

Maciej Malaczewski

Uniwersytet Łódzki
Wydział Ekonomiczno-Socjologiczny
Katedra Ekonometrii
mmalaczewski@uni.lodz.pl

ANALIZA WRAŻLIWOŚCI KRZYWEJ PHILLIPSA Z ENDOGENICZNĄ CZĘSTOTLIWOŚCIĄ WYZNACZANIA CEN NA ROZKŁAD KOSZTÓW ZMIANY MENU*

Streszczenie: W nowokeynesistowskich modelach klasy DSGE, które są wartościowym narzędziem analizy wpływu polityki pieniężnej na sytuację gospodarczą, istotny element stanowi krzywa Phillipsa. Jej estymacja, w sytuacji gdy w modelu założona jest endogeniczna aktualizacja cen, nie należy do najprostszych. Celem niniejszej pracy jest rozważenie wrażliwości krzywej Phillipsa z endogeniczną na zmianę przyjętego rozkładu kosztów zmiany ceny. Okazuje się, że przyjęcie w rozważaniach rodziny rozkładów o tangensokształtnych dystrybuantach, z wyjątkiem skrajnych przypadków, zapewnia relatywną niewrażliwość ilości powstałych warstw na drobne zmiany w parametrach rozkładu.

Słowa kluczowe: sztywność cen, endogeniczna aktualizacja cen, koszty zmiany menu, krzywa Phillipsa, DSGE.

Wprowadzenie

Estymacja parametrów krzywej Phillipsa z endogeniczną częstotliwością zmiany cen, wyprowadzonej w pracy Bakhshiego, Khana i Rudolf [2007], nie jest łatwa – w krzywej tej występują zmienne nieobserwowalne empirycznie

* Niniejszy artykuł powstał w ramach projektu sfinansowanego ze środków na naukę w latach 2010-2012 jako projekt badawczy pt. „Modelowanie i prognozowanie inflacji w Polsce przy pomocy modeli z endogeniczną częstotliwością zmiany cen” (nr N N111 209439, umowa nr 2094/B/H03/2010/39). Autor chciałby w tym miejscu podziękować pozostałym uczestnikom projektu, dr Pawłowi Baranowskiemu, dr Mariuszowi Górąjskiemu i dr Grzegorzowi Szafranskiemu, za wspólną pracę i liczne uwagi merytoryczne.

oraz nieskończone ilości opóźnień. Aby podjąć decyzję o tym, jaki ostatecznie rząd opóźnień przyjąć, konieczne jest dokonanie wstępnych wyliczeń. By tego dokonać, niezbędne jest przyjęcie pewnej postaci rozkładu kosztów zmiany ceny.

Celem niniejszej pracy jest zbadanie wrażliwości wyników generowanych przez krzywą Phillipsa z endogeniczną częstotliwością wyznaczania cen na zmiany rozkładu kosztów zmiany menu. Eksperyment polega na obserwacji zmian zachodzących w strukturze równowagowego rozkładu firm w poszczególnych warstwach dla mechanizmu cenotwórczego spowodowanych zadaniem odmiennego rozkładu kosztów menu. Rozkład ten będzie pochodził z pewnej ogólnej rodziny, zaproponowanej w pracy Dotseya, Kinga i Wolmana [1999] i stosowanej następnie w kolejnych badaniach innych autorów [np. Bakhshi, Khan, Rudolf, 2007; Baranowski i in. 2014].

1. Krzywa Phillipsa z endogeniczną częstotliwością wyznaczania cen

Najpopularniejsze podejście do opisu mechanizmu cenotwórczego, tzw. schemat Calvo [1983], jest oparte na losowych sztywnościach nominalnych – każde przedsiębiorstwo ma jednakowe i stałe w czasie prawdopodobieństwo aktualizacji ceny. Nowa cena jest wyznaczana poprzez maksymalizację strumienia łącznego zdyskontowanego zysku danej firmy. Mikropodstawy tego schematu nie są dla ekonomisty satysfakcjonujące. Kolejne prace doprowadziły do konstrukcji modelu opartego na występowaniu kosztów zmiany ceny. Model ten, wprowadzony w pracy Dotseya, Kinga i Wolmana [1999], doczekał się wyprowadzenia krzywej Phillipsa, co umożliwia dołączenie endogenicznego wyznaczania częstotliwości zmiany cen do nowokeynesistowskiego modelu oraz badania empiryczne.

Zakładamy występowanie nieskończonej ilości jednakowych przedsiębiorstw, pomiędzy którymi toczy się konkurencja monopolistyczna. Firmy te w każdym okresie podejmują (lub nie) decyzję o aktualizacji ceny. Każde przedsiębiorstwo staje w obliczu pewnych kosztów zmiany ceny, których rozkład w całej populacji przedsiębiorstw jest dany. Rozkład ten jest stały w czasie i ograniczony przez stałą B , która oznacza maksymalne możliwe do wystąpienia koszty zmiany ceny. Firmy porównują korzyści płynące ze zmiany ceny z występującymi dla nich kosztami zmiany menu. Jeżeli korzyści przewyższają koszty, firma decyduje się zaktualizować cenę, jeżeli nie – pozostawia cenę aktualną.

Wszystkie przedsiębiorstwa są zatem podzielone na grupy, nazywanymi dalej „warstwami”, zawierające te firmy, które zmieniły ceny ostatnio w tym samym

momencie. Przedsiębiorstwa te są identyczne, dlatego ustalana przez nich w danym okresie cena optymalna jest jednakowa. Występowanie stale pewnego, niezerowego poziomu inflacji oraz ograniczoność kosztów zmiany ceny implikuje występowanie skończonej ilości warstw J .

Powyżej opisana idea pozwala dokonać wyprowadzenia krzywej Phillipsa, określanej w literaturze skrótem SDPC (*state-dependent Phillips curve*). Krzywa ta jest następującej postaci:

$$\pi_t = E_t \sum_{j=1}^{J-1} \delta_j \pi_{t+j} + E_t \sum_{j=0}^{J-1} \psi_j mc_{t+j} + E_t \sum_{j=0}^{J-1} \gamma_j [\hat{\omega}_{j,t+j} - \hat{\omega}_{0,t}] + \sum_{j=0}^{+\infty} \eta_j \hat{\Omega}_{t-j} + \sum_{j=1}^{+\infty} \mu_j \pi_{t-j} + v_t^\pi \quad (1)$$

gdzie π_t oznacza wielkość inflacji w chwili t , mc_t stanowi procentowe odchylenie realnego kosztu krańcowego od poziomu równowagi w chwili t , $\hat{\omega}_{j,t+j}$ jest wartością bezwzględną odchylenia udziału przedsiębiorstw znajdujących się w warstwie $j+1$ w momencie $t+j$ od ich udziału w stanie równowagi, a $\hat{\Omega}_t$ jest średnią ważoną tych odchylenia, zaś v_t^π stanowi tutaj egzogeniczny szok. $\delta_j, \psi_j, \gamma_j, \eta_j$ oraz μ_j są parametrami, które powstają poprzez serię przekształceń¹ z podstawowych parametrów modelu Dotseya, Kinga i Wolmana [1999].

W estymacji parametrów krzywej (1) istotne jest określenie liczby wyprzedzeń i opóźnień zmiennych. Ilość wyprzedzeń jest równa liczbie występujących warstw, co zależy od podstawowych parametrów gospodarki oraz rozkładu kosztów zmiany ceny. O ile jednak kalibracja parametrów wydaje się być wykonywalna², o tyle kształt rozkładu kosztów zmiany ceny do tej pory nie stanowił przedmiotu badań znanych w literaturze. Ilość opóźnień zmiennych po prawej stronie w równaniu (1) wymaga wyznaczenia wartości kolejnych parametrów wpływu na poziom bieżącej inflacji, po czym dokonania wyboru odpowiedniego rzędu opóźnień. Tu także jednak niezbędna jest znajomość nie tylko podstawowych parametrów badanej gospodarki, ale także rozkładu kosztów zmiany ceny. Zmiany jego kształtu owocują wyznaczeniem odmiennego równowagowego rozkładu firm po poszczególnych warstwach, co prowadzi do zmiany wszystkich w zasadzie wartości parametrów. Wydaje się zatem istotne określenie stopnia wpływu, jaki może mieć niedokładne oszacowanie rozkładu kosztów zmiany ceny na równowagowy rozkład firm po poszczególnych warstwach.

¹ Szczegółowe wzory wyrażające związki wymienionych parametrów z „głębokimi” parametrami modelu Dotseya, Kinga i Wolmana [1999] są dość złożone, dla przejrzystości wywodu pomijamy je w niniejszej pracy. Zainteresowany czytelnik może znaleźć je w pracy [Bakhshi, Khan, Rudolf, 2007, s. 2326-2328].

² Do parametrów tych należą stopa dyskonta konsumpcji, równowagowy poziom inflacji, udział sił pracy w łącznym produkcie oraz marża przedsiębiorstw.

2. Dystrybuanta rozkładu kosztów zmiany ceny

Za [Dotsey, King, Wolman, 1999], będziemy rozpatrywać rodzinę dystrybuant tangensokształtnych, o następującej ogólnej postaci³:

$$F(\xi) = c_1 + c_2 \tan(c_3 \cdot \xi - c_4) \quad (2)$$

Poprzez ograniczenia nakładane na dystrybuanty rozkładu prawdopodobieństwa⁴ powyższą rodzinę funkcji możemy ograniczyć do pewnej dwuparametrycznej rodziny. W skrajnych przypadkach wartości parametrów, rozkład kosztów zmiany ceny przyjmuje znane, specyficzne postaci, np. dla $c_1 \rightarrow +\infty$, dystrybuanta określa rozkład jednostajny na przedziale $[0;B]$, dla np. $c_1 = 0$ i $c_2 \rightarrow 0^+$ – rozkład jednopunktowy, dla $c_1 \in (0; 1)$ i $c_2 \rightarrow 0^+$ – rozkład dwupunktowy (z zerowym oraz maksymalnym kosztem jako jedynymi możliwymi realizacjami wartości zmiennej losowej). Pomiędzy tymi skrajnościami kryje się nieskończenie wiele możliwości, z których każda może być wskazana jednoznacznie poprzez podanie wartości dwóch parametrów. Parametr c_1 odpowiada głównie za położenie dystrybuanty względem osi rzędnych, a parametr c_2 za stopień jej wygięcia.

3. Wyniki

Dla c_1, c_2 zmieniających się w przedziale od 10^{-3} do 2 dokonano wyliczenia ilości warstw, na jakie dzieli się przedsiębiorstwa. Wartości parametrów gospodarki ustalono następująco: udział pracy w produkcie na poziomie $\alpha = 0,5$, maksymalną wartość w rozkładzie kosztów menu – na poziomie 3,75% wynagrodzeń (tj. 0,75% jednostkowych kosztów pracy), 25% narzut marży brutto, a także przyjęto 4% inflacji (w ujęciu rocznym) w stanie równowagi. Dla każdej pary dobranych parametrów wyznaczono równowagowy rozkład przedsiębiorstw po poszczególnych warstwach. Łącznie dokonano wyliczeń dla 298456

³ Postać ta jest zaproponowana w pracy [Dotsey, King, Wolman, 1999, s. 670].

⁴ To znaczy chcemy, by funkcja F przyjmowała odpowiednie wartości na krańcach przedziału określoności ($F(0) = 0$, $F(B) = 1$) oraz by była niemalejąca (co w przypadku rozpatrywanej klasy funkcji oznacza nieujemność pierwszej pochodnej). Powyższe ograniczenia oznaczają, że z ogólnej postaci dystrybuanty dwa parametry, np. c_3 i c_4 , możemy wyrazić jako funkcje pozostałych:

$$c_3 = \frac{\left(\arctan\left(1 - \frac{c_1}{c_2}\right) - \arctan\left(-\frac{c_1}{c_2}\right)\right)}{B} \quad \text{oraz} \quad c_4 = -\arctan\left(-\frac{c_1}{c_2}\right). \quad \text{Dotsey, King}$$

i Wolman [1999] używają następujących wartości parametrów: $c_1 = 0,1964$, $c_2 = 0,0625$, $c_3 = 367,44$, $c_4 = 1,2626$.

różnych par parametrów c_1 i c_2 . Kalkulacji dokonano za pomocą algorytmu zaproponowanego przez Bakshiego, Khana i Rudolf [2007], udostępnionego przez B. Rudolf i przetłumaczonego przez M. Górajskiego i G Szafrąńskiego na język programowania programu *Matlab*.

Tab. 1 prezentuje ilość warstw występujących w równowagowym rozkładzie przedsiębiorstw. Dla wartości parametru c_2 przekraczającego 0,1, ilość warstw jest dość stabilna, przy przyjętej kalibracji ilość ta wynosi 8 lub 9. Oznacza to, że dla przeciętnych wartości parametrów c_1 i c_2 model Dotseya, Kinga i Wolmana [1999] wykazuje się względną odpornością i niewrażliwością na dobór dystrybuanty. Przy przyjmowaniu zatem subiektywnej dystrybuanty rozkładu kosztów zmiany ceny wybór jednej z rodziny tangensokształtnych o wskazanych parametrach nie spowoduje dużej zmiany w ilości przyspieszeń w krzywej SDPC. Oznacza to także, że dobór odpowiedniej ilości przyspieszeń po prawej stronie jest stosunkowo niewrażliwy na wybór rozkładu kosztów zmiany ceny.

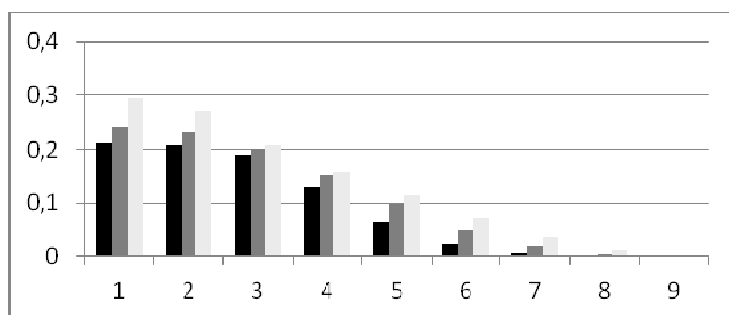
Rys. 1-4 zawierają wykresy równowagowych rozkładów przedsiębiorstw po poszczególnych warstwach dla różnych wartości parametrów c_1 i c_2 . Ze względu na mnogość wszystkich możliwych kombinacji tych parametrów (a zatem na mnogość różnych dystrybuant rozkładów kosztu menu) pogrupowano je celem zachowania przejrzystości i zaprezentowano kilka wybranych⁵. Ze wszystkich rozkładów przynależnych do danej grupy przedstawiono rozkład medianowy oraz rozkłady stanowiące 5 i 95 percentyl dla każdej warstwy.

Tabela 1. Ilość warstw w zależności od przyjętej parametryzacji dystrybuanty

$c_2 \backslash c_1$	0,001	0,101	0,201	0,301	0,401	0,501	0,601	0,701	0,801	0,901	1,001
-0,1	-0,1	-0,2	-0,3	-0,4	-0,5	-0,6	-0,7	-0,8	-0,9	-1	-2
0,001-0,1	3-14	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
0,101-0,2	3-14	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
0,201-0,3	3-15	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
0,301-0,4	7-15	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
0,401-0,5	7-15	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
0,501-0,6	7-15	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
0,601-0,7	7-16	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
0,701-0,8	7-17	8	8	8	8	8	8	8-9	8-9	8-9	8-9
0,801-0,9	8-16	8	8-9	8-9	8-9	8-9	8-9	9	9	9	9
0,901-1	8-17	8-9	8-9	9	9	9	9	9	9	9	9
1,001-2	8-9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

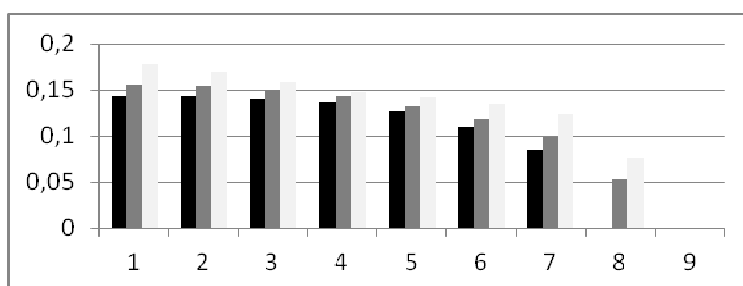
Źródło: Opracowanie własne na podstawie obliczeń.

⁵ Szczegółowe wyniki symulacji oraz niezbędne kody programu *Matlab* są dostępne na życzenie u autora niniejszej pracy. Punktem startowym tego algorytmu jest przyjęcie równomiernego rozkładu firm po warstwach, a następnie iterowanie ruchu przedsiębiorstw pomiędzy warstwami zgodnie z ideą mechanizmu cenotwórczego [Dotsey, King, Wolman, 1999].



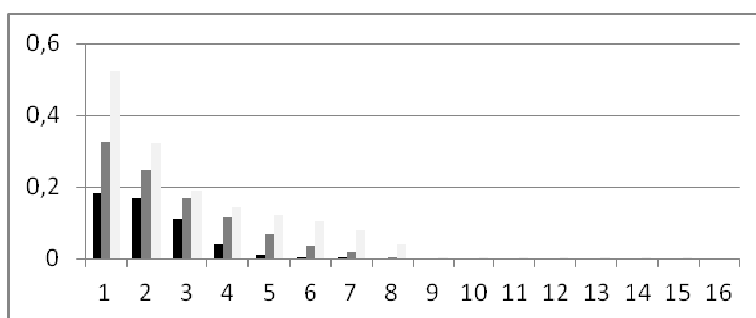
Rys. 1. Mediana oraz 5 i 95 percentyl rozkładu przedsiębiorstw po poszczególnych warstwach w stanie równowagi dla parametrów $c_1, c_2 \in (0,2; 0,8)$

Źródło: Opracowanie własne na podstawie obliczeń.



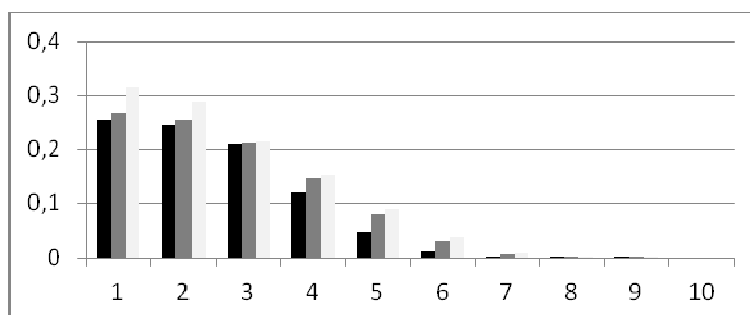
Rys. 2. Mediana oraz 5 i 95 percentyl rozkładu przedsiębiorstw po poszczególnych warstwach w stanie równowagi dla parametrów $c_1, c_2 \in (0,001; 0,1)$

Źródło: Opracowanie własne na podstawie obliczeń.



Rys. 3. Mediana oraz 5 i 95 percentyl rozkładu przedsiębiorstw po poszczególnych warstwach w stanie równowagi dla parametrów $c_1 \in (0,1; 1), c_2 \in (0,001; 0,1)$

Źródło: Opracowanie własne na podstawie obliczeń.



Rys. 4. Mediana oraz 5 i 95 percentyl rozkładu przedsiębiorstw po poszczególnych warstwach w stanie równowagi dla parametrów $c_1 \in (1; 2)$, $c_2 \in (0,1; 1)$

Źródło: Opracowanie własne na podstawie obliczeń.

Gdy rozkład kosztów zmiany ceny jest zbliżony do rozkładu jednopunktowego, skoncentrowanego na wartości B , to równowagowy rozkład przedsiębiorstw jest zbliżony do równomiernego (rys. 2). W granicy, dla rozkładu jednopunktowego, rozkład ten byłby równomierny. Dla wysokich wartości parametru c_1 i umiarkowanych wartości parametru c_2 rozkład kosztów zmiany ceny jest zbliżony do rozkładu jednostajnego. Widać (rys. 4), że równowagowy rozkład przedsiębiorstw po poszczególnych warstwach jest wówczas bardziej skoncentrowany na warstwach zawierających firmy, które zmieniały cenę relatywnie niedawno – nie dalej niż 3 okresy temu. W przypadku przyjęcia jako rozkład zmiany ceny rozkładu zbliżonego do dwupunktowego (rys. 3) równowagowy rozkład cen przybiera postać podobną do rozkładu geometrycznego. Spostrzeżenie to jest zgodne z wywodami Bakshiego, Khana i Rudolf [2007]⁶. W przypadku takich rozkładów, możemy zaobserwować relatywnie duże różnice pomiędzy rozkładem 5-percentylowym a rozkładem 95-percentylowym. Oznacza to dość duże wahania i względną wrażliwość równowagowego rozkładu firm na dobór rozkładu kosztów zmiany ceny w takim przypadku. Dla porównania, gdy dystrybuanta rozkładów kosztu zmiany ceny przyjmie postać zbliżoną do oryginalnej propozycji Dotseya, Kinga i Wolmana [1999] (rys. 1), wahania rozkładów, obrazowane przez miary pozycyjne, wydają się być o wiele mniejsze. Płynnie stąd wniosek o względnej odporności modelu Dotseya, Kinga i Wolmana [1999] na drobne modyfikacje rozkładu kosztów zmiany, o ile rozkład ten nie jest zbliżony do rozkładu dwupunktowego.

⁶ Twierdzą oni bowiem, że mechanizm cenotwórczy Calvo jest szczególnym przypadkiem mechanizmu cenotwórczego Dotseya, Kinga i Wolmana [1999] w przypadku, gdy jako rozkład kosztów zmiany ceny zostanie przyjęty rozkład dwupunktowy, skoncentrowany naokoło zera oraz nieskończoności.

Podsumowanie i wnioski

Badanie pokazuje, że przy przyjętej parametryzacji, przybliżającej parametryzację gospodarki Polski, równowagowy rozkład przedsiębiorstw po poszczególnych warstwach wykazuje względną niewrażliwość na zmiany w rozkładzie kosztów zmiany ceny. Jak wiadomo, zgodnie ze stanem wiedzy autora niniejszej pracy, w literaturze nie są znane próby szacowania postaci rozkładu kosztów zmiany ceny. Pomijając przypadki przyjęcia skrajnych postaci tegoż rozkładu, wrażliwość równowagowego rozkładu firm po poszczególnych warstwach jest dość niewielka, co oznacza, że ilość opóźnień i przyspieszeń dla zmiennych znajdujących się po prawej stronie równania (1) jest mało zmienna z powodu doboru konkretnej dystrybuanty. Badana była jednak jedynie jedna rodzina rozkładów, przyjęta w literaturze, a wybrany skok wartości parametrów może okazać się zbyt duży dla potrzeb wyciągania ogólnych wniosków.

Literatura

- Bakhshi H., Khan H., Rudolf B. (2007), *The Phillips Curve Under State-Dependent Pricing*, „Journal of Monetary Economics”, Vol. 54, No. 8.
- Baranowski P., Górajski M., Malaczewski M., Szafranski G. (2014), *Inflacja w modelu z endogeniczną częstotliwością aktualizacji cen*, „Economista”, Vol. 1.
- Calvo G. (1983), *Staggered Prices in a Utility-maximizing Framework*, „Journal of Monetary Economics”, Vol. 12, No. 3.
- Dotsey M., King R., Wolman A. (1999), *State-dependent Pricing and the General Equilibrium Dynamics of Money and Output*, „The Quarterly Journal of Economics”, Vol. 114, No. 2.

SENSIBILITY OF STATE-DEPENDENT PHILLIPS CURVE TO MENU COST DISTRIBUTION

Summary: Phillips curve is an important part of New-Keynesian DSGE models, which are prominent tool in analysis of effects of monetary policy. Estimation of state-dependent Phillips curve is complex, therefore in this paper we consider sensibility of it to changes in probability distribution of menu cost. We find that when cumulative distribution function is assumed to be tangent-shaped number of vintages is relatively invariant to small changes in parameters of the distribution.

Keywords: price rigidity, state-dependent, menu cost, Phillips curve, DSGE.