Stanisław Heilpern
Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu

PROCES RYZYKA Z ZALEŻNYMI OKRESAMI MIĘDZY WYPŁATAMI – ANALIZA PRAWDOPODOBIEŃSTWA RUINY[1]

Wprowadzenie

W pracy będzie rozpatrywany ciągły proces ryzyka, w którym okresy między poszczególnymi wypłatami mogą być zależnymi zmiennymi losowymi. W klasycznych procesach ryzyka, stanowiących podstawę teorii ruiny [Kaas et al. 2001; Ostasiewicz 2000; Rolski et al. 1999], przyjmuje się niezależność występujących procesów i zmiennych losowych. Założenie o niezależności jest wygodne z teoretycznego, matematycznego punktu widzenia, upraszcza rozważania, wiele faktów można udowodnić, jednak często jest zbyt idealistycznym podejściem. W praktyce okresy między wypłatami są zwykle w większym lub mniejszym stopniu zależne. Na badany proces wpływają często czynniki zewnętrzne, np. ekstremalne zjawiska, takie jak powodzie, pożary, trzęsienia ziemi, czy karambole na autostradach, kryzysy gospodarcze lub polityczne, wpływające jednocześnie na wszystkich uczestników procesu, powołując występowanie zależności.

Proces ryzyka będzie badany ze względu na prawdopodobieństwo ruiny, ze szczególnym uwzględnieniem wpływu stopnia zależności okresów między wypłatami na to prawdopodobieństwo. Rozpatrzono przykład ścisłej zależności okresów oraz gdy struktura ich zależności jest opisana archimedesową funkcją łączącą (ang. *copula*). W obydwu założono, że zarówno okresy między wypłatami, jak i wypłaty mają rozkład wykładniczy.

Pracę można traktować jako kontynuację artykułu [Heilpern 2010], w którym był rozpatrywany proces ryzyka z zależnymi wypłatami. Otrzymane tam wyniki wskazywały na istotną zależność wpływu stopnia zależności wypłat na

[1] Praca naukowa finansowana ze środków na naukę w latach 2010-2012 jako projekt badawczy nr 3361/B/H03/2010/38.

prawdopodobieństwo ruiny, osiągania największych i najmniejszych prawdopodobieństw ruiny, od wartości kapitału początkowego. Podobne wyniki zostały osiągnięte w niniejszej pracy.

Obliczenia związane z wyznaczeniem prawdopodobieństwa ruiny zostały wykonane za pomocą programu Mathematica 6 oraz arkusza kalkulacyjnego Excel.

1. Proces ryzyka

Podstawą rozważań będzie następujący ciągły proces ryzyka [Kaas et al. 2001; Ostasiewicz 2000]:

$$U(t) = u + ct - \sum_{i=1}^{N(t)} X_i,$$

gdzie $u \geq 0$ jest kapitałem początkowym, $c > 0$ intensywnością napływu składki, $N(t) = \min\{n \geq 0\colon T_{n+1} > t\}$ procesem liczącym wypłaty $X_i > 0$, a T_i momentem pojawienia się i-tej wypłaty.

Przyjęto, że wypłaty są niezależne oraz mają ten sam rozkład z dystrybuantą $F_X(x)$ i wartością oczekiwaną $m = E(X_i)$, oraz że proces $N(t)$ generuje okresy między wypłatami $W_i = T_i - T_{i\text{-}1}$ o tym samym rozkładzie F_W. W pracy tej mogą być one zależnymi zmiennymi losowymi. Ponadto założono, że zmienne X_i, W_i są nawzajem niezależne. W przypadku gdy okresy W_i są niezależne, otrzymuje się tzw. model Sparre Andersena [Rolski et al. 1999].

Głównym tematem niniejszych rozważań będzie prawdopodobieństwo ruiny [Kaas et al. 2001; Ostasiewicz 2000]:

$$\psi(u) = P(T < \infty | \, U(0) = u),$$

gdzie T jest momentem zajścia ruiny

$$T = \min\{t\colon U(t) < 0\},$$

czyli zdarzenia, że proces ryzyka będzie ujemny w nieskończonym horyzoncie czasu. Prawdopodobieństwo ruiny można również wyznaczyć na podstawie znajomości nadwyżki wypłat $Y_i = X_i - cW_i$. Wtedy zachodzi zależność [Rolski et al. 1999]:

$$\psi(u) = P\left(\max_n \sum_{k=1}^{n} Y_i > u\right).$$

W przypadku gdy zmienne W_i są niezależne (model Sparre Andersena), a wypłaty X_i mają rozkład wykładniczy z parametrem $1/m$, to prawdopodobieństwo ruiny wyraża się wzorem [Rolski et al. 1999]:

$$\psi(u) = (1 - Rm)e^{-Ru},$$

gdzie współczynnik dopasowania R jest nieujemnym rozwiązaniem równania

$$\widehat{m}_Y(s) = \widehat{m}_X(s)\widehat{m}_W(-cs) = 1,$$

a $\widehat{m}_Y(s) = E(e^{sY})$ jest funkcją generującą momenty zmiennej losowej Y. Powyższy wzór na prawdopodobieństwo ruiny będzie wykorzystywany w dalszej części pracy.

W klasycznym modelu ryzyka przyjmuje się, że proces liczący wypłaty $N(t)$ jest procesem Poissona [Kaas et al. 2001; Ostasiewicz 2000; Rolski et al. 1999]. Wtedy okresy między wypłatami W_i są niezależne i mają rozkład wykładniczy z parametrem λ, gdzie λ jest intensywnością procesu Poissona. W przypadku małej intensywności napływu składki c, tzn. gdy zachodzi warunek $c \leq \lambda m$, zajście ruiny jest zdarzeniem pewnym dla każdej wartości kapitału początkowego u, czyli otrzymujemy $\psi(u) = 1$.

Dla skrajnych wartości kapitału początkowego u, prawdopodobieństwa ruiny przyjmują prostą postać:

$$\psi(0) = \frac{\lambda m}{c}, \lim_{u \to \infty} \psi(u) = \psi(\infty) = 0.$$

Dla dowolnych wartości kapitału początkowego u na ogół nie ma natomiast jawnych wzorów na prawdopodobieństwo ruiny. Jedynie w przypadku gdy wypłaty mają tzw. rozkład fazowy [Rolski et al. 1999] można podać konkretny wzór na to prawdopodobieństwo. Przykładowo, gdy wypłaty X_i mają rozkład wykładniczy z parametrem $1/m$ (szczególny przypadek rozkładu fazowego), prawdopodobieństwo ruiny wyznaczamy stosując wzór:

$$\psi(u) = \frac{\lambda m}{c} exp\left(-\frac{c - \lambda m}{cm} u\right).$$

Współczynnik dopasowania wynosi wtedy $R = \frac{c-\lambda m}{cm}$. Również w przypadku dyskretnych rozkładów wypłat istnieje kombinatoryczny wzór na prawdopodobieństwo ruiny [Kaas et al. 2001].

2. Silna zależność

Na początku rozpatrzmy skrajny przypadek, gdy okresy między wypłatami W_i są silnie zależne. Opisane są one wtedy przez tą samą zmienną losową W. Dla ustalonej wartości w tej zmiennej otrzymujemy proces ryzyka $U_w(t)$ o stałych, deterministycznych okresach między wypłatami o długości w:

$$U_w(t) = u + ct - \sum_{i=1}^{[t/w]} X_i,$$

gdzie $[x]$ jest częścią całkowitą x.

Prawdopodobieństwo ruiny w przypadku silnej zależności okresów między wypłatami wyznaczamy jako mieszankę:

$$\psi(u) = \int_0^\infty \psi_w(u) dF_W(w)$$

prawdopodobieństw ruiny $\psi_w(u)$ dla deterministycznych okresów. Pamiętając, że nierówność $w \leq \frac{m}{c}$ pociąga za sobą $\psi_w(u) = 1$, otrzymujemy:

$$\psi(u) = \int_{m/c}^\infty \psi_w(u) dF_W(w) + F_W\left(\frac{m}{c}\right).$$

Widzimy, że nawet dla nieskończenie dużego kapitału początkowego u, prawdopodobieństwo ruiny może być w tym przypadku dodatnie, równe $\psi(\infty) = F_W\left(\frac{m}{c}\right)$, w przeciwieństwie do przypadku niezależnych okresów, gdzie otrzymujemy zerowe prawdopodobieństwo ruiny.

Zajmijmy się teraz przypadkiem, gdy okresy między wypłatami są opisane tą samą zmienną losową W o rozkładzie wykładniczym z parametrem λ. Będzie to przeciwstawna sytuacja do klasycznego procesu ryzyka, gdy okresy te są niezależne. Jeśli dodatkowo przyjmiemy, że wypłaty są również wykładnicze z parametrem $1/m$, to prawdopodobieństwo ruiny dla ustalonej wartości $W = w$ jest określone wzorem:

$$\psi_w(u) = (1 - R_w m)e^{-R_w u},$$

gdzie współczynnik dopasowania $R_w > 0$ jest rozwiązaniem równania $e^{-scw} = 1 - ms$. Wtedy wzór na prawdopodobieństwo ruiny, gdy okresy między wypłatami są ściśle zależne o rozkładzie wykładniczym i wykładniczych wypłatach, przyjmuje postać:

$$\psi(u) = \lambda \int_{m/c}^{\infty} (1 - R_w m) e^{-(R_w u + \lambda w)} dw + 1 - e^{-\lambda m/c}.$$

Dla nieskończenie dużego kapitału początkowego prawdopodobieństwo ruiny jest dodatnie, równe:

$$\psi(\infty) = 1 - e^{-\lambda m/c}.$$

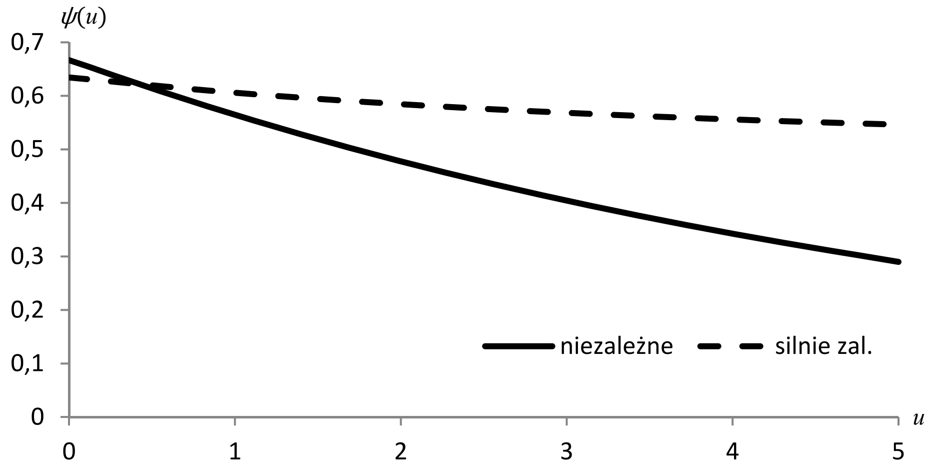
Przykład 1. Niech wartość oczekiwana wypłat $m = 2$, intensywność napływu składki $c = 3$, a okresy między wypłatami mają rozkład wykładniczy z parametrem $\lambda = 1$. W tabeli 1 zostały podane wartości prawdopodobieństwa ruiny dla ściśle zależnych i niezależnych okresów między wypłatami oraz dla różnych wartości kapitału początkowego u. Prawdopodobieństwa te zostały również przedstawione na rysunku 1.

Tabela 1

Prawdopodobieństwa ruiny dla ściśle zależnych i niezależnych okresów między wypłatami

u	niezależne	silnie zal.	u	niezależne	silnie zal.	u	niezależne	silnie zal.
0	0,666667	0,634336	9	0,148753	0,523385	18	0,033191	0,505515
1	0,564321	0,605764	10	0,125917	0,519991	19	0,028096	0,504529
2	0,477688	0,584422	11	0,106586	0,517135	20	0,023783	0,50364
3	0,404354	0,568260	12	0,090224	0,514707	25	0,010336	0,500248
4	0,342278	0,555848	13	0,076373	0,512621	30	0,004492	0,497978
5	0,289732	0,546180	14	0,064648	0,510814	35	0,001952	0,496354
6	0,245253	0,538543	15	0,054723	0,509236	40	0,000848	0,495134
7	0,207602	0,532428	16	0,046322	0,507846	50	0,00016	0,493426
8	0,175731	0,527465	17	0,039211	0,506614	100	3,85E-08	0,490005

Ponadto prawdopodobieństwo ruiny dla nieskończenie dużego kapitału początkowego i ściśle zależnych okresów między wypłatami wynosi $\psi(\infty) =$ $= 0{,}486583$.



Rys. 1. Prawdopodobieństwa ruiny dla ściśle zależnych i niezależnych okresów między wypłatami

Widzimy, że dla zerowego i dla małego kapitału początkowego prawdopodobieństwo ruiny dla niezależnego przypadku jest większe niż dla ściśle zależnego. Dla większych wartości kapitału u otrzymujemy natomiast relację odwrotną. Przypadek ściśle zależnych okresów między wypłatami jest „gorszy", daje nam większe prawdopodobieństwo ruiny. Ponadto różnice między prawdopodobieństwami ruiny dla różnych wartości kapitału początkowego są w tym przypadku niewielkie.

3. Archimedesowe funkcje łączące

Rozpatrywany powyżej przypadek, gdy okresy między wypłatami są ściśle zależne, jest wybitnie skrajną i sztuczną sytuacją. W praktyce zależność między okresami nie jest tak duża. Stopień zależności, mierzony np. współczynnikami korelacji τ Kendalla, zwykle jest istotnie mniejszy od jedynki. W niniejszej pracy do modelowania pośrednich, bardziej realistycznych zależności, wykorzystano archimedesowe funkcje łączące.

Funkcja łącząca C (ang. *copula*) jest łącznikiem między rozkładem łącznym a rozkładami brzegowymi [Nelsen 1999; Heilpern 2007]:

$$P(W_1 > w_1, \dots, W_n > w_n) = C\left(\bar{F}_{W_1}(w_1), \dots, \bar{F}_{W_n}(w_n)\right),$$

gdzie $\bar{F}_W(w) = 1 - F_W(w)$ jest funkcją przetrwania zmiennej losowej W. Funkcję łączącą można zdefiniować za pomocą dystrybuant, a nie funkcji przetrwania jak w tym przypadku, jednak dla nas postać ta jest wygodniejsza. Należy też pamiętać, że funkcja łącząca nie zależy od rozkładów brzegowych i gdy rozkłady brzegowe są ciągłe, jest ona jednoznacznie wyznaczona.

Archimedesowe funkcje łączące są indukowane jednowymiarowym generatorem g i przyjmują prostą, quasi-addytywną postać [Nelsen 1999; Heilpern 2007]:

$$C(u_1, \dots, u_n) = g^{-1}(g(u_1) + \dots + g(u_n)).$$

Generator g: $(0, 1] \rightarrow R_+$ jest malejącą funkcją ciągłą taką, że $\lim_{n\to\infty} g(u) = \infty, g(1) = 0$. Funkcją g^{-1} odwrotna do generatora powinna być całkowicie monotoniczną funkcją, tzn. spełniać warunek:

$$(-1)^k(g^{-1})^{(k)}(t) \geq 0,$$

gdzie $f^{(k)}$ jest pochodną k-tego rzędu funkcji f, dla każdego $k = 0, 1, 2, \dots$ oraz $t > 0$. Jest więc transformatą Laplace'a pewnej nieujemnej zmiennej losowej Θ o dystrybuancie F_Θ [Nelsen 1999].

Można pokazać [Frees i Valdez 1998; Heilpern 2007], że dla ustalonej wartości θ indukowane przez archimedesową funkcję łączącą C zmiennej Θ zmienne losowe W_i są warunkowo niezależne, tzn. zachodzi zależność:

$$P(W_1 > w_1, \dots, W_n > w_n | \Theta = \theta) = P(W_1 > w_1 | \Theta = \theta) \cdot \dots \cdot P(W_n > w_n | \Theta = \theta).$$

Jest to pożyteczna własność. Umożliwia ona stosowanie dla ustalonej wartości indukowanej zmiennej losowej Θ znanych metod klasycznej teorii ruiny opartej na niezależności. Zmienna ta generuje wtedy warunkowe zmienne losowe $W_{i|\Theta}$ o funkcji przetrwania [Frees i Valdez 1998; Heilpern 2007]:

$$\bar{F}(w|\theta) = exp(-\theta g(\bar{F}_W(w)))$$

i wartości oczekiwanej:

$$E(W_{i|\theta}) = \int_0^\infty \bar{F}(w|\theta)dw,$$

która jest malejącą funkcją θ.

Dla ustalonej wartości θ indukowanej zmiennej losowej Θ otrzymujemy warunkowy proces ryzyka U_θ z niezależnymi wypłatami X_i i niezależnymi okresami między wypłatami $W_{i|\Theta}$, czyli proces Sparee Andersena. Warunkowe prawdopodobieństwo ruiny tak określonego procesu ryzyka będziemy oznaczać symbolem $\psi_\theta(u)$. Wtedy bezwarunkowe prawdopodobieństwo ruiny możemy wyznaczyć korzystając z mieszanki warunkowych prawdopodobieństw ruiny ze zmienną mieszającą Θ:

$$\psi(u) = \int_0^\infty \psi(u|\theta) dF_\Theta(\theta).$$

Niech θ_0 spełnia zależność $cE(W_{i|\theta}) = m$, wtedy dla $\theta \geq \theta_0$ warunkowa ruina jest zdarzeniem pewnym, tzn. $\psi_\theta(u) = 1$, a bezwarunkowe prawdopodobieństwo ruiny jest określone wzorem:

$$\psi(u) = \int_0^{\theta_0} \psi(u|\theta) dF_\Theta(\theta) + \bar{F}_\Theta(\theta_0).$$

Widzimy, że gdy $\bar{F}_\Theta(\theta_0) > 0$, to nawet dla nieskończenie dużego kapitału początkowego prawdopodobieństwo ruiny jest dodatnie, podobnie jak w przypadku ścisłej zależności okresów.

Rozpatrzmy teraz przypadek, gdy zarówno wypłaty W_i, jak i okresy między wypłatami W_i mają rozkład wykładniczy. Ponadto założymy, że struktura zależności okresów W_i jest opisana funkcją łączącą Claytona, określoną wzorem:

$$C_\alpha(u_1, \ldots, u_n) = (u_1^{-\alpha} + \cdots + u_n^{-\alpha})^{-1/\alpha},$$

gdzie $\alpha > 0$. Jej generatorem jest funkcja $g(u) = u^{-\alpha} - 1$, a parametr α oddaje stopień zależności. Współczynnik korelacji τ Kendalla jest w tym przypadku określony prostym wzorem [Nelsen 1999]:

$$\tau = \frac{\alpha}{\alpha + 2}.$$

W granicy, gdy parametr α dąży do zera otrzymujemy niezależność, a gdy dąży do nieskończoności ścisłą zależność. Wraz ze wzrostem wartości tego parametru rośnie natomiast stopień zależności.

Funkcja łącząca Claytona indukuje zmienną losową Θ o rozkładzie gamma Ga($1/\alpha$, 1). Warunkowe rozkłady okresów między wypłatami są wtedy określone funkcją przetrwania postaci:

$$\bar{F}(w|\theta) = exp\left(-\theta\left(e^{\alpha w\lambda} - 1\right)\right).$$

Warunkowe prawdopodobieństwa ruiny są natomiast określone wzorem:

$$\psi_\theta(u) = (1 - R_\theta m)e^{-R_\theta u},$$

gdzie współczynnik dopasowania $R_\theta > 0$ jest rozwiązaniem równania:

$$1 - ms = \int_0^\infty e^{-csw} dF(w|\theta).$$

Przykład 2 (cd. przykładu 1). Niech struktura zależności jest opisana funkcją łączącą Claytona. W tabeli 2 są podane prawdopodobieństwa ruiny dla różnych wartości kapitału początkowego u i pięciu wartości parametru α: 0; 0,2; 2; 10 oraz ∞. Odpowiadają one wartością współczynnika korelacji τ Kendalla równym: 0 (niezależność); 0,091; 0,5; 0,833 oraz 1 (ścisła zależność).

Tabela 2

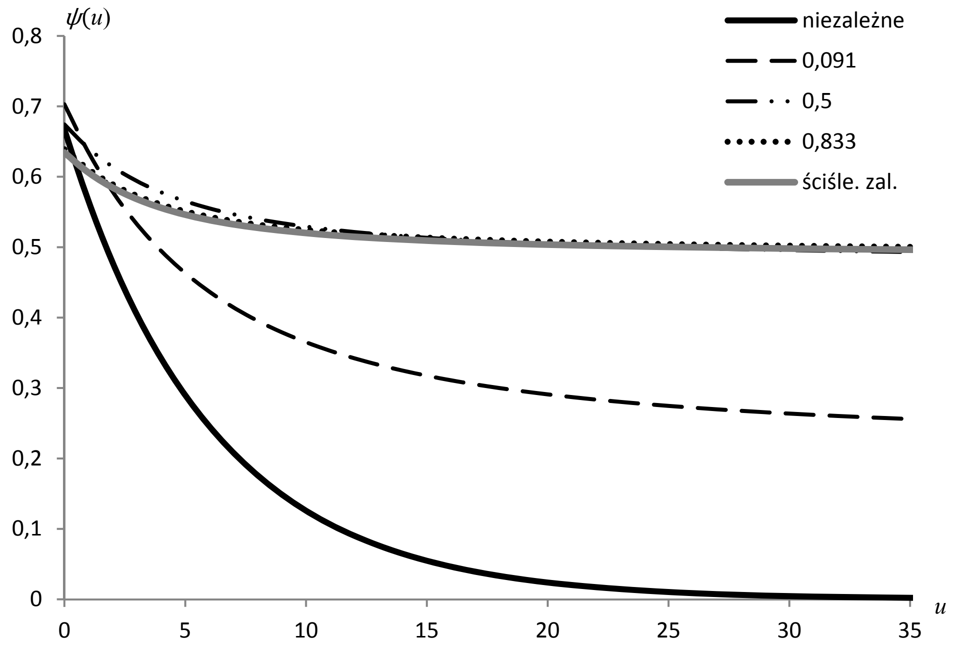
Prawdopodobieństwa ruiny dla wybranych wartości parametru α i kapitału początkowego u

u	niezależne	0,2	2	10	ściśle zal.
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
0	0,666667	**0,702899**	0,674263	0,639041	***0,634335***
0,4241	***0,621171***	**0,672066**	0,659001	0,626159	***0,621171***
1	***0,564321***	0,634356	**0,640168**	0,610523	0,605764
2	***0,477688***	0,578522	**0,614075**	0,589191	0,584423
3	***0,404354***	0,532698	**0,593839**	0,573012	0,568261
4	***0,342278***	0,494808	**0,577937**	0,560568	0,555849
5	***0,289732***	0,463248	**0,565275**	0,550861	0,546182
6	***0,245253***	0,436772	**0,555064**	0,543181	0,538545
7	***0,207602***	0,414403	**0,546727**	0,537022	0,532430
8	***0,175731***	0,395375	**0,539838**	0,532016	0,527467
9	***0,148753***	0,379083	**0,534083**	0,527896	0,523388

cd. tabeli 2

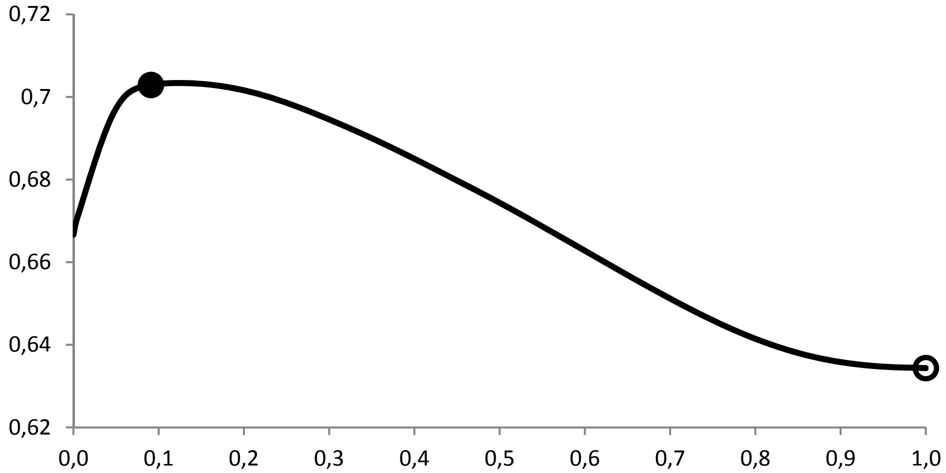
1	2	3	4	5	6
10	***0,125917***	0,365043	**0,529223**	0,524464	0,519994
20	***0,023783***	0,290999	0,504702	**0,507850**	0,503645
50	***0,000160***	0,242140	0,488346	**0,497383**	0,493437
100	***3,85E-08***	0,226576	0,482704	**0,493889**	0,490023
∞	***0***	0,211821	0,476998	**0,490350**	0,486583

Skrajne wartości, największe i najmniejsze, zostały wyróżnione w tabeli. Można zaobserwować brak regularności, monotoniczności. Położenie skrajnych wartości prawdopodobieństwa ruiny zależy istotnie od wartości kapitału początkowego u. Największe prawdopodobieństwo ruiny nigdy nie jest osiągalne dla skrajnych przypadków zależności, niezależności oraz ścisłej zależności okresów między wypłatami. Najmniejsze prawdopodobieństwa ruiny zachodzą natomiast wyłącznie dla skrajnych przypadków. Dla małych wartości kapitału początkowego, mniejszych od 0,4241, najmniejsze prawdopodobieństwo ruiny otrzymujemy dla ściśle zależnych okresów między wypłatami, a dla wartości $u > 0,4241$ dla niezależnych okresów. Prawdopodobieństwa ruiny są również przedstawione na rysunku 2.

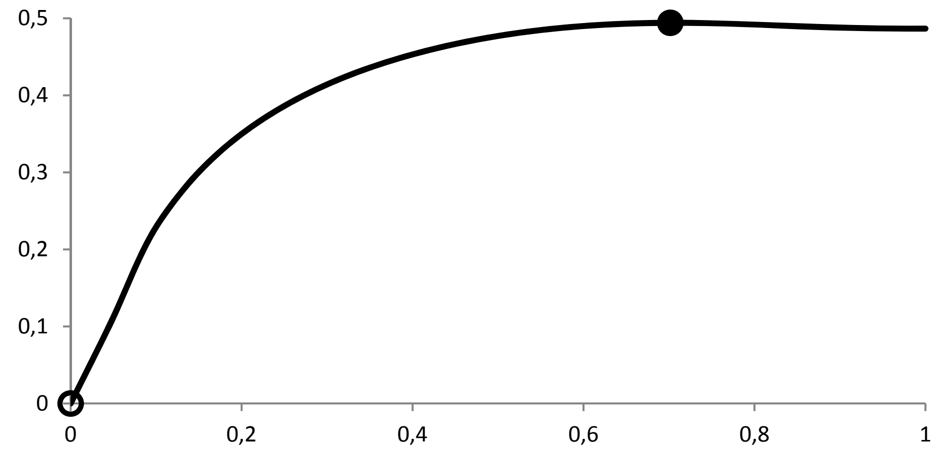


Rys. 2. Prawdopodobieństwo ruiny dla różnych wartości *u* i *τ*

Na rysunkach 3 i 4 są odpowiednio przedstawione wykresy prawdopodobieństwa ruiny dla zerowego oraz nieskończenie dużego kapitału początkowego i różnych wartości stopnia zależności okresów między wypłatami, mierzonych współczynnikiem τ Kendalla. Widzimy, że dla zerowej wartości kapitału początkowego prawdopodobieństwo ruiny najpierw rośnie wraz ze wzrostem stopnia zależności, osiąga maksimum dla współczynnika korelacji Kendalla przyjmującego wartość około 0,091, a następnie powoli maleje, przyjmując minimum w przypadku ścisłej zależności między wypłatami.



Rys. 3. Prawdopodobieństwo ruiny dla $u = 0$



Rys. 4. Prawdopodobieństwo ruiny dla $u = \infty$

W przypadku nieskończenie dużego kapitału początkowego sytuacja jest trochę inna. Najmniejsza wartość prawdopodobieństwa ruiny, równa zero, jest osiągana dla niezależnych okresów między wypłatami. Następnie prawdopodobieństwo to rośnie wraz ze wzrostem stopnia zależności i osiąga maksimum dla $\tau = 0{,}706$. Dla większych wartości współczynnika korelacji Kendalla prawdopodobieństwo ruiny nieznacznie spada. Podobna sytuacja zachodzi dla pośrednich większych niż 0,4241, wartości kapitału początkowego. Jedynie maksimum prawdopodobieństwa ruiny jest osiągane dla mniejszych stopni zależności. Przykładowo, dla $u = 5$ największe prawdopodobieństwo ruiny otrzymujemy dla współczynnika Kendalla przyjmującego wartość około 0,5.

Podsumowanie

W pracy przeprowadzono analizę wpływu stopnia zależności okresów między wypłatami na prawdopodobieństwo ruiny. Przyjęto bardziej realistyczne założenie, że badane okresy mogą być zależne w odróżnieniu od klasycznych założeń przyjmujących ich niezależność. Pokazano, że wartości stopnia zależności okresów, dla których są osiągane skrajne wartości prawdopodobieństwa ruiny, istotnie zależą od wielkości kapitału początkowego. Prawidłowość tę wyraźnie widać zwłaszcza w przypadku największych wartości prawdopodobieństwa ruiny. Wartości te są osiągane dla pośrednich wartości stopnia zależności, a nie dla wartości skrajnych, dotyczących niezależności, czy silnej zależności.

Praca jest kontynuacją artykułu [Heilpern 2010], w którym były rozpatrywane zależne wypłaty oraz była badana zależność prawdopodobieństwa ruiny od wielkości stopnia zależności wypłat. Następne prace autora związane z tą tematyką będą poświęcone procesowi ryzyka, w których mogą być zależne zarówno wypłaty, jak i okresy między nimi oraz badaniu zależności prawdopodobieństwa ruiny od stopnia zależności oraz od intensywności napływu składki.

Literatura

Frees E.W., Valdez E.A. (1998): *Understanding Relationships using Copulas*. „North Amer. Actuarial Journal”, No. 2.

Heilpern S. (2007): *Funkcje łączące*. Wydawnictwo AE, Wrocław.

Heilpern S. (2010): *Wyznaczanie prawdopodobieństwa ruiny, gdy struktura zależności wypłat opisana jest Archimedesowi funkcją łączącą*. W: *Zagadnienia Aktuarialne. Teoria i Praktyka*. Red. W. Otto. Wydawnictwo Uniwersytetu Warszawskiego, Warszawa.

Kaas R., Goovaerts M., Dhaene J., Denuit M. (2001): *Modern Actuarial Risk Theory*. Kluwer, Boston.

Nelsen R.B. (1999): *An Introduction to Copulas*. Springer, New York.

Ostasiewicz W., red. (2000): *Modele aktuarialne*. Wydawnictwo AE, Wrocław.

Rolski T., Schmidli H., Schmidt V., Teugels J.L. (1999): *Stochastic Processes for Insurance and Finance.* Willey, New York.

RISK PROCESS WITH DEPENDENT INTERCLAIM TIMES – ANALYSIS OF PROBABILITY OF RUIN

Summary

The paper is devoted to the risk process with dependent interclaim times. The influence of degree of dependence of interclaims on the probability of ruin is investigated. The case of the strict dependence and the case when the dependence structure is described by the Archimedean copula is studied. The localization of the extreme values of the probability of ruin essentially depends on the value of initial capital. The most values of the probability of ruin are attain for the middle values of degree of dependence.