Maciej Wolny

# ASPEKT SYTUACJI STATUS QUO WE WSPOMAGANIU WIELOKRYTERIALNEGO WYBORU BAZUJĄCEGO NA TEORII GIER

## Wprowadzenie

Zagadnienia wielokryterialne dotyczą sytuacji, w których rozpatruje się elementy zbioru dopuszczalnych decyzji pod kątem przynajmniej dwóch kryteriów. Wspomaganie podejmowania wielokryterialnych decyzji skupia się na następujących problematykach [1]: opisu, wyboru, sortowania i porządkowania. Problematyka wyboru polega na określeniu jednego wariantu decyzyjnego – satisfecum [2]. Przy tym racjonalne podejście implikuje, że wariant ten należy do zbioru rozwiązań sprawnych (efektywnych).

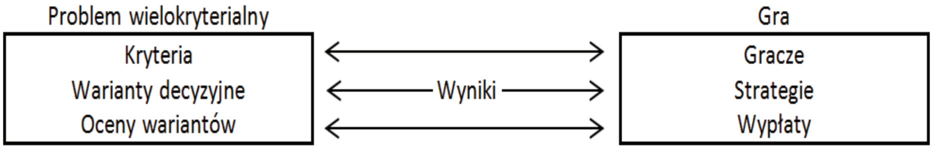
Metody wspomagania podejmowania wielokryterialnych decyzji są rozwijane od wielu lat: metody z grupy Electre [3; 4], Promethee [5], TOPSIS [6] oraz wiele innych [7; 8; 6][*].

Bez względu na poruszaną problematykę rozwiązanie wielokryterialnego problemu decyzyjnego wymaga rozpatrzenia zagadnienia porównywalności ocen (problem skali oraz normalizacji ocen) oraz przyjęcia odpowiedniej koncepcji agregacji ocen wariantów decyzyjnych [1].

Rozważania podjęte w niniejszym artykule są związane z przedstawieniem wielokryterialnego problemu decyzyjnego w postaci gry przez Maddaniego i Lunda [9]. Przy tym można zauważyć, że podejście do zagadnień wielokryterialnych z punktu widzenia teorii gier nie jest nowe. Zagadnienia wielokryterialne były formułowane jako dwuosobowa gra o sumie zerowej [10]. Analiza wielokryterialnego problemu decyzyjnego jako wieloosobowej gry niekooperacyjnej o sumie niezerowej została przedstawiona w pracy [9] oraz wcześniej w pracach [11; 12]. Punktem wyjścia do budowy modelu w postaci wieloosobowej gry jest identyfikacja związków między elementami zagadnienia wielokryterialnego a grą. Relacje te przedstawiono na rysunku 1.

---

[*] Cytowane metody i prace dotyczą problemów dyskretnych, najczęściej skończonych, związanych z tzw. wieloatrybutowym podejmowaniem decyzji – Multiple Attribute Decision Making. Prezentowane w artykule rozważania skupiają się wyłącznie na takich zagadnieniach.




Rys. 1. Relacje między wielokryterialnymi problemami decyzyjnymi a modelami teorii gier

Źródło: [9].

Przy budowie modelu wielokryterialnego w postaci niekooperacyjnej[*] gry wieloosobowej każdego gracza utożsamia się z jednym kryterium, strategie każdego z graczy są określone przez rozpatrywane warianty decyzyjne, natomiast wypłaty graczy przez oceny wariantów decyzyjnych [12]. Taka transformacja problemu implikuje konieczność ustalenia wypłat graczy w sytuacji, gdy gracze-kryteria wybierają różne strategie-warianty. Niniejszy artykuł skupia się na problemie ustalenia wyniku gry w takiej sytuacji.

Przedstawienie wielokryterialnego problemu w postaci gry nie wymaga normalizacji ocen wariantów decyzyjnych czy dodatkowych informacji dotyczących relacji między kryteriami (np. nie muszą być dane wagi poszczególnych kryteriów).

## 1. Sytuacja status quo

Wyborowi dopuszczalnej decyzji w sformułowanej grze odpowiada sytuacja, w której wszyscy gracze-kryteria wybierają (stosują) tę samą strategię, czyli wybierają ten sam wariant decyzyjny. Niezależność wyboru strategii przez gracza oznacza, że są możliwe sytuacje, w których przynajmniej jeden z graczy-kryteriów wybiera inny wariant.

W pracy [9] rozpatruje się zagadnienie z czterema wariantami decyzyjnymi, przy tym jeden z wariantów oznacza stan istniejący (status quo)[**], natomiast są rozpatrywane dwa kryteria związane z dwiema grupami interesariuszy[***]. W sytuacji gdy gracze-kryteria wybiorą różne strategie-warianty, wtedy zostaje zachowany stan istniejący – wypłaty graczy w takiej sytuacji są takie same, jak

[*] Kooperacja między graczami-kryteriami wymaga doprowadzenia do porównywalności ocen, określenia, czy występują wypłaty uboczne – ogólnie rzecz ujmując, warunków kooperacji, które wymagają znajomości dodatkowych informacji o preferencjach. Propozycja takiego podejścia została przedstawiona w pracy [12]. Niniejszy artykuł dotyczy wyłącznie zagadnień niekooperacyjnych.

[**] Wybór wariantu status quo oznacza, że nie nastąpi zmiana, a pozostałe warianty są związane ze zmianą stanu istniejącego.

[***] Analizowany przykład jest związany z wariantami transportu wody przez deltę rzek Sacramento oraz San Joaquin, kryteriami rozpatrywanymi są: średni roczny koszt rozwiązań oraz populacja ryb z gatunku należącego do zagrożonych – interesariuszami są więc środowisko ekologów (ochrona ekosystemu delty) oraz środowisko zainteresowane tworzeniem i zagwarantowaniem bezpiecznych dostaw wody dla Kalifornii.

w przypadku jednoczesnego wyboru wariantu status quo. Z punktu widzenia graczy-kryteriów w tak zdefiniowanej grze sytuacje te są nierozróżnialne. Model w postaci gry jest analizowany i rozwiązywany z wykorzystaniem definicji stabilności niekooperacyjnej [13]. Przedstawiona przez Madaniego i Lunda gra wymaga istnienia wariantu decyzyjnego (strategii) status quo, należy przy tym zauważyć, że jest to przypadek szczególny problemu decyzyjnego.

Z kolei w pracy [11] zaproponowano ustalenie wypłat graczy w sytuacjach, w których przynajmniej jeden z graczy wybiera inną strategię-wariant na poziomie bardzo niskim (granicznie zmierzającym do minus nieskończoności), tak aby wzmocnić przesłankę wyboru równowagi*. Rozwiązanie problemu polega na wyborze równowagi dominującej ze względu na ryzyko [14]. Zaproponowana tu koncepcja uwypukla konieczność wyboru równowagi wskazującej na wariant decyzyjny, jednak wartości wypłat graczy w sytuacji innej niż równowaga są ustalane i mogą być interpretowane wyłącznie z punktu widzenia konieczności wyboru równowagi.

Model przedstawiony przez Madaniego i Lunda stanowi z jednej strony inspirację do krytycznej analizy koncepcji przedstawionej w pracy [11], z drugiej zaś strony wyniki badań przedstawionych w pracy [11] oraz wykorzystanie koncepcji wariantu status quo są przesłanką do uogólnienia modelu przedstawionego w pracy [9].

Sytuacja status quo rozumiana w kontekście niniejszego artykułu oznacza dowolną sytuację w grze odwzorowującej wielokryterialny problem decyzyjny, w której gracze-kryteria wybierają różne strategie-warianty.

## 2. Budowa modelu

Niech dany będzie wielokryterialny problem decyzyjny następującej postaci:

$$\max_{x\in X} F(x) = \max_{x\in X}\left[f_1(x), f_2(x),..., f_k(x)\right], \tag{1}$$

gdzie $X$ jest skończonym zbiorem dopuszczalnych wariantów decyzyjnych $X = \{x_1, x_2,..., x_n\}$, $x$ – dowolnym elementem tego zbioru, $f_j$ – $j$-tą funkcją-kryterium określoną na zbiorze $X$ $(j=1,2,...,k)$, $F(x)$ – wektorem grupującym wszystkie funkcje celu, $f_j(x)$ – oceną wariantu decyzyjnego względem $j$-tego kryterium. Ponadto są dane wszystkie oceny wariantów decyzyjnych względem wszystkich kryteriów. Rozwiązaniem problemu optymalizacji wektorowej (1) jest zbiór rozwiązań efektywnych.

* W grze występuje wiele równowag, każda równowaga odpowiada wariantowi decyzyjnemu.

Korzystając z relacji przedstawionych na rysunku 1, zagadnienie (1) można przekształcić w *k*-osobową grę niekooperacyjną o sumie niezerowej w standardowej formie:

$$G = (\Phi, H), \tag{2}$$

gdzie $\Phi = X^k$ jest zbiorem wszystkich możliwych sytuacji w grze, natomiast $H$ jest funkcją wypłat graczy określoną na $\Phi$. Każda sytuacja w grze jest określona jednoznacznie przez wektor strategii czystych wybranych przez każdego z graczy. Elementem zbioru $\Phi$ jest więc wektor $\phi = (x_{i1}^1, x_{i2}^2, ..., x_{ik}^k), x_{ij}^j \in X$, którego składowe oznaczają strategie poszczególnych graczy wybrane w danej sytuacji – *ij*-ta strategia jest wybierana przez *j*-tego gracza (*ij=1,2,...,n)*. Sytuację, w której wszyscy gracze wybierają strategię związaną z tym samym *i*-tym wariantem decyzyjnym, oznaczono przez:

$$\phi_i = (x_i^1, x_i^2, ..., x_i^n), x_i^1 = x_i^2 = ... = x_i^n . \tag{3}$$

Niech $x^*$ oznacza strategię związaną z wariantem o charakterze status quo[*], wtedy funkcja wypłat jest określona w następujący sposób:

$$H(\phi) = \begin{cases} (f_1(x_i), f_2(x_i), ..., f_k(x_i)) & \text{w sytuacji } \phi_i, \\ (f_1(x^*), f_2(x^*), ..., f_k(x^*)) & \text{w każdej innej sytuacji.} \end{cases} \tag{4}$$

Wyniki badań przedstawione w pracy [9] wskazują, że analiza i własności tak zdefiniowanej gry zależą od ocen wariantu status quo, który przede wszystkim musi istnieć, czyli należeć do zbioru *X*. Powstaje więc pytanie o model i rozwiązanie zagadnienia, w którym żaden z elementów zbioru rozwiązań dopuszczalnych nie ma charakteru status quo.

Wynik gry powinien jednoznacznie wskazywać na wariant decyzyjny, który jest satisfecum. Motywacją graczy-kryteriów do osiągnięcia w grze sytuacji $\phi_i$, czyli jednoznacznego określenia wariantu decyzyjnego, jest punkt odniesienia, którego wypłaty odzwierciedlają sytuację, w której gracze-kryteria osiągają sytuację różną od $\phi_i$ – sytuację status quo. Uzyskanie koordynacji między graczami w celu osiągnięcia sytuacji $\phi_i$ jest możliwe, jeśli analizowana gra będzie miała charakter gry koordynacji [11]. Niech $x^*$ zostanie redefiniowane do sytuacji status quo, która zostanie określona pesymistycznie jako potencjalny stan gry (potencjalny wariant decyzyjny), w którym gracze uzyskują minimalną możliwą wypłatę. Proponowana funkcja wypłat będzie miała wtedy następującą postać:

[*] Przy założeniu, że wariant status quo istnieje (w takim sensie, że brak wyboru tego samego wariantu przez wszystkich graczy-kryteriów oznacza brak zmiany stanu istniejącego).

$$H(\phi) = \begin{cases} (f_1(x_i), f_2(x_i), ..., f_k(x_i)) & \text{w sytuacji } \phi_i, \\ (\min\limits_{i=1,2,..n} f_1(x_i), \min\limits_{i=1,2,..n} f_2(x_i), ..., \min\limits_{i=1,2,..n} f_k(x_i)) & \text{w każdej innej sytuacji.} \end{cases} \quad (5)$$

Model zagadnienia wielokryterialnego w postaci gry (2) z funkcją wypłat (5) jest grą koordynacji, w której występuje *n* równowag w zbiorze strategii czystych. Ustalenie równowagi jest równoważne z wyborem wariantu decyzyjnego. Przyjmuje się, że tak zdefiniowana gra jest rozgrywana w „umyśle” decydenta*, a uwzględniane przez decydenta kryteria są nieporównywalne (a przynajmniej nie jest wymagana porównywalność)**. Jeśli gra jest tak rozgrywana, to można ją analizować na przynajmniej dwa sposoby, uwzględniając dwa podejścia***:
– gra (między graczami-kryteriami) rozgrywana jednokrotnie, przy pełnej informacji o strategiach i wypłatach,
– gra rozgrywana wieloetapowo, do momentu osiągnięcia stabilnego rozwiązania (równowagi).

W przypadku rozgrywki jednorazowej do wyboru równowagi można wykorzystać koncepcję dominacji ze względu na ryzyko, natomiast w odniesieniu do gry rozgrywanej wieloetapowo – definicje stabilności niekooperacyjnych (podobnie jak to zostało przedstawione w pracach [9; 22]): w sensie Nasha**** [15], ogólnej metaracjonalności (General Metarationality – GMR) [16], symetrycznej metaracjonalności (Symmetric Metarationality – SMR) [16], sekwencyjnej stabilności (Sequential Stability – SEQ) [17; 18], stabilności w ograniczonej liczbie ruchów (Limited Move Stability – LMS) [19; 20; 13] oraz stabilności niekrótkowzrocznej (Non-Myopic Stability – NMS) [21].

Porównanie koncepcji modelu (4) z modelem (5) zaprezentowano na powyższym przykładzie w odniesieniu do problemu rozważanego w pracy [9].

## 3. Przykład numeryczny – wybór sposobu transportu wody

Zagadnienie rozpatrywane w pracy Madaniego i Lunda dotyczy wyboru koncepcji transportu wody przez deltę rzek Sacramento-San Joaquin w celu zapewnienia dostaw wody dla Kalifornii przy jednoczesnej ochronie ekosystemu delty. Cele te zostały ustalone przez władze. Rozważanymi kryteriami są:

---

* Jeśli decydentem jest jedna osoba, jeśli problem jest wieloosobowy i decydentem jest zbiorowość, a dodatkowo z osobami są związane kryteria, to explicite można rozpatrywać zagadnienie jako grę.

** Jeśli kryteria są porównywalne, to powinna istnieć możliwość agregacji ocen wariantów decyzyjnych, a model problemu można zbudować bazując na teorii gier kooperacyjnych [12].

*** Należy przy tym podkreślić, że gracze posiadają pełną informację o wszystkich wypłatach i strategiach.

**** Równowaga Nasha związana z analizą jednokrokową, czyli jak w przypadku rozgrywania gry jednorazowo, przy czym rozwiązań stabilnych jest tyle, ile równowag w grze (nie rozpatruje się zagadnienia wyboru równowagi).

– średni roczny koszt rozwiązań ($f_1$),
– wielkość populacji gatunku ryb łososiowatych, który należy do gatunków zagrożonych wyginięciem ($f_2$).

Rozpatrywane są cztery warianty decyzyjne (rozwiązania):

– kontynuacja transportu wody przez deltę w niezmienionej formie ($X_1$),
– rozwiązanie tunelowe polegające na budowie np. rurociągu omijającego deltę ($X_2$),
– kontynuacja dotychczasowego sposobu transportu wody, jednak w mniejszym zakresie ($X_3$),
– zaprzestanie transportu przez deltę ($X_4$).

Oceny wariantów decyzyjnych są dane w postaci liczby przedziałowej (jako szacunek wielkości). W celu otrzymania oceny deterministycznej dokonuje się uśredniania ocen wariantów decyzyjnych – oblicza się średnią z końców przedziału każdej oceny wariantu decyzyjnego. Zagadnienie ogólne z ocenami wariantów (cardinal) jest przekształcane w zagadnienie uporządkowane (ordinal), wykorzystując odwrotne rangowanie – najlepszemu rozwiązaniu jest przypisana najwyższa ranga. W ten sposób przez Madaniego i Lunda został zaproponowany model w postaci deterministycznej. Model stochastyczny, który proponują autorzy, polega na iteracyjnym generowaniu oceny rozwiązania z podanego przedziału oraz rozpatrywaniu wielokrotnie modelu deterministycznego. Ostatecznie wyniki są uśredniane. Na potrzeby niniejszego artykułu będzie rozpatrywany wyłącznie model w postaci deterministycznej. Oceny wariantów decyzyjnych oraz przekształcenie ocen do macierzy gry prezentuje rysunek 2.

| | $f_1$ | $f_2$ |
|---|---|---|
| $X_1$ | 2 | 1 |
| $X_2$ | 4 | 2 |
| $X_3$ | 3 | 2 |
| $X_4$ | 1 | 3 |

*status quo*

$$\begin{bmatrix} (2,1) & (2,1) & (2,1) & (2,1) \\ (2,1) & (4,2) & (2,1) & (2,1) \\ (2,1) & (2,1) & (3,2) & (2,1) \\ (2,1) & (2,1) & (2,1) & (1,3) \end{bmatrix}$$

Rys. 2. Oceny wariantów decyzyjnych oraz model zagadnienia w postaci gry macierzowej z uwzględnieniem funkcji (4)

Źródło: [9].

Po lewej stronie rysunku 2 znajduje się tablica ocen wariantów decyzyjnych (transponowanych do postaci uporządkowanej)*, z prawej strony macierz wypłat

* Przekształcenie do ocen uporządkowanych nie umniejsza ogólności rozważań, ponieważ w prezentowanej analizie istotne są relacje preferencji względem każdego kryterium, a te zostały zachowane. Należy jednak zauważyć, że nastąpiła utrata informacji dotyczących proporcji odległości między wariantami – nie można stwierdzić, o ile bardziej (w jednostkach kryterium) jest preferowane jedno rozwiązanie w stosunku do drugiego.

graczy-kryteriów. Pierwsza wartość w parze to wypłata pierwszego gracza-kryterium („grającego" wierszami – wiersze odpowiadają jego strategiom postępowania), a druga wartość drugiego gracza-kryterium („grającego" kolumnami) w danej sytuacji. Macierz ta jest realizacją koncepcji funkcji wypłat (4), przy tym należy zwrócić uwagę, że nie wszystkie sytuacje (3) określające warianty decyzyjne są równowagami w sensie Nasha – tylko sytuacje odpowiadające drugiemu i trzeciemu rozpatrywanemu rozwiązaniu (druga i trzecia kolumna macierzy na przecięciu drugiego i trzeciego wiersza). Tylko te dwa rozwiązania są stabilne w sensie Nasha. W przypadku analizy jednokrotnej rozgrywki analiza powinna dotyczyć wyboru jednej z tych równowag[*].

Pozostałe definicje stabilności różnią się od siebie przede wszystkim horyzontem analizy ruchów graczy, uwzględnieniem ewentualnego pogorszenia sytuacji (wygranej) oraz posiadaną informacją o preferencjach (własnych lub wszystkich) [13; 22]. Sytuacja w grze jest stabilna (w dowolnym sensie), jeśli jest stabilna dla wszystkich graczy.

Ze względu na stabilność GMR sytuacja w grze jest analizowana w horyzoncie dwóch ruchów i jest stabilna dla *j*-tego gracza[**] wtedy i tylko wtedy, gdy każde jednostronne poprawienie sytuacji jest blokowane przez ruch innego gracza (może działać na swoją niekorzyść) do sytuacji gorszej dla gracza *j-tego*. Analizując sytuację $(X_2,X_2)$ w rozpatrywanej grze można zauważyć, że żaden z graczy nie może polepszyć jednostronnie swojej wypłaty, dlatego sytuacja ta jest stabilna w sensie GMR. Sytuacja $(X_4,X_4)$ jest natomiast stabilna dla gracza drugiego, ale dla gracza pierwszego nie jest stabilna, ponieważ może jednostronnie polepszyć swoją sytuację, a polepszenie nie jest blokowane przez jakikolwiek ruch oponenta (w każdej innej sytuacji gracz pierwszy otrzymuje większą wypłatę). Stabilnymi równowagami w sensie GMR w analizowanej grze są sytuacje odpowiadające drugiemu i trzeciemu wariantowi decyzyjnemu oraz sytuacja $(X_1,X_1)$.

Stabilność w sensie SMR jest analizowana podobnie jak GMR, jednak w horyzoncie trzech ruchów. Gracz *j*-ty rozważa nie tylko własne możliwości ruchu, ale także reakcje innego gracza oraz swoje możliwości reakcji na ruch oponenta. Analizując w ten sposób grę, otrzymuje się takie same wyniki, jak w przypadku GMR.

Stabilność w sensie SEQ jest ograniczoną wersją stabilności GMR (podzbiór GMR), w której oponent może odpowiedzieć na jednostronne polepszenie

---

[*] Wariant $X_2$ dominuje ze względu na ryzyko rozwiązanie $X_3$. Ogólny schemat porównania dwóch równowag w grze dwuosobowej (do której redukuje się analizowane zagadnienie) przedstawiono w pracy [23, s. 42].

[**] Pierwszy ruch należy do *j*-tego gracza, z którego punktu widzenia rozpatruje się stabilność rozwiązania.

*i*-tego gracza przez wiarygodny ruch (jednostronne polepszenie, a nie dowolny ruch nawet pogarszający). Grę rozpatruje się w horyzoncie dwóch ruchów. W badanym zagadnieniu sytuacje odpowiadające wariantowi pierwszemu, drugiemu i trzeciemu cechuje stabilność w sensie SEQ, a w przypadku czwartego wariantu występuje brak stabilności.

Horyzont antycypacji przy analizie stabilności rozwiązań w sensie LMS obejmuje *h* ruchów. Stwierdza się, że sytuacja jest $L_h$ stabilna dla *j*-tego gracza, gdy uznaje się ją za stabilną w *h* ruchach. Określenie, czy sytuacja jest stabilna, jest możliwe dzięki analizie gry w rozszerzonej formie (ekstensywnej). Zakłada się, że gracze są racjonalni i działają optymalnie – gracze mogą zrobić jednostronny ruch, jeśli są pewni powiększenia swoich wypłat (wygranych). Oznacza to, że *j*-ty gracz może celowo wykonać ruch pomniejszający wypłatę, jeśli racjonalnie zachowujący się oponent w kolejnych ruchach przejdzie do sytuacji bardziej preferowanej niż punkt wyjścia (odmiennie niż w poprzednich koncepcjach stabilności rozwiązań, w których *j*-ty gracz rozpatrywał ruch wyłącznie polepszający[*]). W analizowanym przykładzie z punktu widzenia gracza pierwszego można analizować racjonalnie $L_2$ stabilność LMS, ponieważ w dwóch ruchach jest możliwe przejście z jednego wariantu do drugiego, przy większej liczbie ruchów wynik się nie zmieni – jeśli sytuacja jest $L_2$ stabilna, to jest $L_h$ (h > 2) stabilna. W analizowanym przypadku jedynie sytuacja odpowiadająca wariantowi drugiemu jest stabilna w sensie LMS dla $h \geq 2$, dla $h = 1$ stabilność ta jest tożsama stabilności Nasha.

Stabilność w sensie NMS jest szczególnym przypadkiem stabilności LMS, gdzie horyzont rozpatrywania ruchów jest nieograniczony. Proces ten nie może powrócić do pierwotnego stanu (sytuacji, której stabilność jest badana), czyli sekwencja analizowanych ruchów musi się zakończyć. Maksymalna możliwa liczba ruchów jest równa liczbie możliwych sytuacji w grze. W rozpatrywanym problemie jedynie sytuacja $(X_2,X_2)$ jest stabilna w sensie NMS.

Podsumowanie analizy stabilności rozwiązań w rozpatrywanym przykładzie przedstawiono w tabeli 1.

Tabela 1

Podsumowanie analizy stabilności rozwiązań gry zdefiniowanej funkcją wypłat (4)

| **Rozwiązanie** | **Występowanie stabilności** | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | **Nash** | **GMR** | **SMR** | **SEQ** | **LMS** | **NMS** |
| $\mathbf{X_1}$ | Tak | Tak | Tak | Tak | Nie | Nie |
| $\mathbf{X_2}$ | Tak | Tak | Tak | Tak | Tak | Tak |
| $\mathbf{X_3}$ | Tak | Tak | Tak | Tak | Nie | Nie |
| $\mathbf{X_4}$ | Nie | Nie | Nie | Nie | Nie | Nie |

Źródło: Opracowanie własne na podstawie [9].

[*] Oznacza to, że równowaga w sensie Nasha nie musi być równowagą w sensie LMS.

Taka sama analiza problemu z wykorzystaniem zaproponowanej funkcji wypłat (5) prowadzi do podsumowania przedstawionego w tabeli 2. Na rysunku 3 zaprezentowano macierz wypłat gry w podobny sposób, jak na rysunku 2.

| | $f_1$ | $f_2$ | |
|---|---|---|---|
| $X_1$ | 2 | 1 | |
| $X_2$ | 4 | 2 | |
| $X_3$ | 3 | 2 | |
| $X_4$ | 1 | 3 | |
| Min | 1 | 1 | *status quo* |

$$\begin{bmatrix} (2,1) & (1,1) & (1,1) & (1,1) \\ (1,1) & (4,2) & (1,1) & (1,1) \\ (1,1) & (1,1) & (3,2) & (1,1) \\ (1,1) & (1,1) & (1,1) & (1,3) \end{bmatrix}$$

Rys. 3. Oceny wariantów decyzyjnych oraz model zagadnienia w postaci gry macierzowej z uwzględnieniem funkcji (5)

Tabela 2

Podsumowanie analizy stabilności rozwiązań gry zdefiniowanej funkcją wypłat (5)

| **Rozwiązanie** | **Występowanie stabilności** | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | **Nash** | **GMR** | **SMR** | **SEQ** | **LMS** | **NMS** |
| $\mathbf{X_1}$ | Tak | Tak | Tak | Tak | Nie | Nie |
| $\mathbf{X_2}$ | Tak | Tak | Tak | Tak | Tak | Tak |
| $\mathbf{X_3}$ | Tak | Tak | Tak | Tak | Nie | Nie |
| $\mathbf{X_4}$ | Tak | Tak | Tak | Tak | Nie | Nie |

Dodatkowo porównanie parami równowag (w sensie Nasha) wskazuje, że w przedstawionej na rysunku 3 grze równowaga $(X_2,X_2)$ dominuje ze względu na pozostałe ryzyko.

Podsumowując przeprowadzoną analizę, można stwierdzić, że satisfecum jest wariant $X_2$ (rozwiązanie tunelowe). W obu wariantach modelu otrzymane rozwiązanie jest takie samo. Przy tym należy podkreślić, że wykorzystanie koncepcji gry z funkcją wypłat (4) wymaga istnienia wariantu decyzyjnego o charakterze status quo, a w porównaniu z koncepcją wykorzystującą funkcję wypłat (5) uwzględnia dodatkowe informacje wynikające z istnienia tego wariantu – sytuacja odpowiadająca wariantowi $X_4$ nie jest stabilna (nie jest równowagą) w żadnym sensie. Wielkość wypłat związanych z wariantem status quo określa minimum, które gwarantuje sobie racjonalny gracz-kryterium – czyli w kontekście wyboru jednego rozwiązania można wyłączyć z analizy wszystkie warianty gorsze od wariantu status quo względem dowolnego kryterium.

## Podsumowanie

W artykule podjęto zagadnienie wspomagania wielokryterialnego wyboru bazujące na teorii gier w aspekcie sytuacji status quo. Relacje między problemem wielokryterialnym a grą z nim związaną przedstawiono na rysunku 1. Należy przy tym podkreślić, że analiza bazująca na teorii gier niekooperacyjnych nie wymaga doprowadzenia do porównywalności ocen wariantów decyzyjnych, jednak dotyczy problemów, w których występuje brak informacji o relacjach między kryteriami (przyjmuje się, że kryteria są nieporównywalne).

Przedstawiona propozycja funkcji wypłat (5) oraz analizy przeprowadzone w niniejszym artykule dotyczą sytuacji status quo zdefiniowanej jako każda sytuacja w grze (2), która odpowiada wyborowi różnych strategii (wariantów) przez graczy-kryteria. Dzięki przeprowadzonej analizie i porównaniu proponowanego podejścia z prezentowanym w pracy [9] (w wersji deterministycznej) można sformułować następujące wnioski:

- w zagadnieniu wyboru satisfecum, w którym występuje wariant o charakterze status quo, można wyłączyć te rozwiązania, których oceny względem dowolnego kryterium są niższe (mniej preferowane) od ocen wariantu status quo,
- uwzględnienie propozycji funkcji wypłat (5) w grze umożliwia zastosowanie analizy w problemach, w których nie występuje wariant status quo (w odróżnieniu od gry z funkcją wypłat (4)).

Przyjmując, że rozpatrywana gra jest rozgrywana w „umyśle" decydenta, analiza powinna obejmować przede wszystkim:

- stabilność w sensie Nasha wraz z wykorzystaniem do wyboru równowagi koncepcji dominacji ze względu na ryzyko,
- stabilność w sensie LMS ($L_2$) ze względu na możliwość strategicznego pogorszenia wypłat przy analizie oraz maksymalny horyzont antycypacji ruchów – w dwóch ruchach przechodzi się do sytuacji odpowiadającej innemu wariantowi decyzyjnemu.

Proponowane podejście może mieć szczególnie utylitarne znaczenie w sytuacji, gdy kryteria są nieporównywalne oraz na wczesnym etapie analizy problemu wielokryterialnego, gdy nie są znane explicite relacje między uwzględnianymi kryteriami.

## Literatura


1. Roy B.: *Methodologie Multicritere d'Aide a la Decision* (*Wielokryterialne wspomaganie decyzji*). Editions Economica, Paris 1985.
2. Simon H.A.: *The Sciences of the Artificial*. MIT Press, Cambridge 1969.
3. Roy B.: *The Outranking Approach and Foundations of Electre Methods*. „Theory and Decision" 1991, 31, s. 49-73.

4. Roy B., Bouyssou D.: *Aide Multicritere a la Decision: Methodes et Cas*. Editions Economica, Paris 1993.
5. Brans J.-P., Vincke P.: *A Preference Ranking Organization Method (The Promethee Method for Multiple Criteria Decision-making)*. „Management Science" 1985, 31, s. 647-656.
6. Hwang C.-L., Yoon K.: *Multiple Attribute Decision Making: Methods and Applications. A State-of-the-art Survey*. Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems 186, Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York 1981.
7. Greco S., Ehrgott M., Figueira J.: *Multiple Criteria Decision Analysis. State of the art Surveys*. Springer Science + Business Media, Inc., Boston 2005.
8. Nowak M.: *Interaktywne wielokryterialne wspomaganie decyzji w warunkach ryzyka. Metody i zastosowania*. AE, Katowice 2008.
9. Madani K., Lund J.R.: *A Monte-Carlo Game Theoretic Approach for Multi-Criteria Decision Making under Uncertainty*. „Advances in Water Resources" 2011, 34, s. 607-616.
10. Kofler E.: *O zagadnieniu optymalizacji wielocelowej*. „Przegląd Statystyczny" 1967, 1, s. 45-59.
11. Wolny M.: *Decision Making Problem with Two Incomparable Criteria – Game Theory Solution*. W: *Multiple Criteria Decision Making '07*. Red. T. Trzaskalik. Publisher of Karol Adamiecki University of Economics, Katowice 2008, s. 251-260.
12. Wolny M.: *Wspomaganie decyzji kierowniczych w przedsiębiorstwie przemysłowym. Wieloatrybutowe wspomaganie organizacji przestrzennej komórek produkcyjnych z zastosowaniem teorii gier*. Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 2007.
13. Fang L., Hipel D.M., Kilgour D.M.: *Interactive Decision Making: The Graph Model for Conflict Resolution*. Wiley, New York 1993.
14. Harsanyi J.C., Selten R.: *A General Theory of Equilibrium Selection in Games*. MIT Press, Cambridge-London 1992.
15. Nash J.F.: *Non-cooperative Games*. „Annals of Mathematics" 1951, Vol. 54, No. 2, s. 286-295.
16. Howard N.: *Paradoxes of Rationality: Games, Metagames, and Political Behavior*. MIT Press, Cambridge 1971.
17. Fraser N.M., Hipel K.W.: *Solving Complex Conflicts*. „IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics" 1979, SMC9(12), s. 805-816.
18. Fraser N.M., Hipel K.W.: *Conflicts Analysis: Models and Resolutions*. North-Holland, New York 1984.
19. Zagare F.C.: *Limited-move Equilibria in 2 x 2 Games*. „Theory and Decision" 16, s. 1-19.
20. Kilgour D.M., Hipel K.W., Fraser N.M.: *Solution Concept in Non-cooperative Games*. Large Scale Systems 6, s. 49-71.
21. Brams S.J., Wittman D.: *Nonmyopic Equilibria in 2 x 2 Games*. „Conflict Management and Peace Science" 1981, (6)1, s. 39-62.
22. Madani K., Hipel K.W.: *Non-Cooperative Stability Definitions for Strategic Analysis of Generic Water Resources Conflicts*. „Water Resources Management" 2011, 25, s. 1949-1977.
23. Malawski M., Wieczorek A., Sosnowska H.: *Konkurencja i kooperacja: Teoria gier w ekonomii i naukach społecznych*. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1997.

# AN ASPECT OF STATUS QUO SITUATION IN MULTIPLE CRITERIA CHOICE SUPPORT BASING ON GAME THEORY

## Summary

In this paper multiple criteria decision problem is considered as a noncooperative game. Each criterion is assigned with a player and every feasible (and effective) solution with a pure strategy. Players payoffs result from assessments of solutions in game state where every player chooses the same strategy-solution. In the analysed game status quo situation is a state in which at least one player-criterion chooses different strategy. The problem of payoff definition in such situation is considered in the paper. A proposal is to state pessimistic payoffs in status quo situations as minimal value of payoffs in situations related with considered solutions of multiple criteria problem (exactly multiple criteria choice problem). The proposal is compared with a deterministic model and solution and based on example from Madani and Lund's (2011) work.