

**Jan Kaczmarzyk**  
**Piotr Kania**

Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach

# **DOCHODOWOŚĆ I RYZYKO DZIAŁALNOŚCI LOKACYJNEJ FUNDUSZY EMERYTALNYCH A PROGNOZOWANIE WARTOŚCI KAPITAŁU EMERYTALNEGO**

## **Wprowadzenie**

Akumulacja kapitału emerytalnego w funduszach emerytalnych jest przede wszystkim postrzegana przez pryzmat procesu akumulacji składki emerytalnej. O ile produktywność osoby aktywnej zawodowo determinuje poziom odprowadzanej składki emerytalnej w przypadku każdego programu emerytalnego, to w tych z nich, które funkcjonują w oparciu o model finansowania kapitałowego, istotne znaczenie mają efekty polityki lokacyjnej funduszy emerytalnych. Ich ocena możliwa jest za pomocą odpowiednich miar dochodowości i ryzyka. Wykorzystanie tych miar nie powinno wiązać się jedynie z oceną jakości zarządzania kapitałowymi funduszami emerytalnymi, która jest istotna z punktu widzenia wyboru funduszu przez przyszłego emeryta, ale także powinna stanowić punkt wyjścia do prognozowania wartości kapitału emerytalnego. Problem ten jest istotny z punktu widzenia szacowania wartości przyszłej emerytury, co jest elementem planowania i realizacji celów w finansach osobistych.

W artykule poruszono problematykę kształtowania przez dochodowość i ryzyko wartości kapitału emerytalnego jako efektu działalności lokacyjnej funduszy emerytalnych oraz prognozowania kapitału emerytalnego i jego wartości zagrożonej (VaR) na podstawie danych historycznych. W tym celu wykorzystano dane dotyczące jednostek rachunkowych działających w Polsce otwartych funduszy emerytalnych za okres od 31.12. 2003 do 31.03.2014 roku.

## 1. Wartość kapitału emerytalnego a działalność lokacyjna otwartych funduszy emerytalnych

Dochodowość i ryzyko są parametrami opisującymi skuteczność polityki lokacyjnej kapitałowych funduszy emerytalnych. Takie fundusze gromadzą kapitał realny<sup>1</sup> przez alokację zgromadzonej składki emerytalnej w aktywach finansowych. Ich szczególnym przypadkiem – funkcjonujących w polskim systemie emerytalnym – są otwarte fundusze emerytalne, których przedmiotem działalności jest gromadzenie środków pieniężnych z przeznaczeniem na wypłatę emerytur, a celem ich działalności lokacyjnej jest dążenie do osiągnięcia maksymalnego stopnia bezpieczeństwa i rentowności<sup>2</sup>. Oznacza to, że fundusze te przy lokowaniu środków swoich członków powinny kierować się przede wszystkim zasadą ograniczania ryzyka inwestycyjnego, ale także powinny mieć na uwadze dochodowość lokat.

Dochodowość otwartego funduszu emerytalnego jest odzwierciedleniem zmian wartości aktywów netto przypadających na jednostkę rozrachunkową między momentem nabycia a momentem umorzenia (przekazaniem na wypłatę emerytury lub z innego tytułu). Oznacza to, że w aspekcie działalności lokacyjnej otwartych funduszy emerytalnych wartość przyszła kapitału emerytalnego jest zdeterminowana dwoma parametrami: liczbą jednostek rozrachunkowych nabytych za akumulowaną składkę emerytalną oraz ich wartością w dniu umorzenia. W ten sposób ocenia się efektywność z punktu widzenia uczestnika funduszu, czyli przyszłego emeryta. W ocenie efektywności w aspekcie jakości polityki inwestycyjnej stosuje się inne podejście, które z jednej strony odzwierciedla wzrost/spadek wartości w jednakowych interwałach (odstępach czasu), co jest związane ze sposobem pomiaru ryzyka, czyli zmiennością wartości jednostki rozrachunkowej w czasie.

Zmienność jednostki rozrachunkowej otwartego funduszu emerytalnego jest postrzegana jako miara ryzyka inwestycyjnego. Jego głównym składnikiem jest ryzyko rynkowe, które jest „(...) związane ze zmiennością czynników ryn-

---

<sup>1</sup> Realny kapitał emerytalny jest tworzony faktycznie (realnie) przez akumulację składki i jej alokację poprzez rynki finansowe. Jego przeciwieństwem jest kapitał formalny, który powstaje tylko w postaci zapisu na koncie emerytalnym uczestnika programu, natomiast nie towarzyszy mu akumulowanie składki w aktywach finansowych. Por. J. Kaczmarzyk, P. Kania: *Ocena wartości zagrożonej kapitału emerytalnego na przykładzie otwartych funduszy emerytalnych*. „Zeszyty Naukowe Wyższej Szkoły Bankowej w Poznaniu” 2010, nr 26, s. 54.

<sup>2</sup> Por. art. 2 oraz art. 139 ustawy z dnia 28 sierpnia 1997 r. o organizacji i funkcjonowaniu funduszy emerytalnych. Dz.U. z 2013 r., poz. 989 z późn. zm.

kowych”<sup>3</sup>. Zmienność ta dotyczy w tym przypadku wahań cen na rynkach finansowych oraz na innych rynkach z nimi powiązanych<sup>4</sup>. Zjawisko to jest szczególnie obserwowane na rynkach zorganizowanych (np. giełdach papierów wartościowych czy towarowych), gdzie dochodzi do wyceny różnych aktywów finansowych i niefinansowych z dużą częstotliwością (od jednorazowego fixingu do wyceny w systemie notowań ciągłych). Między innymi z tego względu do ryzyka rynkowego zalicza się ryzyko cen akcji, ryzyko kursu walutowego, ryzyko stopy procentowej czy ryzyko cen towarów<sup>5</sup>. Stopień ryzyka rynkowego jest uzależniony od zmian ogólnego poziomu cen na rynkach finansowych, a w szczególności od (zwiększeń/zmniejszeń) poziomu cen papierów wartościowych (zwłaszcza akcji)<sup>6</sup>. Ryzyko rynkowe, tzw. ryzyko systematyczne, jest szczególnie dotkliwe w okresach dekonjunktury na rynkach finansowych. Ograniczenie jego skutków jest trudne, gdyż nie jest ono dywersyfikowalne. Inaczej jest z ryzykiem specyficznym, które wiąże się zwykle z działalnością samego emitenta instrumentów finansowych, a dotyczyć może jego niewypłacalności, upadłości czy utraty płynności, w tym w zakresie obrotu wyemitowanymi przez niego papierami wartościowymi lub innymi instrumentami finansowymi. Brak możliwości dywersyfikacji ryzyka rynkowego wynika z założeń teorii portfelowej. Należy jednak pamiętać o tym, że aktywnie działające na rynku finansowym fundusze emerytalne nie posiadają portfela lokat odzwierciedlającego cały rynek, tylko jego część. Może to powodować – szczególnie w krótkim okresie – mniejszą lub większą zmienność jednostki rozrachunkowej względem zmienności indeksu odzwierciedlającego koniunkturę na danym rynku lub segmencie rynku finansowego.

Zmienność wartości jednostki rozrachunkowej, czyli wielkość odchylenia od wartości przeciętnej w założonym okresie analitycznym, ma więc znaczenie dla wartości kapitału emerytalnego, gdyż jego akumulowanie przez regularne wpłaty w powiązaniu z rachunkiem ilościowym w postaci przeliczania składek na jednostki rozrachunkowe powoduje, że ujemne odchylenia jej wartości działają na korzyść przyszłej wartości kapitału emerytalnego. Zjawisko to jest tym silniejsze, im więcej nabyć jest dokonywane poniżej średniej wartości z całego okresu akumulacji. Podobny problem występować będzie w przypadku wypłaty środków z otwartego funduszu emerytalnego. W tym przypadku może występować wypłata jednorazowa lub wycofywanie środków może mieć charakter cy-

<sup>3</sup> J.C. Hull: *Zarządzanie ryzykiem instytucji finansowych*. Wydawnictwo Profesjonalne PWN, Warszawa 2011, s. 668.

<sup>4</sup> Por. *Zarządzanie ryzykiem*. Red. K. Jajuga. WN PWN, Warszawa 2007, s. 18.

<sup>5</sup> Por. *ibid.*

<sup>6</sup> Por. J.A. Haslem: *Mutual funds. Risk and performance analysis for decision making*. Blackwell Publishing, Malden 2003, s. 167.

klicznych wypłat<sup>7</sup>. Jednak w przypadku wypłaty kapitału emerytalnego należy dążyć do sytuacji, w której wartość jednostki rozrachunkowej będzie znacząco wyższa od wartości przeciętnej w całym okresie oszczędzania.

## 2. Szacowanie wartości kapitału emerytalnego na podstawie wartości historycznych jednostki rozrachunkowej OFE

W prognozowaniu wartości przyszłej kapitału emerytalnego należy uwzględnić zachowanie jednostek rozrachunkowych w przeszłości. Jego immanentną cechą jest zmienność wartości jednostek rozrachunkowych. Prognozy wartości przyszłej kapitału emerytalnego można dokonać, wykorzystując założenie o geometrycznym ruchu Browna (GBM) jednostek rozrachunkowych. Zgodnie z koncepcją GBM wartość jednostki rozrachunkowej w okresie prognozowanym  $P_{t+1}$  ustalana jest przy założeniu kapitalizacji ciągłej na podstawie wartości z okresu poprzedzającego  $P_t$  (wzór 1)<sup>8</sup>. Tradycyjne ujęcie GBM przyjmuje, iż zmiany jednostki rozrachunkowej będą miały charakter normalny, tym samym rozkład jednostki rozrachunkowej w przyszłości będzie miał rozkład logarytmiczno-normalny<sup>9</sup>.

$$P_{t+T} = P_t \exp \left[ \text{Normal} \left( \left( -\frac{\sigma^2}{2} \right) T, \sigma \sqrt{T} \right) \right], \quad (1)$$

gdzie:

$\text{Normal}()$  – rozkład normalny,

$\mu$  – dryf,

$\sigma$  – zmienność,

$T$  – interwał pomiędzy okresami (jeżeli dane są regularne  $T = 1$ ).

<sup>7</sup> Cykliczność wypłat jest rozwiązaniem wprowadzonym do polskiego systemu emerytalnego w postaci tzw. suwaka, który ma chronić członków otwartych funduszy emerytalnych przed ryzykiem złej daty, czyli sytuacją, że wartość jednostki rozrachunkowej w dniu wypłaty kapitału emerytalnego będzie istotnie mniejsza od jej wartości przeciętnej z całego okresu dokonywania wpłat. Rozwiązanie to zostało wprowadzone ustawą z dnia 6 grudnia 2013 r. o zmianie niektórych ustaw w związku z określeniem zasad wypłaty emerytur ze środków zgromadzonych w otwartych funduszach emerytalnych. Dz.U. z 2013 r., poz. 1717.

<sup>8</sup> Por. T. Czernik: *Czas przebywania – potencjalne zastosowania. Geometryczny ruch Browna*. W: *Zastosowanie metod ilościowych w zarządzaniu ryzykiem działalności inwestycyjnej*. Red. S. Barczak, P. Tworek. Wydawnictwo UE w Katowicach, Katowice 2013, s. 180; D. Vose: *Risk analysis*. John Wiley & Sons, West Sussex 2008, s. 329; P. Wilmott: *Paul Wilmott on quantitative finance*. Vol. 1. John Wiley & Sons, West Sussex 2006, s. 85.

<sup>9</sup> P. Glasserman: *Monte Carlo Methods in Financial Engineering*. Springer, New York 2004, s. 94-95; R.M. Łochowski: *The geometric brownian motion model vs. the jump-diffusion model applied to selected WIG20 companies in the year 2011*. W: *Zastosowanie metod ilościowych w zarządzaniu ryzykiem...*, op. cit., s. 43.

$$m = \left[ \mu - \frac{\sigma^2}{2} \right] T, v = \sigma^2 T, \quad (2)$$

gdzie:

$m$  – średnia arytmetyczna rozkładu empirycznych logarytmicznych zmian jednostki rozrachunkowej,

$v$  – wariancja rozkładu empirycznych logarytmicznych zmian jednostki rozrachunkowej.

Wartość oczekiwaną i odchylenie standardowe jednostki rozrachunkowej można ustalić na dowolny moment w przyszłości (wzór 3)<sup>10</sup>.

$$\begin{aligned} E(P_{t+T}) &= P_t \exp(\mu T) \\ S(P_{t+T}) &= \sqrt{\exp(2\mu T) P_t^2 [\exp(\sigma^2 T) - 1]}, \end{aligned} \quad (3)$$

gdzie:

$E(P_{t+T})$  – wartość oczekiwana jednostki rozrachunkowej po interwale  $T$ ,

$S(P_{t+T})$  – odchylenie standardowe jednostki rozrachunkowej po interwale  $T$ .

Przyjmując, iż w funduszu emerytalnym jest zgromadzone 100 000 zł, wartość przyszła kapitału emerytalnego po 20 latach (240 miesiącach) powinna przeciętnie wynieść wśród rozważanych OFE 462 164,45 zł przy założeniu, iż nie wystąpią cykliczne dopłaty do kapitału emerytalnego (por. tabela 1). Dla porównania wartość przyszła kapitału emerytalnego dla stopy wolnej od ryzyka (WIBID 1M) wyniosłaby 233 870,56 zł. Oczekiwania wobec portfela rynkowego (WIG) kształtowałyby się znacznie wyżej – na poziomie 976 936,53 zł. Należy zwrócić uwagę, iż odchylenie standardowe wartości przyszłej kapitału emerytalnego wśród OFE wyniosłoby przeciętnie 161 371,60 zł, natomiast odchylenie standardowe portfela rynkowego i aktywów wolnych od ryzyka kształtowałyby się odpowiednio na poziomie 1 238 809,98 zł i 3 139,15 zł, co wydaje się adekwatne do generowanego ryzyka. Najwyższą wartość oczekiwaną kapitału emerytalnego po 20 latach spośród badanych OFE uzyskał AMPLICO (503 003,02 zł), natomiast najniższą AEGON (429 964,61 zł). W przypadku zmienności najniższe odchylenie standardowe kapitału emerytalnego wystąpiło w ALLIANZ (145 172,05 zł), a najwyższe w ING (179 434,44 zł).

Rozpatrując wartość przyszłą kapitału emerytalnego, warto zwrócić uwagę na wartości skrajne ustalane z zadaniem, skrajnie niskim poziomem prawdopodobieństwa. Ustalenie kwantyla rozkładu logarytmiczno-normalnego odbywa się poprzez funkcję odwrotną do funkcji dystrybuanty (4).

<sup>10</sup> Por. P. Glasserman: *Monte Carlo...*, op. cit., s. 95.

$$\begin{aligned}
 E_{LN} &= \ln[E(P_{t+T})] - 0,5 \ln\left(\frac{S(P_{t+T})^2}{P_{t+T}} + 1\right), \\
 S_{LN} &= \sqrt{\ln\left(\frac{S(P_{t+T})^2}{P_{t+T}} + 1\right)}, \\
 P_{t+T\alpha} &= G_{LN}(\alpha, E_{LN}, S_{LN}),
 \end{aligned} \tag{4}$$

gdzie:

$E_{LN}$  – wartość oczekiwana logarytmu naturalnego jednostki rozrachunkowej po interwale  $T$ ,

$S_{LN}$  – odchylenie standardowe logarytmu naturalnego jednostek rozrachunkowych po interwale  $T$ ,

$P_{t+T\alpha}$  – kwantyl jednostki rozrachunkowej z poziomem istotności  $\alpha$ .

Wśród OFE przeciętna wartość kwantyla wartości przyszłej kapitału emerytalnego w horyzoncie 20 lat wyniosła 249 837,44 zł z 5-procentowym poziomem prawdopodobieństwa. Oznacza to, iż kapitał emerytalny o wartości 100 000 zł powinien po 20 latach ukształtować się powyżej 249 837,44 zł z 95-procentowym poziomem prawdopodobieństwa. Przyjmując założenie, iż OFE funkcjonowałyby podobnie, jak przez ostatnie 10 lat, po 20 latach kapitał emerytalny z 95-procentowym poziomem prawdopodobieństwa ukształtowałby się przeciętnie powyżej odpowiedniej wartości ustalonej przy założeniu stopy wolnej od ryzyka. Najwyższą wartość kwantyla zanotował AMPLICO (272 273,75 zł), natomiast najniższą AEGON (235 489,80 zł) – również powyżej stopy wolnej od ryzyka.

Należy przyjąć, iż członek OFE powinien oceniać fundusz emerytalny przez pryzmat oczekiwanego dochodu z uwzględnieniem ewentualnej straty. Wówczas sensownym rozwiązaniem wydaje się zastosowanie koncepcji wartości zagrożonej w ujęciu względnym (*Relative Value at Risk* –  $VaR_R$ ) (wzór 5).

$$VaR_R = E(P_{t+T}) - P_{t+T\alpha}, \tag{5}$$

gdzie:

$VaR_R$  – wartość zagrożona jednostki rozrachunkowej w ujęciu względnym.

Wartość zagrożoną w ujęciu względnym należy rozpatrywać jako potencjalne zmniejszenie wartości oczekiwanej kapitału emerytalnego, które nie powinno być przekroczone z zadanyim poziomem prawdopodobieństwa. Wśród OFE wartość zagrożona dla 5-procentowego poziomu prawdopodobieństwa wyniosła przeciętnie 212 327,01 zł. Warto zwrócić uwagę, iż najniższą wartość zagrożoną zanotował ALLIANZ (194 080,94 zł), natomiast najwyższą – PEKAO (233 360,69 zł).

Tabela 1

Wartość zagrożona kapitału o wartości 100 000 zł po 240 miesiącach na podstawie jednostek rozrachunkowych OFE w okresie od 31 grudnia 2003 do 31 marca 2014 przy założeniu geometrycznego ruchu Browna

Parametr	m	$\sigma$	$\mu$	E(FV)	$\sigma$ (FV)	ln(m)	ln( $\sigma$ )	5%	VarR
WIG	0,75%	6,32%	0,95%	976 936,53 zł	1 238 809,98 zł	13,31	0,98	120 870,07 zł	856 066,47 zł
WIBID1M	0,35%	0,09%	0,35%	233 870,56 zł	3 139,15 zł	12,36	0,01	228 743,33 zł	5 127,24 zł
AEGON	0,58%	2,15%	0,61%	429 964,61 zł	146 970,14 zł	12,92	0,33	235 489,80 zł	194 474,81 zł
ALLIANZ	0,60%	2,06%	0,62%	443 250,20 zł	145 172,05 zł	12,95	0,32	249 169,26 zł	194 080,94 zł
AMPLICO	0,65%	2,18%	0,67%	503 003,02 zł	175 183,37 zł	13,07	0,34	272 273,75 zł	230 729,27 zł
AVIVA	0,59%	2,23%	0,62%	442 496,44 zł	157 585,26 zł	12,94	0,35	236 121,92 zł	206 374,52 zł
AXA	0,62%	2,10%	0,65%	471 824,87 zł	157 902,09 zł	13,01	0,33	261 805,15 zł	210 019,73 zł
BANKOWY	0,60%	2,14%	0,62%	443 364,04 zł	151 470,19 zł	12,95	0,33	242 908,52 zł	200 455,52 zł
GENERALI	0,63%	2,10%	0,65%	476 136,83 zł	159 189,78 zł	13,02	0,33	264 354,72 zł	211 782,11 zł
ING	0,63%	2,33%	0,65%	480 605,02 zł	179 434,44 zł	13,02	0,36	248 542,20 zł	232 062,82 zł
NORDEA	0,61%	2,17%	0,64%	459 664,87 zł	158 788,77 zł	12,98	0,34	250 100,34 zł	209 564,54 zł
PEKAO	0,64%	2,29%	0,66%	490 792,63 zł	179 417,55 zł	13,04	0,35	257 431,93 zł	233 360,69 zł
POCZTYL	0,60%	2,17%	0,62%	443 063,30 zł	153 182,44 zł	12,95	0,34	240 940,20 zł	202 123,10 zł
PZUZLOTA	0,61%	2,30%	0,64%	461 953,14 zł	170 005,75 zł	12,98	0,36	241 227,67 zł	220 725,47 zł
WARTA	0,61%	2,22%	0,64%	462 018,89 zł	163 528,99 zł	12,98	0,34	247 521,23 zł	214 497,66 zł

Koncepcja GBM zakłada rozkład normalny zmian aktywów pozostających w ekspozycji na ryzyko rynkowe. Miesięczne zmiany jednostek rozrachunkowych według kryterium informacyjnego AIC wykazały najlepsze dopasowanie do rozkładu Weibulla dla wszystkich branż pod uwagę OFE (por. rys. 1).

W konsekwencji można rozważyć zmodyfikowaną koncepcję GBM zakładającą, iż zmiany jednostki rozrachunkowej z okresu na okres następują zgodnie z rozkładem prawdopodobieństwa najlepiej dopasowanym do historycznych logarytmicznych zmian jednostki rozrachunkowej (wzór 6).

$$P_{t+1} = P_t \exp[G(\alpha)], \quad (6)$$

gdzie:

$G(\alpha)$  – funkcja odwrotna do funkcji dystrybuanty rozkładu najlepiej dopasowanego do historycznych zmian logarytmicznych jednostki rozrachunkowej.

Name	WIG	WIBID 1M	AEGON	ALLIANZ	AMPLICO
Najlepiej dopasowany rozkład	RiskLogistic(0,010505;0,03872)	RiskUniform(0,0019412;0,052906)	RiskWeibull(9,2738;0,17584;RiskShift(-0,16096))	RiskWeibull(8,1798;0,1504;RiskShift(-0,13584))	RiskWeibull(9,0688;0,17626;RiskShift(-0,16062))
AIC	-335,5656	-1397,8527	-597,5791	-606,8281	-592,724
Minimum	-Infinity	0,19%	-16,10%	-13,58%	-16,06%
Maximum	+Infinity	0,53%	+Infinity	+Infinity	+Infinity
Średnia	1,05%	0,36%	0,58%	0,60%	0,64%
Moda	1,05%	0,19%	1,27%	1,22%	1,34%
Mediana	1,05%	0,36%	0,81%	0,80%	0,87%
Odchylenie standardowe	6,14%	0,10%	2,15%	2,06%	2,20%
Wykres					
Name	AVIVA	AXA	BANKOWY	GENERALI	ING
Najlepiej dopasowany rozkład	RiskWeibull(11,561;0,22256;RiskShift(-0,20714))	RiskWeibull(8,7576;0,16455;RiskShift(-0,14953))	RiskWeibull(8,9068;0,16885;RiskShift(-0,15389))	RiskWeibull(7,1865;0,13774;RiskShift(-0,12284))	RiskWeibull(10,108;0,20651;RiskShift(-0,19041))
AIC	-591,2086	-601,6363	-597,8425	-599,8257	-578,4127
Minimum	-20,71%	-14,95%	-15,39%	-12,28%	-19,04%
Maximum	+Infinity	+Infinity	+Infinity	+Infinity	+Infinity
Średnia	0,58%	0,61%	0,59%	0,62%	0,62%
Moda	1,37%	1,28%	1,27%	1,21%	1,40%
Mediana	0,85%	0,83%	0,82%	0,81%	0,88%
Odchylenie standardowe	2,23%	2,12%	2,14%	2,12%	2,34%
Wykres					
Name	NORDEA	PEKAO	POCZTYL	PZUZLOTA	WARTA
Najlepiej dopasowany rozkład	RiskWeibull(8,4275;0,16309;RiskShift(-0,14795))	RiskWeibull(8,1299;0,16596;RiskShift(-0,15009))	RiskWeibull(9,2913;0,17766;RiskShift(-0,16257))	RiskWeibull(8,6396;0,1764;RiskShift(-0,16069))	RiskWeibull(8,2338;0,16295;RiskShift(-0,1476))
AIC	-594,3855	-581,1546	-595,3029	-580,3755	-588,7468
Minimum	-14,80%	-15,01%	-16,26%	-16,07%	-14,76%
Maximum	+Infinity	+Infinity	+Infinity	+Infinity	+Infinity
Średnia	0,60%	0,63%	0,59%	0,60%	0,61%
Moda	1,27%	1,32%	1,29%	1,32%	1,28%
Mediana	0,82%	0,86%	0,82%	0,84%	0,83%
Odchylenie standardowe	2,18%	2,29%	2,17%	2,30%	2,22%
Wykres					

Rys. 1. Wynik dopasowania teoretycznego rozkładu prawdopodobieństwa do danych empirycznych

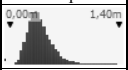
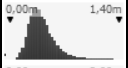
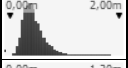
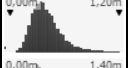
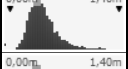
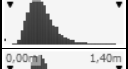
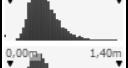
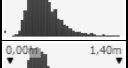






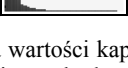
Zastosowanie rozkładu prawdopodobieństwa innego niż normalny utrudnia szacowanie parametrów rozkładu prawdopodobieństwa wartości przyszłej kapitału emerytalnego. Mało wydajnym, aczkolwiek skutecznym i jednocześnie przejrzystym rozwiązaniem w takiej sytuacji jest zastosowanie mechanizmu symulacyjnego typowego dla metod z grupy Monte Carlo. Przy szacowaniu rozkładów wartości przyszłych dla OFE założono 5000 symulacji oraz generowanie liczb losowych metodą Latin HyperCube<sup>11</sup>.

<sup>11</sup> Generowanie liczb losowych metodą Latin HyperCube jest rozwinięciem tradycyjnego podejścia Monte Carlo. W przypadku Latin HyperCube są brane pod uwagę wszystkie przedziały prawdopodobieństwa, natomiast w przypadku typowego Monte Carlo nawet przy dużej liczbie symulacji niektóre przedziały mogą być pomijane. Wybór Latin HyperCube umożliwia wierniejsze odwzwierciedlenie założeń dotyczących rozkładu prawdopodobieństwa przy mniejszej liczbie symulacji.



Wartość przysła kapitału emerytalnego ukształtowała się przeciętnie na poziomie 452 831,67 zł, natomiast wartość kapitału emerytalnego, jaki powinien być przekroczony z 95-procentowym poziomem prawdopodobieństwa ukształtowała się przeciętnie na poziomie 242 518,04 zł. Przyjęcie rozkładu Weibulla dało nieco niższe wartości niż typowe dla GBM założenie o rozkładzie normalnym zmian jednostki rachunkowej. Wartość kapitału emerytalnego, który zostanie przekroczony z 95-procentowym poziomem prawdopodobieństwa, była najwyższa w przypadku AMPLICO (259 180,30 zł), natomiast najniższa w przypadku AEGON (228 330,90). W przypadku wartości zagrożonej najwyższą wartość odnotował PEKAO (238 558,60 zł), natomiast najniższą AEGON (194 374,00 zł) i ALLIANZ (195 916,10 zł), podczas gdy przeciętna wartość zagrożona w ujęciu względnym ukształtowała się wśród rozważanych OFE na poziomie 210 313,63 zł (por. rys. 2).

Należy stwierdzić, iż uwzględnienie założenia o rozkładzie najlepiej dopasowanym w miejsce założenia o rozkładzie normalnym zmienia nieznacznie rezultaty prognozy. Najbardziej interesujące wnioski rodzi ocena komponentu wartości zagrożonej, jakim jest wartość kapitału emerytalnego zachodząca z zadanym poziomem prawdopodobieństwa. W perspektywie 20 lat, przyjmując założenie o rozkładzie normalnym, wszystkie brane pod uwagę fundusze z 95-procentowym poziomem prawdopodobieństwa wypracowałyby kapitał emerytalny na poziomie wyższym, niż wartość oczekiwana kapitału przy stopie wolnej od ryzyka. Przy założeniu rozkładu najlepiej dopasowanego nie wszystkie brane pod uwagę otwarte fundusze emerytalne przekroczyłyby kapitał wolny od ryzyka na poziomie oczekiwanym, lecz wszystkie wypracowałyby go na poziomie bardzo zbliżonym lub wyższym.

Name	Graph	Min	Mean	Max	5%	95%	VaRR
t240 / AEGON		113 624,30 zł	418 114,30 zł	1 337 493,00 zł	226 896,60 zł	669 281,10 zł	191 217,70 zł
t240 / ALLIANZ		135 741,00 zł	435 224,70 zł	1 293 177,00 zł	245 574,90 zł	699 586,20 zł	189 649,80 zł
t240 / AMPLICO		135 633,60 zł	483 478,60 zł	1 805 709,00 zł	259 465,10 zł	803 990,10 zł	224 013,50 zł
t240 / AVIVA		115 464,20 zł	426 088,30 zł	1 180 643,00 zł	230 158,10 zł	704 920,20 zł	195 930,20 zł
t240 / AXA		137 691,60 zł	451 612,90 zł	1 210 942,00 zł	252 817,00 zł	724 658,80 zł	198 795,90 zł
t240 / BANKOWY		87 557,42 zł	435 804,60 zł	1 319 306,00 zł	236 579,50 zł	712 520,40 zł	199 225,10 zł
t240 / GENERALI		137 959,80 zł	461 954,30 zł	1 344 490,00 zł	253 070,30 zł	750 625,80 zł	208 884,00 zł
t240 / ING		85 583,19 zł	462 905,50 zł	1 372 253,00 zł	237 306,20 zł	785 400,60 zł	225 599,30 zł
t240 / NORDEA		131 958,60 zł	445 033,70 zł	1 333 364,00 zł	241 089,80 zł	731 714,10 zł	203 943,90 zł
t240 / PEKAO		107 455,40 zł	482 265,90 zł	1 506 691,00 zł	253 953,20 zł	816 428,10 zł	228 312,70 zł
t240 / POCZTYL		116 879,50 zł	433 374,30 zł	1 493 890,00 zł	231 873,90 zł	712 311,30 zł	201 500,40 zł
t240 / POLSAT		111 484,50 zł	421 613,40 zł	1 513 678,00 zł	230 234,10 zł	683 492,30 zł	191 379,30 zł
t240 / PUZUŁOTA		119 148,90 zł	450 592,70 zł	1 667 764,00 zł	233 641,80 zł	753 987,80 zł	216 950,90 zł
t240 / WARTA		139 607,00 zł	451 405,60 zł	1 446 795,00 zł	241 773,70 zł	746 989,80 zł	209 631,90 zł
t240 / WIG		35 268,38 zł	1 905 564,00 zł	24 065 550,00 zł	263 080,30 zł	5 792 733,00 zł	1 642 483,70 zł

Rys. 2. Prognoza wartości kapitału emerytalnego po 240 miesiącach przy założeniu, iż nie występują cykliczne dopłaty, a jednostki rozrachunkowe zmieniają się zgodnie z najlepiej dopasowanym rozkładem prawdopodobieństwa

## Podsumowanie

Dochodowość oraz zmienność wartości jednostki rozrachunkowej otwartych funduszy emerytalnych może być wykorzystana nie tylko do oceny jakości prowadzonej działalności lokacyjnej, ale również do prognozowania przyszłej wartości kapitału emerytalnego. Zastosowane metody pozwalają szacować jego wartość z określonym prawdopodobieństwem, przy uwzględnieniu parametrów statystycznych dla rozkładu normalnego oraz najlepiej dopasowanego rozkładu do wartości empirycznych. Przeprowadzone badania wskazują, że wybór roz-

kładu ma znaczenie dla uzyskanych wyników, jednak przede wszystkim w kontekście porównywalności wyników uzyskiwanych przez poszczególne fundusze emerytalne.

## Literatura

- Czernik T.: *Czas przebywania – potencjalne zastosowania. Geometryczny ruch Browna*. W: *Zastosowanie metod ilościowych w zarządzaniu ryzykiem działalności inwestycyjnej*. Red. S. Barczak, P. Tworek. Wydawnictwo UE w Katowicach, Katowice 2013.
- Glasserman P.: *Monte Carlo Methods in Financial Engineering*. Springer, New York 2004.
- Haslem J.A.: *Mutual funds. Risk and performance analysis for decision making*. Blackwell Publishing, Malden 2003.
- Hull J.C.: *Zarządzanie ryzykiem instytucji finansowych*. Wydawnictwo Profesjonalne PWN, Warszawa 2011.
- Kaczmarzyk J., Kania P.: *Ocena wartości zagrożonej kapitału emerytalnego na przykładzie otwartych funduszy emerytalnych*. „Zeszyty Naukowe Wyższej Szkoły Bankowej w Poznaniu” 2010, nr 26.
- Łochowski R.M.: *The geometric brownian motion model vs. the jump-diffusion model applied to selected WIG20 companies in the year 2011*. W: *Zastosowanie metod ilościowych w zarządzaniu ryzykiem działalności inwestycyjnej*. Red. S. Barczak, P. Tworek. Wydawnictwo UE w Katowicach, Katowice 2013.
- Ustawa z dnia 28 sierpnia 1997 r. o organizacji i funkcjonowaniu funduszy emerytalnych. Dz.U. z 2013 r., poz. 989 z późn. zm.
- Ustawa z dnia 6 grudnia 2013 r. o zmianie niektórych ustaw w związku z określeniem zasad wypłaty emerytur ze środków zgromadzonych w otwartych funduszach emerytalnych. Dz.U. z 2013 r., poz. 1717.
- Vose D.: *Risk analysis*. John Wiley & Sons, West Sussex 2008.
- Wilmott P.: *Paul Wilmott on quantitative finance*. Vol. 1. John Wiley & Sons, West Sussex 2006.
- Zarządzanie ryzykiem*. Red. K. Jajuga. WN PWN, Warszawa 2007.

## PROFITABILITY AND RISK OF THE OPEN-END PENSION FUNDS INVESTMENT ACTIVITIES AND PREDICTION OF A PENSION CAPITAL VALUE

### Summary

The accumulation of pension capital in capital funds is the subject of much discussion, especially in terms of their profitability and risk associated with turbulence in financial markets. The article presents the issues of shaping the capital value of the pen-

sion by profitability and risk as a measure of investment activities of pension funds and pension capital forecasting and its value at risk (VaR) based on historical data. The article used data relating to profitability and volatility of open-end pension fund units in Poland for the period from 31.12. 2003 to 31.03.2014.