

Andrzej Paliński

AGH Akademia Górniczo-Hutnicza

MODELOWANIE OPROCENTOWANIA KREDYTÓW BANKOWYCH Z WYKORZYSTANIEM TEORII GIER I WARTOŚCI LIKWIDACYJNEJ

Wprowadzenie

Powszechnie akceptowaną w ostatnich latach metodą ograniczania ryzyka jest teoria opcji. Narzędzia zarządzania ryzykiem wywodzą się generalnie z modelu Blacka-Sholesa¹. W ograniczaniu ryzyka kredytowego rozwinięcie wspomnianego modelu stanowi model Mertona², w którym kredyt traktowany jest jako opcja sprzedaży na aktywa przedsiębiorstwa. Praktyczna implementacja modelu Mertona została opracowana przez Moody's-KMV³. Jednakże model ten jest krytykowany za nadmierną arbitralność przy wyznaczaniu parametrów dla podmiotów nienotowanych na giełdzie⁴.

Model Moody's-KMV, podobnie jak znaczna część modeli ekonomicznych, został opracowany dla rynku amerykańskiego, w którym finansowanie podmiotów gospodarczych w dużym stopniu odbywa się przez giełdę papierów wartościowych. W polskich warunkach głównym źródłem kapitałów obcych pozostają banki, co jest typowe dla niemiecko-japońskiego modelu systemu bankowego. Stąd przeniesienie modelu Moody's-KMV na grunt polski wydaje się trudne do praktycznego zastosowania i dyskusyjne⁵.

¹ F. Black, M. Scholes: *The Pricing of Options and Corporate Liabilities*. „Journal of Political Economy” 1973, Vol. 81 (3).

² R. Merton: *On the pricing of corporate debt: The risk structure of interest rates*. „Journal of Finance” 1974, Vol. 29.

³ P. Crosbie, J. Bohn: *Modeling Default Risk – Modeling Methodology*. Moody's KMV Company 2003.

⁴ M. Crouhy, D. Galai, R. Mark: *A comparative analysis of current credit risk models*. „Journal of Banking & Finance” 2000, Vol. 24, No. 1-2.

⁵ P. Noetzel: *Strukturalne i zredukowane modele pomiaru ryzyka kredytowego wykorzystywane w praktyce bankowej*. „Ekonomia i Zarządzanie” 2011, nr 1.

Ważnymi cechami kredytów bankowych odróżniającymi je od papierów dłużnych są:

- brak notowania na rynku papierów wartościowych,
- długotrwałość więzi bank – kredytobiorca,
- uprzywilejowana pozycja banków przy odzyskiwaniu należności w stosunku do pozostałych wierzycieli, w szczególności wierzycieli handlowych,
- uzyskiwanie dochodów przez bank z tytułu innych usług bankowych (rachunki bankowe, lokaty itp., tzw. *cross-selling*).

Model wykorzystujący teorię opcji, który posługuje się głównie wartością aktywów i zmiennością stóp zwrotu z aktywów kredytobiorcy oraz wysokością dźwigni finansowej, nie uwzględnia większości cech bankowej umowy kredytowej. Wykorzystanie go do zarządzania ryzykiem kredytowym i wyznaczania premii na ryzyko w stopie procentowej może być obciążone znacznym błędem.

W niniejszym artykule proponuje się zastosowanie modelu teoretycznego, wywodzącego się z teorii gier⁶, do wyznaczania oprocentowania kredytów bankowych, w tym premii za ryzyko. W dalszej perspektywie możliwe jest użycie tego modelu do zarządzania ryzykiem i określania wartości zagrożonej. Głównym celem artykułu jest wyznaczenie stóp procentowych z modelu teoriogrowego dla kredytów wybranych polskich spółek giełdowych i porównanie ich z rzeczywistym oprocentowaniem zadłużenia kredytowego tych spółek.

Dalsza część artykułu przedstawia się następująco: W punkcie pierwszym przedstawiono założenia teoretyczne modelu spłaty kredytu wykorzystującego teorię gier i wartość likwidacyjną. W punkcie drugim zastosowano ten model do wyliczenia stóp procentowych zadłużenia kredytowego wybranych spółek giełdowych. W punkcie trzecim przeprowadzono analizę wrażliwości modelu na zmianę parametrów wejściowych. Artykuł zakończono krótkim podsumowaniem.

1. Modelowanie stopy procentowej z wykorzystaniem teorii gier

Potraktowanie spłaty kredytu jako gry strategicznej doprowadziło do wniosku, że kredytobiorca dokonuje spłaty zobowiązań wynikających z umowy kredytowej jako mniejszej z dwóch wartości⁷:

⁶ A. Paliński: *Loan Payment and Renegotiation: The Role of the Liquidation Value*. „SSRN Working Papers” 2013, <http://ssrn.com/abstract=2325424>.

⁷ A. Paliński: *Analiza ekonomicznych warunków umowy kredytowej w ujęciu teorii gier*. Wydawnictwo UE w Katowicach, Katowice 2013.

$$\pi_B = \min\{L, R_1\}, \quad (1)$$

gdzie:

π_B – dochód banku z umowy kredytowej,

L – wartość likwidacyjna aktywów kredytobiorcy z punktu widzenia banku,

R_1 – kwota spłaty określona w umowie kredytowej.

Przyjmując założenie dotyczące rocznego terminu spłaty kredytu, kwota spłaty wynosiłaby:

$$R_1 = I(1 + r), \quad (2)$$

gdzie:

I – kwota udzielonego kredytu,

r – stopa oprocentowania kredytu.

W uproszczeniu, w warunkach asymetrii informacyjnej dotyczącej wyników przedsięwzięcia gospodarczego, kredytobiorca nie próbuje oszukiwać banku w większym stopniu, niż pozorując zwrot z przedsięwzięcia pozwalający na spłatę równą wartości likwidacyjnej swoich aktywów. Próba niższej spłaty prowadziłyby bowiem do przejmowania aktywów kredytobiorcy przez bank w oczekiwaniu na wyższą wartość likwidacyjną aktywów. Stąd kredytobiorca spłaca równowartość wartości likwidacyjnej, a bank, nie mogąc uzyskać większej kwoty w wyniku przejęcia majątku dłużnika nie ma wiarygodnej groźby, aby zmusić kredytobiorcę do wyższej spłaty.

Przyjmijmy założenie, że wynik przedsięwzięcia realizowanego przez kredytobiorcę jest zmienną losową X o realizacjach $x \in [0, \bar{x}] \subset \mathbb{R}_+$ oraz ciągłej gęstości $f(x)$. Kredytobiorca realizuje przedsięwzięcie gospodarcze, finansując je częściowo środkami pochodzącymi z kredytu w kwocie I udzielonego z zabezpieczeniem spłaty C , którego całkowita kwota spłaty kapitału wraz z odsetkami wynosi R_1 .

W sytuacji niewypłacalności bank może dokonać restrukturyzacji długu albo przejąć zabezpieczenie spłaty kredytu wraz z częścią aktywów wytworzonych jako wynik realizacji przedsięwzięcia. Załóżmy, że wartość zabezpieczenia spłaty na majątku kredytobiorcy posiadanym przed udzieleniem kredytu wynosi bC , gdzie $0 \leq b < 1$. Podobnie wartość aktywów będących wynikiem przedsięwzięcia wynosi dla banku aX , gdzie $0 \leq a < 1$. W praktyce współczynnik a będzie tym niższy, im wynik przedsięwzięcia będzie gorszy, a groźba upadłości dłużnika – wyższa.

Dodatkowo zakłada się, że bank posiada poziom rezerwacji \bar{u} będący użytecznością przejścia aktywów kredytobiorcy⁸ i braku konieczności prowadzenia restrukturyzacji kredytu. Poziom rezerwacji może być także ujemny, w zależności od konkretnego przypadku. Przedsiębiorstwa w rozwijających się branżach, zapewniające dalszą współpracę z bankiem i spłatę kolejnych kredytów, mogą być poddawane restrukturyzacji ze względu na przyszłe korzyści banku⁹.

Tym samym kredyt bankowy ma wartość likwidacyjną wynoszącą $L(x) = ax + bC + \bar{u}$, która wyznacza poziom spłaty kredytu dla takich wyników przedsięwzięcia kredytobiorcy x , dla których $L(x) < R_1$.

Model teoretyczny spłaty kredytu może zostać wykorzystany do praktycznego wyznaczania stopy oprocentowania kredytu w momencie jego udzielania. W tym celu należy zastosować podejście numeryczne oparte na symulacji Monte Carlo. Wyznaczenie stopy procentowej dla kredytu w modelu symulacyjnym wykonywane jest na podstawie poniższego wzoru¹⁰:

$$\int_0^{\frac{1}{a}(R_1 - bC - \bar{u})} (ax + bC + \bar{u})f(x)dx + R_1 \int_{\frac{1}{a}(R_1 - bC - \bar{u})}^{\bar{x}} f(x)dx - I(1 + r_B) = 0. \quad (3)$$

Zgodnie z modelem teoretycznym przy niskim zwrocie z przedsięwzięcia, przy którym wartość likwidacyjna kredytu nie przewyższa kwoty spłaty określonej w umowie, kredytobiorca spłaca wartość likwidacyjną (pierwsza całka we wzorze (3)). Powyżej takiego zwrotu kredytobiorca spłaca kwotę R_1 określoną w umowie kredytowej (druga całka we wzorze (3)). Wartość oczekiwana spłaty kredytu musi równoważyć kwotę udzielonego kredytu powiększoną o koszt pozyskania funduszy przez bank r_B .

Ze względu na to, że kwota spłaty R_1 we wzorze (3) jest funkcją uwikłaną, możliwe jest jedynie znalezienie rozwiązania równania w drodze kolejnych przybliżeń. Po znalezieniu R_1 oprocentowanie kredytu wyznaczone jest ze wzoru (2). Przy większej liczbie okresów spłaty zamiast wzoru (2) należałoby zastosować zdyskontowaną wartość wszystkich rat kapitałowych i odsetkowych na dzień udzielania kredytu z użyciem stopy dyskontowej r_B .

⁸ Franks i Sussman wykazali, że banki dążą do przejścia wartościowych zabezpieczeń niezależnie od starań kredytobiorców prowadzących restrukturyzację zadłużenia. J.R. Franks, O. Sussman: *Financial Distress and Bank Restructuring of Small to Medium Size UK Companies*. „The Review of Finance” 2005, Vol. 9, No. 1.

⁹ Jest to zagadnienie tzw. *relationship lending* – ważną rolę w tym zakresie odegrał model teoretyczny Rajana (por. R. Rajan: *Insiders and outsiders: The choice between informed and arm's length debt*. „Journal of Finance” 1992, Vol. 47), a przykładowe wyniki badań empirycznych można znaleźć w pracach: M. Petersen, R. Rajan: *The benefits of lending relationships: Evidence from small business data*. „Journal of Finance” 1994, Vol. 49; S. Bharath, S. Dahiya, A. Saunders, A. Srinivasan: *So what do I get? The bank's view of lending relationships*. „Journal of Financial Economics” 2007, Vol. 85.

¹⁰ Por. A. Paliński: *Loan Payment...*, op. cit.

2. Teoretyczne i rzeczywiste oprocentowanie kredytów bankowych spółek giełdowych

Przedstawiony w poprzednim punkcie model teoretyczny zastosowano do wyznaczenia oprocentowania kredytów bankowych wybranych spółek giełdowych. W celu wyznaczenia teoretycznego oprocentowania kredytów bankowych wykorzystano dane dotyczące 20 spółek notowanych na GPW w Warszawie, należących do czterech branż: przemysłu elektromaszynowego, budownictwa, informatyki i przemysłu spożywczego. Dane pochodzą ze zweryfikowanych jednostkowych sprawozdań finansowych spółek za lata 2006-2010 oraz notowań giełdowych umieszczonych na stronach internetowych portalu Money.pl.

W dalszej kolejności dokonano porównania obliczonych stóp procentowych z uśrednionym rzeczywistym realnym oprocentowaniem kredytów bankowych zaciągniętych przez badane spółki.

Wprowadzono ponadto kilka dodatkowych założeń upraszczających.

1. Jako kwotę kredytu przyjęto wartość zawartych umów kredytowych, a nie kwotę zadłużenia na koniec roku poprzedzającego spłatę kredytu. Odpowiada to momentowi prognozowania przez bank ryzyka związanego z udzieleniem kredytu. W wielu przypadkach zadłużenie kredytowe badanych spółek było niższe niż kwoty kredytów określone w umowach kredytowych, ale ryzyko banku w chwili udzielania kredytów dotyczyło całkowitej kwoty kredytu. W zależności od posiadanych danych rokiem wyznaczania oprocentowania kredytu był najczęściej rok 2010, rzadziej – rok 2009, a w jednym przypadku – rok 2008. Założono roczny okres spłaty kredytu.
2. Szacunkową wartość likwidacyjną aktywów posiadanych przez spółkę w roku poprzedzającym spłatę wyznaczono przy użyciu zmodyfikowanego wzoru Wilcoxa¹¹:

$$L_0 = \dot{S}P + PW + 70\%ZN + 50\%PA - ZP - PR - LF, \quad (4)$$

gdzie:

L_0 – szacunkowa wartość likwidacyjna aktywów kredytobiorcy,

$\dot{S}P$ – środki pieniężne i ich ekwiwalenty,

PW – łatwo zbywalne papiery wartościowe,

ZN – wartość księgowa zapasów, należności i zaliczek,

PA – wartość księgowa pozostałych aktywów,

ZP – zobowiązania z tytułu podatków, ceł i ubezpieczeń społecznych,

¹¹ J. Wilcox: *A Prediction of Business Failure Using Accounting Data*. „Journal of Accounting Research” 1973, Vol. 11.

PR – zobowiązania wobec pracowników,

LF – zobowiązania z tytułu leasingu finansowego.

Wzór ten bierze pod uwagę wszystkie aktywa kredytobiorcy i tylko te zobowiązania, które są uprzywilejowane w stosunku do wierzytelności bankowych.

3. Przyjęto wartość rynkową aktywów spółki jako sumę wartości rynkowej kapitału i wartości księgowej zadłużenia $A_0 = E_0 + D$. Na tej podstawie wyznaczano średnią roczną stopę zwrotu z aktywów z trzech lat, w tym także roku spłaty kredytu. Roczna stopa zwrotu z aktywów to: $R_{A0} = (A_1 - A_0)/A_0$.
4. Odchylenie standardowe stóp zwrotu z akcji wyznaczono na podstawie miesięcznych stóp zwrotu z okresów 2-letnich, które następnie pomnożono przez $12^{1/2}$ w celu uzyskania rocznych odchyleń standardowych. W następnej kolejności określono odchylenie standardowe stóp zwrotu z aktywów na podstawie uproszczonego rozwiązania zaproponowanego przez Byströma¹², w którym zmienność aktywów kredytobiorcy przyjmuje uproszczoną wartość

$$\sigma_A = \frac{\sigma_E E_0}{E_0 + D}. \quad (5)$$

Podejście to nie daje dobrych wyników w przypadku wysokiej dźwigni finansowej i dużej zmienności¹³, ale w odniesieniu do badanych spółek nie było takich przypadków.

5. Założono, że stopa zwrotu z aktywów ma rozkład normalny o wyznaczonych wcześniej parametrach $R_A \sim N(R_{A0}, \sigma_A)$.
6. Jako koszt pozyskania środków finansowych przez bank przyjęto realną stopę WIBOR 3M uzyskaną po odjęciu rocznej stopy inflacji.
7. Współczynnik odzysku aktywów ponad ich wartość księgową przyjęto jako $b = 0,5$. Jeżeli wartość aktywów uległa zmniejszeniu poniżej wartości księgowej A_K , to wartość likwidacyjną obliczano w proporcji do początkowej wartości likwidacyjnej L_0 .

Przy uwzględnieniu przyjętych założeń dochód banku $E\pi_B$ z wzoru (3) w obliczeniach numerycznych przyjmie następującą postać:

¹² H. Byström: *Merton Unraveled: A Flexible Way of Modeling Default Risk*. „Journal of Alternative Investments” 2006, No. 4.

¹³ M. Wójciak, A. Wójcicka: *Porównanie modyfikacji Byströma modelu opcyjnego oceny ryzyka kredytowego z modelem MKMV*. W: *Dynamiczne modele ekonometryczne*. Red. T. Kufel, M. Piłatowska. Toruń 2007.

$$\begin{aligned}
E\pi_B = & \int_{-1}^{\frac{A_K - A_0}{A_0}} \frac{L_0}{A_K} [A_0(1+x)]f(x)dx \\
& + \int_{\frac{A_K - A_0}{A_0}}^g [L_0 + b(A_0(1+x) - A_K)]f(x)dx \quad (6) \\
& + R_1 \int_g^\infty f(x)dx - I(1+r_B),
\end{aligned}$$

gdzie:

$$g = \frac{R_1 + A_K - L_0 - bA_0}{bA_0}.$$

Pierwsza całka we wzorze (6) odpowiada wartości oczekiwanej dochodu banku w sytuacji, gdy spłata jest równa wartości likwidacyjnej, a wartość rynkowa aktywów jest mniejsza od ich wartości księgowej. Dolna granica całki wynika z warunku nieujemności wartości likwidacyjnej. Druga całka odpowiada wartości oczekiwanej dochodu przy spłacie równej wartości likwidacyjnej, gdy wartość rynkowa aktywów jest większa od księgowej. Trzecia całka dotyczy spłaty zgodnej z umową kredytową, która ma miejsce wtedy, gdy wartość likwidacyjna przekroczy kwotę spłaty określoną w umowie, tzn. gdy:

$$L_0 + bA_0(1+x) - A_K \geq R_1.$$

Punkt, w którym wartość rynkowa aktywów spada poniżej wartości księgowej uznano w obliczeniach za istotny, gdyż poniżej tej wartości bank może traktować przedsiębiorstwo jako sumę aktywów, a nie jako działający podmiot gospodarczy mogący zapewnić przyszłe przepływy pieniężne.

Wykorzystując metodę Monte Carlo, obliczano wartość oczekiwaną dochodu banku z wzoru (6) dla 50 000 przebiegów symulacyjnych dla każdej spółki. W drodze podejścia iteracyjnego znajdowano taką stopę procentową r , dla której $E\pi_B = 0$. Obliczenia przeprowadzono jedynie dla 20 wybranych spółek ze względu na czasochłonność procedury iteracyjnej. Wyniki symulacji zebrano w tabeli 1.

Uzyskane wyniki nie są obiecujące z powodu dużej rozbieżności stóp teoretycznych z rzeczywistymi. Dyskusyjne pozostaje zastosowanie rynkowych wartości aktywów i stóp zwrotu. Banki biorą pod uwagę przede wszystkim wartości likwidacyjne pojedynczych składników aktywów, które stanowią zabezpieczenie spłaty. Wartości rynkowe nie stanowią punktu odniesienia dla stóp procentowych, co wyraźnie potwierdzają badania¹⁴. Przy szacowaniu wartości likwidacyjnej należałoby uwzględniać rodzaj aktywów i opierać się na stopach odzysku zawartych w danych historycznych posiadanych przez banki lub sądy.

¹⁴ A. Paliński: *Wpływ wartości likwidacyjnej aktywów firmy na oprocentowanie kredytu – badania polskich spółek giełdowych*. „Bank i Kredyt” 2013, nr 2.

Tabela 1

Porównanie oprocentowania kredytów wyliczonego z modelu wykorzystującego teorię gier z rzeczywistymi realnymi uśrednionymi rocznymi stopami procentowymi zadłużenia kredytowego wybranych spółek giełdowych w latach 2008-2010

Spółka	WIBOR 3M (%)	TG* (%)	Oproc.** (%)	Spółka	WIBOR 3M (%)	TG* (%)	Oproc.** (%)
Apator	0,84	0,95	1,07	Pemug	0,91	1,10	2,52
Energoinstal	0,84	1,70	1,02	Polimex Mostostal	0,84	0,85	1,07
Relpol	0,84	2,40	2,88	Asseco Poland	0,91	1,14	1,84
Rafamet	2,16	6,20	4,08	Comarch	0,84	1,13	1,30
Warfama	0,84	1,15	2,88	ATM	0,84	0,87	2,59
Zelmer	0,84	1,10	1,58	Elzab	0,84	2,60	2,04
Gastel Żurawie	0,84	2,10	2,67	One2one	0,84	0,84	4,02
Mostostal Zabrze	0,84	4,30	2,02	Kruszwica	0,84	2,75	2,65
Naftobudowa	0,91	1,50	1,92	Pepees	0,84	10,50	2,22
Panova	0,84	1,40	2,52	Duda	0,84	2,46	3,41

* – stopa procentowa zadłużenia wyliczona z modelu teoriogrowego

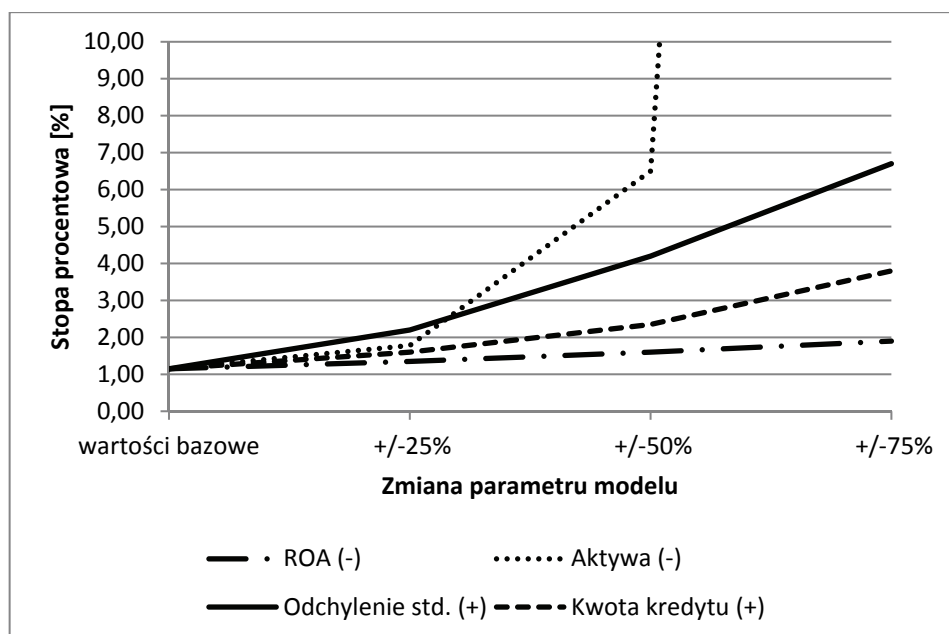
** – rzeczywista realna średnia stopa procentowa zadłużenia kredytowego

Wątpliwość budzi także zastosowania szacunkowych i zbyt ogólnych danych dotyczących kredytów. Nie został uwzględniony rodzaj kredytu i termin jego zapadalności, których wartości w rzeczywistej sytuacji udzielania kredytu są znane.

3. Analiza wrażliwości modelu

W wyjaśnieniu przyczyny złego dopasowania modelu do danych rzeczywistych może pomóc analiza wrażliwości. Wykorzystano w tym celu dane dotyczące spółki Warfama, dla której występuje wyraźna niezgodność teoretycznych i empirycznych stóp procentowych.

W stosunku do wartości bazowych wykorzystanych w obliczeniach w poprzednim punkcie, zmniejszano wartość rynkową aktywów oraz stopę zwrotu z aktywów. Zwiększano natomiast odchylenie standardowe stopy zwrotu z aktywów oraz kwotę kredytu. Wszystkie zmiany przyjmują wartości niekorzystne z punktu widzenia spłaty kredytu. Prowadząc obliczenia symulacyjne analogicznie do tych opisanych w poprzednim punkcie, zmieniano parametry wejściowe modelu o 25% dla każdej zmiennej i szukano odpowiedniej stopy procentowej. Wyniki symulacji zebrano na rys. 1.



Rys. 1. Analiza wrażliwości oprocentowania kredytu dla spółki Warfama od zmiany parametru modelu

Okazuje się, że model jest bardzo wrażliwy na zmianę:

- rynkowej wartości aktywów – spadek tej wartości o ponad połowę uniemożliwia udzielenie kredytu ze względu na brak stopy procentowej równoważącej ryzyko,
- stopy zwrotu z aktywów.

W mniejszym stopniu model jest wrażliwy na zmianę wartości zobowiązań kredytowych i na zmianę stopy zwrotu aktywów.

Podsumowanie

W artykule zaproponowano model wywodzący się z teorii gier, służący do wyznaczania oprocentowania kredytu bankowego. Próba weryfikacji modelu na zagregowanych danych pochodzących z wybranych spółek giełdowych wypadła niezbyt pomyślnie. Znaczna rozbieżność stóp teoretycznych i empirycznych może być wynikiem nadmiernego uśrednienia danych wejściowych i szacunkowego wyliczenia wartości likwidacyjnych. Nie zostały również uwzględnione szczegółowe informacje kredytowe, przede wszystkim rodzaj udzielanego kredytu. Nie wzięto także pod uwagę użyteczności dalszej współpracy bank – kredytobiorca lub jej braku.

Model wykazuje się dużą wrażliwością na zmianę parametrów wejściowych, w szczególności spadek rynkowej wartości aktywów oraz wzrost zmienności stopy zwrotu z aktywów. Stąd też problemem jest określenie długości okresu, dla którego wyliczane są historyczne stopy zwrotu z aktywów i ich zmienność.

Częściowym wytłumaczeniem niedopasowania modelu do danych empirycznych jest także to, że polskie banki w zbyt małym stopniu uwzględniają dane rynkowe spółek, co jednak w dłuższej perspektywie czasu będzie musiało ulec zmianie w warunkach rosnącej konkurencji, także ze strony rynku kapitałowego.

Literatura

- Black F., Scholes M.: *The Pricing of Options and Corporate Liabilities*. „Journal of Political Economy” 1973, Vol. 81 (3).
- Byström H.: *Merton Unraveled: A Flexible Way of Modeling Default Risk*. „Journal of Alternative Investments” 2006, No. 4.
- Bharath S., Dahiya S., Saunders A., Srinivasan A.: *So what do I get? The bank's view of lending relationships*. „Journal of Financial Economics” 2007, Vol. 85.
- Crosbie P., Bohn J.: *Modeling Default Risk – Modeling Methodology*. Moody's KMV Company 2003.
- Crouhy M., Galai D., Mark R.: *A comparative analysis of current credit risk models*. „Journal of Banking & Finance” 2000, Vol. 24, No. 1-2.
- Franks J.R., Sussman O.: *Financial Distress and Bank Restructuring of Small to Medium Size UK Companies*. „The Review of Finance” 2005, Vol. 9, No. 1.
- Merton R.: *On the pricing of corporate debt: The risk structure of interest rates*. „Journal of Finance” 1974, Vol. 29.
- Noetzel P.: *Strukturalne i zredukowane modele pomiaru ryzyka kredytowego wykorzystywane w praktyce bankowej*. „Ekonomia i Zarządzanie” 2011, nr 1.
- Paliński A.: *Wpływ wartości likwidacyjnej aktywów firmy na oprocentowanie kredytu – badania polskich spółek giełdowych*. „Bank i Kredyt” 2013, nr 2.
- Paliński A.: *Analiza ekonomicznych warunków umowy kredytowej w ujęciu teorii gier*. Wydawnictwo UE w Katowicach, Katowice 2013.
- Paliński A.: *Loan Payment and Renegotiation: The Role of the Liquidation Value*. „SSRN Working Papers” 2013, <http://ssrn.com/abstract=2325424>.
- Petersen M., Rajan R.: *The benefits of lending relationships: Evidence from small business data*. „Journal of Finance” 1994, Vol. 49.
- Rajan R.: *Insiders and outsiders: The choice between informed and arm's length debt*. „Journal of Finance” 1992, Vol. 47.

Wilcox J.: *A Prediction of Business Failure Using Accounting Data*. „Journal of Accounting Research” 1973, Vol. 11.

Wójciak M., Wójcicka A.: *Porównanie modyfikacji Byströma modelu opcyjnego oceny ryzyka kredytowego z modelem MKMV*. W: *Dynamiczne modele ekonometryczne*. Red. T. Kufel, M. Piłatowska. Toruń 2007.

BANK LENDING RATES MODELLING WITH USE OF THE GAME THEORY AND THE LIQUIDATION VALUE

Summary

The paper presents a model for determination of interest rate on bank loan. According to the theoretical model a borrower repays the lesser of: the amount set in the credit agreement or an amount equal to the liquidation value of his assets. On this basis, the simulation model computes the expected value of bank's income from loan agreement.

To verify the model we used accounting and market data of selected publicly traded companies. Unfortunately, interest rates calculated from the model does not coincide with the real averaged loan rates of the companies. The reason for the difference is probably excessive aggregation of financial data and the lack of detailed data on individual loan agreements. An additional reason may be that Polish banks pay no attention to market valuation of companies and their revenue.