

Henryk Gurgul
Tomasz Wójtowicz

Akademia Górniczo-Hutnicza im. Stanisława Staszica w Krakowie

ZALEŻNOŚCI DŁUGOOKRESOWE ZMIENNOŚCI STÓP ZWROTU I WIELKOŚCI OBROTÓW NA GPW W WARSZAWIE

Wprowadzenie

Jednym z głównych zagadnień dotyczących rynku akcji jest badanie procesu kształtowania się cen. Rozważania teoretyczne mające na celu wyjaśnienie obserwowanych własności stóp zwrotu, np. występowanie grubych ogonów, pojawiają się już od połowy ubiegłego wieku. Jedną z ważniejszych hipotez dotyczącą procesu kształtowania się cen jest hipoteza o mieszance rozkładów (Mixture Distribution Hypothesis), zgodnie z którą całkowita zmiana cen akcji w ciągu dnia jest sumą zmian cen akcji dokonujących się pod wpływem pojawiających się na rynku nowych informacji. Ponieważ przybliżoną miarą tempa napływu informacji jest wolumen, oznacza to, że dzienna wariancja stóp zwrotu (mierząca ich zmienność) oraz wolumen wspólnie zależą od nieobserwowalnego procesu napływu informacji oraz mają zbliżone do niego własności. Ponieważ na rynek stale napływają informacje o zróżnicowanym znaczeniu i czasie oddziaływania ich akumulacja powoduje m.in. występowanie zależności długookresowych (tzw. długiej pamięci) w szeregach czasowych zmienności i wolumenu, jak również ich długookresową współzależność (m.in. wspólną długą pamięć).

Dotychczasowe wyniki badania długookresowych współzależności zmienności i wolumenu nie są jednoznaczne. Z jednej strony, Bollerslev i Jubinski [1] na podstawie danych z lat 1962-1995 stu spółek z indeksu S&P100 wykazali, że zmienność i wolumen charakteryzują się zbliżonymi wartościami parametrów długiej pamięci (tzw. wspólna długa pamięć). Z drugiej zaś Lobato i Velasco [7] oraz Gurgul i Wójtowicz [3; 4] wykazali na przykładzie spółek z indeksów DJIA

i DAX, że pomimo zbliżonych własności długiej pamięci, pomiędzy zmiennością a wolumenem nie występuje zależność długookresowa (ułankowa kointegracja). Ponadto, w przypadku spółek z GPW Gurgul i Wójtowicz [5] stwierdzili brak wspólnej długiej pamięci i odmienną długookresową dynamikę zmienności i wolumenu. We wspomnianych wyżej pracach miarą zmienności stóp zwrotu były ich wartości bezwzględne lub kwadraty, jednak, jak pokazują badania ostatnich lat, lepszą miarą zmienności jest zrealizowana wariancja. Miarę tę wykorzystali Fleming i Kirby [2]. Ich wyniki sugerują jeszcze słabszą zależność długookresową niż wynika to z wcześniejszych badań.

W opracowaniu zaprezentowano badanie długookresowych zależności pomiędzy zmiennością stóp zwrotu i wolumenem 20 najbardziej płynnych spółek notowanych na GPW w Warszawie w okresie od stycznia 2005 r. do września 2011 r. W dalszej części zdefiniowano i omówiono własność długiej pamięci, następnie scharakteryzowano dane oraz uzyskane wyniki badań empirycznych.

1. Długa pamięć

Szereg czasowy charakteryzuje się długą pamięcią, jeżeli jego funkcja gęstości spektralnej $f_x(\lambda)$ jest nieograniczona w otoczeniu zera i spełnia warunek:

$$f_x(\lambda) \sim G\lambda^{-2d} \quad (1)$$

gdy $\lambda \rightarrow 0^+$. Jeśli parametr długiej pamięci (ułankowej integracji) d jest dodatni, to powyższy warunek jest równoważny hiperbolicznemu zanikaniu funkcji autokorelacji ρ_k , tzn.:

$$\rho_k \sim c_p k^{2d-1} \quad (2)$$

gdy $k \rightarrow +\infty$. Jeśli $d < 0,5$, to proces jest stacjonarny, natomiast dla $d > 0,5$ proces jest niestacjonarny. Własność (2) oznacza, że nawet pomiędzy oddalonymi od siebie obserwacjami występują istotne zależności korelacyjne. Przykładem procesów z długą pamięcią są m.in. procesy ARFIMA.

Jedną z podstawowych metod estymacji parametru d długiej pamięci jest semiparametryczna metoda zaproponowana przez Robinsona [9], tzw. lokalna metoda Whittle'a. Wartość estymatora parametru d jest obliczana na podstawie periodogramu dla m najniższych częstości opisujących długookresowe zachowanie procesu. Właściwy dobór parametru m uwalnia estymator d od wpływu krótkookresowych zaburzeń badanego procesu. Estymator Whittle'a jest zgodny o asymptotycznym rozkładzie normalnym również w przypadku niektórych niestacjonarnych szeregów czasowych.

2. Dane

W przeprowadzonych obliczeniach jako miarę zmienności zastosowano zrealizowaną wariancję obliczoną analogicznie, jak w pracy Fleminga i Kirby [2] jako sumę kwadratów pięciominutowych stóp zwrotu. Ponieważ wykorzystując dane wysokiej częstotliwości należy uwzględnić zjawiska wynikające z mikrostruktury rynku, wprowadzono poprawkę uwzględniającą autokorelację pięciominutowych stóp zwrotu aż do rzędu 3, czyli do opóźnienia 15 minut. Przy konstrukcji zrealizowanej zmienności wykorzystano również stopy zwrotu pomiędzy zamknięciem a otwarciem notowań, tzw. overnight returns [6]. Jako miara wielkości obrotów został zastosowany dzienny wolumen, czyli liczba sprzedanych akcji danej spółki. W celu eliminacji wpływu stałego rozwoju giełdy z logarytmów obu rozważanych zmiennych usunięto składnik deterministyczny w postaci wielomianu trzeciego stopnia.

3. Wyniki empiryczne

W pierwszym etapie zbadana została długa pamięć pojedynczych szeregów czasowych zmienności i wolumenu rozważanych spółek. Uzyskane wartości estymatorów parametru długiej pamięci w całym okresie 2005-2011 oraz w dwóch równolicznych podokresach (1.01.2005 r.-6.05.2008 r. oraz 7.05.2008 r.-1.09.2011 r.) zestawiono w tab. 1. Estymację parametru d przeprowadzono na podstawie periodogramu obliczonego dla $m = 70$ najniższych częstotliwości. Wartość ta odpowiada okresowi o długości co najmniej 24 dni. W ten sposób uzyskano ocenę parametru d opisującego dynamikę średnio- i długookresową. Wszystkie wartości estymatorów w tab. 1 są istotnie większe od zera i istotnie mniejsze od 1. Natomiast w części przypadków są większe od 0,5, co wskazuje na ewentualną niestacjonarność danych.

Aby możliwe było poprawne wnioskowanie na podstawie uzyskanych wyników przeprowadzony został również test pozornej długiej pamięci (spurious long memory), tzn. występowania istotnej wartości parametru długiej pamięci spowodowanej jednak zmianami strukturalnymi, np. zmianą w poziomie średniej, a nie zależnościami autokorelacyjnymi. Test pozornej długiej pamięci zaproponowany przez Shimotsu polega na podziale całej próby na k podprób, a następnie na weryfikacji równości parametrów długiej pamięci zarówno w podpróbach, jak i w całym rozważanym okresie.

Tabela 1

Długa pamięć zmienności i wolumenu

	Zmienność			Wolumen		
	01.05-09.11	01.05-05.08	05.08-09.11	01.05-09.11	01.05-05.08	05.08-09.11
ACP	0,339	0,133	0,454	0,226	0,153	0,418
BHW	0,446	0,296	0,533	0,487	0,611	0,427
BRE	0,387	0,077	0,440	0,309	0,260	0,462
BRS	0,416	0,395	0,427	0,458	0,578	0,361
BSK	0,257	0,292	0,240	0,373	0,461	0,373
BZW	0,497	0,459	0,504	0,478	0,356	0,548
GTC	0,375	0,114	0,520	0,522	0,527	0,337
GTN	0,607	0,576	0,591	0,322	0,220	0,454
IPX	0,350	0,291	0,398	0,513	0,550	0,503
KGH	0,486	0,478	0,449	0,360	0,433	0,323
MCI	0,487	0,416	0,446	0,513	0,599	0,485
MIL	0,449	0,424	0,407	0,286	0,255	0,346
NET	0,481	0,624	0,417	0,481	0,567	0,475
PBG	0,394	0,354	0,444	0,453	0,328	0,283
PEO	0,568	0,491	0,536	0,289	0,439	0,258
PKN	0,512	0,473	0,451	0,297	0,132	0,385
PKO	0,409	0,297	0,417	0,385	0,390	0,380
PXM	0,505	0,380	0,516	0,614	0,644	0,614
TPS	0,472	0,552	0,427	0,144	0,049	0,293
TVN	0,443	0,314	0,416	0,485	0,542	0,461

Ponieważ rozważane szeregi czasowe są stosunkowo krótkie, to test pozornej długiej pamięci został przeprowadzony z podziałem na dwa równoliczne podokresy wyszczególnione wcześniej. Uzyskane wyniki wskazują, że dla wszystkich rozważanych spółek wolumen charakteryzuje się istotną długą pamięcią, natomiast w przypadku zmienności trzech spółek (ACP, BRE, GTC) na poziomie istotności 0,05 można odrzucić hipotezę o równości parametrów długiej pamięci w podokresach i całym okresie, co wskazuje, że wykryta długa pamięć może być pozorna.

Warto w tym miejscu podkreślić istotną różnicę w zachowaniu się rynków w rozważanych podokresach. Pierwszy z nich obejmuje czas hossy poprzedzającej kryzys na rynkach finansowych. Drugi obejmuje już czas samego kryzysu i wychodzenia z niego. Jeżeli zatem w rozważanych szeregach mogłaby wystąpić jakaś zmiana strukturalna skutkująca pozorną długą pamięcią, to przy takim podziale na podokresy powinna być ona najbardziej widoczna.

Na podstawie wyników przeprowadzonego testu można przyjąć, że w badanych szeregach czasowych występuje długa pamięć. W związku z tym ma sens badanie czy zmienność i wolumen mają podobną dynamikę długookresową. Pierwszym etapem jest zbadanie czy ich parametry ułamkowej długiej pamięci są równe, czy też różnią się istotnie. Jest to warunek konieczny występowania ułamkowej integracji i istnienia wspólnej składowej długookresowej.

Do testowania hipotezy zerowej o równości parametrów długiej pamięci zmienności i wolumenu wykorzystana zostanie statystyka [8]:

$$T = \frac{\sqrt{m}(\hat{d}_1 - \hat{d}_2)}{\sqrt{\frac{1}{2} \left(1 - \frac{\hat{G}_{12}^2}{\hat{G}_{11}\hat{G}_{22}} \right) + \frac{1}{\ln(n)}}} \quad (3)$$

gdzie:

\hat{d}_1 i \hat{d}_2 – odpowiednie estymatory parametrów długiej pamięci,

\hat{G}_{ij} – elementy estymatora dwuwymiarowej macierzy gęstości spektralnej w 0.

Przy założeniu braku kointegracji statystyka T ma asymptotyczny rozkład $N(0,1)$. Wyniki przeprowadzonych testów wraz z wyestymowaną wartością wspólnego parametru długiej pamięci zestawiono w tab. 2. W większości przypadków nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej o wspólnej wartości parametru długiej pamięci zmienności i wolumenu. Hipoteza ta została odrzucona jedynie w przypadku sześciu spółek: GTN, IPX, MIL, PEO, PKN i TPS. Wyniki te wskazują, że w porównaniu do wcześniejszych badań [5] nastąpiła zmiana zależności długookresowych pomiędzy wolumenem i zmiennością stóp zwrotu akcji spółek notowanych na GPW w Warszawie.

Występowanie wspólnego parametru długiej pamięci jest warunkiem koniecznym występowania ułamkowej kointegracji. Pojęcie to jest analogiczne do tradycyjnej definicji kointegracji, np. w przypadku procesów $I(1)$. Dwa procesy z długą pamięcią (tzn. $X_t \sim I(d_1)$ i $Y_t \sim I(d_2)$) są ułamkowo zintegrowane, jeżeli:

- $d_1 = d_2 = d$, tzn. mają ten sam stopień ułamkowej integracji,
- istnieje $a \in \mathbf{R}$, takie, że $X_t + aY_t \sim I(b)$ i $b < d$, tzn. istnieje kombinacja liniowa procesów X_t i Y_t , której parametr długiej pamięci jest mniejszy niż parametr długiej pamięci procesów X_t i Y_t .

Tabela 2

	Wspólna długa pamięć		Ułamkowa kointegracja		
	d_{wsp}	T	wartości własne		liczba relacji kointegrujących
			w_1	w_2	
ACP	0,279	-1,23	1,36	0,64	0
BHW	0,466	0,41	1,12	0,88	0
BRE	0,348	-0,79	1,28	0,72	0
BRS	0,437	0,46	1,47	0,53	0
BSK	0,314	1,21	1,29	0,71	0
BZW	0,488	-0,20	1,21	0,79	0
GTC	0,448	1,46	1,21	0,79	0
GTN	0,464	-3,23***	1,52	0,48	0
IPX	0,434	1,78*	1,37	0,63	0
KGH	0,423	-1,42	1,60	0,40	0
MCI	0,500	0,32	1,67	0,33	1
MIL	0,367	-1,74*	1,42	0,58	0
NET	0,481	0,00	1,36	0,64	0
PBG	0,418	0,48	1,33	0,67	0
PEO	0,428	-3,05***	1,48	0,52	0
PKN	0,404	-2,40**	1,48	0,52	0
PKO	0,395	-0,30	1,48	0,52	0
PXM	0,556	1,05	1,29	0,71	0
TPS	0,308	-3,30***	1,30	0,70	0
TVN	0,464	0,42	1,21	0,79	0

*, **, *** – istotność na poziomie 0,1, 0,05 i 0,01.

Badanie ułamkowej kointegracji, podobnie jak w przypadku klasycznym, polega na analizie wartości własnych i rzędu macierzy gęstości spektralnej G w 0 (lub alternatywnie macierzy korelacji P). Procedura ustalania liczby relacji kointegrujących jest następująca [10]:

Niech $\hat{\delta}_i$ ($i = 1, 2$) będą wartościami własnymi estymatora \hat{P} macierzy korelacji ustawionymi w kolejności malejącej. Wówczas liczbę relacji kointegrujących γ można wyznaczyć jako:

$$r = \operatorname{argmin}\{L(0), L(1)\} \quad (4)$$

gdzie:

$$L(u) = m^{-0,15}(2 - u) - \sum_{i=1}^{2-u} \hat{\delta}_i \quad (5)$$

W tab. 2 zestawiono wyniki odpowiednich obliczeń również dla spółek, dla których hipoteza o wspólnej długiej pamięci została odrzucona. Ponieważ w większości przypadków żadna z wartości własnych macierzy korelacji nie jest bliska 0 oznacza to, że macierz gęstości spektralnej dwuwymiarowego procesu zmienności i wolumenu jest pełnego rzędu, czyli nie występuje relacja kointegrująca te dwie zmienne. Jedynym wyjątkiem są akcje MCI, dla których zastosowana procedura pozwoliła na wykrycie ułamkowej kointegracji pomiędzy zmiennością i wolumenem. Oznacza to, że tylko w przypadku akcji tej spółki możemy mówić o wspólnej długookresowej dynamice wolumenu i zmienności.

Podsumowanie

W opracowaniu zaprezentowano wyniki badania wspólnej długiej pamięci wolumenu i zmienności stóp zwrotu najbardziej płynnych spółek notowanych na GPW w Warszawie w latach 2005-2011. Ich celem była praktyczna weryfikacja hipotezy o mieszance rozkładów, z której wynika podobna długookresowa dynamika wolumenu i zmienności. Uzyskane wyniki świadczą o istnieniu wspólnej długiej pamięci zmienności i wielkości obrotów. Jednocześnie wskazują na różną długookresową dynamikę tych zmiennych i brak wspólnej składowej długookresowej. Świadczą o tym wyniki badania ułamkowej kointegracji. Uzyskane w trakcie badania rezultaty są analogiczne do występujących w literaturze wyników badań rozwiniętych rynków akcji [np. 7].

Literatura

1. Bollerslev T., Jubinski D., Equity trading volume and volatility: latent information arrivals and common long-run dependencies. "Journal of Business and Economic Statistics" 1999, T. 17.
2. Fleming J., Kirby B., Long memory in volatility and trading volume. "Journal of Banking and Finance" 2011, No. 35(7).
3. Gurgul H., Wójtowicz T., Long Memory on German Stock Exchange, "Finance a úvěr – Czech Journal of Economics and Finance" 2006, No. 56 (9-10).

4. Gurgul H., Wójtowicz T., Długookresowe własności wolumenu obrotów i zmienności cen akcji na przykładzie spółek z indeksu DJIA, „Badania Operacyjne i Decyzje” 2006, nr 3-4.
5. Gurgul H., Wójtowicz T., Długa pamięć wolumenu. Porównanie giełd w Warszawie i Frankfurcie, Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego, nr 462 (6), Szczecin 2007.
6. Hansen P., Lunde A., A realized variance for the whole day based on intermittent high-frequency data, “Journal of Financial Econometrics” 2005, No. 3.
7. Lobato I.N., Velasco C., Long memory in stock-market trading volume, “Journal of Business and Economic Statistics” 2000, No. 18(4).
8. Nielsen M.O., Shimotsu K., Determining the cointegration rank in nonstationary fractional systems by the exact local Whittle approach, “Journal of Econometrics” 2007, No. 141.
9. Robinson P.M., Gaussian semiparametric estimation of long range dependence, “Annals of Statistics” 1995, No. 23.
10. Robinson P.M., Yajima Y., Determination of cointegrating rank in fractional systems, “Journal of Econometrics” 2002, No. 106 (2).

LONG-RUN DEPENDENCIES IN RETURN VOLATILITY AND TRADING VOLUME ON WSE

Summary

In the paper common long-term dynamics of return volatility and trading volume of the largest companies listed on Warsaw Stock Exchange in 2005-2011 is examined. The existence of contemporaneous relationship between volatility and volume is implied by the Mixture Distribution Hypothesis which states that volatility and trading volume are jointly generated by information flow process. In the study realized volatility computed on the basis of high frequency data is used as a measure of return volatility. It is more efficient measure of daily return volatility than commonly used absolute or squared returns.