

Renata Dudzińska-Baryła

Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach

ZASADY TEORII PERSPEKTYWY W OCENIE DECYZJI INWESTORÓW NA RYNKU GIEŁDOWYM

Wprowadzenie

Zarówno teoria perspektywy, jak i jej rozszerzenie w postaci kumulacyjnej teorii perspektywy mają na celu wyjaśnienie sposobu postrzegania i oceniania przez decydentów ryzykownych decyzji. Dzięki nim możliwe jest wyjaśnienie niezgodności (paradoksów) pomiędzy obserwowanymi zachowaniami decydentów a aksjomatyką teorii oczekiwanej użyteczności. Prace D. Kahnemana i A. Tversky'ego dotyczące zasad teorii perspektywy [Kahneman i Tversky 1979] i kumulacyjnej teorii perspektywy [Tversky i Kahneman 1992] zainspirowały wielu naukowców do prowadzenia badań w różnych kierunkach. Główne zagadnienia, jakimi zajmowali się badacze to:

- metody wyznaczania funkcji wartości [np. Abdellaoui 2000; Abdellaoui et al. 2008; Abdellaoui et al. 2005; Donkers et al. 2001; Fennema i van Assen 1998],
- analiza własności funkcji ważenia prawdopodobieństw [np. Gonzalez i Wu 1999; Prelec 1998; Wu i Gonzalez 1996],
- awersja do ryzyka i awersja do strat [np. Brooks i Zank 2005; Daries i Satchell 2007; Köbberling i Wakker 2005; Levy i Wiener 2002; Schmidt i Zank 2005],
- punkt referencyjny [np. Bleichrodt 2007; Kopańska-Bródka i Dudzińska-Baryła 2008, 2009; Schmidt 2003],
- badania ankietowe służące analizie zachowań decydentów [np. Booij et al. 2010; Maditinos et al. 2007; Massa i Simonov 2005],
- zastosowania w wybranych obszarach decyzyjnych [np. De Giorgi i Hens 2006; Decay i Zielonka 2008; Schwartz et al. 2008].

Większość tych prac dotyczy teoretycznych aspektów kumulacyjnej teorii perspektywy. W pozycjach literaturowych związanych z wykorzystaniem tej teorii na rynku finansowym dokonuje się natomiast estymacji funkcji wartości i funkcji ważenia prawdopodobieństw na podstawie obserwowanych wyborów inwestorów, bada się wpływ współczynnika awersji na podejmowane decyzje inwestycyjne, czy też stara się wytłumaczyć zagadkowe zjawiska obserwowane na rynku finansowym.

Celem pracy jest pokazanie możliwości wykorzystania zasad teorii perspektywy do oceny i wyboru decyzji na rynku giełdowym. W pierwszej części przedstawiono pokrótce główne założenia kumulacyjnej teorii perspektywy, następnie dokonano przeglądu literatury pod kątem wybranych aspektów stosowania tej teorii w decyzjach inwestycyjnych. Na koniec przedstawiono propozycję oceny akcji i ich portfeli na gruncie kumulacyjnej teorii perspektywy.

1. Kumulacyjna teoria perspektywy

1.1. Ocena wariantu decyzyjnego

Według D. Kahnemana i A. Tversky'ego [1979] ocena losowego wariantu decyzyjnego jest poprzedzona fazą edycji. W fazie tej decydenci kodują wyniki jako zyski i straty w stosunku do pewnego punktu referencyjnego, którym może być np. aktualny lub pożądaný stan posiadania. Ponadto, prawdopodobieństwa odpowiadające tym samym wynikom są agregowane. Decydenci, porównując dwa warianty, eliminują także elementy o tej samej wartości i tym samym prawdopodobieństwie, a wybór jednego z nich zależy od innych elementów wariantu. W wyniku przekształceń i uproszczeń w fazie edycji otrzymujemy losowy wariant decyzyjny, zwany również loterią, którego wynikiem jest x_1 z prawdopodobieństwem p_1 , x_2 z prawdopodobieństwem p_2 , ..., x_n z prawdopodobieństwem p_n . Jest on zapisywany w następującej postaci:

$$L = ((x_1, p_1); \dots; (x_k, p_k); \dots; (x_n, p_n)) \quad (1)$$

przy czym prawdopodobieństwa sumują się do 1. Ponadto, zakłada się, że wyniki są uszeregowane rosnąco, a element o numerze k jest pierwszym elementem nieujemnym.

W fazie oceny dla każdego wariantu jest obliczana jego ocena, która zależy od dwóch funkcji: funkcji wartości $v(x)$ oraz funkcji wżenia prawdopodobieństw $g(p)$. Wartość funkcji $v(x)$ stanowi subiektywną ocenę wyniku x , czyli zysku lub straty w stosunku do przyjętego punktu referencyjnego. Funkcja $g(p)$ przewartościowuje z kolei prawdopodobieństwa p . W kumulacyjnej teorii perspektywy są przewartościowywane skumulowane prawdopodobieństwa, zamiast przewartościowywania obiektywnych prawdopodobieństw. W teorii tej uwzględniono także możliwość różnego sposobu oceniania zysków i strat przez decydentów. W przeciwieństwie do pierwotnej teorii perspektywy, jej wersja kumulacyjna pozwala na ocenę wariantów bardziej złożonych, zawierają-

cych więcej niż dwa możliwe wyniki, a preferencje są zgodne z wyborami dokonanymi na gruncie zasad dominacji stochastycznych [Tversky i Kahneman 1992].

Wartość losowego wariantu decyzyjnego w kumulacyjnej teorii perspektywy, oznaczana CPT , została zdefiniowana przez A. Tversky'ego i D. Kahnemana [1992] w następujący sposób:

$$CPT(\mathbf{x}, \mathbf{p}) = CPT^+(\mathbf{x}, \mathbf{p}) + CPT^-(\mathbf{x}, \mathbf{p}), \quad (2)$$

gdzie:

$$CPT^+(\mathbf{x}, \mathbf{p}) = v(x_n)g(p_n) + \sum_{i=k}^{n-1} v(x_i) \left[g\left(\sum_{j=i}^n p_j\right) - g\left(\sum_{j=i+1}^n p_j\right) \right]$$

$$CPT^-(\mathbf{x}, \mathbf{p}) = v(x_1)g(p_1) + \sum_{i=2}^{k-1} v(x_i) \left[g\left(\sum_{j=1}^i p_j\right) - g\left(\sum_{j=1}^{i-1} p_j\right) \right].$$

Spśród dwóch wariantów decyzyjnych jest preferowany ten, dla którego obliczona ocena CPT jest wyższa.

1.2. Funkcja wartości

Funkcja wartości jest definiowana dla zmian (zysków i strat) w stosunku do punktu referencyjnego. Własności tej funkcji odzwierciedlają naturalne postrzeganie wartości. Wraz ze wzrostem zysków decydenci odczuwają co prawda coraz większą wartość, ale przyrosty tej wartości są coraz mniejsze. Podobne jest w przypadku strat. Zjawiska te są modelowane przez wypukłość funkcji wartości. W dziedzinie zysków funkcja ta jest wklęsła ($v''(x) < 0$ dla $x > 0$), a w dziedzinie strat jest wypukła ($v''(x) > 0$ dla $x < 0$), czyli krańcowe przyrosty tej funkcji zmniejszają się wraz ze wzrostem zysku lub straty.

Funkcja wartości odzwierciedla także odmienne odczuwanie zysków i strat. Z reguły decydenci bardziej odczuwają negatywne skutki straty niż przyjemność z zysku o tej samej wartości. Funkcja wartości charakteryzująca takie zachowanie ma większy współczynnik nachylenia (jest bardziej stroma) dla strat niż dla zysków.

Funkcja wartości posiadająca przedstawione własności jest typu „S”. Postać analityczna tej funkcji wraz z oszacowaniami odpowiednich parametrów jest dobierana na podstawie preferencji decydentów ujawnionych w eksperymentach. W pracy Tversky'ego i Kahnemana [1992] została zaproponowana dwuczęściowa funkcja potęgowa postaci:

$$v(x) = \begin{cases} x^\alpha, & x \geq 0 \\ -\lambda(-x)^\beta, & x < 0 \end{cases} \quad (3)$$

Autorzy oszacowali parametry α , β i λ dla każdego uczestnika eksperymentu, a mediany tych wartości przyjęto jako oszacowania parametrów dla wszystkich uczestników badania. Parametry α i β wyniosły 0,88, natomiast parametr λ wyniósł 2,25. Wartości parametrów α i β wskazują na malejącą wrażliwość oceny na wzrost poziomu zysku lub straty, natomiast wartość parametru $\lambda > 1$ wskazuje na awersję do strat. Inne oszacowania parametrów funkcji wartości na podstawie przeprowadzanych eksperymentów można znaleźć np. w pracach Abdellaouiego [2000], Abdellaouiego et al. [2005], Donkersa et al. [2001].

1.3. Funkcja ważenia prawdopodobieństw

Badania prowadzone przez D. Kahnemana i A. Tversky'ego ujawniły także, że decydenci przewartościwiają prawdopodobieństwa zdarzeń mało prawdopodobnych, zaś niedowartościwiają prawdopodobieństwa zdarzeń średnio i wysoko prawdopodobnych. Funkcja ważenia prawdopodobieństw $g(p)$ modelująca takie zachowania ma kształt odwróconego „S”. Jest ona funkcją rosnącą względem prawdopodobieństwa p oraz $g(0) = 0$ i $g(1) = 1$. Niemożliwe wyniki są zatem pomijane, a skala jest normalizowana, w ten sposób, że $g(p)$ jest stosunkiem wagi prawdopodobieństwa p do wagi zdarzenia pewnego.

W literaturze o wiele częściej niż postać funkcji wartości, jest badana analityczna postać funkcji ważenia prawdopodobieństw $g(p)$. I. Currim i R. Sarin rozważają cztery postacie funkcji ważenia prawdopodobieństw [Currim i Sarin 1989]:

$$\begin{aligned} g(p) &= \frac{1 - e^{-cp}}{1 - e^{-c}} \\ g(p) &= a + bp + cp^2 \\ \log(g(p)) &= a + b \log(p) + c(\log(p))^2 \\ \log(g(p)) &= a + be^{c \log(p)} \end{aligned} \quad (4)$$

A. Tversky i D. Kahneman [1992] proponują funkcję postaci:

$$g(p) = \frac{p^\gamma}{[p^\gamma + (1-p)^\gamma]^{1/\gamma}}, \quad (5)$$

przy czym oszacowane wartości parametru γ są różne w zależności od tego, czy prawdopodobieństwo dotyczyło zysków czy strat. Dla zysków wartość parametru γ wyniosła 0,61, a w przypadku strat $\gamma = 0,69$.

D. Prelec [1998] rozważa własności różnych funkcji ważenia prawdopodobieństw. Stwierdza, że empiryczne badania funkcji ważenia prawdopodobieństw wskazują, że jest ona regresywna (dla małych p zachodzi $g(p) > p$, a dla dużych p mamy $g(p) < p$), jest najpierw wklęsła, a później wypukła oraz asymetryczna (punkt przegięcia $g(p) = p$ dla p wynoszącego około 1/3). Także G. Wu i R. Gonzalez w swoich pracach [Gonzalez i Wu 1999; Wu i Gonzalez 1996] analizują własności wybranych funkcji ważenia prawdopodobieństw oraz wpływ oszacowań parametrów na ich kształt.

2. Teoria perspektywy w finansach – przegląd wybranych pozycji literaturowych

W artykułach poświęconych zastosowaniom kumulacyjnej teorii perspektywy w finansach rozważa się różne aspekty inwestowania na rynku finansowym, takie jak np.:

- wartościowanie zysków i strat,
- awersja do strat,
- wybór optymalnej strategii inwestycyjnej,
- motywacje inwestorów,
- efekty kalendarzowe.

2.1. Krytyka koncepcji kumulacyjnej teorii perspektywy i jej potwierdzenie w badaniach rynku finansowego

Wśród wielu prac dotyczących teorii podejmowania decyzji można znaleźć takie, które zawierają krytykę teorii perspektywy czy też jej wersji kumulacyjnej. M. Levy i H. Levy [2002] zarzucają twórcom teorii perspektywy wykorzystanie w eksperymentach laboratoryjnych wariantów decyzyjnych zawierających albo same zyski, albo same straty. Są to hipotetyczne sytuacje, z którymi decydenci nie spotykają się w rzeczywistych sytuacjach wyboru na rynku finansowym. Stwierdzają, że S-kształtna funkcja wartości nie znajduje potwierdzenia w eksperymentach wykorzystujących warianty decyzyjne o mieszanych wynikach. Według nich o wiele lepiej decyzje uczestników eksperymentu charakteryzuje funkcja użyteczności Markowitza, która ma kształt odwróconego S.

Innemu badaczowi M. Nwogugu krytyka zasad teorii perspektywy posłużyła do zaproponowania innej teorii analizy złożonych decyzji o nazwie „belief

systems” [Nwogugu 2005]. Można powiedzieć, że M. Nwogugu krytykuje wszystko związane z teorią perspektywy i podobnymi podejściami. Zarzuca między innymi wykorzystanie w eksperymentach niewłaściwej grupy uczestników (wybranej, a nie losowej), czy też przedstawienie nierealnych wariantów decyzyjnych. Stwierdza, że teorie takie nie nadają się do opisu rzeczywistych sytuacji decyzyjnych, ponieważ nie modelują decyzji grupowych, wyborów niezwiązanych z wynikami pieniężnymi, nie uwzględniają innych (niepieniężnych) źródeł ryzyka.

Są jednakże też prace, które potwierdzają fakt, że kumulacyjna teoria perspektywy jest właściwym narzędziem opisu decyzji podejmowanych przez inwestorów.

Praktyczne aspekty kumulacyjnej teorii perspektywy na rynku finansowym badali G. Gurevich, D. Kliger i O. Levy [2009]. Wykorzystali oni dane o notowaniach opcji na rynku amerykańskim, które zawierają informacje o preferencjach inwestorów, do estymacji parametrów funkcji wartości i funkcji ważenia prawdopodobieństw. Otrzymane rezultaty potwierdzają główne założenia kumulacyjnej teorii perspektywy, choć oszacowane funkcje $v(x)$ i $g(p)$ są bardziej zbliżone do liniowych niż te otrzymywane w eksperymentach laboratoryjnych, a także zauważono mniejszą awersję do strat.

2.2. Funkcje wartości w ocenie decyzji inwestycyjnych

W pracy objętej projektem NCCR-Finrisk „Behavioural and Evolutionary Finance” E. De Giorgi i T. Hens [2006] zastanawiają się nad zasadnością stosowania zasad kumulacyjnej teorii perspektywy na rynku finansowym i twierdzą, że funkcja wartości zaproponowana przez D. Kahnemana i A. Tversky’ego nie powinna być używana do wyboru portfela inwestycyjnego. Wnioskują oni, że funkcja ta powinna być zastąpiona przez funkcję wykładniczą o ujemnym wykładniku (ang. *negative exponential function*) postaci:

$$v(x) = \begin{cases} -\lambda^+ e^{-\alpha x} + \lambda^+ & \text{dla } x \geq 0 \\ \lambda^- e^{\alpha x} - \lambda^- & \text{dla } x < 0 \end{cases} \quad (6)$$

przy czym $0 \leq \alpha \leq 1$ oraz λ^+ i λ^- są dodatnie.

Uczestnicy projektu NCCR-Finrisk wykazali, że gdy funkcja wartości jest postaci (6), to:

- dla loterii o skończonej wartości oczekiwanej nie występuje paradoks Bernoulli’ego,
- nie występuje efekt dźwigni,

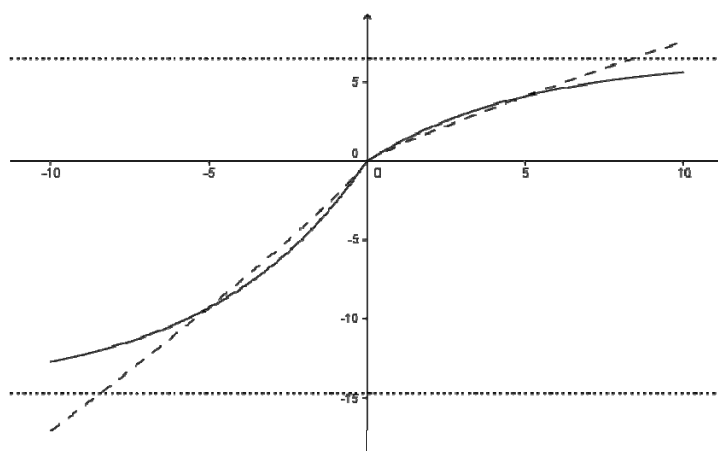
- dla dowolnego zbioru inwestorów, których decyzje można opisać zasadami kumulacyjnej teorii perspektywy, istnieje równowaga CAPM,
- jest możliwe jednoczesne wyjaśnienie następujących fenomenów: zagadki wysokiej premii za ryzyko (ang. *equity premium puzzle*), zagadki wartości (ang. *value premium puzzle*) i zagadki rozmiaru (ang. *size premium puzzle*) – [De Giorgi i Hens 2006].

Funkcja (6) jest ograniczona od góry przez λ^+ , a od dołu przez $-\lambda^-$, zatem wysokie odchylenia od punktu referencyjnego są oceniane odmiennie niż za pomocą funkcji potęgowej Kahnemana-Tversky'ego. Rysunek 1 przedstawia funkcję wykładniczą (6) na tle funkcji potęgowej Kahnemana-Tversky'ego.

R. Dudzińska-Baryła i D. Kopańska-Bródka [2008] proponują z kolei wykorzystanie do oceny zmian stóp zysku akcji kwadratowej funkcji wartości:

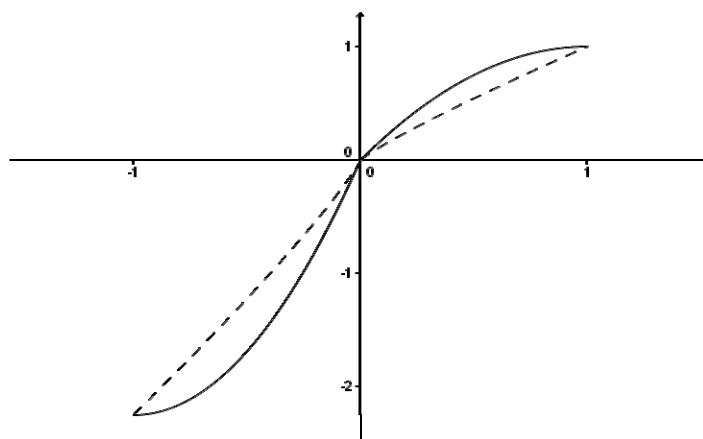
$$v(x) = \begin{cases} -x^2 + 2x & \text{dla } x \geq 0 \\ 2,25x^2 + 4,5x & \text{dla } x < 0 \end{cases} \quad (7)$$

Funkcja ta dla dodatnich stóp zysku ma takie same własności jak funkcja użyteczności w koncepcji H. Markowitza oraz taki sam współczynnik awersji do strat jak w podejściu D. Kahnemana i A. Tversky'ego (rys. 2).



Rys. 1. Wykładnicza funkcja wartości (linia ciągła) dla $\lambda^+ = 6,52$, $\lambda^- = 14,7$ i $\alpha = 0,2$ oraz funkcja wartości Kahnemana-Tversky'ego (linia przerywana)

Źródło: [De Giorgi i Hens 2006].



Rys. 2. Kwadratowa funkcja wartości (linia ciągła) oraz funkcja wartości Kahnemana-Tversky'ego (linia przerywana)

Funkcja (7) została tak skonstruowana, aby dla ekstremalnych odchyłeń stóp zwrotu wartości były zgodne z tymi w oryginalnej funkcji Kahnemana-Tversky'ego zadanej wzorem (3). W związku z tym dla $x = -1$ zachodzi $v(-1) = -2,25$, dla $x = 0$ $v(0) = 0$ oraz dla $x = 1$ zachodzi $v(1) = 1$. Funkcja ta może być stosowana jedynie do oceny stóp zysku zmieniających się w przedziale $\langle -1, 1 \rangle$, gdyż poza tym przedziałem funkcja nie zachowuje podstawowych założeń dla funkcji wartości na gruncie teorii perspektywy.

Przedstawione funkcje wartości różnią się oceną zysków i awersją do ryzyka. Miara bezwzględnej awersji do ryzyka (ARA) dla funkcji Kahnemana-Tversky'ego (3) wynosi:

$$ARA = \frac{1 - \alpha}{x}. \quad (8)$$

W związku z tym dla $\alpha < 1$ funkcja wartości Kahnemana-Tversky'ego odzwierciedla malejącą absolutną awersję do ryzyka (funkcja jest typu DARA – ang. *decreasing absolute risk aversion*). Funkcja wykładnicza (6) zaproponowana przez E. De Giorgiego i T. Hensa jest funkcją typu CARA (ang. *constant absolute risk aversion*), ponieważ zachodzi:

$$ARA = \alpha. \quad (9)$$

Miara bezwzględnej awersji do ryzyka dla kwadratowej funkcji wartości (7) wynosi natomiast:

$$ARA = \frac{2}{-2x + 2}, \quad (10)$$

co oznacza rosnącą bezwzględną awersję do ryzyka (funkcja jest typu IARA – ang. *increasing absolute risk aversion*).

2.3. Współczynnik awersji do strat

Awersja do strat jest obserwowana w zachowaniach decydentów, którzy są bardziej wrażliwi na straty niż na zyski o tej samej wartości bezwzględnej. Zachowanie takie jest modelowane między innymi przez funkcję wartości, która jest bardziej stroma w dziedzinie strat niż w dziedzinie zysków. Jak wykazują jednak U. Schmidt i H. Zank [2005] bardziej strome nachylenie funkcji wartości w dziedzinie strat niż w dziedzinie zysków nie jest ani warunkiem koniecznym, ani wystarczającym istnienia awersji do strat ($\lambda > 1$). Jest ona jednym z komponentów modelujących awersję do ryzyka, obok użyteczności pierwotnej oraz wazenia prawdopodobieństw. Uwzględnienie awersji do strat umożliwia wytłumaczenie obserwowanych zjawisk, takich jak: efektu posiadania (ang. *endowment effect*), zagadki premii za ryzyko (ang. *equity premium puzzle*) czy też efektu dyspozycji (ang. *disposition effect*). Współczynnik awersji do strat jest różnie definiowany, np. V. Köbberling i P. Wakker [2005] określają go jako stosunek lewostronnej i prawostronnej pochodnej funkcji wartości w punkcie referencyjnym.

W literaturze jest także poruszany problem wpływu awersji do strat na podejmowanie decyzji inwestycyjnych. A. Berkelaar, R. Kouwenberg i T. Post [2004] analizują optymalną strategię inwestycyjną inwestora z awersją do strat. Stwierdzają, że inwestor, którego preferencje są zgodne z teorią perspektywy, wraz ze wzrostem horyzontu inwestycji większą część udziałów portfela przeznaczają na inwestycję ryzykowną, natomiast gdy horyzont inwestycji jest krótki (mniej niż 5 lat), to inwestor z awersją do strat redukuje udziały w akcje.

Ciekawą analizę przedstawili N. Barberis, M. Huang i T. Santos [2001]. Analizują oni ceny aktywów w sytuacji, gdy inwestor czerpie satysfakcję nie tylko z konsumpcji zysków, ale także ze zmian swojego poziomu bogactwa. Stwierdzają, że stopień awersji do strat odnośnie do zmian poziomu bogactwa zależy od wyników inwestycji w przeszłości. Inwestor po osiągnięciu zysku ujawnia mniejszą awersję do strat, natomiast po doświadczeniu straty inwestor staje się bardziej ostrożny, a tym samym odczuwa większą awersję do strat.

2.4. Wybór portfela na gruncie kumulacyjnej teorii perspektywy

Wiele prac zawiera propozycje modeli wyboru optymalnego portfela dla inwestora podejmującego decyzje na podstawie kumulacyjnej teorii perspektywy. Ich autorzy dokonują jednak pewnych bardzo upraszczających założeń. C. Bernard i M. Ghossoub [2010] rozpatrują inwestycję jednookresową, a dostępne aktywa to jedno pozbawione ryzyka i jedno obciążone ryzykiem. Autorzy co prawda upraszczają sytuację decyzyjną, jednak dzięki temu jest możliwa analiza własności rozwiązań optymalnych. Autorzy pracy stwierdzili, że udziały portfela są funkcją uogólnionej miary Omega rozkładu nadwyżki stopy zysku waloru ryzykownego ponad stopę zysku pozbawioną ryzyka. Ponadto, decyzje inwestorów postępujących zgodnie z kumulacyjną teorią perspektywy są w dużym stopniu zależne od współczynnika skośności rozkładu nadwyżki stopy zysku.

Podobne uproszczenia stosuje E. Michalska [2011a], rozpatrując portfel dwuskładnikowy złożony z akcji wybranej spółki oraz aktywów bezpiecznych. Dla wskazanych scenariuszy zmian cen akcji autorka wyznacza optymalne udziały aktywów ryzykownych i bezpiecznych w portfelach, maksymalizując wartość oceny *CPT*.

Ciekawą propozycję wykorzystania kumulacyjnej teorii perspektywy do konstrukcji wielookresowej strategii inwestycyjnej stanowi model przedstawiony przez E. Michalską [2011b] oparty na rozkładzie dwumianowym. W każdym okresie stopa zysku aktywów ryzykownych może albo wzrosnąć, albo zmaleć o ustaloną wielkość, z założonym prawdopodobieństwem, natomiast strategia optymalna jest rozwiązaniem zadania optymalizacyjnego, w którym jest maksymalizowana wartość oceny *CPT* na koniec rozpatrywanego horyzontu czasowego inwestycji.

2.5. Psychologiczne motywacje inwestorów i ich uzasadnienie

Krytycy stosowania teorii perspektywy w decyzjach inwestycyjnych utrzymują, że warianty decyzyjne analizowane przez Kahnemana i Tversky'ego nie są realnymi wyborami, przed którymi stoją inwestorzy. Badania prowadzone wśród profesjonalnych inwestorów dowodzą jednak, że ich zachowania są bardzo podobne do tych obserwowanych w eksperymentach laboratoryjnych.

Zasady teorii perspektywy znajdują zastosowanie w wyjaśnieniu motywacji inwestorów. Inwestorzy często nie maksymalizują swojej użyteczności, a ich decyzji nie można uzasadnić na gruncie teorii oczekiwanej użyteczności. Często obserwowanym efektem jest efekt dyspozycji. Jest on różnie definiowany w literaturze. H. Shefrin i M. Statman [1985] zaobserwowali, że inwestorzy są skłonni do sprzedawania akcji zwycięzców (zwycięzców), a niechętnie sprzedają akcje, których ceny spadają (przegranych). T. Odean [1998] określa ten

efekt jako tendencję do trzymania przegranych zbyt długo i sprzedawania zwycięzców zbyt szybko. W definicji tej dodatkowego uściślenia wymagają pojęcia „zbyt długo” i „zbyt szybko”. R. Dacey i P. Zielonka [2008] powiązali te pojęcia z oceną ryzyka wystąpienia zysku lub straty przez inwestorów, których działania opisuje teoria perspektywy, w porównaniu z oceną na gruncie teorii oczekiwanej użyteczności. Wyznaczyli oni krytyczne wartości prawdopodobieństwa, przy którym dochodzi do sprzedaży akcji po wcześniejszym wzroście ceny, oraz prawdopodobieństwa, przy którym dochodzi do kontynuowania inwestycji po wcześniejszym spadku ceny [Zielonka 2006, s. 126-127].

Inną zadziwiającą prawidłowością obserwowaną na rynku kapitałowym jest niezwykle wysoka premia za ryzyko (ang. *equity premium puzzle*) – stopy zwrotu akcji znacząco przewyższają stopy zwrotu obligacji czy bonów skarbowych. S. Benartzi i R. Thaler [1995] zaproponowali wyjaśnienie tego zjawiska na gruncie behawioralnym na podstawie koncepcji awersji do strat i księgowania mentalnego. Stwierdzili oni, że awersja do strat w połączeniu z nadmierną częstotliwością oceny stóp zwrotu portfela, nazwana przez nich krótkowzroczną awersją do strat (ang. *myopic loss aversion*), stanowi wytłumaczenie dla nadmiernie wysokiej premii za ryzyko. Zjawisko to jest nie tylko charakterystyczne dla inwestorów indywidualnych, ale także dla inwestorów instytucjonalnych. Co prawda instytucje inwestujące na giełdzie mają bardzo długi horyzont funkcjonowania i inwestowania, ale pracują w nich menedżerowie finansowi, których system raportowania, oceny i wynagradzania jest związany z okresami rocznymi. Podane przez S. Benartziego i R. Thalera wytłumaczenie zagadki wysokiej premii za ryzyko jest ciekawe, jednak jak stwierdza A. Cieślak: „Model w pełni satysfakcjonujący powinien dodatkowo uwzględniać działanie innych czynników, np. czasu i konsumpcji” [Cieślak 2003, s. 101].

2.6. Behawioralne uzasadnienie anomalii kalendarzowych

Zachowania inwestorów często skutkują występowaniem pewnych anomalii na rynku giełdowym. Badacze starają się wyjaśnić występowanie tych anomalii na gruncie finansów behawioralnych. Do najczęściej badanych anomalii należą efekty związane z kalendarzem: efekt miesiąca w roku, efekt przełomu miesiąca, efekt tygodnia w miesiącu czy efekt dnia tygodnia. Anomalie kalendarzowe na rynku kapitałowym są od lat przedmiotem wielu badań. Ich pojawianie się udokumentowali po raz pierwszy M. Rozeff i W. Kinney [1976], którzy wykazali, że średnia stopa zwrotu akcji notowanych na Giełdzie Papierów Wartościowych w Nowym Jorku w latach 1904-1974 była przeciętnie znacznie wyższa w styczniu aniżeli średnie stopy zwrotu w innych miesiącach. Jednym z powszechniejszych wyjaśnień efektu stycznia jest hipoteza o wyprzedzący w grudniu ze względów podatkowych (wykazane straty pomniejszają dochód

podlegający opodatkowaniu) akcji przynoszących straty. Powstająca w ten sposób presja sprzedaży narasta na koniec roku i wywołuje spadek cen papierów wartościowych. Po czym w styczniu następnego roku presja sprzedaży znika i inwestorzy kupują akcje niedowartościowane, co wywołuje silny wzrost cen akcji (efekt stycznia).

Efekt miesiąca jest obserwowany nie tylko na rynkach wysoko rozwiniętych, takich jak np. rynek amerykański, ale również na rynkach wschodzących. Występowanie tego efektu próbuje się powiązać z innym efektem – dyspozycji. Wyższa stopa zwrotu w danym miesiącu jest wynikiem ujemnej stopy zwrotu w miesiącu poprzedzającym. Można to wyjaśnić na gruncie teorii finansów behawioralnych. W obliczu strat inwestor jest skłonny do podejmowania ryzyka, co z kolei skutkuje tendencją do zbyt długiego przetrzymywania akcji spadkowych. Zmniejsza to presję sprzedaży. Kiedy akcje zaczynają być niedowartościowane popyt wzrasta, co przyczynia się do wzrostu cen w następnym miesiącu.

Uzasadnieniem efektu miesiąca na rynku polskim zajmowały się R. Dudzińska-Baryła i E. Michalska [2010]. Na podstawie otrzymanych wyników stwierdziły, że efekt kwietnia i efekt grudnia obserwowany na polskim rynku papierów wartościowych może być wyjaśniony efektem dyspozycji jedynie w przypadku, gdy anomalie pojawiają się po dwóch kolejnych miesiącach z ujemną średnią stopą zwrotu.

3. Ocena portfela akcji na gruncie kumulacyjnej teorii perspektywy

W klasycznej analizie portfelowej do oceny papieru wartościowego lub portfela są wykorzystywane charakterystyki stopy zysku – wartość oczekiwana i odchylenie standardowe. Wielkości te z reguły są rozpatrywane w okresach rocznych, miesięcznych, a najczęściej jednodniowych. Inwestor, oceniając swoją decyzję, o wiele częściej zastanawia się ile zarobił w stosunku do zainwestowanego kapitału, a w wyborze nowej inwestycji analizuje wykresy kursów akcji. R. Dudzińska-Baryła w swoich pracach [2010, 2011a] zaproponowała wykorzystanie właśnie notowań akcji do oceny inwestycji w akcje na gruncie kumulacyjnej teorii perspektywy, a także zwróciła uwagę na problem porównywalności kursów akcji. Stwierdziła, że należy analizować wykresy kursów w pewien sposób „znormalizowane”, czyli przeliczone na taką samą wartość, np. kapitału początkowego.

W procedurze oceny portfela akcji zaproponowanej przez Autorkę [2011b] na podstawie danych historycznych jest tworzony szereg czasowy zmian wartości zadanego portfela w stosunku do kapitału początkowego. Ocena *CPT* jest wyznaczana przy założeniu, że wszystkie zyski i straty w szeregu czasowym są jednakowo prawdopodobne.

W pracy tej były także analizowane zależności między ocenami *CPT* portfeli a charakterystykami stopy zysku – wartością średnią i odchyleniem standardowym. Portfele o maksymalnej ocenie *CPT* były przeważnie niezdywersyfikowane i miały jednocześnie najwyższe wartości średnie stopy zysku. W przypadku rozważania ocen *CPT* i odchyłeń standardowych stóp zysku zauważono natomiast, że uzyskanie wyższej wartości *CPT* jest związane z jednoczesnym wzrostem odchylenia standardowego. Jest to sytuacja bardzo podobna do klasycznego wyboru portfela optymalnego ze zbioru portfeli efektywnych. Z tego względu autorka proponuje pewne modele wyboru portfela optymalnego oparte na ocenie *CPT*. W jednym z nich jest optymalizowana wartość *CPT* portfela, przy ograniczeniu nałożonym na odchylenie standardowe stopy zysku portfela. W drugim modelu jest natomiast minimalizowane odchylenie standardowe stopy zysku portfela, przy ocenie *CPT* portfela nie mniejszej niż pewien założony poziom. Ze względu na sposób obliczania oceny *CPT* uzyskanie rozwiązań zaproponowanych zadań optymalizacyjnych może sprawiać problemy natury technicznej i metodologicznej.

Podsumowanie

Badania dotyczące finansowych aspektów kumulacyjnej teorii perspektywy są od lat przedmiotem zainteresowania badaczy. Celem pracy było dokonanie przeglądu zagadnień związanych z koncepcją kumulacyjnej teorii perspektywy i jej wykorzystaniem na rynku finansowym. Przedstawione prace poruszają problemy związane z funkcjami wartości w ocenie inwestycji na rynku finansowym, wykorzystaniem koncepcji awersji do strat w wyborze optymalnej strategii inwestycyjnej, konstrukcją modeli wyboru portfela optymalnego przy pewnych upraszczających założeniach. Zaprezentowano także obserwowane w rzeczywistości (często zagadkowe) zachowania inwestorów, które znajdują wytłumaczenie na gruncie kumulacyjnej teorii perspektywy.

Możliwości wykorzystania zasad kumulacyjnej teorii perspektywy w ocenie oraz wyborze inwestycji i ich portfeli wydają się nie w pełni zbadane. Istnieje zapotrzebowanie na stworzenie narzędzi wyboru portfela optymalnego dla inwestora, który nie zawsze postępuje racjonalnie maksymalizując oczekiwaną użyteczność. Narzędzie takie powinno być równie proste w zastosowaniu jak model Markowitza, a jednocześnie umożliwiać wybór portfela zgodny z preferencjami inwestora, oceniającego możliwości inwestycyjne względem pewnego punktu referencyjnego, odczuwającego awersję do strat i przewartościującego obiektywne prawdopodobieństwa.

Literatura

- Abdellaoui M. (2000): *Parameter-free Elicitation of Utilities and Probability Weighting Functions*. „Management Science” No. 46.
- Abdellaoui M., Bleichrodt H., L'Haridon O. (2008): *A Tractable Method to Measure Utility and Loss Aversion under Prospect Theory*. „Journal of Risk and Uncertainty”, Vol. 36.
- Abdellaoui M., Vossman F., Weber M. (2005): *Choice-based Elicitation and Decomposition of Decision Weights for Gains and Losses under Uncertainty*. „Management Science”, Vol. 51(9).
- Barberis N., Huang M., Santos T. (2001): *Prospect Theory and Asset Prices*. „The Quarterly Journal of Economics”, Vol. 116(1).
- Benartzi S., Thaler R. (1995): *Myopic Loss Aversion and the Equity Premium Puzzle*. „Quarterly Journal of Economics”, Vol. 110.
- Berkelaar A., Kouwenberg R., Post T. (2004): *Optimal Portfolio Choice Under Loss Aversion*. „The Review of Economics and Statistics”, Vol. 86(4).
- Bernard C., Ghossoub M. (2010): *Static Portfolio Choice Under Cumulative Prospect Theory*. „Mathematics and Financial Economics”, Vol. 2(4).
- Bleichrodt H. (2007): *Reference-dependent Utility with Shifting Reference Points and Incomplete Preferences*. „Journal of Mathematical Psychology”, Vol. 51.
- Booij A., van Praag B., van den Kuilen G. (2010): *A Parametric Analysis of Prospect Theory's Functionals for the General Population*. „Theory and Decision”, Vol. 68.
- Brooks P., Zank H. (2005): *Loss Averse Behavior*. „Journal of Risk and Uncertainty”, Vol. 31(3).
- Cieślak A. (2003): *Behawioralna ekonomia finansowa. Modyfikacja paradygmatów funkcjonujących w nowoczesnej teorii finansów*. Materiały i Studia. Zeszyt nr 165. Narodowy Bank Polski, Warszawa.
- Currim I., Sarin R. (1989): *Prospect Versus Utility*. „Management Science”, Vol. 35.
- Davies G.B., Satchell S.E. (2007): *The Behavioral Components of Risk Aversion*. „Journal of Mathematical Psychology”, Vol. 51.
- De Giorgi E., Hens T. (2006): *Making Prospect Theory Fit for Finance*. „Financial Markets and Portfolio Management”, Vol. 20(3).
- Decay R., Zielonka P. (2008): *A Detailed Prospect Theory Explanation of the Disposition Effect*. „Journal of Behavioral Finance”, Vol. 9.
- Donkers B., Melenberg B., van Soest A. (2001): *Estimating Risk Attitudes Using Lotteries. A Large Sample Approach*. „Journal of Risk and Uncertainty”, Vol. 22(2).
- Dudzińska-Baryła R. (2010): *Badanie zależności wybranych kryteriów oceny inwestycji w akcje*. W: *Współczesne tendencje rozwojowe badań operacyjnych*. Red. J. Siedlecki, P. Peternek. Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego, Wrocław.

- Dudzińska-Baryła R. (2011a): *Ocena ryzykownego wariantu decyzyjnego na gruncie teorii decyzji*. W: *Badania operacyjne. Metody i zastosowania*. Studia Ekonomiczne. Zeszyty Naukowe nr 62. Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego, Katowice.
- Dudzińska-Baryła R. (2011b): *Teoria perspektywy w analizie rynku giełdowego*. W: *Optymalizacja, klasyfikacja, logistyka. Przykłady zastosowań*. Red. J.B. Gajda, R. Jadcak. Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego, Łódź.
- Dudzińska-Baryła R., Kopańska-Bródka D. (2008): *Analiza granicy efektywnej na gruncie kumulacyjnej teorii perspektywy*. W: *Modelowanie preferencji a ryzyko '07*. Red. T. Trzaskalik. Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej, Katowice.
- Dudzińska-Baryła R., Michalska E. (2010): *Efekt miesiąca a behawioralne aspekty podejmowania decyzji*. W: *Metody i Zastosowania Badań Operacyjnych '10*. Red. M. Nowak. Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego, Katowice.
- Fennema H., van Assen M. (1998): *Measuring the Utility of Losses by Means of the Trade-off Method*. „Journal of Risk and Uncertainty”, Vol. 17.
- Gonzalez R., Wu G. (1999): *On the Shape of the Probability Weighting Function*. „Cognitive Psychology”, Vol. 38.
- Gurevich G., Kliger D., Levy O. (2009): *Decision-making Under Uncertainty – A Field Study of Cumulative Prospect Theory*. „Journal of Banking & Finance”, Vol. 33.
- Kahneman D., Tversky A. (1979): *Prospect Theory: An Analysis of Decision Under Risk*. „Econometrica”, Vol. 47(2).
- Kopańska-Bródka D., Dudzińska-Baryła R. (2008): *The Influence of the Reference Point's Changes on the Prospect Value*. W: *Mathematica Methods in Economics*. Technical University of Liberec, Liberec.
- Kopańska-Bródka D., Dudzińska-Baryła R. (2009): *The Value of Risky Prospect Relative to the Interval of Reference Points*. W: *Mathematical Methods in Economics, Faculty of Economics and Management*. Czech University of Life Science, Prague.
- Köbberling V., Wakker P. (2005): *An Index of Loss Aversion*. „Journal of Economic Theory”, Vol. 122.
- Levy M., Levy H. (2002): *Prospect Theory: Much Ado About Nothing?* „Management Science”, Vol. 48(10).
- Levy H., Wiener Z. (2002): *Prospect Theory and Utility Theory: Temporary Versus Permanent Attitude Towards Risk*, <http://pluto.mscc.huji.ac.il/~mswiener/research/PTandUT.pdf>.
- Maditinos D., Šević Ž., Theriou N. (2007): *Investors' Behavior in the Athens Stock Exchange (ASE)*. „Studies in Economics and Finance”, Vol. 24(1).
- Massa M., Simonov A. (2005): *Behavioral Biases and Investment*. „Review of Finance”, Vol. 9.
- Michalska E. (2011): *Optymalne strategie inwestycyjne w kumulacyjnej teorii perspektywy*. W: *Optymalizacja, klasyfikacja, logistyka. Przykłady zastosowań*. Red. J.B. Gajda, R. Jadcak. Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego, Łódź.

- Michalska E. (2011): *Wielookresowy model wyboru strategii inwestycyjnej w kumulacyjnej teorii perspektywy*. W: *Modelowanie preferencji a ryzyko '11*. Red. T. Trzaskalik. Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego, Katowice.
- Nwogugu M. (2005): *Towards Multi-factor Models of Decision Making and Risk. A Critique of Prospect Theory and Related Approaches. Part I*. „Journal of Risk Finance”, Vol. 6(2).
- Odean T. (1998): *Are Investors Reluctant to Realize Their Losses?* „Journal of Finance”, Vol. 53.
- Prelec D. (1998): *The Probability Weighting Function*. „Econometrica”, Vol. 66.
- Rozeff M.S., Kinney W.R. (1976): *Capital Market Seasonality: The Case of Stock Returns*. „Journal of Financial Economics”, No. 3.
- Schmidt U. (2003): *Reference Dependence in Cumulative Prospect Theory*. „Journal of Mathematical Psychology”, Vol. 47.
- Schmidt U., Zank H. (2005): *What is Loss Aversion?* „Journal of Risk and Uncertainty”, Vol. 30(2).
- Schwartz A., Goldberg J., Hazen G. (2008): *Prospect Theory, Reference Points, and Health Decisions*. „Judgment and Decision Making”, Vol. 3(2).
- Shefrin H., Statman M. (1985): *The Disposition to Sell Winners Too Early and Ride Losers Too Long*. „Journal of Finance”, Vol. 40.
- Tversky A., Kahneman D. (1992): *Advances in Prospect Theory: Cumulative Representation of Uncertainty*. „Journal of Risk and Uncertainty”, Vol. 5.
- Wu G., Gonzalez R. (1996): *Curvature of the Probability Weighting Function*. „Management Science”, Vol. 42.
- Zielonka P. (2006): *Behawioralne aspekty inwestowania na rynku papierów wartościowych*. CeDeWu, Warszawa.

EVALUATION OF STOCK MARKET DECISIONS BASED ON CUMULATIVE PROSPECT THEORY

Summary

Both the prospect theory as well as the cumulative prospect theory are aimed at explaining the way the decision-maker see and evaluate risky decisions. They allow for the explanation of some inconsistency between observed decision-makers behaviours and axioms of the expected utility theory. For years financial aspects of cumulative prospect theory are the subject of many research studies.

The purpose of the paper is to review some issues connected with the cumulative prospect theory and its application to financial market. Presented papers concern issues related to the value functions, concept of loss aversion and the construction of portfolio

selection models with some simplifying assumptions. In our paper we also present observed in real life, but often mysterious, behaviours of investors, who evaluate investment choices relative to some reference point, feel loss aversion and revalue objective probabilities.