

Ewa Dziawgo

Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu

WPŁYW ZMIENNOŚCI CENY INSTRUMENTU BAZOWEGO NA CENĘ OPCJI BARIEROWYCH

Wprowadzenie

Znaczne wahania zmienności warunków rynkowych wpływają na wzrost ryzyka związanego z prowadzeniem działalności gospodarczej. Dla przedsiębiorstw chcących utrzymać przewagę konkurencyjną koniecznością staje się poszukiwanie nowych form i instrumentów zarządzania ryzykiem, których zastosowanie w procesie wdrażania strategicznych przedsięwzięć inwestycyjnych umożliwiłoby poprawę wyników finansowych. Opcja, z uwagi na niesymetryczność praw i obowiązków nałożonych na strony transakcji, jest szczególnym instrumentem zarządzania ryzykiem. Nabywca opcji ma prawo realizacji umowy, natomiast wystawca opcji jest zobowiązany do wykonania kontraktu, o ile opcja jest realizowana¹. Kontrakt opcyjny pełni więc rolę instrumentu ubezpieczeniowego. Nabywca opcji kupna/sprzedaży ma zagwarantowaną cenę, po której w przyszłości będzie mógł kupić/sprzedać instrument bazowy². Opcje barierowe należą do klasy opcji uwarunkowanych, zależnych od trajektorii ceny instrumentu bazowego. Dochód z tych opcji zależy od przekroczenia przez cenę instrumentu bazowego ustalonej w momencie zawarcia kontraktu wartości (bariery, zwanej ceną prog-

¹ C.J. Hull: *Options, Futures and Other Derivatives*. Prentice Hall International, Upper Saddle River 2002, s. 195; K. Jajuga: *Zarządzanie ryzykiem*. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2007, s. 71; W. Tarczyński, M. Zwolankowski: *Inżynieria finansowa*. Placet, Warszawa 1999, s. 75; E. Dziawgo: *Modele kontraktów opcyjnych*. UMK, Toruń 2003, s. 11.

² Instrumentem bazowym jest instrument, na który opcja jest wystawiona. W zależności od rodzaju instrumentu bazowego wyróżnia się opcje towarowe (wystawiane na zboża, metale szlachetne, ropę naftową, gaz ziemny) i finansowe (wystawiane na akcje, stopę procentową, indeks ekonomiczny, kurs walutowy).

wą)³. Z opcjami barierowymi związane jest ryzyko niespełnienia warunku barier. W związku z tym, stosowanie tego instrumentu w warunkach zwiększonego ryzyka wymaga szczególnej ostrożności.

Miarą wrażliwości, która określa wpływ wahań zmienności ceny instrumentu bazowego na cenę opcji, jest współczynnik vega. Im większa jest wartość bezwzględna współczynnika vega, tym większy jest wpływ wahań zmienności ceny instrumentu bazowego na cenę opcji.

W artykule przedstawiono analizę wpływu wybranych czynników na kształtowanie się ceny i wartości współczynnika vega opcji barierowych. Celem artykułu jest przedstawienie wpływu zmienności ceny instrumentu bazowego na cenę opcji barierowej. Zawarta w artykule ilustracja empiryczna i analiza porównawcza własności ceny opcji barierowych i opcji zwykłych jest przeprowadzona na podstawie symulacji wyceny opcji walutowych wystawionych na EUR/PLN.

1. Charakterystyka opcji barierowych

Jeżeli w określonym czasie (czas wykonania opcji) zostanie spełniony warunek określony barierą, to opcja barierowa staje się zwykłą opcją.

Uwzględniając rodzaj bariery wyróżnia się:

- opcję z barierą wejścia, która od momentu przekroczenia przez cenę instrumentu bazowego ustalonej bariery staje się opcją zwykłą,
- opcję z barierą wyjścia, która jest opcją zwykłą do momentu, w którym cena instrumentu bazowego nie przekroczy ceny progowej; jeśli cena instrumentu bazowego przekroczy ustalony poziom bariery, to opcja z barierą wyjścia wygasa jako bezwartościowa.

W związku z tym, w przypadku opcji barierowych należy uwzględniać:

- ryzyko braku aktywacji, które jest związane z opcjami z barierą wejścia i dotyczy sytuacji, kiedy w okresie ważności cena instrumentu bazowego nie przekroczy wyznaczonej bariery,

³ K. Jajuga, W. Gudaszewski, W. Mróz: *Opcje egzotyczne – wprowadzenie*. „Rynek Terminowy” 2004, nr 1, s. 8; G. Gastineau: *Exotic (Nonstandard) Options on Fixed-Income Instruments*. In: *The Handbook of Fixed Income Options: Strategies, Pricing and Applications*. Ed. by F.J. Fabozzi. Irwin Professional Publishing, Chicago 1999; A. Napiórkowski: *Charakterystyka, wycena i zastosowanie wybranych opcji egzotycznych*. Departament Analiz i Badań, NBP, Warszawa 2002, s. 44; E. Dziawgo: *Opcje barierowe w zarządzaniu ryzykiem*. W: *Rynek kapitałowy w Polsce i na świecie – jak mądrze inwestować*. Red. S. Buczek, A. Fierla. SGH, Warszawa 2008, s. 313.

- ryzyko dezaktywacji, które jest związane z opcjami z barierą wyjścia i dotyczy przypadku, kiedy cena instrumentu bazowego przekroczy poziom bariery i opcja przestaje istnieć.

W zależności od położenia bariery w stosunku do ceny instrumentu bazowego, rozróżnia się:

- opcje z barierą wejścia w dół oraz opcje z barierą wyjścia w dół, dla których bariera jest wyznaczana poniżej bieżącej ceny instrumentu bazowego,
- opcje z barierą wejścia w górę oraz opcje z barierą wyjścia w górę, dla których barierę wyznacza się powyżej bieżącej ceny instrumentu bazowego.

Uwzględniając nabyte prawo właściciela opcji, rozróżnia się: opcje kupna z barierą wejścia w dół, opcje kupna z barierą wyjścia w dół, opcje kupna z barierą wejścia w górę, opcje kupna z barierą wyjścia w górę, opcje sprzedaży z barierą wejścia w dół, opcje sprzedaży z barierą wyjścia w dół, opcje sprzedaży z barierą wejścia w górę oraz opcje sprzedaży z barierą wyjścia w górę.

2. Wpływ wahań zmienności ceny instrumentu bazowego na cenę barierowych opcji kupna

2.1. Opcja kupna z barierą wejścia w dół i opcja kupna z barierą wyjścia w dół

Analiza dotyczy kształtowania się ceny zwykłej opcji kupna, opcji kupna z barierą wejścia w dół oraz opcji kupna z barierą wyjścia w dół. Rozpatrywany jest przypadek, kiedy cena wykonania jest większa od ceny progowej.

Cena opcji kupna z barierą wejścia w dół jest określona równaniem⁴:

$$C_{t_D} = \left(\frac{H}{S_t}\right)^{2n/\sigma^2} \left(\left(\frac{H^2}{S_t}\right) N(d_1) - e^{-r(T-t)} KN(d_2) \right), \quad (1)$$

gdzie:

C_{t_D} – cena opcji kupna z barierą wejścia w dół,

$$n = r - q - 0,5\sigma^2, \quad d_1 = d_2 + \sigma\sqrt{T-t}, \quad d_2 = \frac{\ln\left(\frac{H^2}{S_t K}\right) + n(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}},$$

$N(d)$ – dystrybuanta rozkładu normalnego zmiennej d ,

⁴ P. Wilmott: *Derivatives. The Theory and Practice of Financial Engineering*. John Wiley & Sons, Chichester 2000, s. 202-203.

r – stopa procentowa wolna od ryzyka,
 σ – zmienność ceny instrumentu bazowego,
 S_t – cena instrumentu bazowego w chwili t ,
 T – czas wygaśnięcia opcji,
 K – cena wykonania opcji,
 H – poziom bariery,
 q – stopa dywidendy, $t \in [0, T]$.

Cena opcji kupna z barierą wyjścia w dół wynosi⁵:

$$\begin{aligned}
 C_{t_d} = & S_t N(d_5) - e^{-r(T-t)} KN(d_6) - \\
 & - \left(\frac{H}{S_t} \right)^{2n/\sigma^2} \left(\left(\frac{H^2}{S_t} \right) N(d_1) - e^{-r(T-t)} KN(d_2) \right), \quad (2)
 \end{aligned}$$

gdzie:

C_{t_d} – cena opcji kupna z barierą wyjścia w dół,

$$d_5 = d_6 + \sigma\sqrt{T-t}, \quad d_6 = \frac{\ln\left(\frac{S_t}{K}\right) + n(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}},$$

pozostałe oznaczenia są takie same jak we wzorze (1).

Na rysunku 1 przedstawiono kształtowanie się ceny zwykłej opcji kupna, opcji kupna z barierą wejścia w dół oraz opcji kupna z barierą wyjścia w dół. Rozpatrywane opcje są wystawione na EUR/PLN. Symulacja wyceny jest przeprowadzona dla okresu 30.08.2005-09.01.2006 r. Czas wygaśnięcia opcji wynosi 6 miesięcy. Cena wykonania opcji wynosi 3,85 zł, a poziom bariery równy jest 3,8 zł.

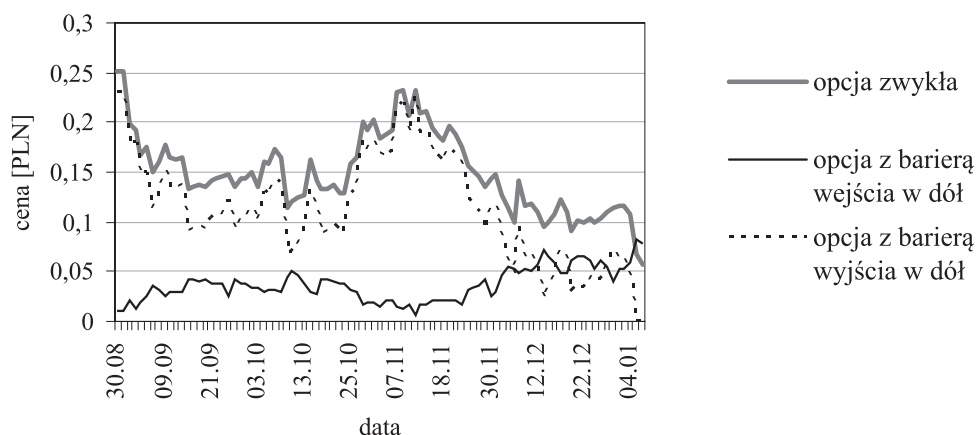
W rozpatrywanym przykładzie zwykła opcja kupna była:

- *w-cenie* w okresie: 30.08.2005-05.12.2005, 08.12.2005-12.12.2005, 16.12.2005-19.12.2005, 29.12.2005-03.01.2006;
- *silnie-w-cenie* w okresie: 30.08.2005-31.08.2005, 07.11.2005-08.11.2005, 10.11.2005, 15.11.2005;
- *nie-w-cenie* w okresie: 06.12.2005-07.12.2005, 13.12.2005-15.12.2005, 20.12.2005-28.12.2005, 04.01.2006-06.01.2006⁶.

⁵ Ibid.

⁶ Opcja kupna/sprzedaży jest *w-cenie/nie-w-cenie* (*in-the-money/out-of-the-money*), jeśli bieżąca cena instrumentu bazowego jest większa/mniejsza od ceny wykonania. Jeżeli bieżąca cena instrumentu bazowego jest mniejsza/większa od ceny wykonania, to opcja kupna/sprzedaży jest *nie-w-cenie/w-cenie*. Jeśli cena instrumentu bazowego jest równa cenie wykonania, to opcja kupna/sprzedaży jest *po-cenie* (*at-the-money*).

W analizowanym okresie, w dniu 9 stycznia kurs EUR/PLN przekroczył poziom bariery. Od tego momentu opcja z barierą wejścia w dół stała się zwykłą opcją kupna, a opcja z barierą wyjścia w dół wygasła bezwartościowo.

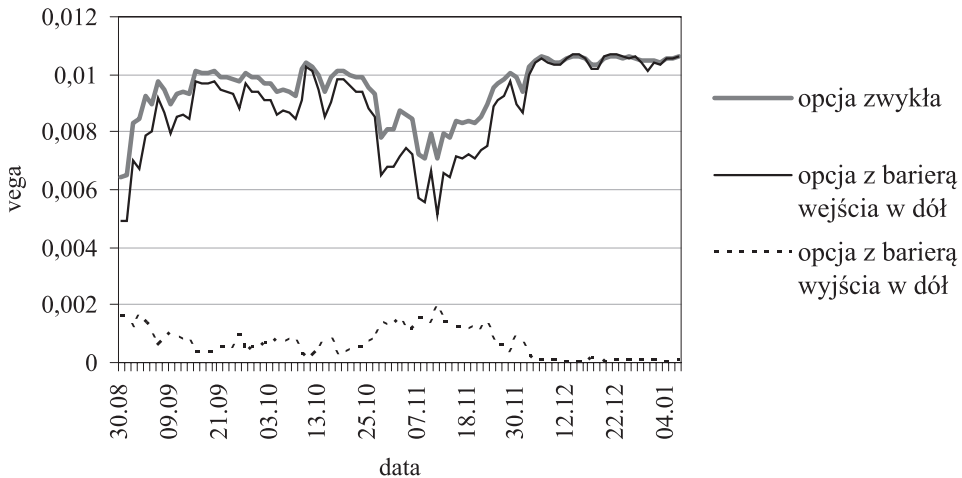


Rys. 1. Kształtowanie się ceny zwykłej opcji kupna, opcji kupna z barierą wejścia w dół oraz opcji kupna z barierą wyjścia w dół

Z analizy kształtowania się cen rozpatrywanych opcji kupna wynikają następujące wnioski:

- opcje barierowe są tańsze od zwykłej opcji,
- wzrost/spadek ceny instrumentu bazowego wpływa na wzrost/spadek ceny zwykłej opcji i opcji z barierą wyjścia w dół oraz na spadek/wzrost ceny opcji z barierą wejścia w dół,
- zbliżanie się bieżącej ceny instrumentu bazowego do poziomu bariery wpływa na zmniejszanie się różnicy między ceną opcji zwykłej i opcji z barierą wejścia w dół oraz na znaczny spadek ceny opcji z barierą wyjścia w dół.

Na rysunku 2 przedstawiono kształtowanie się wartości współczynnika vega analizowanych opcji kupna.



Rys. 2. Kształtowanie się wartości współczynnika vega zwykłej opcji kupna, opcji kupna z barierą wejścia w dół oraz opcji kupna z barierą wyjścia w dół

W przypadku, kiedy cena wykonania jest większa od poziomu bariery, to:

- wartości współczynnika vega analizowanych opcji kupna są dodatnie, co oznacza, że wzrost/spadek zmienności ceny instrumentu bazowego wpływa na wzrost/spadek ceny opcji,
- wartości współczynnika vega zwykłej opcji są większe od wartości współczynnika vega opcji barierowych,
- zbliżanie się ceny instrumentu bazowego do poziomu bariery wpływa na zmniejszanie się różnicy między wartościami współczynnika vega opcji zwykłej i opcji z barierą wejścia w dół,
- zbliżanie się ceny instrumentu bazowego do poziomu bariery przyczynia się do wzrostu wartości współczynnika vega opcji kupna z barierą wejścia w dół, wówczas cena opcji kupna z barierą wejścia w dół jest bardziej wrażliwa na wahania zmienności ceny instrumentu bazowego,
- jeśli cena instrumentu zbliża się do poziomu bariery, to wartości współczynnika vega opcji kupna z barierą wyjścia w dół maleją do zera.

2.2. Opcja kupna z barierą wejścia w górę i opcja kupna z barierą wyjścia w górę

Rozważania dotyczą kształtowania się ceny zwykłej opcji kupna, opcji kupna z barierą wejścia w górę oraz opcji kupna z barierą wyjścia w górę. Analiza

jest przeprowadzona dla przypadku, kiedy cena wykonania jest mniejsza od ceny progowej.

Cena opcji kupna z barierą wejścia w górę jest określona równaniem⁷:

$$C_{t_G} = S_t(d_7) - e^{-r(T-t)}K(d_8) + \left(\frac{H}{S_t}\right)^{2n/\sigma^2} \left(e^{-r(T-t)}K(N(-d_2) - N(-d_4)) + \left(\frac{H^2}{S_t}\right)(N(-d_3) - N(-d_1)) \right), \quad (3)$$

gdzie:

C_{t_G} – cena opcji kupna z barierą wejścia w górę,

$$d_7 = d_8 + \sigma\sqrt{T-t}, \quad d_8 = \frac{\ln\left(\frac{S_t}{H}\right) + n(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}},$$

$$d_3 = d_4 + \sigma\sqrt{T-t}, \quad d_4 = \frac{\ln\left(\frac{H}{S_t}\right) + n(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}},$$

pozostałe oznaczenia we wzorze są takie same jak w równaniu (2).

Cena opcji kupna z barierą wyjścia w górę wynosi⁸:

$$C_{t_g} = S_t(N(d_5) - N(d_7)) + e^{-r(T-t)}K(N(d_8) - N(d_6)) - \left(\frac{H}{S_t}\right)^{2n/\sigma^2} \left(\left(\frac{H^2}{S_t}\right)(N(d_1) - N(d_3)) + e^{-r(T-t)}K(N(d_4) - N(d_2)) \right), \quad (4)$$

gdzie:

C_{t_g} – cena opcji kupna z barierą wyjścia w górę,

pozostałe oznaczenia są takie same jak we wzorze (3).

Na rysunku 3 przedstawiono kształtowanie się ceny zwykłej opcja kupna, opcji kupna z barierą wejścia w górę oraz opcji kupna z barierą wyjścia w górę. Opcje wystawione są na EUR/PLN. Symulacja wyceny jest przeprowadzona dla okresu 1.09.2005-7.11.2005 r. Czas wygaśnięcia opcji wynosi 6 miesięcy. Cena wykonania opcji wynosi 3,9 zł, a poziom bariery równy jest 4,0 zł.

W rozpatrywanym przykładzie zwykła opcja kupna była:

⁷ P. Wilmott: Op. cit., s. 202-203.

⁸ Ibid.

- *w-cenie* w okresie: 1.09.2005-14.09.2005, 21.09.2005-26.09.2005, 28.09.2005-07.10.2005, 13.10.2005-17.10.2005, 21.10.2005-7.11.2005;
- *silnie-w-cenie* w okresie: 1.09.2005, 27.10.2005-28.10.2005;
- *nie-w-cenie* w okresie: 15.09.2005-20.09.2005, 27.09.2005, 10.10.2005-12.10.2005, 18.10.2005-20.10.2005.

W analizowanym okresie w dniu 7 listopada kurs EUR/PLN przekroczył barierę. W związku z tym opcja z barierą wyjścia w górę wygasła bezwartościowo, a opcja z barierą wejścia w górę stała się zwykłą opcją kupna.

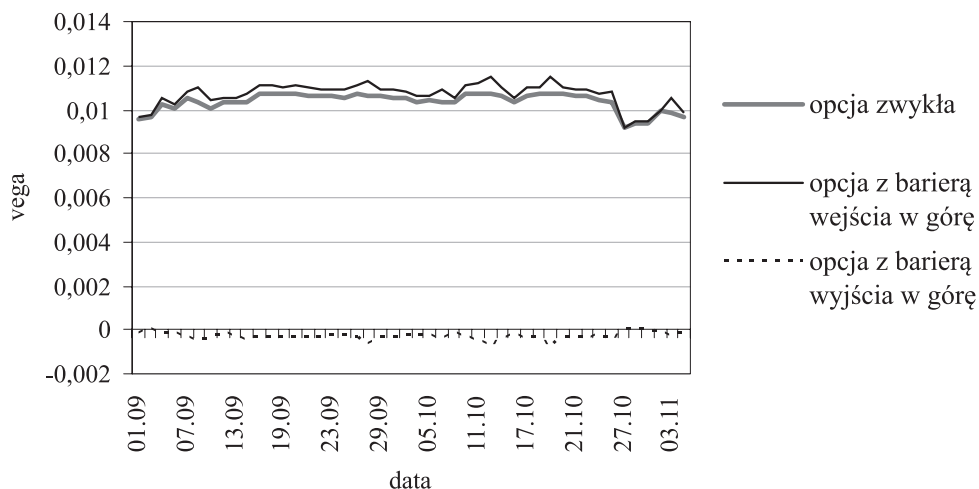


Rys. 3. Kształtowanie się ceny zwykłej opcji kupna, opcji kupna z barierą wejścia w górę oraz opcji kupna z barierą wyjścia w górę

Z analizy kształtowania się cen rozpatrywanych opcji kupna wynika, że:

- opcje barierowe są tańsze od zwykłej opcji,
- wzrost/spadek ceny instrumentu bazowego wpływa na wzrost/spadek ceny zwykłej opcji i opcji z barierą wejścia w górę oraz na spadek/wzrost ceny opcji z barierą wyjścia w górę,
- zbliżanie się bieżącej ceny instrumentu bazowego do poziomu bariery wpływa na zmniejszanie się różnicy między ceną opcji zwykłej i opcji z barierą wejścia w górę oraz na spadek ceny opcji z barierą wyjścia w górę.

Rysunek 4 jest ilustracją kształtowania się wartości współczynnika vega rozpatrywanych opcji kupna.



Rys. 4. Kształtowanie się wartości współczynnika vega zwykłej opcji kupna, opcji kupna z barierą wejścia w górę oraz opcji kupna z barierą wyjścia w górę

Jeśli cena wykonania jest mniejsza od poziomu bariery, to:

- Współczynnik vega zwykłej opcji kupna oraz opcji kupna z barierą wejścia w górę jest dodatni, co oznacza, że wzrost/spadek zmienności ceny instrumentu bazowego wpływa na wzrost/spadek ceny opcji.
- Wartości współczynnika vega opcji z barierą wejścia w górę są większe od wartości współczynnika vega zwykłej opcji. Cena opcji kupna z barierą wejścia w górę jest bardziej wrażliwa na wahania zmienności ceny instrumentu bazowego.
- Współczynnik vega opcji kupna z barierą wyjścia w górę jest ujemny. Oznacza to, że wzrost/spadek zmienności ceny instrumentu bazowego wpływa na spadek/wzrost ceny opcji.
- Jeśli cena instrumentu bazowego jest równa cenie wykonania, to współczynnik vega opcji kupna z barierą wejścia/wyjścia w górę osiąga największą/najmniejszą wartość. Cena opcji barierowych jest wówczas najbardziej wrażliwa na wahania zmienności ceny instrumentu bazowego.
- Zbliżanie się ceny instrumentu bazowego do poziomu bariery wpływa na spadek wartości współczynnika vega opcji z barierą wejścia w górę oraz na wzrost wartości współczynnika vega opcji z barierą wyjścia w górę.
- Jeśli cena instrumentu bazowego zbliża się do poziomu bariery, to wartości współczynnika vega opcji kupna z barierą wyjścia w górę zmierzają do zera.

Zmniejsza się wówczas wrażliwość ceny opcji na wahania zmienności ceny instrumentu bazowego.

3. Wpływ wahań zmienności ceny instrumentu bazowego na cenę barierowych opcji sprzedaży

3.1. Opcja sprzedaży z barierą wejścia w górę i opcja sprzedaży z barierą wyjścia w górę

Analiza dotyczy kształtowania się ceny zwykłej opcji sprzedaży, opcji sprzedaży z barierą wejścia w górę oraz opcji sprzedaży z barierą wyjścia w górę. Rozważania są przeprowadzone dla przypadku, kiedy cena wykonania jest mniejsza poziomu bariery.

Cena opcji sprzedaży z barierą wejścia w górę jest określona równaniem⁹:

$$P_{t_G} = \left(\frac{H}{S_t}\right)^{2n/\sigma^2} \left(e^{-r(T-t)} KN(-d_2) - \left(\frac{H^2}{S_t}\right) N(-d_1) \right), \quad (5)$$

gdzie:

P_{t_G} – cena opcji sprzedaży z barierą wejścia w górę,
pozostałe oznaczenia są takie same jak we wzorze (1).

Cena opcji sprzedaży z barierą wyjścia w górę wynosi¹⁰:

$$P_{t_g} = e^{-r(T-t)} KN(-d_6) - S_t N(-d_5) - \left(\frac{H}{S_t}\right)^{2n/\sigma^2} \left(e^{-r(T-t)} KN(-d_2) - \left(\frac{H^2}{S_t}\right) N(-d_1) \right), \quad (6)$$

gdzie:

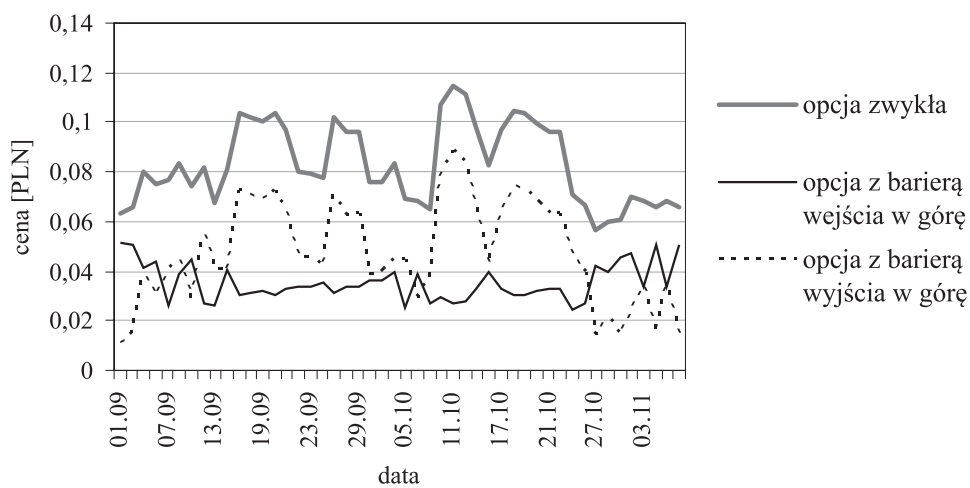
P_{t_g} – cena opcji sprzedaży z barierą wyjścia w górę,
pozostałe oznaczenia są takie same jak we wzorze 2.

Rysunek 5 ilustruje kształtowanie się ceny zwykłej opcji sprzedaży, opcji sprzedaży z barierą wejścia w górę oraz opcji sprzedaży z barierą wyjścia w górę. Symulacja wyceny jest przeprowadzona dla okresu 1.09.2005-7.11.2005 r. Opcje są wystawione na EUR/PLN. Czas wygaśnięcia opcji wynosi 6 miesięcy. Cena wykonania opcji wynosi 3,95 zł. Poziom bariery równa się 4,0 zł. W rozpatrywanym przykładzie zwykła opcja sprzedaży była:

⁹ Ibid.

¹⁰ Ibid.

- *w-cenie* w okresie: 5.09.2005, 7.09.2005-8.09.2005, 12.09.2005-26.10.2005;
- *silnie-w-cenie* w okresie: 11.10.2005-12.10.2005;
- *nie-w-cenie* w okresie: 1.09.2005-2.09.2005, 6.09.2005, 9.09.2005, 27.10.2005-7.11.2005.

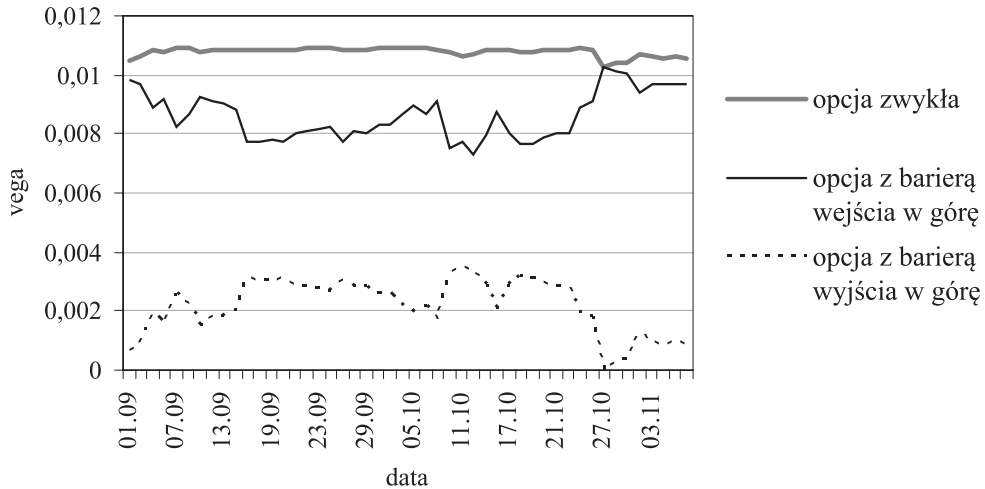


Rys. 5. Kształtowanie się ceny zwykłej opcji sprzedaży, opcji sprzedaży z barierą wejścia w górę oraz opcji sprzedaży z barierą wyjścia w górę

Z analizy kształtowania się cen analizowanych opcji sprzedaży wynika, że:

- barierowe opcje sprzedaży są tańsze od opcji zwykłej,
- spadek/wzrost ceny instrumentu bazowego wpływa na wzrost/spadek ceny zwykłej opcji i opcji sprzedaży z barierą wyjścia w górę oraz na spadek/wzrost ceny opcji sprzedaży z barierą wejścia w górę,
- zbliżanie się bieżącej ceny instrumentu bazowego do poziomu bariery wpływa na spadek ceny opcji z barierą wyjścia w górę oraz na wzrost ceny opcji z barierą wejścia w górę.

Na rysunku 6 przedstawiono kształtowanie się wartości współczynnika vega rozpatrywanych opcji sprzedaży.



Rys. 6. Kształtowanie się wartości współczynnika vega zwykłej opcji sprzedaży, opcji sprzedaży z barierą wejścia w górę oraz opcji sprzedaży z barierą wyjścia w górę

Jeśli poziom bariery jest większy od ceny wykonania, to współczynnik vega opcji sprzedaży z barierą wyjścia w górę i opcji sprzedaży z barierą wejścia w górę charakteryzuje się następującymi własnościami:

- jest dodatni,
- wartości współczynnika vega zwykłej opcji są większe od wartości współczynnika vega opcji barierowych,
- jeśli cena instrumentu bazowego zbliża się do bariery, to zmniejszają się różnice między wartościami współczynnika vega zwykłej opcji i opcji z barierą wejścia w górę, a wartości współczynnika vega opcji z barierą wyjścia w górę maleją do zera,
- zbliżanie się ceny instrumentu bazowego do poziomu bariery wpływa na wzrost wartości współczynnika vega opcji z barierą wejścia w górę. W tym przypadku cena tej opcji charakteryzuje się większą wrażliwością na wahania zmienności ceny instrumentu bazowego.

3.2. Opcja sprzedaży z barierą wejścia w dół i opcja sprzedaży z barierą wyjścia w dół

Rozważania dotyczą kształtowania się ceny zwykłej opcji sprzedaży, opcji sprzedaży z barierą wejścia w dół oraz opcji sprzedaży z barierą wyjścia w dół. Rozpatrywany jest przypadek, kiedy cena wykonania jest większa od ceny progowej.

Cena opcji sprzedaży z barierą wejścia w dół wynosi¹¹:

$$P_{t_d} = e^{-r(T-t)}K(-d_8) - S_t(-d_7) + \left(\frac{H}{S_t}\right)^{2n/\sigma^2} \left(e^{-r(T-t)}K(N(d_4) - N(d_2)) + \left(\frac{H^2}{S_t}\right)(N(d_1) - N(d_3)) \right), \quad (7)$$

gdzie:

P_{t_d} – cena opcji sprzedaży z barierą wejścia w dół, pozostałe oznaczenia są takie same jak we wzorze (4).

Cena opcji sprzedaży z barierą wyjścia w dół wynosi¹²:

$$P_{t_d} = S_t(N(-d_7) - N(-d_5)) + e^{-r(T-t)}K(N(-d_6) - N(-d_8)) + \left(\frac{H}{S_t}\right)^{2n/\sigma^2} \left(\left(\frac{H^2}{S_t}\right)(N(-d_1) - N(-d_3)) + e^{-r(T-t)}K(N(-d_4) - N(-d_2)) \right), \quad (8)$$

gdzie:

P_{t_d} – cena opcji sprzedaży z barierą wyjścia w dół, pozostałe oznaczenia są takie same jak we wzorze (3).

Na rysunku 7 przedstawiono kształtowanie się ceny opcji walutowych wystawionych na EUR/PLN: zwykłej opcji sprzedaży, opcji sprzedaży z barierą wejścia w dół oraz opcji sprzedaży z barierą wyjścia w dół. Symulacja wyceny jest przeprowadzona dla okresu 1.09.2005-7.11.2005 r. Czas wygaśnięcia opcji wynosi 6 miesięcy. Cena wykonania opcji wynosi 3,95 zł, a ustalony poziom barierę równy jest 3,85 zł.

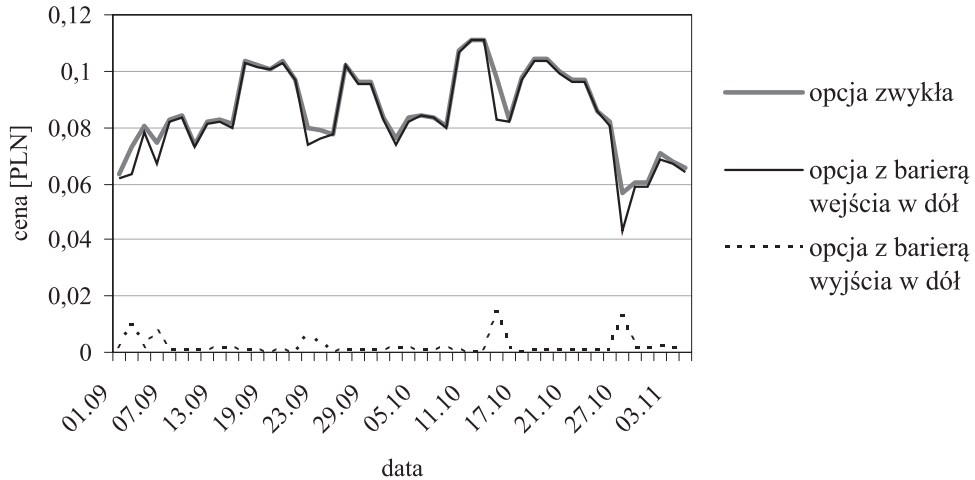
W rozpatrywanym przykładzie zwykła opcja sprzedaży była:

- w-cenie w okresie: 1.09.2005-14.09.2005, 21.09.2005-26.09.2005, 28.09.2005-7.10.2005, 13.10.2005-17.10.2005, 21.10.2005-7.11.2005;

¹¹ Ibid.

¹² Ibid.

- *silnie-w-cenie* w okresie: 1.09.2005, 27.10.2005-28.10.2005;
- *nie-w-cenie* w okresie: 15.09.2005-20.09.2005, 27.09.2005, 10.10.2005-12.10.2005, 18.10.2005-20.10.2005.

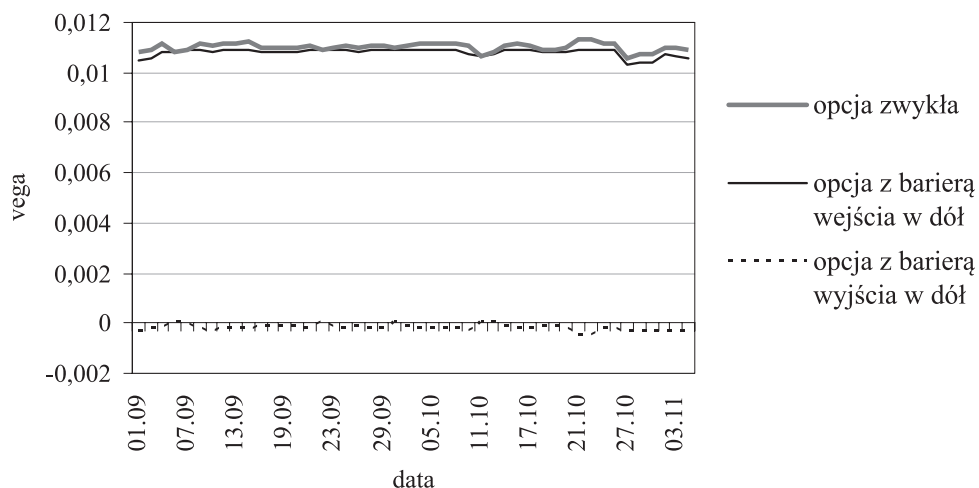


Rys. 7. Kształtowanie się ceny zwykłej opcji sprzedaży, opcji sprzedaży z barierą wejścia w dół oraz opcji sprzedaży z barierą wyjścia w dół

Z analizy kształtowania się cen rozpatrywanych opcji sprzedaży wynikają następujące własności:

- opcje barierowe są tańsze od zwykłej opcji,
- wzrost/spadek ceny instrumentu bazowego wpływa na spadek/wzrost ceny zwykłej opcji i na spadek/wzrost ceny opcji z barierą wejścia w dół oraz na wzrost/spadek ceny opcji sprzedaży z barierą wyjścia w dół,
- zbliżanie się ceny instrumentu bazowego do poziomu bariery wpływa na zmniejszanie się różnicy między ceną opcji zwykłej i opcji z barierą wejścia w dół oraz na spadek ceny opcji z barierą wyjścia w dół.

Rysunek 8 jest ilustracją kształtowania się wartości współczynnika vega rozpatrywanych opcji sprzedaży.



Rys. 8. Kształtowanie się wartości współczynnika vega zwykłej opcji sprzedaży, opcji sprzedaży z barierą wejścia w dół oraz opcji sprzedaży z barierą wyjścia w dół

Jeśli bariera jest mniejsza od ceny wykonania, to współczynnik vega analizowanych opcji sprzedaży ma następujące własności:

- dodatnie wartości współczynnika vega występują w przypadku zwykłej opcji oraz opcji z barierą wejścia w dół,
- wartości współczynnika vega opcji z barierą wejścia w dół są większe od wartości współczynnika vega zwykłej opcji: opcja z barierą wejścia jest bardziej wrażliwa na wahania zmienności ceny instrumentu bazowego,
- ujemne wartości współczynnika vega występują w przypadku opcji z barierą wyjścia w dół,
- jeśli cena instrumentu bazowego kształtuje się w pobliżu ceny wykonania, to współczynnik vega zwykłej opcji i opcji z barierą wejścia osiąga największą wartość,
- najmniejsza wartość współczynnika vega opcji z barierą wyjścia w dół występuje w przypadku kształtowania się ceny instrumentu bazowego w pobliżu ceny wykonania,
- zbliżanie się ceny instrumentu bazowego do poziomu bariery wpływa na spadek wartości współczynnika vega opcji z barierą wejścia w dół oraz na wzrost wartości współczynnika vega opcji z barierą wyjścia w dół.

Podsumowanie

W analizie opcji barierowych, z uwagi na istniejące ryzyko braku aktywacji lub ryzyko dezaktywacji, należy uwzględniać wpływ zmienności ceny instrumentu bazowego na cenę opcji. Wyznaczenie poziomu bariery w stosunku do ceny wykonania ma istotny wpływ na wrażliwość ceny opcji na wahania zmienności ceny instrumentu bazowego. Jeśli bariera jest wyznaczona w ten sposób, że w chwili jej przekraczania przez cenę instrumentu bazowego opcja będzie typu:

- *nie-w-cenie*, to wartości współczynnika vega opcji barierowych są dodatnie; wówczas wzrost/spadek zmienności ceny instrumentu bazowego wpływa na wzrost /spadek ceny opcji barierowych;
- *w-cenie*, to wartości współczynnika vega opcji z barierą wejścia są dodatnie i większe od wartości współczynnika vega zwykłej opcji; w tym przypadku współczynnik vega opcji z barierą wyjścia jest ujemny, co oznacza, że wzrost/spadek zmienności ceny instrumentu bazowego wpływa na spadek /wzrost ceny opcji.

Opcje barierowe są szczególnym instrumentem, gdyż jeśli zostanie spełniony warunek bariery, stają się one opcjami zwykłymi. W porównaniu z opcjami zwykłymi, opcje barierowe są tańsze, przez co zapewniają niższe koszty zabezpieczenia przed ryzykiem niekorzystnych zmian cen instrumentu bazowego. W zależności od oczekiwań związanych z kształtowaniem się ceny instrumentu bazowego w przyszłości, wyznaczając położenie bariery w stosunku do bieżącej ceny instrumentu bazowego, można w dniu zawarcia umowy wpłynąć zarówno na cenę opcji barierowej, jak i na wrażliwość tej ceny na wahania zmienności ceny instrumentu bazowego. Znaczne wahania ceny opcji barierowej, które występują w sytuacji zbliżania się ceny instrumentu bazowego do poziomu bariery zwiększają atrakcyjność opcji barierowych w transakcjach spekulacyjnych.

THE INFLUENCE OF VOLATILITY OF THE UNDERLYING INSTRUMENT ON THE PRICE OF THE BARRIER OPTIONS

Summary

Barrier options are path-dependent options. The income from the options is influenced by the exceeding of the underlying instrument price values established at conclu-

sion of the value (barrier) contract. The article presents the issues connected with barrier options: characteristic of the instrument, the influence of selected factors on the option price and on the value of vega coefficient. The empirical data included in the article are concerned with the pricing simulations of the barrier options and standard options on EUR/PLN.