

**Katarzyna Zeug-Żebro**

Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach

# **ZASTOSOWANIE ZMODYFIKOWANEJ METODY NAJBLIŻSZYCH SĄSIADÓW DO PROGNOZOWANIA CHAOTYCZNYCH SZEREGÓW CZASOWYCH**

## **Wprowadzenie**

Determinizm układów chaotycznych wskazuje na możliwość ich prognozowania. Znajomość dynamiki układu,  $f : \mathbf{R}^m \rightarrow \mathbf{R}^m$ , pozwala na bardzo dokładne prognozowanie w bliskim horyzoncie czasowym (ze względu na wrażliwość na zmianę warunków początkowych). Dla szeregów czasowych opisujących rzeczywiste zjawiska, w tym również ekonomiczne, funkcja  $f$  jest zazwyczaj nieznana. Istnieją jednak metody prognozowania, które nie wymagają znajomości wzoru analitycznego tej funkcji. Jedną z nich jest metoda najbliższych sąsiadów. Jej podstawą teoretyczną jest fakt, że stany układów deterministycznych ewoluują w czasie w podobny sposób.

Celem artykułu jest wyznaczenie przyszłych wartości analizowanych szeregów czasowych, zweryfikowanie użyteczności metody najbliższych sąsiadów i jej zmodyfikowanej postaci oraz zbadanie wpływu długości horyzontu prognozy na jej dokładność. W badaniach zostaną wykorzystane szeregi chaotyczne wygenerowane przez odwzorowanie Ikedy i Kaldora oraz ekonomiczne szeregi czasowe utworzone z cen zamknięcia WIG i WIG20 oraz dwóch spółek notowanych na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie: INGBSK i Vistula. Dane rzeczywiste obejmują okres od 14.04.1994 do 30.10.2012. Obliczenia przeprowadzono z użyciem programów napisanych przez autorkę w języku programowania Delphi oraz pakietu Microsoft Excel.

## 1. Metoda opóźnień

Metoda opóźnień jest jedną z metod rekonstrukcji przestrzeni stanów układu dynamicznego, która powstała na podstawie twierdzenia Takensa o zanurzeniu (1981). Służy ona do wydobywania pewnych informacji zawartych w chaotycznych szeregach czasowych. W tym celu wykorzystuje się tzw. wektory opóźnień zwane również  $d$ -historiami. Wektory te mają postać:

$$\hat{x}_t^d = (x_t, x_{t+\tau}, \dots, x_{t+(d-1)\tau}), \quad (1)$$

gdzie:  $d$  jest wymiarem zanurzenia,  $\tau$  jest pewną liczbą naturalną, nazwaną opóźnieniem czasowym, zaś  $t = 1, \dots, N - (d-1)\tau$ , gdzie  $N$  jest długością szeregu czasowego.

Z badań Takensa wynika, że dla  $d \geq 2m + 1$ , gdzie  $m$  jest wymiarem atraktora, a  $d$  jest wymiarem zanurzenia, przestrzeń stanów rozpięta przez zbiór  $d$  zmiennych będzie topologicznie równoważna z „oryginalną” przestrzenią<sup>1</sup>.

## 2. Największy wykładnik Lapunowa

Wykładniki Lapunowa są miarą wrażliwości układu dynamicznego na zmianę warunków początkowych. Najbardziej istotnym z punktu identyfikacji chaosu jest największy wykładnik  $\lambda_{\max}$ . Służy on do rozróżniania charakteru dynamiki układu: od regularnej do chaotycznej. W 1993 r. Rosenstein (1993), a rok później Kantz (1994) zaproponowali algorytm wyznaczania największego wykładnika Lapunowa. Przebiega on według następujących kroków:

**Krok 1.** Wyznaczamy zbiory  $Z_t$  złożone z  $K$  najbliższych sąsiadów  $\hat{x}_{t_j}^d$  wektorów opóźnień  $\hat{x}_t^d$ , spełniających warunek  $|t - t_j| > t^*$ , gdzie  $t^*$  jest ustaloną liczbą naturalną. Dodany warunek zwiększa prawdopodobieństwo, że znaleziony sąsiad nie będzie należał do trajektorii wektora  $\hat{x}_t^d$ .

**Krok 2.** Obliczamy:

$$r_n(t) = \frac{1}{K} \sum_{\hat{x}_{t_j}^d \in Z_t} |x_{t+n} - x_{t_j+n}|, \quad t = 1, 2, \dots, M; \quad n = 0, 1, \dots, n_{\max}, \quad (2)$$

gdzie:  $M = N - (d-1)\tau$ ,  $n_{\max}$  jest ustaloną liczbą naturalną, określającą liczbę iteracji.

<sup>1</sup> W sensie twierdzenia Takensa o zanurzeniu.

**Krok 3.** Wyznaczamy średnią z  $r_n(i)$  po wszystkich  $d$ -historiach:

$$r_n = \frac{1}{M} \sum_{t=1}^M r_n(t). \quad (3)$$

**Krok 4.** Największy wykładnik Lapunowa jest współczynnikiem regresji równania:

$$\ln(r_n) = \ln(r_0) + \lambda_{\max} n. \quad (4)$$

Warto zauważyć, że wartość największego wykładnika Lapunowa w dużej mierze zależy od przyjętej metryki, wartości parametrów zrekonstruowanej przestrzeni stanów oraz liczby najbliższych sąsiadów  $K$ .

### 3. Metoda najbliższych sąsiadów oraz zmodyfikowana metoda najbliższych sąsiadów

Metoda najbliższych sąsiadów *MNS* jest jedną z najstarszych metod prognozowania chaotycznych szeregów czasowych. Została zaproponowana przez E.N. Lorenza w 1969 r. Opiera się na założeniu, że w systemach deterministycznych zbliżone do siebie  $d$ -historie w podobny sposób ewoluują w czasie.

Algorytm prognozowania przyszłych wartości szeregu czasowego złożonego z  $N$  obserwacji  $\{x_1, x_2, \dots, x_N\}$  metodą *MNS* jest następujący:

**Krok 1.** Wyznaczamy liczbę  $K$  najbliższych sąsiadów  $d$ -historii  $\hat{x}_t^d$ , w sensie odległości euklidesowej, w  $d$ -wymiarowej zrekonstruowanej przestrzeni stanów.

**Krok 2.** Obliczamy wagę  $i$ -tego sąsiada według jednego z wzorów:

$$w_i = \frac{1}{K-1} \left( 1 - \frac{r_i}{r_{TOT}} \right) \quad (5)$$

lub:

$$w_i = \frac{e^{-r_i}}{\sum_{i=1}^K e^{-r_i}}, \quad (5')$$

gdzie:

$$r_{TOT} = \sum_{i=1}^K r_i, \quad (6)$$

$r_i = \|x_i^d - \hat{x}_t^d\|$  oznacza odległość między  $\hat{x}_t^d$  i  $x_i^d$ ,  $i = 1, 2, \dots, K$ .

**Krok 3.** Wybieramy pierwsze współrzędne  $x_i^d$ ,  $K$  najbliższych sąsiadów punktu  $\hat{x}_i^d$  i na ich podstawie określamy pierwsze współrzędne ich następników  $x_{i+1}^d$ ,  $i = 1, 2, \dots, K$ .

**Krok 4.** Obliczamy prognozę  $N + 1$  elementu jako sumę ważoną następników pierwszych współrzędnych najbliższych sąsiadów:

$$x_{N+1} = \sum_{i=1}^K w_i x_{i+1}. \quad (7)$$

Orzeszko (2005) zaproponował pewną modyfikację metody najbliższych sąsiadów – *ZMNS*. Zamiana polegała na uporządkowaniu  $K$  najbliższych sąsiadów od najbliższego do najdalszego i przypisaniu każdemu z nich wagi zgodnie ze wzorem:

$$w_i = \frac{2 \cdot (K + 1 - i)}{K \cdot (K + 1)}, \quad i = 1, 2, \dots, K. \quad (8)$$

Wagi zdefiniowane wzorem (8) zostały dobrane w ten sposób, aby:

$$w_1 > w_2 > \dots > w_K \text{ oraz } \sum_{i=1}^K w_i = 1. \quad (9)$$

Podobnie jak w metodzie najbliższych sąsiadów, w *ZMNS* prognozę wyznacza się ze wzoru (7).

#### 4. Przedmiot i przebieg badania

W niniejszym artykule badania empiryczne przeprowadzono z wykorzystaniem rzeczywistych danych ekonomicznych oraz dla wygenerowanych szeregów chaotycznych. Rzeczywiste szeregi czasowe<sup>2</sup> utworzono z cen zamknięcia: WIG, WIG20 oraz dwóch spółek notowanych na GPW w Warszawie, tj. INGBSK, Vistula. Dane obejmowały okres od 14.04.1994 do 30.10.2012. Długość analizowanych szeregów ekonomicznych pozwala na otrzymanie wiarygodnych rezultatów (powyżej 4600 obserwacji). Przeanalizowano obserwacje, które były dziennymi logarytmicznymi stopami zwrotu.

<sup>2</sup> Dane pochodzą z archiwum plików programu Omega, dostępnych na stronie internetowej [www.bossa.pl](http://www.bossa.pl).

Dodatkowo badaniu poddano szeregi chaotyczne wygenerowane przez odwzorowania: Ikedy (1980) i Kaldora (1940). Szeregi te składały się z 3000 obserwacji i zostały skonstruowane następująco:

- Ikeda – szereg pierwszych współrzędnych układu Ikedy, określony przez dwuwymiarowe odwzorowanie zadane wzorem:

$$I(x_t, y_t) \equiv (x_{t+1}, y_{t+1}) = (\gamma + \mu(x_t \cos \varphi - y_t \sin \varphi), \mu(x_t \sin \varphi + y_t \cos \varphi)), \quad (10)$$

gdzie:  $\varphi = \beta - \frac{\alpha}{1 + x_t^2 + y_t^2}$ , dla  $\alpha = 6$ ,  $\beta = 0,4$ ,  $\gamma = 1$ ,  $\mu = 0,9$  oraz

$$(x_0, y_0) = (0,1; 0,1).$$

- Kaldor – szereg wygenerowany z modelu wzrostu N. Kaldora:

$$\begin{cases} Y_{t+1} - Y_t = a[I_t(Y_t, K_t) - S_t(Y_t)] \\ K_{t+1} - K_t = I_t(Y_t, K_t) - bK_t \end{cases}, \quad (11)$$

gdzie:

$$I_t(Y_t, K_t) = c \cdot Y_t + d \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{(eY_t + f)^2} + g \cdot \left(\frac{h}{K_t}\right)^i, \quad (12)$$

$$S_t(Y_t) = sY_t. \quad (13)$$

W badaniu przyjęto parametry prowadzące do ewolucji chaotycznej:  $a = 20$ ,  $b = 0,05$ ,  $c = 0,05$ ,  $d = 20$ ,  $e = 0,01$ ,  $f = 0,00001$ ,  $g = 5$ ,  $h = 280$ ,  $i = 4,5$ ,  $s = 0,21$  oraz  $(x_0, y_0) = (65,265)$ .

Szeregi chaotyczne stanowiły punkt odniesienia dla wyników otrzymanych dla rzeczywistych szeregów czasowych.

Analiza wymienionych wyżej szeregów czasowych będzie przebiegała w następujących etapach:

1. Rekonstrukcja przestrzeni stanów metodą opóźnień – wektory opóźnień.
2. Identyfikacja chaosu: oszacowanie największego wykładnika Lapunowa.
3. Prognozowanie na podstawie metody: *MNS1* (wagi wyznaczone na podstawie wzoru (5)), *MNS2* (wzór (5')) oraz *ZMNS* (wzór (8)).
4. Ocena jakości wyznaczonych prognoz wybranymi miernikami: średni absolutny błąd prognozy *MAE*, błąd średniokwadratowy *MSE*, pierwiastek błędu średniokwadratowego *RMSE*, współczynniki Theila oraz względny błąd prognozy:

$$\sigma_T = \frac{1}{\sigma} \sqrt{\frac{1}{N_2} \sum_{T=N_1+1}^{N_1+N_2} (x_T - \tilde{x}_T)^2}, \quad (14)$$

gdzie:  $x_T$  jest rzeczywistą wartością badanej zmiennej w momencie  $T$ ,  $\tilde{x}_T$  jest prognozą wartości zmiennej w momencie  $T$ ,  $\sigma$  jest odchyleniem standardowym szeregu obserwacji  $\{x_1, x_2, \dots, x_{N_1}\}$ ,  $N_2$  jest liczbą naturalną oznaczającą odległość okresu prognozowanego od okresu bieżącego ( $N = N_1 + N_2$ ).

Przeprowadzone badania empiryczne pozwoliły za pomocą metody opóźnień zrekonstruować przestrzeń stanów. Stosując metodę opartą na analizie funkcji autokorelacji – *ACF* (Ramsey, Sayers, Rothman, 1990), oszacowano czas opóźnień  $\tau$ . Następnie za pomocą metody najbliższego pozornego sąsiada – *MNPS* (Abarbanel, Brown, Kennel, 1992), obliczono wymiar zanurzenia  $d$  (tabela 1). Ostatecznie zrekonstruowano wektory opóźnień w postaci  $\hat{x}_t^d = (x_t, x_{t+\tau}, \dots, x_{t+(d-1)\tau})$ , dla  $t = 1, \dots, N_1 - (d-1)\tau$ .

Ponieważ determinizm układów chaotycznych wskazuje na możliwość ich prognozowania, w kolejnym kroku badań oszacowano największy wykładnik Lapunowa w celu identyfikacji chaosu w wybranych szeregach czasowych. W badaniu posłużono się algorytmem Kantza i Rosensteina i jako liczbę sąsiadów przyjęto  $K = 1$  i wartość  $t^* = 10$ . Następnie zastosowano regresję liniową do przybliżania linią prostą wykresu zależności wartości  $\ln r_n$  od numeru iteracji  $n$ . W tabeli 1 przedstawiono wyniki szacowania największego wykładnika Lapunowa dla analizowanych szeregów czasowych<sup>3</sup>.

Tabela 1

Wyniki szacowania parametrów rekonstrukcji przestrzeni stanów oraz wykładnika Lapunowa dla wybranych szeregów czasowych

Szereg	Przyjęte parametry	Wykładnik Lapunowa
<b>Ikeda</b>	$\tau = 2, d = 9$	0,122
<b>Kaldor</b>	$\tau = 9, d = 2$	0,216
<b>WIG</b>	$\tau = 2, d = 8$	0,034
<b>WIG20</b>	$\tau = 5, d = 7$	0,249
<b>INGBSK</b>	$\tau = 5, d = 7$	0,2421
<b>Vistula</b>	$\tau = 2, d = 7$	0,0022

Można zauważyć, że wszystkie objęte badaniem finansowe szeregi czasowe są wrażliwe na zmianę warunków początkowych ( $\lambda_{\max} > 0$ ). Najbardziej wrażliwy na zmianę tych warunków okazał się indeks WIG20, najmniej zaś spółki Vistula.

<sup>3</sup> Obliczenia przeprowadzono na podstawie programu własnego autora, napisanego w języku programowania Delphi.

W celu wyznaczenia prognozy opartej na metodach *MNS* i *ZMNS* wykorzystano  $K = 2(d + 1)$  najbliższych sąsiadów punktu  $\hat{x}_t^d$ ,  $t = 1, \dots, N_1 - (d - 1)\tau$  oraz odpowiednie wartości parametrów rekonstrukcji przestrzeni stanów. Aby znaleźć najbliższych sąsiadów, posłużono się metryką euklidesową. W tabeli 2 przedstawiono zestawienie błędów predykcji.

Tabela 2

Błędy prognoz otrzymanych metodami *MNS1*, *MNS2* i *ZMNS* dla wybranych szeregów chaotycznych i finansowych

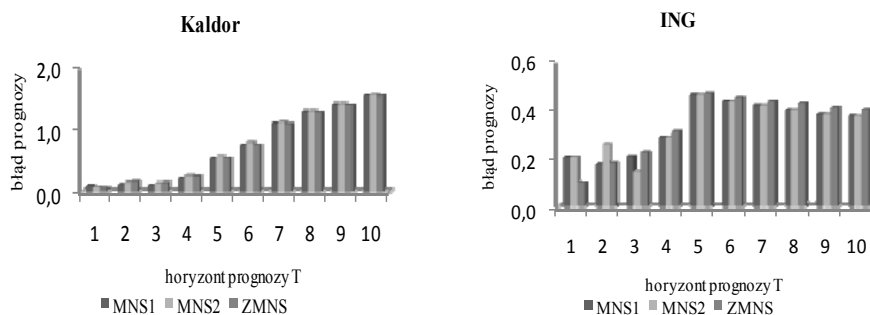
Szereg	Błąd	<i>MAE</i>	<i>MSE</i>	<i>RMSE</i>	$I_1^2$	$I_2^2$	$I_3^2$
<b>Ikeda</b>	<i>MNS1</i>	0,2599	0,1750	0,4184	0,0002	0,0153	0,3020
	<i>MNS2</i>	0,2604	0,1762	0,4197	0,0002	0,0147	0,3047
	<i>ZMNS</i>	0,2629	0,1819	0,4265	0,0001	0,0122	0,3177
<b>Kaldor</b>	<i>MNS1</i>	18,2658	485,5924	22,0362	0,0075	0,0287	0,0633
	<i>MNS2</i>	19,0226	517,8288	22,7559	0,0087	0,0306	0,0668
	<i>ZMNS</i>	18,4238	482,7778	21,9722	0,0084	0,0301	0,0604
<b>WIG</b>	<i>MNS1</i>	0,0054	0,0001	0,0079	0,1323	0,3875	0,5952
	<i>MNS2</i>	0,0054	0,0001	0,0079	0,1321	0,3877	0,5951
	<i>ZMNS</i>	0,0058	0,0001	0,0080	0,1661	0,3579	0,6223
<b>WIG20</b>	<i>MNS1</i>	0,0070	0,0001	0,0098	0,3088	0,5548	0,3669
	<i>MNS2</i>	0,0070	0,0001	0,0098	0,3084	0,5547	0,3669
	<i>ZMNS</i>	0,0077	0,0001	0,0103	0,3409	0,5104	0,5249
<b>INGBSK</b>	<i>MNS1</i>	0,0077	0,0001	0,0092	0,0127	0,3061	1,0160
	<i>MNS2</i>	0,0077	0,0001	0,0092	0,0128	0,3069	1,0140
	<i>ZMNS</i>	0,0086	0,0001	0,0099	0,0044	0,1790	1,3537
<b>Vistula</b>	<i>MNS1</i>	0,0257	0,0011	0,0336	0,0006	0,1993	1,2513
	<i>MNS2</i>	0,0257	0,0011	0,0336	0,0006	0,1995	1,2512
	<i>ZMNS</i>	0,0262	0,0011	0,0336	0,0000	0,1718	1,2797

Przeprowadzona analiza błędów prognoz dla wybranych szeregów czasowych wykazuje, że zmodyfikowana metoda najbliższych sąsiadów skutecznie umożliwia prognozowanie. Jednak ocena jakości tych prognoz wypada na niekorzyść metody *ZMNS*. W większości przypadków wartości błędów otrzymanych w wyniku zastosowania *MNS1* i *MNS2* są niższe niż uzyskane dla *ZMNS*. W tabeli 3 przedstawiono zestawienie względnych błędów predykcji.

Tabela 3

## Względne błędy prognoz dla analizowanych szeregów czasowych

Szereg	Metoda	$T=1$	$T=2$	$T=3$	$T=4$	$T=5$	$T=6$	$T=7$	$T=8$	$T=9$	$T=10$
Ikeda	MNS1	0,1937	0,1710	0,4089	0,5182	1,2063	1,1115	1,0423	0,9753	0,9203	0,8752
	MNS2	0,1934	0,1675	0,4025	0,5172	1,2099	1,1146	1,0456	0,9784	0,9233	0,8780
	ZMNS	0,1917	0,1535	0,3739	0,5140	1,2278	1,1308	1,0621	0,9938	0,9383	0,8922
Kaldor	MNS1	0,1033	0,1233	0,1080	0,2263	0,5485	0,7742	1,1166	1,3040	1,4194	1,5556
	MNS2	0,0806	0,1586	0,1420	0,2617	0,5871	0,8180	1,1445	1,3154	1,4289	1,5754
	ZMNS	0,0654	0,1770	0,1520	0,2501	0,5600	0,7802	1,1099	1,2997	1,4154	1,5525
WIG	MNS1	0,1769	0,2436	0,6361	0,5509	0,6049	0,5880	0,5445	0,5093	0,4864	0,4632
	MNS2	0,1763	0,2433	0,6360	0,5508	0,6049	0,5880	0,5445	0,5093	0,4864	0,4632
	ZMNS	0,2644	0,2943	0,6614	0,5732	0,6095	0,5916	0,5480	0,5127	0,4935	0,4697
WIG20	MNS1	0,3389	0,2460	0,5894	0,5152	0,6762	0,6239	0,5796	0,5512	0,5248	0,4992
	MNS2	0,3397	0,2467	0,5895	0,5153	0,6763	0,6239	0,5796	0,5511	0,5247	0,4991
	ZMNS	0,2736	0,2075	0,6208	0,5430	0,6930	0,6451	0,5997	0,5821	0,5558	0,5280
INGBSK	MNS1	0,2080	0,1794	0,2118	0,2885	0,4642	0,4340	0,4165	0,3971	0,3778	0,3708
	MNS2	0,2087	0,2594	0,1466	0,2884	0,4642	0,4340	0,4164	0,3969	0,3776	0,3706
	ZMNS	0,1035	0,1852	0,2310	0,3098	0,4688	0,4515	0,4345	0,4264	0,4068	0,3979
Vistula	MNS1	1,0197	1,2645	1,0545	0,9514	0,9090	0,8691	0,8052	1,1182	1,0548	1,0119
	MNS2	1,0197	1,2644	1,0545	0,9513	0,9088	0,8690	0,8051	1,1182	1,0548	1,0119
	ZMNS	1,0115	1,2699	1,0697	0,9813	0,9434	0,8921	0,8261	1,1196	1,0573	1,0120



Rys. 1. Względne błędy prognoz w zależności od horyzontu prognozy

Zaprezentowane na rysunku 1 rezultaty krótkookresowego prognozowania szeregów chaotycznych potwierdzają wykładniczy wzrost względnego błędu prognozy wraz ze wzrostem jej horyzontu. Podobny efekt można było zaobserwować dla szeregu ING (dla  $T < 6$ ) po zastosowaniu zmodyfikowanej metody



najbliższych sąsiadów oraz dla szeregu WIG (dla  $T < 4$ ). Brak tego efektu dla pozostałych szeregów może stanowić sygnał, że nie są one generowane przez układ chaotyczny.

## Podsumowanie

Na podstawie wyników badania empirycznego należy stwierdzić, że brak jest przesłanek jednoznacznie wskazujących, które wagi (5), (5'), (8) należy stosować w celu wyznaczenia prognozy metodą najbliższych sąsiadów. Błędy predykcji otrzymane dla analizowanych szeregów prawie nie różnią się od siebie i wskazują na dość dokładne prognozy dla bliskiego horyzontu czasowego. W celu poprawy jakości wyznaczonych prognoz należy przeprowadzić obliczenia dla różnej liczby najbliższych sąsiadów oraz zastosowania innych metod wyznaczania parametrów rekonstrukcji przestrzeni stanów – wymiaru zanurzenia i czasu opóźnienia.

## Literatura

- Abarbanel H.D., Brown R., Kennel M.B. (1992): *Determining Embedding Dimension for Phase Space Reconstruction Using a Geometrical Construction*. „Physical Review A”, Vol. 45(6), s. 3404-3411.
- Ikeda K., Daido H., Akimoto O. (1980): *Optical Turbulence: Chaotic Behavior of Transmitted Light from a Ring Cavity*. „Phys. Rev. Lett.” 45, s. 709-712.
- Kaldor N. (1940): *A Model of the Trade Cycle*. „Economic Journal”, Vol. 50, s. 78-92.
- Kantz H. (1994): *A Robust Method to Estimate the Maximal Lyapunov Exponent of a Time Series*. „Physical Letters A”, Vol. 185(1), s. 77-87.
- Lorenz E.N. (1969): *Atmospheric Predictability as Revealed by Naturally Occurring Analogues*. „J. Atmos. Sci.”, 26, s. 636-646.
- Orzeszko W. (2005): *Identyfikacja i prognozowanie chaosu deterministycznego w ekonomicznych szeregach czasowych*. Polskie Towarzystwo Ekonomiczne, Warszawa.
- Ramsey J.B., Sayers C.L., Rothman P. (1990): *The Statistical Properties of Dimension Calculations Using Small Data Sets: Some Economic Applications*. „International Economic Review”, Vol. 31, No 4.
- Rosenstein M.T., Collins J.J., De Luca C.J. (1993): *A Practical Method for Calculating Largest Lyapunov Exponents from Small Data Sets*. „Physica D”, Vol. 65, s. 117-134.
- Takens F. (1981): *Detecting Strange Attractors in Turbulence*. Eds. D.A. Rand, L.S. Young. Lecture Notes in Mathematics, Springer, Berlin, s. 366-381.

## **APPLICATION OF THE MODIFIED NEAREST NEIGHBOR METHOD TO PREDICTION OF THE CHAOTIC TIME SERIES**

### **Summary**

Forecasting financial time series is a quite difficult problem, which has been tried to solve by a variety of methods in the field of econometrics. Since the deterministic chaos appeared in the literature, we can observe a huge increase in interest in researchers of nonlinear dynamical systems theory, which led to the creation of new methods of prediction. Among these methods can be distinguished the method of nearest neighbors and its modifications.

The main aim of the article will be to evaluate and compare the accuracy of the predictions obtained using the method of nearest neighbors and the modified method of nearest neighbors. The test will be conducted based on the economic time series which consist of closing prices of companies listed on the Warsaw Stock Exchange.