

Katarzyna Warzecha

Andrzej Wójcik

Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach

ZASTOSOWANIE MODELI WEKTOROWO-AUTOREGRESYJNYCH DO PROGNOZOWANIA WYBRANYCH RACHUNKÓW NARODOWYCH

Wprowadzenie

Najważniejszym i najczęściej podawanym wskaźnikiem makroekonomicznym jest produkt krajowy brutto. PKB jest to wartość produktów wytworzonych przez czynniki produkcji umiejscowione na terenie danego kraju (Begg, Fischer, Dornbusch, 1994, s. 42). Produkt krajowy brutto jest agregatem kilku zmiennych. Zgodnie z definicją Głównego Urzędu Statystycznego¹ (jedną z trzech) PKB jest obliczany jako suma popytu krajowego, tj. spożycia i akumulacji, oraz salda wymiany produktów z zagranicą.

Oprócz produktu narodowego brutto ważnym miernikiem jest wartość dodana brutto; jest to wartość produktów (wyrobów i usług) wytworzona przez jednostki krajowe rynkowe i nierynkowe pomniejszona o zużycie pośrednie poniesione w związku z jej wytworzeniem².

Reasumując, tematem artykułu jest prognozowanie popytu krajowego, eksportu, importu (zgodnie z punktem 2 definicji PKB podanej przez GUS) oraz wartości dodanej brutto.

Dane dotyczące wybranych zmiennych pochodzą ze strony internetowej GUS³ i są to dane kwartalne od I kwartału 1995 r. do IV kwartału 2013 r.

Do estymacji parametrów modelu wektorowo-autoregresyjnego użyto danych z okresu od I kwartału 1995 r. do II kwartału 2013 r. Dane z dwóch ostatnich kwartałów posłużyły do obliczenia błędów prognoz ex post.

¹ http://www.stat.gov.pl/gus/definicje_PLK_HTML.htm?id=POJ-662.htm (dostęp: 25.04.2013).

² http://www.stat.gov.pl/gus/definicje_PLK_HTML.htm?id=POJ-1011.htm (dostęp: 25.04.2013).

³ http://www.stat.gov.pl/gus/wskazniki_makroekon_PLK_HTML.htm (dostęp: 18.04.2013).

1. Modele wektorowo-autoregresyjne VAR

Modele wektorowo-autoregresyjne VAR powstały jako alternatywa dla strukturalnego podejścia do modelowania wielorównaniowego, które było krytykowane w latach 80. XX w. C.A. Sims stworzył podstawy modelowania wektorowo-autoregresyjnego i przedstawił je w swoim artykule w 1980 r. (Sims, 1980).

W modelach VAR każda zmienna konstryuuje osobne równanie modelu, a więc jest tyle równań, ile jest zmiennych użytych w badaniu. Nie ma podziału na zmienne egzogeniczne i endogeniczne. Zmiennymi objaśniającymi są opóźnienia wszystkich zmiennych objaśnianych, a więc tak naprawdę jest to model prosty, czyli nie ma potrzeby nakładania restrykcji zerowych, aby uzyskać identyfikowalność modelu, a do estymacji parametrów modelu można użyć KMNK.

Skoro zmiennymi objaśniającymi są opóźnienia wszystkich zmiennych biorących udział w badaniu, a zmiennymi objaśnianymi są wszystkie zmienne użyte do modelowania, to wszystkie zmienne zależą od wszystkich, a więc nie ma tu miejsca na jakiegokolwiek założenia stanowiące punkt wyjścia poza bardzo ogólnymi zasadami ekonomicznymi (Charemza, Deadman, 1997).

Klasyczna postać modelu wektorowo-autoregresyjnego zaproponowana przez C.A. Simsa przedstawia się następująco:

$$Z_t = \sum_{i=1}^k A_i Z_{t-i} + \varepsilon_t, \quad t = 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

gdzie:

Z_t – wektor obserwacji bieżących wartości wszystkich n zmiennych modelu,

A_i – macierz autoregresyjnych operatorów poszczególnych procesów, w których a priori nie zakłada się żadnych elementów zerowych,

ε_t – wektor procesów reszkowych, w odniesieniu do którego przyjmuje się, że poszczególne składowe są jednocześnie skorelowane ze sobą, ale nie zawierają autokorelacji,

k – rząd modelu VAR.

Kontynuatorzy prac C.A. Simsa zmodyfikowali postać klasyczną modelu VAR, dodając do niego składnik zawierający średnią procesu, deterministyczny trend oraz deterministyczną sezonowość.

Istotnym etapem modelowania wektorowo-autoregresyjnego jest zbadanie stacjonarności zmiennych. Jeżeli szereg czasowy nie jest stacjonarny, to większość sprawdzianów testów nie ma pożądanego rozkładu (Lütkepohl, 1991). Aby testy przyczynowości mogły nadal obowiązywać, należy opisać niestacjonarność zmiennych modelem zawierającym trend deterministyczny lub modelem dla pierwszych różnic bądź logarytmów zmiennych (Geweke, 1984).

Kolejnym krokiem jest wybór rzędu opóźnień zmiennych. Ustalając maksymalny rząd opóźnienia, należy uwzględnić możliwość występowania autokorelacji składników losowych, ponieważ występowanie autokorelacji składników losowych może prowadzić do niezgodnych oszacowań parametrów (Charemza, Deadman, 1997).

Następnie należy przystąpić do oszacowania parametrów modelu VAR. Bardzo istotnym etapem jest weryfikacja modelu, a więc należy przede wszystkim sprawdzić, czy nie zachodzi autokorelacja składników losowych oraz czy reszty mają rozkład normalny.

Ostatnim etapem jest wyznaczenie prognoz.

2. Badanie stacjonarności zmiennych

Bardzo duża część szeregów czasowych jest niestacjonarna, co stanowi poważny problem w analizie ekonometrycznej. P.C.B. Phillips (Phillips, 1986) wykazał, że własności statystyczne analizy regresji dla niestacjonarnych szeregów czasowych są w większości przypadków wątpliwe, a część sprawdzianów testów nie ma zakładanego rozkładu statystycznego.

Najpopularniejszym testem służącym do badania stacjonarności szeregów jest rozszerzony test Dickeya-Fullera.

Tabela 1

Badanie stacjonarności zmiennych rozszerzonym testem Dickeya-Fullera

Wyszczególnienie	Dla wartości zmiennych		Dla pierwszych różnic	
	statystyka testu ADF	wartość p	statystyka testu ADF	wartość p
Wartość dodana	1,15008	0,9979	-2,93541	0,04138
Popyt krajowy	-0,118574	0,9457	-3,29174	0,01529
Eksport	2,16314	0,9999	-2,86468	0,04959
Import	1,22351	0,9984	-4,2507	0,0005355

Procedura testu ADF jest analogiczna do procedury testu DF, hipoteza zerowa ($H_0: \delta = 0$) zakłada, że proces jest zintegrowany stopnia pierwszego, natomiast hipoteza alternatywna ($H_1: \delta < 0$) zakłada stacjonarność badanego procesu. Wartości krytyczne stosowane w tym teście są identyczne z wartościami krytycznymi stosowanymi w teście Dickeya-Fullera.

Wartości p mniejsze od 0,05 (poziom istotności α) świadczą o tym, że powinniśmy odrzucić hipotezę zerową na rzecz hipotezy alternatywnej. Wszystkie szeregi czasowe uwzględnione w badaniu są niestacjonarne, dopiero ich pierwsze różnice są stacjonarne, a więc do estymacji parametrów modelu wektorowo-autoregresyjnego zostaną użyte pierwsze różnice wybranych zmiennych.

3. Wybór rzędu opóźnień modelu VAR

Wybór opóźnień zmiennych w modelu wektorowo-autoregresyjnym jest bardzo ważnym elementem modelowania, ponieważ zbyt duża liczba opóźnień prowadzi do nadmiernej komplikacji modelu, a z kolei zbyt mała liczba opóźnień może spowodować wystąpienie autokorelacji składników losowych.

Wybór rzędu opóźnień zmiennych zależy od badacza, jednak istnieje kilka kryteriów wskazujących ekonometrykowi najlepszy rząd opóźnień. Do najpopularniejszych z nich należą (Jadamus-Hacura, Melich-Iwanek, 2009): kryterium informacyjne Akaike'a AIC, Schwarza BIC oraz Hannana i Quinna HQ.

W celu wyznaczenia optymalnego rzędu opóźnień zmiennych w modelu wektorowo-autoregresyjnym można się również posłużyć ilorazem wiarygodności LR.

Tabela 2

Wybór rzędu opóźnień zmiennych w modelu VAR

Opóźnienia	LR	p(LR)	BIC	AIC	HQC
1	-2463,55992		78,843172	79,523532	79,110761
2	-2415,23923	0,00000	77,817119	79,041767	78,298779
3	-2354,95863	0,00000	76,411385	78,180322	77,107116
4	-2302,45423	0,00000	75,252515	77,565740	76,162318
5	-2281,71705	0,00047	75,102129	77,959642	76,226002
6	-2266,19602	0,01329	75,117334	78,519135	76,455279

Zarówno kryterium informacyjne Akaike'a, jak i kryterium informacyjne Hannana i Quinna wskazują na rząd opóźnień równy 4 (najmniejsza wartość kryterium informacyjnego). Kryterium informacyjne Schwarza wskazuje z kolei na rząd opóźnień równy 5, a iloraz wiarygodności LR nie daje jednoznacznej odpowiedzi na pytanie, ile ma wynosić rząd opóźnień zmiennych w modelu VAR.

Ze względu na to, że najwięcej kryteriów wskazało rząd opóźnień równy 4, jak i na to, że szacujemy model na podstawie danych kwartalnych, autorzy zdecydowali się na wybór właśnie tego rzędu opóźnień zmiennych.

4. Estymacja parametrów modelu VAR

Do estymacji parametrów modelu VAR zastosowano KMNK. Oszacowane parametry przedstawiono w tabelach 3-6. W każdej tabeli przedstawiono parametry jednego równania. Jak już wcześniej stwierdzono, parametry modelu VAR zostały oszacowane dla pierwszych różnic zmiennych.

Tabela 3

Parametry równania 1 modelu VAR(4) – zmienna objaśniana: wartość dodana

Wyszczególnienie	Współczynnik	Błąd stand.	t-Studenta	wartość p
Stała	1837,94	1346,37	1,3651	0,17858
Wartość dodana $t-1$	-1,15356	0,25707	-4,4873	0,00005
Wartość dodana $t-2$	-0,772094	0,38467	-2,0072	0,05038
Wartość dodana $t-3$	-0,556973	0,417305	-1,3347	0,18828
Wartość dodana $t-4$	-0,290666	0,339754	-0,8555	0,39651
Popyt krajowy $t-1$	0,876671	0,243668	3,5978	0,00076
Popyt krajowy $t-2$	0,556463	0,338324	1,6448	0,10655
Popyt krajowy $t-3$	0,303902	0,387124	0,7850	0,43630
Popyt krajowy $t-4$	0,989774	0,332393	2,9777	0,00454
Eksport $t-1$	1,00751	0,364334	2,7654	0,00805
Eksport $t-2$	0,623238	0,461981	1,3491	0,18365
Eksport $t-3$	0,466445	0,513109	0,9091	0,36786
Eksport $t-4$	0,417999	0,439522	0,9510	0,34635
Import $t-1$	-0,886023	0,392184	-2,2592	0,02845
Import $t-2$	-0,418895	0,434462	-0,9642	0,33979
Import $t-3$	-0,356134	0,493832	-0,7212	0,47431
Import $t-4$	-0,489064	0,397438	-1,2305	0,22449

Tabela 4

Parametry równania 2 modelu VAR(4) – zmienna objaśniana: popyt krajowy

Wyszczególnienie	Współczynnik	Błąd stand.	t-Studenta	wartość p
Stała	546,663	1733,55	0,3153	0,75387
Wartość dodana $t-1$	-0,633948	0,330998	-1,9153	0,06143
Wartość dodana $t-2$	-0,682043	0,495293	-1,3771	0,17489
Wartość dodana $t-3$	-0,875041	0,537314	-1,6285	0,10996
Wartość dodana $t-4$	-0,34452	0,43746	-0,7875	0,43483
Popyt krajowy $t-1$	0,364386	0,313741	1,1614	0,25121
Popyt krajowy $t-2$	0,475596	0,435618	1,0918	0,28038
Popyt krajowy $t-3$	0,699601	0,498452	1,4035	0,16689
Popyt krajowy $t-4$	1,34991	0,427983	3,1541	0,00278
Eksport $t-1$	0,757458	0,469108	1,6147	0,11294
Eksport $t-2$	0,83488	0,594836	1,4035	0,16689
Eksport $t-3$	1,00888	0,660668	1,5271	0,13331
Eksport $t-4$	0,677484	0,565919	1,1971	0,23713
Import $t-1$	-0,392936	0,504968	-0,7781	0,44030
Import $t-2$	-0,50463	0,559404	-0,9021	0,37152
Import $t-3$	-0,922821	0,635847	-1,4513	0,15319
Import $t-4$	-1,05852	0,511732	-2,0685	0,04400

Tabela 5

Parametry równania 3 modelu VAR(4) – zmienna objaśniana: eksport

Wyszczególnienie	Współczynnik	Błąd stand.	t-Studenta	wartość p
Stała	2442,53	1308,17	1,8671	0,06800
Wartość dodana t_{-1}	-1,16785	0,249777	-4,6756	0,00002
Wartość dodana t_{-2}	-1,18241	0,373757	-3,1636	0,00270
Wartość dodana t_{-3}	-0,940346	0,405466	-2,3192	0,02469
Wartość dodana t_{-4}	-0,300214	0,330115	-0,9094	0,36767
Popyt krajowy t_{-1}	0,862856	0,236755	3,6445	0,00066
Popyt krajowy t_{-2}	0,989509	0,328725	3,0101	0,00415
Popyt krajowy t_{-3}	0,832185	0,376141	2,2124	0,03173
Popyt krajowy t_{-4}	0,250108	0,322963	0,7744	0,44248
Eksport t_{-1}	0,869338	0,353997	2,4558	0,01773
Eksport t_{-2}	1,14636	0,448874	2,5539	0,01388
Eksport t_{-3}	0,936491	0,498552	1,8784	0,06640
Eksport t_{-4}	0,62497	0,427053	1,4634	0,14986
Import t_{-1}	-0,857756	0,381058	-2,2510	0,02900
Import t_{-2}	-1,16357	0,422136	-2,7564	0,00824
Import t_{-3}	-0,891068	0,479821	-1,8571	0,06944
Import t_{-4}	-0,198966	0,386162	-0,5152	0,60875

Tabela 6

Parametry równania 4 modelu VAR(4) – zmienna objaśniana: import

Wyszczególnienie	Współczynnik	Błąd stand.	t-Studenta	wartość p
Stała	365,112	1321,28	0,2763	0,78348
Wartość dodana t_{-1}	-1,37251	0,25228	-5,4404	<0,00001
Wartość dodana t_{-2}	-1,55105	0,377502	-4,1087	0,00015
Wartość dodana t_{-3}	-1,39577	0,409529	-3,4082	0,00133
Wartość dodana t_{-4}	-0,240942	0,333422	-0,7226	0,47341
Popyt krajowy t_{-1}	1,0637	0,239127	4,4483	0,00005
Popyt krajowy t_{-2}	1,40429	0,332019	4,2295	0,00010
Popyt krajowy t_{-3}	1,35041	0,37991	3,5546	0,00086
Popyt krajowy t_{-4}	0,383716	0,326199	1,1763	0,24527
Eksport t_{-1}	1,38106	0,357545	3,8626	0,00034
Eksport t_{-2}	1,81932	0,453372	4,0129	0,00021
Eksport t_{-3}	1,60412	0,503547	3,1856	0,00254
Eksport t_{-4}	0,656187	0,431332	1,5213	0,13474
Import t_{-1}	-1,14332	0,384876	-2,9706	0,00463
Import t_{-2}	-1,80296	0,426366	-4,2287	0,00010
Import t_{-3}	-1,48585	0,484629	-3,0660	0,00356
Import t_{-4}	-0,496649	0,390032	-1,2734	0,20902

W tabelach 3-6 tłustym drukiem wyróżniono zmienne objaśniające mające istotny wpływ na zmienne objaśniane. Ponieważ w modelach wektorowo-autoregresyjnych nie usuwa się nieistotnych zmiennych objaśniających, więc duże znaczenie ma zbadanie istotności wpływu całego zestawu zmiennych objaśniających, a więc zweryfikowanie hipotezy, czy współczynnik korelacji wielorakiej nie jest istotnie różny od zera – wyniki zamieszczono w tabeli 7.

Tabela 7

Statystyka F Fischera-Snedecora dla poszczególnych równań modelu VAR (4)

Wyszczególnienie	F(16, 48)	Wartość p dla testu F
Równanie 1	156,7740	<0,00001
Równanie 2	136,2183	<0,00001
Równanie 3	5,888321	<0,00001
Równanie 4	9,351894	<0,00001

Wartości p mniejsze od 0,05 świadczą o istotnym współczynniku korelacji wielorakiej, a więc o istotnym wpływie całego zestawu zmiennych objaśniających na zmienną objaśnianą.

W kolejnym kroku zbadano autokorelację składników losowych poszczególnych równań modelu 1 (tabela 8) oraz sprawdzono, czy poszczególne składniki losowe mają rozkład normalny (tabela 9).

Do weryfikacji istotności autokorelacji składników losowych poszczególnych równań modelu posłużono się testem Ljunga-Boxa (Ljung, Box, 1978, s. 297-303), a do badania normalności rozkładów składników losowych posłużono się testem Jarque-Bera (Jarque, Bera, 1987, s. 163-172).

Tabela 8

Badanie autokorelacji reszt poszczególnych równań modelu VAR (4) – test Ljunga-Boxa

Rząd autokorelacji	I		II		III		IV	
	Q'	Wartość p	Q'	Wartość p	Q'	Wartość p	Q'	Wartość p
Równanie 1	0,0174	0,895	0,3285	0,849	0,3529	0,95	0,6990	0,951
Równanie 2	0,8707	0,351	2,2823	0,319	2,2834	0,516	2,3210	0,677
Równanie 3	0,2240	0,636	0,4740	0,789	0,5469	0,908	1,4801	0,83
Równanie 4	1,0200	0,313	1,0420	0,594	1,24890	0,741	2,1532	0,708

Tabela 9

Badanie normalności składnika losowego poszczególnych równań modelu VAR (4) – test Jarque-Bera

Wyszczególnienie	JB	Wartość p
Równanie 1	0,667182	0,716347
Równanie 2	0,163839	0,921346
Równanie 3	0,200391	0,90466
Równanie 4	1,13575	0,566729

Wartości p w tabelach 8 i 9 wskazują na brak autokorelacji składników losowych oraz świadczą o tym, że reszty poszczególnych równań mają rozkład normalny.

Model VAR (4) przeszedł pozytywnie proces weryfikacji i może posłużyć do wyznaczenia prognoz dla badanych zmiennych. Dodatkowo współczynnik determinacji R^2 dla oszacowanych równań wyniósł odpowiednio: 0,981, 0,978, 0,662 oraz 0,757.

5. Prognozy oraz błędy prognoz wybranych zmiennych

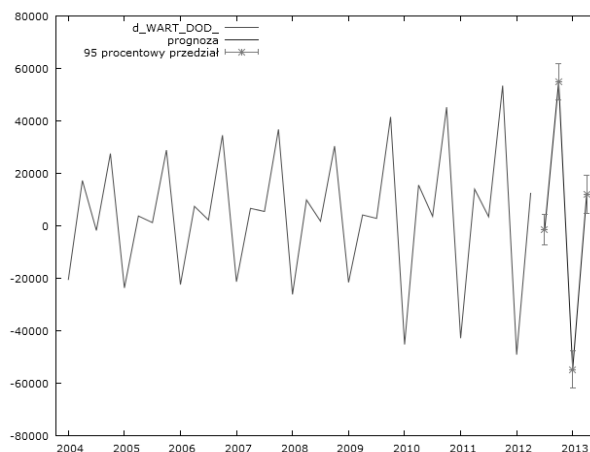
Po weryfikacji modelu policzono prognozy wszystkich zmiennych użytych do modelowania wektorowo-autoregresyjnego. Policzono zarówno prognozy punktowe, jak i przedziałowe na dwa kolejne kwartały, a następnie prognozy porównano z rzeczywistymi wartościami badanych zmiennych w tych okresach. Wszystkie prognozy dotyczą pierwszych różnic badanych zmiennych.

Prognozy wraz z błędami prognoz dla wszystkich zmiennych zawartych w modelu przedstawiono w tabelach 10-13 oraz na rysunkach 1-4.

Tabela 10

Prognozy na dwa kolejne kwartały zmiennej: wartość dodana

Wyszczególnienie	III 2012	IV 2012
Prognoza punktowa	-1591,6	54913,8
Błąd ex ante	2882,98	3477,60
Prognoza przedziałowa	-7388,2 - 4205,1	47921,6 - 61906,0
Rzeczywista wartość prognozowanej zmiennej	1743,4	47422,4

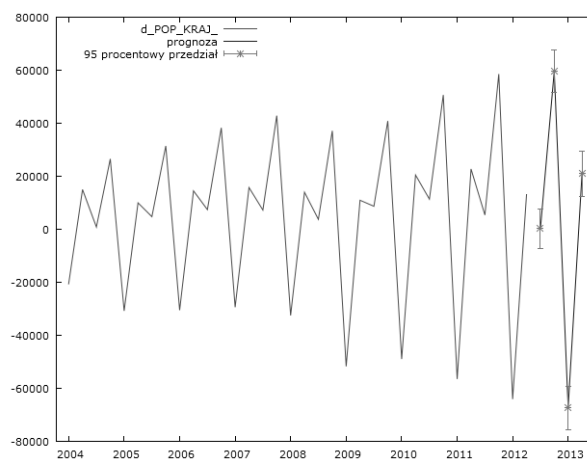


Rys. 1. Prognozy na dwa kolejne kwartały zmiennej: wartość dodana

Tabela 11

Prognozy na dwa kolejne kwartały zmiennej: popyt krajowy

Wyszczególnienie	III 2012	IV 2012
Prognoza punktowa	243,5	59693,9
Błąd ex ante	3712,07	3936,86
Prognoza przedziałowa	-7220,1 - 7707,1	51778,3 - 67609,5
Rzeczywista wartość prognozowanej zmiennej	746	56038,5

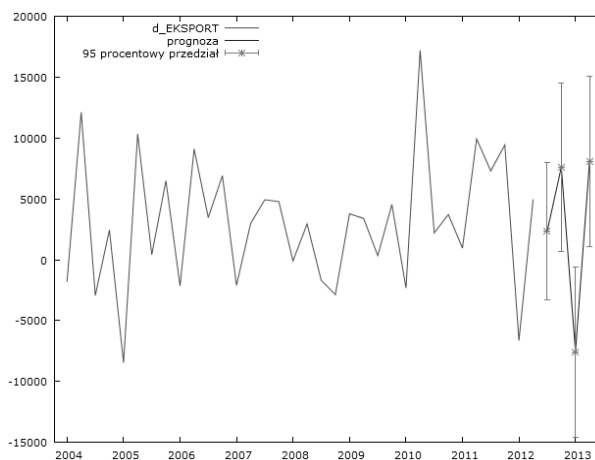


Rys. 2. Prognozy na dwa kolejne kwartały zmiennej: popyt krajowy

Tabela 12

Prognozy na dwa kolejne kwartały zmiennej: eksport

Wyszczególnienie	III 2012	IV 2012
Prognoza punktowa	2337,9	7603,9
Błąd ex ante	2801,19	3452,69
Prognoza przedziałowa	-3294,3 - 7970,0	661,8 - 14546,0
Rzeczywista wartość prognozowanej zmiennej	87,4	4687,3

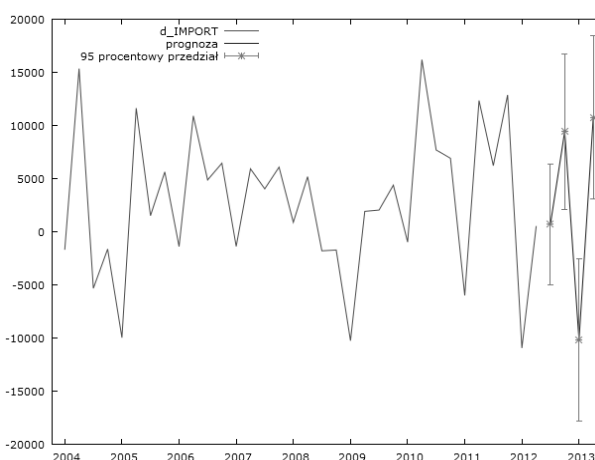


Rys. 3. Prognozy na dwa kolejne kwartały zmiennej: eksport

Tabela 13

Prognozy na dwa kolejne kwartały zmiennej: import

Wyszczególnienie	III 2012	IV 2012
Prognoza punktowa	724,0	9442,9
Błąd ex ante	2829,26	3638,22
Prognoza przedziałowa	-4964,6 - 6412,7	2127,8 - 16758,0
Rzeczywista wartość prognozowanej zmiennej	-2986,6	7977,8



Rys. 4. Prognozy na dwa kolejne kwartały zmiennej: import

Z tabel 10-13 wynika, że jedna na osiem prognoz przedziałowych nie pokryła rzeczywistej wartości prognozowanej zmiennej. Tak więc zdecydowana większość prognoz była trafna.

Podsumowanie

Modele wektorowo-autoregresyjne są stosunkowo prostą konstrukcją pozwalającą na prognozowanie zmiennych. Jak pokazano w artykule, modele wektorowo-autoregresyjne mogą posłużyć do prognozowania zmiennych makroekonomicznych – oczywiście modele VAR mogą również służyć do modelowania zmiennych mikroekonomicznych czy też finansowych.

Prostota estymacji parametrów modelu VAR jest niewątpliwie jego zaletą, ale modele wektorowo-autoregresyjne mają również dosyć istotną wadę, a mianowicie budując modele wektorowo-autoregresyjne, trzeba dysponować dużą liczbą obserwacji zmiennych, aby prawidłowo oszacować ich parametry. Przykładowo szacując parametry modelu VAR dla 5 zmiennych (dane kwartalne), trzeba dysponować co najmniej 36 obserwacjami zmiennych, a więc obserwacjami z 9 lat. Jeżeli zmienne nie są stacjonarne, to niezbędne są kolejne obserwacje, ponieważ należy policzyć pierwsze różnice (dla szeregów zintegrowanych w stopniu pierwszym – jeżeli szeregi są zintegrowane w wyższym stopniu, to minimalna liczba obserwacji jest jeszcze większa). Rozwiązaniem tego problemu jest budowa niewielkich modeli (do kilku zmiennych).

Reasumując, prognozy ekonomiczne, zwłaszcza prognozy makroekonomiczne, są często wykorzystywane przez osoby nieznaące się na ekonometrii czy statystyce, dlatego istotne jest, aby decydenci zrozumieli konstrukcję modelu. Prosta konstrukcja modeli wektorowo-autoregresyjnych to zapewnienie, a jednocześnie prognozy przedziałowe policzone za pomocą modeli VAR (na poziomie istotności $\alpha = 0,05$) zazwyczaj pokrywają nieznaną wartość prognozowanej zmiennej (w przytoczonym przykładzie w 7 przypadkach na 8).

Literatura

Begg D., Fischer S., Dornbusch R. (1994): *Ekonomia*. Tom 2. PWE, Warszawa.

Charemza W.W., Deadman D.F. (1997): *Nowa ekonometria*. PWE, Warszawa.

Geweke J. (1984): *Inference and Causality in Economic Time Series Models*. W: *Handbook of Econometrics*. Vol. 2. Eds. Z. Griliches, M.D. Intriligator. North-Holland, Amsterdam.

Goryl A., Jędrzejczyk Z., Kukuła K., Osiewalski J., Walkosz A. (1999): *Wprowadzenie do ekonometrii w przykładach i zadaniach*. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.

http://www.stat.gov.pl/gus/definicje_PLK_HTML.htm?id=POJ-1011.htm (dostęp: 25.04.2013).

http://www.stat.gov.pl/gus/definicje_PLK_HTML.htm?id=POJ-662.htm (dostęp: 25.04.2013).

- http://www.stat.gov.pl/gus/wskazniki_makroekon_PLK_HTML.htm (dostęp: 18.04.2013).
- Jadamus-Hacura M., Melich-Iwanek K. (2009): *Prognozowanie rynku pracy na podstawie modeli VAR*. W: *Zmiany struktury zjawisk społeczno-gospodarczych na Górnym Śląsku*. Red. A.S. Barczak. Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej, Katowice.
- Jarque C.M., Bera A.K. (1987): *A Test for Normality of Observations and Regression Residuals*. „International Statistical Review”, 55 (2), s. 163-172.
- Ljung G.M., Box G.E.P. (1978): *On a Measure of a Lack of Fit in Time Series Models*. „Biometrika”, Vol. 65, s. 297-303.
- Lütkepol H. (1991): *Introduction to Multiple Time Series Analysis*. Springer-Verlag, Berlin.
- Phillips P.C.B. (1986): *Understanding Spurious Regressions in Econometrics*. „Journal of Econometrics”, Vol. 33.
- Sims C.A. (1980): *Macroeconomics and Reality*. „Econometrica”, Vol. 48.

USING VECTOR AUTOREGRESSIONS MODELS TO THE FORECASTING OF THE CHOOSING NATIONAL ECONOMY

Summary

A gross domestic product is an most important and most often passed macroeconomic indicator. A GDP is a value of the products produced by production factors located in the given country. The gross domestic product is a unit of a few variables. According to the definition of the Central Statistical Office (one from three) GDP is being calculated as the sum of the domestic demand, i.e. the consumption and the accumulation and balances of the exchange of products with foreign countries.

Apart from the gross national product a gross value added is an important measure, it is value of the products (of products and services) created by national market and nonmarket units reduced by the intermediate consumption suffered in relation to for her producing.

Suming up, projecting the domestic demand, the export, the import and the gross value added is a subject of the article.

To the estimation of vector autoregressions model parameters they used data from the period from 1st quarter of 1995 of the year to 2nd quarter of 2013 of the year. Data from two last quarters served for estimating ex-post mistakes of forecasts.