

**Józef Biolik**

Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach

# ZASTOSOWANIE DYNAMICZNEGO MODELU ZGODNEGO W ANALIZIE GOSPODARKI GÓRNEGO ŚLĄSKA

## Wprowadzenie

W opracowaniu podjęto próbę porównania jakości modelu ekonometrycznego gospodarki województwa śląskiego z modelem zbudowanym według koncepcji dynamicznego modelu zgodnego. Do oceny jakości poszczególnych równań wykorzystano skorygowany współczynnik determinacji. Do estymacji poszczególnych równań wykorzystano dane roczne z okresu 1999-2010, zamieszczone w „Biuletynach Statystycznych Województwa Śląskiego” [2000-2010].

Oznaczenia zmiennych:

- PZO<sub>t</sub> – przeciętne zatrudnienie w sektorze przedsiębiorstw ogółem w tys. osób,
- PZSPU<sub>t</sub> – przeciętne zatrudnienie w sektorze przedsiębiorstw sektor publiczny w tys. osób,
- PZSPR<sub>t</sub> – przeciętne zatrudnienie w sektorze przedsiębiorstw sektor prywatny w tys. osób,
- PWBO<sub>t</sub> – przeciętne wynagrodzenia brutto w sektorze przedsiębiorstw ogółem w zł,
- PWBPU<sub>t</sub> – przeciętne wynagrodzenia brutto w sektorze przedsiębiorstw publicznych w zł,
- PWBPR<sub>t</sub> – przeciętne wynagrodzenia brutto w sektorze przedsiębiorstw prywatnych w zł,
- PSPO<sub>t</sub> – produkcja sprzedana przemysłu ogółem w mln zł,
- PSPPU<sub>t</sub> – produkcja sprzedana przemysłu sektor publiczny w mln zł,
- PSPPR<sub>t</sub> – produkcja sprzedana przemysłu sektor prywatny w mln zł,
- PCDO<sub>t</sub> – przychody z całokształtu działalności przedsiębiorstw ogółem w mln zł,

- PCDPU<sub>t</sub> – przychody z całokształtu działalności przedsiębiorstw sektor publiczny w mln zł,  
 PC DPR<sub>t</sub> – przychody z całokształtu działalności przedsiębiorstw sektor prywatny w mln zł,  
 KUPO<sub>t</sub> – koszty uzyskania przychodów w sektorze przedsiębiorstw ogółem w mln zł,  
 KUPPU<sub>t</sub> – koszty uzyskania przychodów w sektorze przedsiębiorstw sektor publiczny w mln zł,  
 KUPPR<sub>t</sub> – koszty uzyskania przychodów w sektorze przedsiębiorstw prywatnych w mln zł,  
 WFNO<sub>t</sub> – wynik finansowy netto ogółem w sektorze przedsiębiorstw w mln zł,  
 WFNPU<sub>t</sub> – wynik finansowy netto w sektorze przedsiębiorstw publicznych w mln zł,  
 WFNPR<sub>t</sub> – wynik finansowy netto w sektorze przedsiębiorstw prywatnych w mln zł,  
 NIO<sub>t</sub> – nakłady inwestycyjne ogółem w mln zł,  
 NISPU<sub>t</sub> – nakłady inwestycyjne sektor publiczny w mln zł,  
 NISPR<sub>t</sub> – nakłady inwestycyjne sektor prywatny w mln zł,  
 t – zmienna czasowa.

Do analizy wyspecyfikowano i oszacowano trzy typy modeli:

- model powiązań między zmiennymi charakteryzującymi gospodarkę województwa śląskiego w sektorze przedsiębiorstw ogółem,
- model powiązań między zmiennymi charakteryzującymi gospodarkę województwa śląskiego w sektorze przedsiębiorstw publicznych,
- model powiązań między zmiennymi charakteryzującymi gospodarkę województwa śląskiego w sektorze przedsiębiorstw prywatnych.

## 1. Wyniki estymacji modelu powiązań między zmiennymi charakteryzującymi gospodarkę województwa według sektorów własności

Sektor przedsiębiorstw ogółem:

- równanie produkcji sprzedanej przemysłu ogółem:

$$\begin{aligned}
 \text{PSPO}_t = & 0,121383 \text{PSPO}_{t-1} - 102,516 \text{PZO}_t + 52,4162 \text{PWBO}_t + 38268,8 \\
 & (t) \quad (0,3533) \quad (-1,94) \quad (2,436) \quad (0,8033) \\
 & R_w^2 = 0,9648 \quad \text{skorygowany } R_w^2 = 0,9497
 \end{aligned}$$

- równanie przychodów całokształtu działalności ogółem:

$$PCDO_t = 1,39014 PSPO_t + 97,098 PZO_t - 58486,5$$

$$(t) \quad (35,06) \quad (5,354) \quad (-3,430)$$

$$R_w^2 = 0,9946 \quad \text{skorygowany } R_w^2 = 0,9934$$

- równanie kosztów uzyskania przychodów:

$$KUPO_t = 1,29185 PSPO_t + 133,834 PZO_t - 80762,9$$

$$(t) \quad (26,82) \quad (6,076) \quad (-3,899)$$

$$R_w^2 = 0,99007 \quad \text{skorygowany } R_w^2 = 0,98787$$

- równanie wyniku finansowego netto ogółem:

$$WFNO_t = 0,88672 PCDO_t - 0,883973 KUPO_t - 1222,15$$

$$(t) \quad (56,31) \quad (-50,26) \quad (-3,505)$$

$$R_w^2 = 0,9988 \quad \text{skorygowany } R_w^2 = 0,9985$$

- równanie nakładów inwestycyjnych ogółem:

$$NIO_t = 1,46269 NIO_{t-1} - 0,760238 NIO_{t-2} + 2668,25$$

$$(t) \quad (5,980) \quad (-2,978) \quad (2,353)$$

$$R_w^2 = 0,8898 \quad \text{skorygowany } R_w^2 = 0,8584$$

#### Sektor przedsiębiorstw publicznych:

- równanie produkcji sprzedanej przemysłu ogółem:

$$PSPPU_t = 0,450263 PSPPU_{t-1} + 101,002 PZPU_t + 4,99604 PWBPU_t - 22566,3$$

$$(t) \quad (2,483) \quad (6,102) \quad (4,325) \quad (-1,970)$$

$$R_w^2 = 0,71969 \quad \text{skorygowany } R_w^2 = 0,5996$$

- równanie przychodów całokształtu działalności ogółem:

$$PCDPU_t = 1,21082 PSPPU_t + 51,6850 PZPU_t - 462,107$$

$$(t) \quad (6,517) \quad (6,023) \quad (-0,073)$$

$$R_w^2 = 0,915746 \quad \text{skorygowany } R_w^2 = 0,89702$$

- równanie kosztów uzyskania przychodów:

$$KUPPU_t = 0,951008 PSPPU_t + 89,0629 PZPU_t - 1157,90$$

$$(t) \quad (3,430) \quad (6,955) \quad (-0,1227)$$

$$R_w^2 = 0,88917 \quad \text{skorygowany } R_w^2 = 0,8645$$

- równanie wyniku finansowego netto ogółem:

$$WFNPU_t = 0,872126 PCDPU_t - 0,878649 KUPPU_t + 60,6683$$

$$(t) \quad (25,22) \quad (-33,06) \quad (0,0807)$$

$$R_w^2 = 0,9932 \quad \text{skorygowany } R_w^2 = 0,9917$$

- równanie nakładów inwestycyjnych ogółem:

$$NIPU_t = 1,51043 NIPU_{t-1} - 0,797588 NIPU_{t-2} + 961,163$$

$$(t) \quad (7,074) \quad (-3,344) \quad (2,520)$$

$$R_w^2 = 0,92099 \quad \text{skorygowany } R_w^2 = 0,8984$$

Sektor przedsiębiorstw prywatnych:

- równanie produkcji sprzedanej przemysłu w sektorze przedsiębiorstw prywatnych:

$$PSPPR_t = 0,4461 PSPPR_{t-1} - 184,702 PZSPR_t + 47,7992 PWBPR_t + 32736,8$$

$$(t) \quad (1,445) \quad (-2,264) \quad (2,169) \quad (0,8013)$$

$$R_w^2 = 0,9658 \quad \text{skorygowany } R_w^2 = 0,9511$$

- równanie przychodów całokształtu działalności w sektorze przedsiębiorstw prywatnych:

$$PCDPR_t = 1,31468 PSPPR_t + 98,9143 PZSPR_t - 35319,0$$

$$(t) \quad (44,82) \quad (4,059) \quad (-2,846)$$

$$R_w^2 = 0,9958 \quad \text{skorygowany } R_w^2 = 0,9948$$

- równanie kosztów uzyskania przychodów w sektorze przedsiębiorstw prywatnych:

$$KUPPR_t = 1,2122 PSPPR_t + 117,329 PZSPR_t - 41645,8$$

$$(t) \quad (32,03) \quad (4,077) \quad (-2,874)$$

$$R_w^2 = 0,9936 \quad \text{skorygowany } R_w^2 = 0,9923$$

- równanie wyniku finansowego netto w sektorze przedsiębiorstw prywatnych:

$$WFNPR_t = 0,88602 PCDPR_t - 0,883988 KUPPR_t - 701,336$$

$$(t) \quad (27,35) \quad (-25,35) \quad (-3,137)$$

$$R_w^2 = 0,99697 \quad \text{skorygowany } R_w^2 = 0,9963$$

- równanie nakładów inwestycyjnych w sektorze przedsiębiorstw prywatnych:

$$NIPR_t = 1,35898 NIPR_{t-1} - 0,668017 NIPR_{t-2} + 1760,82$$

$$(t) \quad (4,866) \quad (-2,363) \quad (2,043)$$

$$R_w^2 = 0,83749 \quad \text{skorygowany } R_w^2 = 0,7911$$

Wyniki estymacji zbudowanego modelu ogółem oraz w sektorach własności świadczą o wysokiej zgodności modeli. We wszystkich równaniach współczynniki determinacji przekraczają wartość 0,90, z wyjątkiem równań opisujących: produkcję sprzedaną przemysłu w sektorze przedsiębiorstw publicznych ( $R_w^2 = 0,71969$ , skorygowany  $R_w^2 = 0,5996$ ), koszty uzyskania przychodów

w sektorze przedsiębiorstw publicznych ( $R_w^2 = 0,889$ , skorygowany  $R_w^2 = 0,8645$ ) oraz nakłady inwestycyjne w sektorze przedsiębiorstw prywatnych oraz przedsiębiorstw ogółem ( $R_w^2$  powyżej 0,83).

## 2. Dynamiczny model zgodny

Autorem koncepcji dynamicznego modelowania zgodnego jest Profesor Zygmunt Zieliński. „Modelem zgodnym nazywa się taki model, w którym proces endogeniczny  $Y_t$  jest wyjaśniany przez procesy egzogeniczne wraz z ich całą strukturą dynamiczną, przy czym proces resztowy pozostaje białym szumem” [Osińska, 2007, s. 325].

Przez wewnętrzną strukturę dynamiczną rozumie się zarówno składowe stacjonarne, jak i niestacjonarne występujące z różnym nasileniem w każdym z analizowanych procesów, natomiast przez zgodność modelu rozumie się zgodność harmonicznej struktury procesu objaśnianego z łączną harmoniczną strukturą procesów objaśniających oraz procesu resztowego, który jest niezależny od procesów objaśniających.

Specyfikacja dynamicznego liniowego modelu zgodnego dla procesów niestacjonarnych obejmuje badanie wewnętrznej struktury analizowanych procesów poprzez wyodrębnienie trendu (ustalenie stopnia wielomianu trendu), ewentualnych wahań sezonowych oraz ustalenie rzędu autoregresji (ustalenie rzędów opóźnień poszczególnych procesów).

Ustalenie rzędu autoregresji dotyczy szeregów pozbawionych trendu i ewentualnych wahań sezonowych (jeżeli takie występują). Badanie rzędu autoregresji można wykonać na podstawie funkcji autokorelacji oraz funkcji autokorelacji cząstkowej.

Funkcja autokorelacji (*autocorrelations function – ACF*) dana jest wzorem:

$$r_k = \frac{\sum_{t=k+1}^T (x_t - \bar{x})(x_{t-k} - \bar{x})}{\sum_{t=1}^T (x_t - \bar{x})^2} \quad (1)$$

W przypadku, gdy badany proces jest stacjonarny, kolejne wartości  $r_k$  powinny być bliskie zeru. Do badania istotności kolejnych współczynników korelacji wykorzystuje się statystykę Ljung–Boxa postaci:

$$Q(k) = T(T+2) \sum_{i=1}^k (T-i)^{-1} r_i^2 \quad (2)$$

Statystyka (2) ma rozkład  $\chi^2$  z  $k$  stopniami swobody. Wartości sprawdzianu większe od wartości krytycznych pozwalają na odrzucenie hipotezy zerowej głoszącej nieistotność autokorelacji rzędu  $k$ .

Funkcja autokorelacji cząstkowej (*partial autocorrelations function* – PACF) pozwala ocenić rząd opóźnienia badanego procesu dla modelu autoregresji  $AR(k)$  na podstawie statystyki Quenouilla postaci:

$$Q = \frac{1,96}{\sqrt{n}} \quad (3)$$

Jeżeli współczynnik autokorelacji cząstkowej jest mniejszy od statystyki  $Q$ , to nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy o braku związku pomiędzy procesami o odstępie równym  $k$ . W przypadku, gdy wszystkie wartości funkcji autokorelacji cząstkowej są mniejsze od  $Q$ , należy wnioskować, że badany proces jest stacjonarny, co więcej, losowy.

Testowanie stopnia integracji. Testy Dickeya–Fullera na pierwiastki jednostkowe. Test Dickeya–Fullera (test *DF*) zwany jest również *testem pierwiastków jednostkowych*. Sprawdza on istnienie pierwiastka jednostkowego, tzn. hipotezę, że  $\rho = 1$  w równaniu:

$$y_t = \rho y_{t-1} + \xi_t \quad (4)$$

gdzie  $\xi_t$  jest procesem białego szumu, który z założenia ma średnią równą zero, stałą wariancję i zerową autokowariancję, jest więc stacjonarny.

Idea zastosowania relacji (4) do badania stacjonarności wywodzi się z faktu, że jeśli  $|\rho| < 1$ , to szereg  $y_t$  jest stacjonarny (ma zerową średnią i stałą wariancję). W przeciwnym wypadku, średnia procesu jest również stała, lecz wariancja rośnie wraz ze wzrostem  $t$ , czyli  $y_t$  jest niestacjonarny.

W praktyce testowanie parametru przy opóźnionej zmiennej  $y_{t-1}$  odbywa się na podstawie relacji:

$$\Delta y_t = \rho y_{t-1} + \xi_t \quad (5)$$

Odrzucenie hipotezy zerowej zakładającej istnienie pierwiastka jednostkowego  $H_0: \rho = 0$ , na rzecz hipotezy alternatywnej zakładającej stacjonarność procesu  $y_t$ ;  $H_1: \rho < 0$ , pozwala na stwierdzenie, że zmienna  $y_t$  jest zintegrowana rzędu 0, czyli jest stacjonarna\*.

\* Szerzej na temat testów Dickeya–Fullera oraz tablice z wartościami krytycznymi można znaleźć w pracy [Haremza, Deadman, 1997].

Tabela 1

## Struktura wewnętrznych składników procesów w sektorze przedsiębiorstw ogółem

| Zmienne   | Stopień wielomianu zmiennej czasowej | Rząd integracji | Rząd autoregresji |
|---|--------------------------------------|-----------------|-------------------|
| PSPO – produkcja sprzedana przemysłu ogółem         | 1                                    | 0               | 0                 |
| PCDO – przychody z całokształtu działalności ogółem | 2                                    | 0               | 0                 |
| KUPO – koszty uzyskania przychodów ogółem           | 2                                    | 0               | 0                 |
| WFNO – wynik finansowy netto ogółem                 | 2                                    | 0               | 0                 |
| NIO – nakłady inwestycyjne ogółem                   | 3                                    | 0               | 2                 |
| PZO – przeciętne zatrudnienie ogółem                | 2                                    | 0               | 0                 |
| PWBO – przeciętne wynagrodzenia brutto ogółem       | 2                                    | 0               | 0                 |

Źródło: Obliczenia przeprowadzone z wykorzystaniem programu Gretl [Kufel, 2007].

Tabela 2

## Struktura wewnętrznych składników procesów w sektorze przedsiębiorstw publicznych

| Zmienne   | Stopień wielomianu zmiennej czasowej | Rząd integracji | Rząd autoregresji |
|---|--------------------------------------|-----------------|-------------------|
| PSPPU – produkcja sprzedana przemysłu publicznego                 | 0                                    | 0               | 0                 |
| PCDPU – przychody z całokształtu działalności sektora publicznego | 1                                    | 0               | 4                 |
| KUPPU – koszty uzyskania przychodów sektora publicznego           | 1                                    | 0               | 4                 |
| WFNPU – wynik finansowy netto sektora publicznego                 | 1                                    | 0               | 0                 |
| NIPU – nakłady inwestycyjne sektora publicznego                   | 3                                    | 0               | 2                 |
| PZPU – przeciętne zatrudnienie w sektorze publicznym              | 3                                    | 0               | 3                 |
| PWBPU – przeciętne wynagrodzenia brutto w sektorze publicznym     | 3                                    | 0               | 0                 |

Tabela 3

Struktura wewnętrznych składników procesów w sektorze przedsiębiorstw prywatnych

| Zmienne  | Stopień wielomianu zmiennej czasowej | Rząd integracji | Rząd autoregresji |
|--|--------------------------------------|-----------------|-------------------|
| PSPR – produkcja sprzedana przemysłu sektora prywatnego          | 1                                    | 0               | 0                 |
| PCDPR – przychody z całokształtu działalności sektora prywatnego | 1                                    | 0               | 0                 |
| KUPPR – koszty uzyskania przychodów sektora prywatnego           | 1                                    | 0               | 0                 |
| WFNPR – wynik finansowy netto sektora prywatnego                 | 1                                    | 0               | 0                 |
| NIPR – nakłady inwestycyjne sektora prywatnego                   | 2                                    | 0               | 2                 |
| PZPPR – przeciętne zatrudnienie w sektorze prywatnym             | 2                                    | 0               | 2                 |
| PWBPR – przeciętne wynagrodzenia brutto w sektorze prywatnym     | 2                                    | 0               | 0                 |

## 2.1. Wyniki estymacji modelu zgodnego

Wykorzystując wyniki analizy zamieszczone w tabelach 1.1-1.3 dokonano specyfikacji oraz estymacji poszczególnych równań modelu według sektorów własności.

Sektor przedsiębiorstw ogółem:

$$\begin{aligned}
 \text{PSPO}_t &= 10632,0 t + 25,2729 \text{ PZO}_t - 0,778179 \text{ PWBO}_t + 34002,2 \\
 (t) \quad & (1,502) \quad (0,4700) \quad (-0,01916) \quad (0,6365) \\
 R_w^2 &= 0,9629 \quad \text{skorygowany } R_w^2 = 0,9490 \quad D - W = 1,8659
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{PCDO}_t &= 112,398 t^2 - 2547,08 t + 1,46201 \text{ PSPO}_t + 75,1910 \text{ PZO}_t - 40144,0 \\
 (t) \quad & (0,3850) \quad (-0,5447) \quad (8,094) \quad (1,441) \quad (-0,7424) \\
 R_w^2 &= 0,9948 \quad \text{skorygowany } R_w^2 = 0,9919 \quad D - W = 2,79068
 \end{aligned}$$

$$\text{KUPO}_t = 156,131 t^2 - 1070,46 t + 1,1707 \text{PSPO}_t + 113,175 \text{PZO}_t - 52163,6$$

(t) (0,4431) (-0,1897) (5,371) (1,797) (-0,7993)

$$R_w^2 = 0,99069 \quad \text{skorygowany } R_w^2 = 0,9854 \quad D - W = 2,4094$$

$$\text{WFNO}_t = 1,378979 t^2 + 102,393 t + 0,869706 \text{PCDO}_t - 0,87478 \text{KUPO}_t - 484,387$$

(t) (0,1265) (0,8298) (35,84) (-31,37) (-0,4615)

$$R_w^2 = 0,99918 \quad \text{skorygowany } R_w^2 = 0,9987 \quad D - W = 3,0603$$

$$\text{NIO}_t = -55,9339 t^3 + 1318,40 t^2 - 8469,95 t + 0,616875 \text{NIO}_{t-1}$$

(t) (-2,953) (2,99) (-2,808) (2,055)

$$- 0,982166 \text{NIO}_{t-2} + 24348,8$$

(-2,533) (3,088)

$$R_w^2 = 0,976139 \quad \text{skorygowany } R_w^2 = 0,9463 \quad \text{Durbina } h = 3,505$$

Sektor przedsiębiorstw publicznych:

$$\text{PSPPU}_t = -3903,39 t - 38,5418 \text{PZPU}_t + 12,8501 \text{PWBPU}_t + 21791,2$$

(t) (1,002) (-0,5064) (1,107) (1,286)

$$R_w^2 = 0,179293 \quad \text{skorygowany } R_w^2 = -0,1285 \quad D - W = 0,899072$$

$$\text{PCDPU}_t = 6333,12 t + 160,436 \text{PZPU}_t + 525,004 \text{PZPU}_{t-1} - 100,95 \text{PZPU}_{t-2} -$$

(t) (3,773) (3,122) (3,228) (-1,890)

$$- 0,57868 \text{PSPPU}_t - 0,70393 \text{PCDPU}_{t-1} + 0,252659 \text{PCDPU}_{t-2} - 82890,0$$

(-1,024) (-3,870) (1,90) (-3,484)

$$R_w^2 = 0,9926 \quad \text{skorygowany } R_w^2 = 0,9668 \quad \text{Durbina } h = -1,30268$$

$$\text{KUPU}_t = 2396,22 t + 330,724 \text{PZPU}_t + 0,5074 \text{PSPPU}_t - 0,18402 \text{KUPU}_{t-1} -$$

(t) (1,737) (3,375) (0,9318) (-0,7314)

$$- 0,2065 \text{KUPU}_{t-2} - 36046,4$$

(-0,7742) (-1,511)

$$R_w^2 = 0,95574 \quad \text{skorygowany } R_w^2 = 0,9004 \quad \text{Durbina } h = -0,977173$$

$$\begin{aligned}
 \text{WFNPU}_t &= 93,6328 t + 0,7798 \text{PCDPU}_t - 0,11040 \text{PCDPU}_{t-1} - 0,004302 \text{PCDPU}_{t-2} - \\
 (t) \quad & (1,050) \quad (10,17) \quad (-1,110) \quad (-0,04556) \\
 & -0,84334 \text{KUPU}_t + 0,126004 \text{KUPU}_{t-1} + 0,03807 \text{KUPU}_{t-2} - 58,256 \\
 & (-14,17) \quad (1,274) \quad (0,3042) \quad (-0,0203) \\
 R_w^2 &= 0,995557 \quad \text{skorygowany } R_w^2 = 0,9800 \quad D - W = 1,6902
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{NIPU}_t &= -18,0427 t^3 + 423,179 t^2 - 2837,92 t + 0,607182 \text{NIPU}_{t-1} - 0,5342 \text{NIPU}_{t-2} + \\
 (t) \quad & (-5,25) \quad (5,156) \quad (-4,717) \quad (2,794) \quad (-1,753) \\
 & + 7993,06 \\
 & (4,148) \\
 R_w^2 &= 0,990468 \quad \text{skorygowany } R_w^2 = 0,9786 \quad \text{Durbina } h = -1,93195
 \end{aligned}$$

Sektor przedsiębiorstw prywatnych:

$$\begin{aligned}
 \text{PSPPR}_t &= 740,832 t - 92,0688 \text{PZSPR}_t - 235,791 \text{PZSPR}_{t-1} - 0,1636 \text{PZSPR}_{t-2} + \\
 (t) \quad & (0,1167) \quad (-1,234) \quad (-3,435) \quad (-0,0027) \\
 & + 73,2674 \text{PWBPR}_t + 57273,7 \\
 & (1,895) \quad (2,222) \\
 R_w^2 &= 0,9906 \quad \text{skorygowany } R_w^2 = 0,9789 \quad D - W = 1,991597
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{PCDPR}_t &= -4073,38 t + 44,8204 \text{PZSPR}_t + 101,084 \text{PZSPR}_{t-1} - 2,69133 \text{PZSPR}_{t-2} + \\
 (t) \quad & (-1,371) \quad (1,129) \quad (1,633) \quad (-0,07697) \\
 & + 1,69068 \text{PSPPR}_t - 62704,3 \\
 & (7,325) \quad (-2,548) \\
 R_w^2 &= 0,998087 \quad \text{skorygowany } R_w^2 = 0,9957 \quad D - W = 2,24495
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{KUPR}_t &= 676,550 t + 1,26228 \text{PSPPR}_t + 45,3261 \text{PZSPR}_t + 76,7395 \text{PZSPR}_{t-1} + \\
 (t) \quad & (0,1916) \quad (4,784) \quad (1,045) \quad (1,135) \\
 & + 47,9299 \text{PZSPR}_{t-2} - 77057,6 \\
 & (1,103) \quad (-2,851) \\
 R_w^2 &= 0,997616 \quad \text{skorygowany } R_w^2 = 0,9936 \quad D - W = 2,840779
 \end{aligned}$$

$$\text{WFNPR}_t = 141,369 t - 0,890195 \text{KUPR}_t + 0,882168 \text{PCDPR}_t - 366,853$$

(t) (2,737) (-33,37) (35,67) (-1,749)

$$R_w^2 = 0,998437 \quad \text{skorygowany } R_w^2 = 0,9979 \quad D - W = 2,7008$$

$$\text{NIPR}_t = -7,06376 t^2 + 538,691 t + 1,01504 \text{NIPR}_{t-1} - 0,873078 \text{NIPR}_{t-2} + 1137,86$$

(t) (-0,0935) (0,5627) (2,895) (-1,532) (0,2984)

$$R_w^2 = 0,903295 \quad \text{skorygowany } R_w^2 = 0,8259 \quad D - W = 1,8386$$

Wyniki estymacji dynamicznego modelu zgodnego świadczą o wysokiej zgodności tego modelu. We wszystkich równaniach współczynnik  $R_w^2$  przekracza poziom 0,90 z wyjątkiem równania opisującego produkcję sprzedaną przemysłu w sektorze przedsiębiorstw publicznych  $R_w^2 = 0,1792$  oraz nakładów inwestycyjnych w sektorze przedsiębiorstw prywatnych  $R_w^2 = 0,8259$ .

W tablicach 4-6 zestawiono zmienne objaśniające oraz skorygowane współczynniki determinacji.

Tabela 4

## Porównanie modeli w sektorze przedsiębiorstw ogółem

| Zmienna endogeniczna | Model tradycyjny   |                     | Model zgodny – wersja przed badaniem istotności  |                     |
|----------------------|--|---------------------|--|---------------------|
|                      | zmienne objaśniające   | skorygowane $R_w^2$ | zmienne objaśniające   | skorygowane $R_w^2$ |
| PSPO <sub>t</sub>    | PSPO <sub>t-1</sub> , <b>PZO<sub>t</sub></b> , <b>PWBO<sub>t</sub></b> | 0,9497              | t, PZO <sub>t</sub> , PWBO <sub>t</sub>  | 0,9490              |
| PCDO <sub>t</sub>    | <b>PSPO<sub>t</sub></b> , <b>PZO<sub>t</sub></b>                       | 0,9934              | t <sup>2</sup> , t, <b>PSPO<sub>t</sub></b> , PZO <sub>t</sub>                           | 0,9919              |
| KUPO <sub>t</sub>    | <b>PSPO<sub>t</sub></b> , <b>PZO<sub>t</sub></b>                       | 0,9879              | t <sup>2</sup> , t, PSPO <sub>t</sub> , PZO <sub>t</sub>                                 | 0,9854              |
| WFNO <sub>t</sub>    | <b>PCDO<sub>t</sub></b> , <b>KUPO<sub>t</sub></b>                      | 0,9985              | t <sup>2</sup> , t, <b>PCDO<sub>t</sub></b> , <b>KUPO<sub>t</sub></b>                    | 0,9987              |
| NIO <sub>t</sub>     | <b>NIO<sub>t-1</sub></b> , <b>NIO<sub>t-2</sub></b>                    | 0,8584              | <b>t<sup>3</sup></b> , <b>t<sup>2</sup></b> , t, NIO <sub>t-1</sub> , NIO <sub>t-2</sub> | 0,9463              |

\* Istotne zmienne objaśniające oznaczono pogrubioną czcionką.

Tabela 5

## Porównanie modeli w sektorze przedsiębiorstw publicznych

| Zmienna endogeniczna | Model tradycyjny  |                     | Model zgodny – wersja przed badaniem istotności  |                     |
|----------------------|---|---------------------|--|---------------------|
|                      | zmiennie objaśniające   | skorygowane $R_w^2$ | zmiennie objaśniające  | skorygowane $R_w^2$ |
| PSPPU <sub>t</sub>   | <b>PSPPU<sub>t-1</sub>, PZPU<sub>t</sub>, PWBPU<sub>t</sub></b> | 0,5995              | t, PZPU <sub>t</sub> , PWBPU <sub>t</sub>  | -0,1285             |
| PCDPU <sub>t</sub>   | <b>PSPPU<sub>t</sub>, PZPU<sub>t</sub></b>                      | 0,8970              | <b>t, PSPPU<sub>t</sub>, PZPU<sub>t</sub>, PZPU<sub>t-1</sub>, PZPU<sub>t-2</sub>, PCDPU<sub>t-1</sub>, PCDPU<sub>t-2</sub></b>    | 0,9668              |
| KUPPU <sub>t</sub>   | <b>PSPPU<sub>t</sub>, PZPU<sub>t</sub></b>                      | 0,8645              | t, PSPPU <sub>t</sub> , <b>PZPU<sub>t</sub></b> , KUPPU <sub>t-1</sub> , KUPPU <sub>t-2</sub>                                      | 0,9004              |
| WFNPU <sub>t</sub>   | <b>PCDPU<sub>t</sub>, KUPPU<sub>t</sub></b>                     | 0,9917              | t, <b>PCDPU<sub>t</sub>, PCDPU<sub>t-1</sub>, PCDPU<sub>t-2</sub>, KUPPU<sub>t</sub>, KUPPU<sub>t-1</sub>, KUPPU<sub>t-2</sub></b> | 0,9800              |
| NIPU <sub>t</sub>    | <b>NIPU<sub>t-1</sub>, NIPU<sub>t-2</sub></b>                   | 0,8984              | <b>t<sup>3</sup>, t<sup>2</sup>, t, NIPU<sub>t-1</sub>, NIPU<sub>t-2</sub></b>   | 0,9786              |

\* Istotne zmiennie objaśniające oznaczono pogrubioną czcionką.

Tabela 6

## Porównanie modeli w sektorze przedsiębiorstw prywatnych

| Zmienna endogeniczna | Model tradycyjny  |                     | Model zgodny – wersja przed badaniem istotności  |                     |
|----------------------|---|---------------------|--|---------------------|
|                      | zmiennie objaśniające   | skorygowane $R_w^2$ | zmiennie objaśniające  | skorygowane $R_w^2$ |
| PSPPR <sub>t</sub>   | PSPPR <sub>t-1</sub> , <b>PZ-SPR<sub>t</sub></b> , PWBPR <sub>t</sub> | 0,9511              | t, PZSPR <sub>t</sub> , <b>PZSPR<sub>t-1</sub></b> , PZSPR <sub>t-2</sub> , PWBPR <sub>t</sub> | 0,9789              |
| PCDPR <sub>t</sub>   | <b>PSPPR<sub>t</sub>, PZSPR<sub>t</sub></b>                           | 0,9948              | t, <b>PSPPR<sub>t</sub>, PZSPR<sub>t</sub>, PZSPR<sub>t-1</sub>, PZSPR<sub>t-2</sub></b>       | 0,9957              |
| KUPPR <sub>t</sub>   | <b>PSPPR<sub>t</sub>, PZSPR<sub>t</sub></b>                           | 0,9923              | t, <b>PSPPR<sub>t</sub>, PZSPR<sub>t</sub>, PZSPR<sub>t-1</sub>, PZSPR<sub>t-2</sub></b>       | 0,9936              |
| WFNPR <sub>t</sub>   | <b>PCDPR<sub>t</sub>, KUPPR<sub>t</sub></b>                           | 0,9963              | t, <b>PCDPR<sub>t</sub>, KUPPR<sub>t</sub></b>   | 0,9979              |
| NIPR <sub>t</sub>    | <b>NIPR<sub>t-1</sub>, NIPR<sub>t-2</sub></b>                         | 0,7911              | t <sup>2</sup> , t, <b>NIPR<sub>t-1</sub>, NIPR<sub>t-2</sub></b>                              | 0,8259              |

\* Istotne zmiennie objaśniające oznaczono pogrubioną czcionką.

Z oszacowanych równań (zamieszczona pod ocenami parametrów statystyka t) oraz zestawień w tablicach 4-6 wynika, że w dynamicznym modelu zgodnym występują nieistotne zmienne objaśniające. Po kolejnym usunięciu nieistotnych zmiennych objaśniających, poczynając od najmniejszych wartości statystyki t-studenta, oszacowany dynamiczny model zgodny będzie miał postać\*:

$$PSPO_t = 10130,0 t + 54172,5$$

$$(t) \quad (15,76) \quad (11,45)$$

$$R_w^2 = 0,9613 \quad \text{skorygowany } R_w^2 = 0,9574$$

$$PCDO_t = 1,39014 PSPO_t + 97,098 PZO_t - 58486,5$$

$$(35,06) \quad (5,354) \quad (-3,430)$$

$$R_w^2 = 0,9946 \quad \text{skorygowany } R_w^2 = 0,9934$$

$$WFNO_t = 0,8867 PCDO_t - 0,88397 KUPO_t - 1222,15$$

$$(t) \quad (56,31) \quad (50,26) \quad (-3,505)$$

$$R_w^2 = 0,9988 \quad \text{skorygowany } R_w^2 = 0,9985$$

$$NIO_t = -47,1136 t^3 + 934,995 t^2 - 4546,19 t + 11485,0$$

$$(t) \quad (-5,076) \quad (5,108) \quad (-4,350) \quad (7,028)$$

$$R_w^2 = 0,9131 \quad \text{skorygowany } R_w^2 = 0,88055$$

Sektor przedsiębiorstw publicznych:

$$PCDPU_t = 62,6096 PZSPU_t + 38487,9$$

$$(t) \quad (3,279) \quad (8,227)$$

$$R_w^2 = 0,51817 \quad \text{skorygowany } R_w^2 = 0,46999$$

$$KUPPU_t = 97,6433 PZSPU_t + 29434,3$$

$$(t) \quad (5,396) \quad (6,638)$$

$$R_w^2 = 0,7443 \quad \text{skorygowany } R_w^2 = 0,7187$$

$$WFNPU_t = 0,872126 PCDPU_t - 0,878649 KUPPU_t + 60,6683$$

$$(t) \quad (25,22) \quad (-33,06) \quad (0,0807)$$

$$R_w^2 = 0,9932 \quad \text{skorygowany } R_w^2 = 0,9917$$

\* Pominięto równanie, w którym wszystkie zmienne objaśniające były nieistotne.

$$\text{NIPU}_t = -4,67817 t^3 + 58,1346 t^2 + 0,968297 \text{NIPU}_{t-1} - 683,298$$

|     |          |         |         |          |
|-----|----------|---------|---------|----------|
| (t) | (-3,950) | (4,497) | (4,640) | (-1,094) |
|-----|----------|---------|---------|----------|

$$R_w^2 = 0,9388 \quad \text{skorygowany } R_w^2 = 0,9127$$

Sektor przedsiębiorstw prywatnych:

$$\text{PSPPR}_t = 70,1441 \text{PWBPR}_t - 151,865 \text{PZSPR}_{t-1} - 841668$$

|     |         |          |            |
|-----|---------|----------|------------|
| (t) | (14,28) | (-2,722) | (-0,02816) |
|-----|---------|----------|------------|

$$R_w^2 = 0,9626 \quad \text{skorygowany } R_w^2 = 0,95329$$

$$\text{PCDPR}_t = -9226,15 t + 1,51962 \text{PSPPR}_t + 47,8652 \text{PWBPR}_t - 53382,1$$

|     |          |         |         |          |
|-----|----------|---------|---------|----------|
| (t) | (44,467) | (12,38) | (4,010) | (-3,316) |
|-----|----------|---------|---------|----------|

$$R_w^2 = 0,99667 \quad \text{skorygowany } R_w^2 = 0,9954$$

$$\text{KUPPR}_t = 1,28437 \text{PSPPR}_t + 103,833 \text{PZSPR}_{t-1} - 41604,4$$

|     |         |         |          |
|-----|---------|---------|----------|
| (t) | (40,10) | (3,986) | (-2,994) |
|-----|---------|---------|----------|

$$R_w^2 = 0,99505 \quad \text{skorygowany } R_w^2 = 0,9938$$

$$\text{WFNPR}_t = 141,369 t + 0,882168 \text{PCDPR}_t - 0,890195 \text{KUPPR}_t - 366,853$$

|     |         |         |          |          |
|-----|---------|---------|----------|----------|
| (t) | (2,737) | (35,67) | (-33,37) | (-1,749) |
|-----|---------|---------|----------|----------|

$$R_w^2 = 0,9984 \quad \text{skorygowany } R_w^2 = 0,9978$$

$$\text{NIPR}_t = 452,168 t + 1,03013 \text{NIPR}_{t-1} - 0,918867 \text{NIPR}_{t-2} + 1486,41$$

|     |         |         |          |         |
|-----|---------|---------|----------|---------|
| (t) | (2,016) | (3,623) | (-3,447) | (2,032) |
|-----|---------|---------|----------|---------|

$$R_w^2 = 0,9031 \quad \text{skorygowany } R_w^2 = 0,8546$$

Po powtórnej estymacji dynamicznego modelu zgodnego w 11 równaniach współczynniki determinacji przekraczają wartość 0,90, podobnie w modelu „tradycyjnym” współczynniki determinacji przekraczają wartość 0,9 w 11 równaniach. W postępowaniu zgodnie z zasadami dynamicznego modelu zgodnego w równaniu opisującym produkcję sprzedaną przemysłu publicznego wszystkie zmienne objaśniające okazały się nieistotne.

Tabela 7

## Porównanie modeli w sektorze przedsiębiorstw ogółem

| Zmienna endogeniczna | Model tradycyjny   |                     | Model zgodny – wersja po usunięciu nieistotnych zmiennych objaśniających     |                     |
|----------------------|--|---------------------|--|---------------------|
|                      | zmiennie objaśniające                                      | skorygowane $R_w^2$ | zmiennie objaśniające  | skorygowane $R_w^2$ |
| PSPO <sub>t</sub>    | PSPO <sub>t-1</sub> , PZO <sub>t</sub> , PWBO <sub>t</sub> | 0,9497              | t,   | 0,9574              |
| PCDO <sub>t</sub>    | PSPO <sub>t</sub> , PZO <sub>t</sub>                       | 0,9934              | PSPO <sub>t</sub> , PZO <sub>t</sub>   | 0,9934              |
| KUPO <sub>t</sub>    | PSPO <sub>t</sub> , PZO <sub>t</sub>                       | 0,9879              | PSPO <sub>t</sub> , PZO <sub>t</sub>   | 0,9879              |
| WFNO <sub>t</sub>    | PCDO <sub>t</sub> , KUPO <sub>t</sub>                      | 0,9985              | PCDO <sub>t</sub> , KUPO <sub>t</sub>  | 0,9985              |
| NIO <sub>t</sub>     | NIO <sub>t-1</sub> , NIO <sub>t-2</sub>                    | 0,8584              | t <sup>3</sup> , t <sup>2</sup> , t, NIO <sub>t-1</sub> , NIO <sub>t-2</sub> | 0,9463              |

Tabela 8

## Porównanie modeli w sektorze przedsiębiorstw publicznych

| Zmienna endogeniczna | Model tradycyjny   |                     | Model zgodny – wersja po usunięciu nieistotnych zmiennych objaśniających |                     |
|----------------------|--|---------------------|--|---------------------|
|                      | zmiennie objaśniające  | skorygowane $R_w^2$ | zmiennie objaśniające  | skorygowane $R_w^2$ |
| PSPPU <sub>t</sub>   | PSPPU <sub>t-1</sub> , PZPU <sub>t</sub> , PWB-PU <sub>t</sub> | 0,5995              |  | 0                   |
| PCDPU <sub>t</sub>   | PSPPU <sub>t</sub> , PZPU <sub>t</sub>                         | 0,8970              | PZPU <sub>t</sub>  | 0,4699              |
| KUPPU <sub>t</sub>   | PSPPU <sub>t</sub> , PZPU <sub>t</sub>                         | 0,8645              | PZPU <sub>t</sub>  | 0,7187              |
| WFNPU <sub>t</sub>   | PCDPU <sub>t</sub> , KUPPU <sub>t</sub>                        | 0,9917              | PCDPU <sub>t</sub> , KUPPU <sub>t</sub>                                  | 0,9917              |
| NIPU <sub>t</sub>    | NIPU <sub>t-1</sub> , NIPU <sub>t-2</sub>                      | 0,8984              | t <sup>3</sup> , t <sup>2</sup> , NIPU <sub>t-1</sub>                    | 0,9126              |

Tabela 9

## Porównanie modeli w sektorze przedsiębiorstw prywatnych

| Zmienna endogeniczna | Model tradycyjny  |                     | Model zgodny – wersja po usunięciu nieistotnych zmiennych objaśniających |                     |
|----------------------|---|---------------------|--|---------------------|
|                      | zmienne objaśniające  | skorygowane $R_w^2$ | zmienne objaśniające   | skorygowane $R_w^2$ |
| PSPPR <sub>t</sub>   | PSPPR <sub>t-1</sub> ,<br>PZSPR <sub>t</sub> , PWBPR <sub>t</sub> | 0,9511              | PZSPR <sub>t-1</sub> , PWBPR <sub>t</sub>                                | 0,9532              |
| PCDPR <sub>t</sub>   | PSPPR <sub>t</sub> , PZSPR <sub>t</sub>                           | 0,9948              | t, PSPPR <sub>t</sub> , PWBPR <sub>t</sub>                               | 0,9954              |
| KUPPR <sub>t</sub>   | PSPPR <sub>t</sub> , PZSPR <sub>t</sub>                           | 0,9923              | PSPPR <sub>t</sub> , PZSPR <sub>t-1</sub>                                | 0,9938              |
| WFNPR <sub>t</sub>   | PCDPR <sub>t</sub> , KUPPR <sub>t</sub>                           | 0,9963              | t, PCDPR <sub>t</sub> , KUPPR <sub>t</sub>                               | 0,9979              |
| NIPR <sub>t</sub>    | NIPR <sub>t-1</sub> , NIPR <sub>t-2</sub>                         | 0,7911              | t, NIPR <sub>t-1</sub> , NIPR <sub>t-2</sub>                             | 0,8847              |

Porównując wyniki zestawione w 7-9 można stwierdzić, duże podobieństwo zarówno w zestawie zmiennych objaśniających jak i stopniu zgodności. W dynamicznych modelach zgodnych dodatkowo występuje zmienna czasowa  $t$  lub  $t^2$ . Niektóre równania są identyczne.

## Literatura

- Biuletyny Statystyczne Województwa Śląskiego 2000-2010.  
 Haremza W.W., Deadman D.F. (1997): *Nowa ekonometria*. PWE, Warszawa.  
 Kufel T. (2007): *Ekonometria. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem programu GRET*. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.  
 Osińska M., red. (2007): *Ekonometria współczesna*. Dom Organizatora, Toruń.

## **APPLICATION OF DYNAMIC CONCORDANT MODEL FOR THE ANALYSIS OF THE ECONOMY OF UPPER SILESIA**

### **Summary**

The article is an attempt to compare the quality of the Silesian economy econometrics model with the model built according to the concept of the dynamic concordant model. The analysis covers the total sector of enterprises and sectors of public and private companies. To assess the quality of individual equations adjusted coefficient of determination was used.