaje się też sprawdzenie działania procedury dla innych rozkładów, np. dla rozkładu Cauchy'ego.

Mimo występowania jeszcze pewnych wątpliwości co do przedstawionego postępowania wydaje się, że warto skorzystać z tak ulepszonej procedury Slifkera i Shapiro konstrukcji krzywych Johnsona. Niezależnie od tego, czy krzywe Johnsona zostaną wykorzystane w problematyce sterowania jakością, czy w innych zagadnieniach wykorzystujących transformację danych do rozkładu normalnego, poprawa dopasowania mierzona wartością statystyki chi-kwadrat dla niezbyt licznych prób była znacząca.

## Literatura

- Alloway J.A., Raghavachari M. (1991): *Control Chart Based on the Hodges-Lehmann Estimator*. „Journal of Quality Technology”, s. 336-347.
- Bukac J. (1972): *Fitting SB Curves Using Symmetrical Percentile Points*. „Biometrika”, 59, s. 688-690.
- Janacek G.J., Meikle S.E. (1997): *Control Charts Based on Medians*. „Journal of Royal Statistical Society”, series D, s. 19-31.
- Johnson N.L. (1949): *System of Frequency Curves Generated by Methods of Translation*. „Biometrika”, 36, s. 149-176.
- Johnson N.L., Kitchen J.O. (1971): *Tables to Facilitate Fitting SB Curves II: Both Terminals Known*. „Biometrika”, 58, s. 657-663.
- Kanji G.K., Osama Kasan Arif (2000): *Median Rankit Control Chart by the Quantile Approach*. „Journal of Applied Statistics”, s. 757-770.
- Peternek P. (2012): *Wybrane karty kontrolne indywidualnych pomiarów*. W: *Zastosowanie metod ilościowych w ekonomii i zarządzaniu*. CeDeWu, Warszawa, s. 249-260.
- Ramberg J.S., Tadikmalla P.R., Dudewicz E.J., Mykytka EF. (1979): *A Probability Distribution and Its Uses in Fitting Data*. „Technometrics”, Vol. 21, s. 201-214.
- Schilling E.G., Nelson P.R. (1976): *The Effect of No-normal on the Control Limits of  $\bar{x}$  Charts*. „Journal of Quality Technology”, s. 183-188.
- Slifker J.F., Shapiro S.S. (1980): *The Johnson System: Selection and Parameter Estimation*. „Technometrics”, Vol. 22, s. 239-246.
- Wheeler R.E. (1980): *Quantile Estimators of Johnson Curve Parameters*. „Biometrika”, 67, s. 725-728.

## **OPTIMIZATION OF PROCEDURE SLIFKER AND SHAPIRO FOR JOHNSON CURVES ESTIMATION**

### **Summary**

In the statistical process control the assumption of normal distribution is widely used. But in practical this assumption is often unfulfilled. In this situation appropriate transformation or nonclassical method should be used. The most commonly used methods of transformation are the curves Johnson. The most important problem with the use of Johnson curves is estimation of parameter and form of curves. This paper presents improvement of Slifker and Shapiro procedure (1980) by construction of optimization model based on chi-square statistic.