Katarzyna Jakowska-Suwalska

WIELOKRYTERIALNY, NIELINIOWY MODEL WIELKOŚCI ZAMÓWIENIA MATERIAŁÓW DLA KOPALNI WĘGLA KAMIENNEGO*

Wprowadzenie

W teorii sterowania zapasami występuje wiele modeli, które pozwalają ustalić politykę ustalania zapasów i wyznaczania wielkości zamówienia. W większości modeli jako kryterium oceny rozwiązań używa się funkcji kosztów (zamawiania i utrzymania zapasów) [11; 8].

W pracach [3; 4] przedstawiono wielokryterialne modele, na podstawie których można wyznaczyć wielkości:
– zamówienia,
– terminu zamówienia,
– zapasów magazynowych,

gdzie jako funkcji skalaryzującej użyto funkcji kosztów związanych z wielkością zamówienia, zapasów magazynowych oraz brakiem materiału do produkcji. W kopalniach węgla kamiennego wchodzących w skład Kompanii Węglowej S.A. wielkość zamówienia podlegającego ustawie o zamówieniach publicznych planuje się około roku wcześniej. Jest to związane z czasem ustalenia planów zakupów dla wszystkich kopalni oraz z czasem postępowania przetargowego. Zatem wielkość zamówienia materiału dla kopalni należy wyznaczyć jednorazowo na podstawie planów finansowych oraz planów wydobycia na następny rok. Do rozwiązania tego problemu zaproponowano wielokryterialny model wielkości zamówienia dla materiałów, których zużycie, a więc także zapotrzebowanie jest zmienną losową o znanym rozkładzie prawdopodobieństwa.

* Praca powstała w ramach realizacji projektu badawczego nr N N524 552038 „Wielokryterialne wspomaganie planowania i kontrolowania potrzeb materiałowych w przedsiębiorstwie górniczym" finansowanego przez Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego.

1. Konstrukcja wielokryterialnego modelu wielkości zamówienia

Niech X_i będzie zmienną losową o znanej dystrybuancie F_i, oznaczającą wielkość zużycia materiału M_i na tonę wydobycia, natomiast z_i poszukiwaną wielkością zamówienia materiału M_i na tonę wydobycia ($i = 1, 2,\dots, s$). Zgodnie z teorią zapasów należy zamówić taką ilość z_i materiału M_i, aby z jak największym prawdopodobieństwem pokryła ona popyt na ten materiał. Wiadomo, że zamrożony w magazynie materiał zwiększa koszty przedsiębiorstwa. Należy więc zamawiać taką ilość materiału, aby wielkość zakupu była jak najmniejsza, lecz nie odchylała się zbytnio od przeszłych wielkości zapotrzebowania na materiał, natomiast koszty zakupu wszystkich materiałów nie przekraczały pewnej zadanej kwoty K. Założono, że wielkość zużycia na materiał M_i ($i = 1, 2,\dots, s$) nie wykazuje trendu ani wahań okresowych. Przyjęto także, że wszystkie wiadomości o warunkach panujących w kopalni, mających wpływ na wielkości zużycia materiałów, znajdują się w danych z przeszłych okresów.

Za funkcje kryteria przyjęto dla każdego materiału M_i:

– wielkość zamówienia z_i,
– wielkości odchyleń wielkości zamówienia z_i od rzeczywistych wielkości zużycia materiału $x_{i1}, x_{i2},\dots ,x_{in}$ w ostatnich n okresach,
– prawdopodobieństwo braku materiału M_i do wykonania robót.

Model ten można zapisać w postaci:

$$\begin{cases} z_i \to \min, \\ F_i(z_i) \to \max, \\ \left| x_{it} - z_i \right| \to \min, \\ \sum_{i=1}^{s} c_i z_i \le K, \\ z_i \ge 0, \\ i = 1, 2, ..., s, \\ t = 1,2,..., n, \end{cases} \tag{1}$$

gdzie:

c_i – cena jednostki materiału M_i,
K – kwota przeznaczona na zakup materiałów $M_1, M_2,\dots, M_s$.

Przyjęto oznaczenie:

$f_{celu}(z_1,z_2,\dots, z_s) = (F_1(z_1),F_2(z_2),\dots, F_s(z_s), z_1, z_2,\dots, z_s, \left|x_{1t} - z_1\right|,\dots,\left|x_{st} - z_s\right|, t = 1, 2,., n)$.

W celu wyznaczenia rozwiązań efektywnych wielokryterialnego problemu najczęściej wprowadza się skalaryzację zagadnienia [1; 5; 6; 7]. W przypadku rozważanego modelu będzie ona miała postać:

$$\max(s(u, f_{celu}(z_{1,} z_2,..., z_s) : z_{1,} z_2,..., z_s \in Q) \quad u \in U ,$$

gdzie:
u – wektor parametrów sterujących,
$s : U \times Y \to R$ – funkcja skalaryzująca,
Q – zbiór ograniczeń.

Jeśli oznaczy się przez u_i wagę nadaną przez decydenta materiałowi M_i ($i = 1, 2,..., s$) na podstawie ważności materiału w procesie produkcyjnym, tak aby $u_1, u_2,...u_s > 0$ oraz $u_1 + u_2 + ... + u_s = 1$, to można przeprowadzić skalaryzację za pomocą średnich ważonych. Model wtedy przyjmie postać:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{s} u_i z_i \to \min & (a) \\ \sum_{i=1}^{s} u_i F_i(z_i) \to \max & (b) \\ \sum_{i=1}^{s} u_i |x_{it} - z_i| \to \min & (c) \\ t = 1,2,..., n & \\ \sum_{i=1}^{s} c_i z_i \le K & \\ z_i \ge 0 & \\ i = 1, 2,..., s. & \end{cases}$$

Ponieważ w grupie kryteriów (c) występują różnice $|x_{it} - z_i|$ pomiędzy wielkościami zamówienia materiału z_i a jego zużyciem x_{it} w minionych okresach $t = 1,2,..., n$, więc warto przeprowadzić proces postarzania obserwacji poprzez wprowadzenie dla poszczególnych okresów odpowiednich wag. Można zastosować jeden z następujących sposobów wyznaczania wag:

– $w_t = \dfrac{2t}{n(n+1)}$ dla t = 1, 2,..., n (wagi liniowe),

– $w_t = w_{t-1} + \dfrac{1}{n(n+1-t)}$ dla t = 1, 2,..., n przy w_0 = 0 (wagi harmoniczne),

– $w_{n-t+1} = \dfrac{(1-a)^t}{\sum_{t=1}^{n}(1-a)^t}$ dla $t = 1, 2,..., n$ oraz $a \in [0,1]$ (wagi wykładnicze).

Dla grupy kryteriów (c) można więc wprowadzić skalaryzację następująco:

$$\sum_{t=1}^{n} \sum_{i=1}^{s} u_i w_t |x_{it} - z_i|.$$

Jeśli decydent wyznaczy wagi $\alpha_{(a)}, \alpha_{(b)}, \alpha_{(c)} \geq 0$ ustalające ważność poszczególnych grup kryteriów (*a*), (*b*), (*c*), można wprowadzić skalaryzację w postaci:

$$s(u, f_{celu}(z_1, z_2, ..., z_s)) = \frac{\alpha_{(b)} \sum_{i=1}^{s} u_i F_i(z^u{}_i)}{\alpha_{(a)} \sum_{i=1}^{s} u_i z^u{}_i + \alpha_{(c)} \sum_{t=1}^{n} \sum_{i=1}^{s} u_i w_t (|x_{it}{}^u - z^u{}_i|)}, \quad (2)$$

gdzie:

$z^u{}_i$ – zunitaryzowane wielkości zamówienia z_i,

$x_{it}{}^u$ – zunitaryzowane wartości wielkości zużycia.

Do unitaryzacji zostanie wykorzystana reguła [7]:

$$y_t^u = \frac{y - \min(y_t : t = 1, 2, ..., n)}{\max(y_t : t = 1, 2, ..., n) - \min(y_t : t = 1, 2, ..., n)}. \quad (3)$$

Wartości $z^u{}_i$, $x^u{}_{it}$ dla $i = 1, 2, ..., s$ wyznaczono ze wzorów:

$$z^u{}_i = \frac{z_i}{\max(x_{i_t} : t = 1, 2, ..., n) - \min(x_{i_t} : t = 1, 2, ..., n)}, \quad i = 1, 2, ...s,$$

$$x_{it}^u = \frac{x_{it}}{\max(x_{it} : t = 1, 2, ..., n) - \min(x_{it} : t = 1, 2, ..., n)}, \quad i = 1, 2, ...s$$

gdzie x_{it} to obserwacje wielkości zużycia materiału M_i w okresach t = 1, 2,…*n*. Model (1) przyjmie więc postać:

$$\begin{cases} \dfrac{\alpha_{(b)} \sum\limits_{i=1}^{s} u_i F_i(z^u{}_i)}{\alpha_{(a)} \sum\limits_{i=1}^{s} u_i z^u{}_i + \alpha_{(c)} \sum\limits_{t=1}^{n} \sum\limits_{i=1}^{s} u_i w_t (\left| x^u{}_{it} - z^u{}_i \right|)} \rightarrow \max \\ \max(x_{it} : t = 1, 2, ..., n) \geq z_i \geq 0 \\ i = 1, 2, ..., s \\ \sum\limits_{i=1}^{s} c_i z_i \leq K \\ u_1, u_2, ... u_s > 0, \ u_1 + u_2 + ... + u_s = 1 \\ \alpha_{(a)}, \alpha_{(b)}, \alpha_{(c)} > 0, \ \alpha_{(a)} + \alpha_{(b)} + \alpha_{(c)} = 1 \end{cases} \tag{4}$$

2. Wskaźniki oceny rozwiązań

W artykule przyjęto, że wszystkie informacje o procesie produkcyjnym, warunkach panujących w kopalni mających wpływ na zużycie materiałów są zawarte w danych historycznych dotyczących wielkości wydobycia oraz wielkości zużycia materiałów. Założono, że w planowanym okresie warunki te się nie zmienią. Do oceny wielkości zamówienia z_i materiału M_i zaproponowano wskaźniki oparte na danych historycznych:

– wskaźnik nadmiaru i braku materiału M_i (W_{nbi}),
– wskaźnik sumy nadmiaru i braku materiału M_i (W_{sbi}).

Zostały one zdefiniowane na podstawie prostych wskaźników zysków i strat [2] stosowanych na rynkach finansowych:

$$W_{nbi} = \frac{count\ G_i}{count\ L_i}, \tag{5}$$

$$W_{sbi} = \frac{\sum\limits_{t=1}^{n} G_{it}}{\sum\limits_{t=1}^{n} L_{it}}, \tag{6}$$

gdzie:

$$G_{it} = \begin{cases} \left| x_{it} - z_i \right| & gdy\ x_{it} - z_i \leq 0 \\ 0 & gdy\ x_{it} - z_i > 0, \end{cases} \tag{7}$$

$$L_{it} = \begin{cases} x_{it} - z_i & gdy \quad x_{it} - z_i > 0 \\ 0 & gdy \quad x_{it} - z_i \le 0, \end{cases} \tag{8}$$

x_{it} – obserwacje wielkości zużycia materiału M_i w okresach $t = 1, 2, \dots n$,
count G_i – liczba różnych od zera wartości G_{it},
count L_i – liczba różnych od zera wartości L_{it}.

Jeśli wskaźnik $W_{nb\,i} \ge 1$, to oznacza, że przy wielkości zamówienia z_i w minionych okresach częściej występowałby nadmiar materiału M_i niż jego brak. Zakładając niezmienność warunków, można wtedy stwierdzić, że w planowanym okresie ta tendencja się utrzyma.

Jeśli wskaźnik $W_{sbi} \ge 1$, to oznacza, że przy wielkości zamówienia z_i w minionych okresach sumaryczny nadmiar materiału M_i (zapasy) byłby większy niż jego sumaryczny brak. Wynika stąd, że jeśli wskaźnik W_{sbi} ma wysoką wartość (większą niż 1), to przy zamówieniu z_i narastałyby zapasy materiału M_i.

3. Przykład zastosowania wielokryterialnego modelu dla ustalenia wielkości zamówień na drewno kopalniane i klej poliuretanowy

Drewno kopalniane jest zużywane w trakcie robót eksploatacyjnych do tworzenia obudów wyrobisk kopalnianych, natomiast klej poliuretanowy do uszczelniania wyrobisk [10]. Na podstawie medianowego testu serii na poziomie istotności 0,05 stwierdzono, że nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy o braku trendu miesięcznych wielkości zużycia drewna kopalnianego w m^3 na tonę wydobycia oraz kleju poliretanowego w kg na tonę wydobycia. Wykazano także, że wielkości zużycia obu tych materiałów nie wykazują wahań okresowych. Można więc przyjąć, że miesięczne zużycie drewna oraz kleju poliuretanowego wykazują stały średni poziom z wahaniami przypadkowymi. W tabelach 1 i 2 podano podstawowe parametry rozkładu zużycia drewna i kleju poliuretanowego wyznaczone na podstawie miesięcznych danych z lat 2008-2010.

Tabela 1

Podstawowe parametry rozkładu miesięcznego zużycia drewna

Parametry	Zużycie drewna w m^3/t
1	2
Wartość maksymalna	0,006892
Wartość minimalna	0,002427
Wartość średnia *m*	0,003580

cd. tabeli 1

1	2
Odchylenie standardowe σ	0,00086
Współczynnik zmienności	0,238
Mediana	0,003506
Kurtoza	4,796
Skośność	1,687

Źródło: Opracowanie własne na postawie danych z kopalni zrzeszonej w Kompanii Węglowej S.A.

Wielkości zużycia drewna wykazują silną koncentrację wokół średniej oraz lewostronną asymetrię. Na podstawie wielkości zużycia drewna (w m^3/t) w ostatnich trzech latach stwierdzono (testem Kołmogorowa-Smirnowa na poziomie istotności 0,05), że jest ono zmienną losową o rozkładzie normalnym N(0,00358;0,0086).

Tabela 2

Podstawowe parametry rozkładu miesięcznego zużycia kleju poliuretanowego

Parametry	Zużycie kleju poliuretanowego w kg/t
Wartość maksymalna	0,201134
Wartość minimalna	0,016772
Wartość średnia m	0,122
Odchylenie standardowe σ	0,045472
Współczynnik zmienności	0,371583
Mediana	0,120728
Kurtoza	-0,140458099
Skośność	-0,368422971

Źródło: Jak w tabeli 1.

Wielkości zużycia kleju poliuretanowego wykazują słabą koncentrację wokół średniej oraz prawostronną asymetrię. Na podstawie wielkości zużycia kleju (w kg/t) w ostatnich trzech latach stwierdzono, że wielkość zużycia jest zmienną losową o rozkładzie normalnym N(0,122; 0,045472) (badanie wykonano testem Kołmogorowa-Smirnowa na poziomie istotności 0,05). Można także zauważyć, że oba materiały wykazują dużą zmienność zużycia.

Dodatkowo stwierdzono na poziomie istotności 0,05, że nie występuje korelacja liniowa pomiędzy wielkościami zużycia drewna i kleju poliuretanowego.

W tabeli 3 przedstawiono średnie ceny jednostkowe drewna, kleju, planowane roczne wydobycie oraz planowaną roczną kwotę wydatków na zakup drewna i kleju poliuretanowego.

Tabela 3

Ceny jednostkowe drewna, kleju, planowane roczne wydobycie oraz planowana roczna kwota wydatków na drewno i klej poliuretanowy

Cena za kg kleju – c_1	13,75 zł
Cena za m^3 drewna – c_2	296 zł
Planowane wydobycie – W	4 000 000 t
Maksymalny koszt zakupu materiałów – K	10 970 000,00 zł

Źródło: Jak w tabeli 1.

W modelu (4) zastosowano liniowe wagi w_t (t = 1, 2,…,36) i rozwiązano zagadnienie dla różnych wartości parametrów sterujących.

W tabeli 4 zamieszczono wartości rozwiązań optymalnych zagadnienia nieliniowego (4) przy różnych wartościach parametrów sterujących (wag). Dodatkowo w tabeli zamieszczono wielkości wskaźników nadmiaru i braku materiału dla kleju poliuretanowego i drewna kopalnianego.

Tabela 4

Wartości rozwiązań zagadnienia (4) dla różnych wartości parametrów sterujących

Wagi	kryteriów	Wagi materiałów		z_1	z_2	W_{sb1}	W_{sb2}	$F(z_1)$	$F(z_1)$	Wielkość zamówienia – klej (kg)	Wielkość zamówienia – drewno (m^3)	Koszt całkowity zamówienia
α_a	0	u_1(klej)	0,5	0,12202	0,00360	1,000	1,250	0,497	0,508	488082,6	14388,1	10 970 000
α_c	1	u_2(drewno)	0,5									
α_a	1	u_1(klej)	0,5	0,12202	0,00360	1,000	1,250	0,497	0,508	488082,6	14388,1	10 970 000
α_c	0	u_2(drewno)	0,5									
α_a	0,5	u_1(klej)	0,5	0,12466	0,00347	1,161	1,000	0,520	0,451	498634,6	13897,9	10 970 000
α_c	0,5	u_2(drewno)	0,5									
α_a	0,5	u_1(klej)	0,6	0,12466	0,00347	1,161	1,000	0,520	0,451	498634,6	13897,9	10 970 000
α_c	0,5	u_2(drewno)	0,4									
α_a	0,5	u_1(klej)	0,9	0,12466	0,00347	1,161	1,000	0,520	0,451	498633,6	13897,9	10 970 000
α_c	0,5	u_2(drewno)	0,1									
α_a	0,5	u_1(klej)	0,1	0,12202	0,00360	1,000	1,250	0,497	0,508	488082,5	14388,1	10 970 000
α_c	0,5	u_2(drewno)	0,9									
α_a	0,7	u_1(klej)	0,6	0,12466	0,00347	1,161	1,000	0,520	0,451	498634,6	13897,9	10 970 000
α_c	0,3	u_2(drewno)	0,4									
α_a	0,5	u_1(klej)	0,4	0,12202	0,00360	1,000	1,250	0,497	0,508	488082,6	14388,1	10 970 000
α_c	0,5	u_2(drewno)	0,6									
α_a	0,7	u_1(klej)	0,4	0,12202	0,00360	1,000	1,250	0,497	0,508	488082,5	14388,1	10 970 000
α_c	0,3	u_2(drewno)	0,6									
α_a	0,7	u_1(klej)	0,6	0,12466	0,00347	1,161	1,000	0,520	0,451	498634,6	13897,9	10 970 000
α_c	0,3	u_2(drewno)	0,4									
α_a	0,8	u_1(klej)	0,6	0,12466	0,00347	1,161	1,000	0,520	0,451	498634,1	13897,9	10 970 000
α_c	0,2	u_2(drewno)	0,4									
α_a	0,2	u_1(klej)	0,4	0,12202	0,00360	1,000	1,250	0,497	0,508	488082,6	14388,1	10 970 000
α_c	0,8	u_2(drewno)	0,6									

Źródło: Jak w tabeli 1.

Jak widać, dla różnych parametrów sterujących otrzymano rozwiązania niewiele się od siebie różniące. Jeśli przyjmie się zamówienie drewna kopalnianego z_2 = 0,0036 m^3/t, to przy założeniu, że warunki w kopalni się nie zmienią, będą się tworzyć zapasy drewna (W_{sb2} = 1,25). Jeśli przyjmie się zamówienie kleju poliuretanowego z_1 = 0,12466 kg/t, to przy założeniu, że warunki w kopalni się nie zmienią, będą się tworzyć zapasy kleju (W_{sb1} = 1,16). Opierając się na powyższych rozważaniach, decydent musi wybrać rozwiązanie, które może być podstawą ustalania planów asortymentowych w poszczególnych grupach przetargowych drewna kopalnianego oraz kleju poliuretanowego.

Podsumowanie

Na podstawie analizy przykładu można stwierdzić, że wielkość rocznego zamówienia zależy od wartości parametrów sterujących. Stąd zaproponowana metoda powinna być stosowana w postaci interaktywnej, w której decydent będzie określał wielkości parametrów sterujących, porównując koszty zamówień oraz wielkości wskaźników W_{sb}. Zaproponowany model może służyć jako pomoc przy planowaniu rocznych zamówień na materiały do produkcji.

Literatura

1. Ameljańczyk A.: *Optymalizacja wielokryterialna w problemach sterowania i zarządzania*. Ossolineum, Wrocław 1984.
2. Domański Cz. (red): *Nieklasyczne metody oceny efektywności i ryzyka*. PWE, Warszawa 2011.
3. Jakowska-Suwalska K., Wolny M., Sojda A.: *Wielokryterialny model sterowania zapasami*. ZN Politechniki Śląskiej, seria „Organizacja i Zarządzanie" 2011, 57, s. 169-182.
4. Jakowska-Suwalska K., Wolny M., Sojda A.: *Wielokryterialne sterowanie zapasami jako element wspomagania potrzeb materiałowych*. „Zarządzanie i Edukacja" 2011, 96, s. 271-280.
5. Konarzewska-Gubała E.: *Programowanie przy wielorakości celów*. PWN, Warszawa 1980.
6. Nowak M.: *Interaktywne wielokryterialne wspomaganie decyzji w warunkach ryzyka. Metody i zastosowania*. Akademia Ekonomiczna, Katowice 2008.
7. Kukuła K.: *Metoda unitaryzacji zerowej*. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2000.
8. Krzyżaniak S., Cyplik P.: *Zapasy i magazynowanie*. Biblioteka Logistyka, Poznań 2007.
9. Ogryczak W.: *Wielokryterialna optymalizacja liniowa i dyskretna*. Wydawnictwa Uniwersytetu Warszawskiego, Warszawa 1997.

10. Prusek S., Stałęga S., Stochel D.: *Metody i środki przeznaczone do uszczelniania i wzmacniania górotworu oraz obudowy wyrobisk*. Prace Naukowe Głównego Instytutu Górnictwa nr 863, 2005.

11. Sarjusz-Wolski Z.: *Sterowanie zapasami w przedsiębiorstwie*. PWE, Warszawa 2000.

THE MULTI-CRITERIA, NONLINEAR MODEL OF ORDER SIZE OF MATERIALS FOR HARD-COAL MINE

Summary

In the work there is a multi-criteria model of order size of materials used in production presented. It was assumed that the consumption size of each material is a random variable of known probability distribution. In the model with the purchase cost of materials ordered limited there were three criteria: order size, probability of lack of materials in the production process, deviations of order size from the consumption size in the past periods.

It was shown on an example how to use the model for determining the order sizes for polyurethane adhesive and wood in one of the hard-coal mines.