

Anna Janiga-Ćmiel

Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach

ANALIZA ZALEŻNOŚCI PRZYCZYNOWYCH ROZWOJU GOSPODARCZEGO POLSKI I WYBRANYCH PAŃSTW UNII EUROPEJSKIEJ

Wprowadzenie

Badanie dynamiki i fluktuacji rozwoju gospodarczego wymaga wykonania zróżnicowanych analiz stanowiących ściśle powiązaną sekwencję i dających zupełny obraz badanego zagadnienia. Wymagania stawiane wobec dokonywanych analiz zmuszają do odpowiedniego doboru metod badawczych. Analiza rozwoju gospodarczego wykonana na podstawie modeli matematycznych stanowi obecnie perspektywiczny kierunek działania w zakresie badań procesów wielowymiarowych i daje impuls dla dalszego rozwoju badań [Hellwig, 1997].

Każdy z modeli teoretycznych badanego zagadnienia stanowi przybliżony opis współzależności mających miejsce w rozpatrywanym zagadnieniu i stanowi obraz badanej rzeczywistości. Potwierdza to fakt, że: „Każda teoria cyklu określa inny dobór i interpretację zdarzeń historycznych, co nadaje wielkie znaczenie wcześniejszemu ustaleniu, za pomocą procedur metodologicznych innych niż pozytywistyczne, prawomocnych teorii umożliwiających trafną interpretację rzeczywistości. Nie istnieje, zatem żadne niezбите świadectwo historyczne, tym bardziej zaś świadectwo zdolne wykazać, że jakaś teoria jest poprawna lub nie. Powinniśmy być więc bardzo ostrożni i pokorni w naszych nadziejach na empiryczne potwierdzenie teorii. Musimy się, co najwyżej zadowolić rozwijaniem spójnej logicznie teorii możliwie wolnej od błędów łańcuchu argumentów logicznych i opartej na podstawowych zasadach ludzkiego działania. Dysponując taką teorią, możemy sprawdzić, czy dobrze pasuje ona do zdarzeń historycznych i pozwala interpretować rzeczywiste przypadki w sposób ogólniejszy, bardziej wyważony i poprawny niż inne, alternatywne teorie” [Huerta de Soto, 2009].

W niniejszym artykule przedstawiono analizę rozwoju gospodarczego. W tym celu wyznaczono wielorównaniowy model BEKK, pozwalający opisać zmieniające się w czasie warunkowe współczynniki korelacji pomiędzy szeregami czasowymi oraz zależności pomiędzy wariancją warunkową jednego procesu a opóźnionymi wariancjami warunkowymi innych badanych procesów. Posłużono się wielowymiarowym szeregiem czasowym dotyczącym długiego okresu. Długi okres jest niezbędny w celu empirycznego potwierdzenia przyczynowości [Osińska, 2008] w zależnościach między kategoriami ekonomicznymi. W celu zdefiniowania skutków takich zachowań wykorzystano do analizy rozwoju gospodarczego teorię przyczynowości. Można zastosować dwa podejścia do testowania przyczynowości dla wariancji, to znaczy podejście dwustopniowe, polegające na wykorzystaniu jednorównaniowych modeli GARCH. Wówczas stosuje się test Cheunga i Ng. Drugie podejście polega na zastosowaniu wielorównaniowego modelu GARCH. Wspomniane testy w głównej mierze koncentrują się na koncepcji Grangera, którą należy rozumieć w kontekście korelacji między badanymi procesami ekonomicznymi. Jednak rozpatrywane testy nie wykrywają siły sprawczej, co najwyżej weryfikują następstwo zdarzeń. Zastosowanie modelu BEKK oraz ocena przyczynowości w rozwoju gospodarczym Polski i państw Unii Europejskiej dały możliwość uzyskania informacji o rozwoju gospodarczym rozpatrywanych krajów.

1. Dane empiryczne

W celu przedstawienia analiz porównawczych dynamiki rozwoju gospodarczego wybranych państw Unii Europejskiej (Polska, Francja, Wielka Brytania, Belgia, Holandia) przygotowano dane empiryczne, korzystając z danych publikowanych przez GUS, narodowe roczniki statystyczne i roczniki OECD. Jako okres analizy przyjęto lata od roku 1958 do roku 2006. Dane o rocznym poziomie PKB w rozpatrywanych krajach sprowadzono do poziomów porównywalnych, w różnych okresach, stosując odpowiednie współczynniki wyrównania. Wyznaczono wskaźniki rozwoju gospodarczego, przyjmując je jako iloraz produktu krajowego brutto do liczby ludności w danym kraju. Wartości wskaźnika przedstawiono w tabeli 1. Wskaźnik ten stanowi podstawową determinantę zmian w rozwoju gospodarek i zarazem czynnik kształtujący wahania koniunkturalne. PKB [Hellwig, 1997] stanowi w pewnym ujęciu syntetyczną charakterystykę sytuacji ekonomicznej kraju. Jego wartość i zmienność są uzależnione od wielu czynników stanowiących o rozwoju gospodarczym w rozpatrywanym kraju. Odniesiony do ilości ludności stanowi podstawową miarę poziomu koniunkt-

tury gospodarczej w kraju, ponadto jest najbardziej cenionym wskaźnikiem ekonomicznym, ponieważ jest najszerszym, najbardziej wszechstronnym z dostępnych miar ogólnej sytuacji gospodarczej kraju [Yamarone, 2006]. Zgodnie z powyższym wskaźnik poziomu PKB przypadający na jednego mieszkańca kraju wyznaczono według wzoru:

$$W_k = \frac{PKB}{N} \quad (1)$$

gdzie:

N – liczba ludności kraju.

Tabela 1

Wskaźniki poziomu jednostkowego PKB Polski i krajów UE

t	lata	Polska	Francja	W.Brytania	Holandia	Belgia
1	2	3	4	5	6	7
1	1958	0,0048	0,0099	0,0420	0,0056	0,0134
2	1959	0,0049	0,0157	0,0363	0,0033	0,0135
3	1960	0,0049	0,0185	0,0405	0,0041	0,0143
4	1961	0,0050	0,0208	0,0451	0,0048	0,0180
5	1962	0,0054	0,0160	0,0501	0,0082	0,0184
6	1963	0,0054	0,0187	0,0555	0,0085	0,0190
7	1964	0,0054	0,0291	0,0614	0,0082	0,0190
8	1965	0,0055	0,0327	0,0597	0,0115	0,0190
9	1966	0,0055	0,0378	0,0598	0,0122	0,0200
10	1967	0,0053	0,0464	0,0706	0,0178	0,0222
11	1968	0,0053	0,0487	0,0734	0,0213	0,0257
12	1969	0,0054	0,0503	0,0763	0,0236	0,0284
13	1970	0,0056	0,0525	0,0809	0,0255	0,0301
14	1971	0,0063	0,0417	0,0636	0,0206	0,0325
15	1972	0,0098	0,0573	0,0938	0,0220	0,0341
16	1973	0,0100	0,0607	0,1180	0,0234	0,0363
17	1974	0,0102	0,0642	0,1273	0,0248	0,0370
18	1975	0,0103	0,0751	0,1346	0,0261	0,0374
19	1976	0,0106	0,0781	0,1386	0,0324	0,0483
20	1977	0,0106	0,0798	0,1416	0,0365	0,0532
21	1978	0,0109	0,0814	0,1443	0,0406	0,0579
22	1979	0,0111	0,0838	0,1474	0,0461	0,0681
23	1980	0,0107	0,0858	0,1535	0,0505	0,0783
24	1981	0,0107	0,0887	0,1622	0,0555	0,0866
25	1982	0,0094	0,0921	0,1644	0,0566	0,0966
26	1983	0,0135	0,0956	0,1710	0,0625	0,1068
27	1984	0,0137	0,1000	0,1833	0,0682	0,1134

cd. tabeli 1

1	2	3	4	5	6	7
28	1985	0,0140	0,1050	0,1890	0,0732	0,1205
29	1986	0,0139	0,1098	0,1949	0,0787	0,1283
30	1987	0,0143	0,1151	0,2036	0,0842	0,1287
31	1988	0,0222	0,1221	0,2257	0,0877	0,1398
32	1989	0,0198	0,1279	0,2163	0,0915	0,1483
33	1990	0,0182	0,1324	0,2400	0,0933	0,1636
34	1991	0,0189	0,1494	0,2315	0,0975	0,1922
35	1992	0,0186	0,1436	0,2420	0,1149	0,1809
36	1993	0,0189	0,1470	0,2185	0,1052	0,1878
37	1994	0,0369	0,1655	0,2486	0,1049	0,2225
38	1995	0,0380	0,1847	0,2556	0,1217	0,2342
39	1996	0,0391	0,1870	0,2705	0,1181	0,2336
40	1997	0,0403	0,1900	0,2772	0,1369	0,2370
41	1998	0,0421	0,1929	0,2838	0,1286	0,2384
42	1999	0,0430	0,1965	0,2904	0,1296	0,2368
43	2000	0,0529	0,2008	0,2918	0,1478	0,2360
44	2001	0,0683	0,2055	0,3128	0,1504	0,2346
45	2002	0,0690	0,2101	0,2883	0,1734	0,2343
46	2003	0,0809	0,2157	0,2881	0,1691	0,2345
47	2004	0,0974	0,2217	0,3052	0,1757	0,2362
48	2005	0,1090	0,2266	0,3090	0,1983	0,2390
49	2006	0,1303	0,2372	0,3156	0,2060	0,2429

Analizę poszerzono o dostępne w Rocznikach Statystycznych informacje na temat podobnych czynników, jakie przyjęto do opisu kształtowania zmienności rozwoju gospodarczego w Polsce. Dane empiryczne dotyczące zmiennych przyjętych jako kształtujące rozwój gospodarczy w Polsce są dla każdej zmiennej ściśle powiązane ze zmiennością PKB i jednocześnie rozwój PKB jest od nich uzależniony.

2. Model GARCH [Wang, 2003]

Modele GARCH służą do badania zmienności wariancji warunkowej i warunkowych kowariancji, co pozwala wykryć zjawiska szokowe i ich wpływ pozytywny lub negatywny na inne populacje. Można przeprowadzić badanie statyczne, jak i dynamiczne, czyli zbadać wpływ tempa wzrostu rozwoju w jednej populacji na tempo wzrostu w drugiej populacji. Można również wykonać analizę odwrotnej zależności po to, by ocenić wpływ zmienności rozwoju na zmienne makroekonomiczne.

Modele GARCH stanowią istotny przyczynek w zakresie badania związku między czynnikami będącymi przyczyną i skutkiem. Można wykryć i zbadać nie tylko istnienie współzależności zjawisk, ale ocenić siłę tej współzależności w aktualnej sytuacji, a oprócz tego dokonać odpowiedniej oceny siły współzależności w przyszłości. Służy do tego teoria wnioskowania o przyczynowości. W teorii przyczynowości nie ma potrzeby definiowania sposobu działania przyczyny, jej działanie może mieć charakter stochastyczny, te same przyczyny mogą powodować różne efekty, mogą wystąpić z różnym prawdopodobieństwem i z wysoce zróżnicowaną determinacją.

2.1. Model BEKK

Model BEKK został przedstawiony w 1990 r. przez badaczy Babe, Engle'a, Krafta i Kronera. Opublikowany w 1995 r. w pracy autorstwa Engle'a i Kronera i od nazwisk autorów nadano mu nazwę $BEKK(p,q,m)$ [Longbing, Yong, Jiang, eds., 2010]. Modele klasy GARCH, a w szczególności wielorównaniowy modelem BEKK [Franco, Zakoian, 2009], umożliwia wnioskowanie na podstawie warunkowych wariancji i warunkowych kowariancji odpowiednio w przypadku procesu jednowymiarowego i procesu wielowymiarowego.

Przez p oznaczono liczbę rozpatrywanych opóźnień dla wariancji w k -tej podzbiorowości, q – oznacza ilość opóźnień wariancji resztowej, jakie miały miejsce również w k -tej podzbiorowości, m to liczba podzbiorowości, w których wyjaśnia się zmienność badanego zjawiska, wówczas $k=1, \dots, m$.

Macierz A_{ik} to macierz ocen parametrów strukturalnych k modeli przy wariancjach resztowych wprowadzonych do modelu. Macierz B_{jk} to macierz ocen parametrów przy opóźnionych wariancjach całkowitych badanych zmiennych w poszczególnych podzbiorowościach.

Przez A_0 oznaczono kolumnę wyrazów wolnych w rozpatrywanych modelach.

Wymiar macierzy A_0, A_{ik}, B_{jk} pokrywa się w niniejszej analizie z ilością porównywanych krajów. Każde z równań modelu BEKK przedstawia dynamikę wariancji rozwoju gospodarczego w jednym z rozpatrywanych krajów. W stosunku do budowanych macierzy A_{ik}, B_{jk} wymaga się jedynie, by ich rzędy były równe wymiarowi tych macierzy, wówczas model BEKK będzie równoważny parametryzującemu go modelowi VECH. Równość rzędów i wymiaru tych macierzy występuje przy spełnieniu nieliniowych ograniczeń nakładanych na wyjściowe dane empiryczne. Forma przyjętych macierzy zależy od złożoności badanego zjawiska, od różnicy między wymiarem tych macierzy i ich rzędem oraz od pojawiających się ewentualnie współliniowości.

Parametryzacja modelu BEKK umożliwia m.in. opis zmieniających się w czasie warunkowych współczynników korelacji pomiędzy szeregami czasowymi, ponadto pozwala zbadać zależności pomiędzy wariancją warunkową jednego procesu a opóźnionymi wariancjami warunkowymi innych procesów [Fiszeder, 2009]. W ogólnej formie model BEKK przyjmuje postać [Wang, 2003]:

$$H_t = A_0 + \sum_{k=1}^m \sum_{i=1}^q A_{ik} \varepsilon_{t-i} \varepsilon_{t-i}^T A_{ik}^T + \sum_{k=1}^m \sum_{j=1}^p B_{jk} H_{t-j} B_{jk}^T \quad (2)$$

Ponadto dużą zaletą modelu BEKK jest fakt, że nie narzuca on z góry ograniczeń na parametry. Chcąc oszacować parametry modelu BEEK należy skonstruować pomocniczy model VECH.

2.2. Ogólna postać wielorównaniowego modelu GARCH

Postać ogólna wielorównaniowego modelu GARCH(p, q), została zaproponowana przez Engle'a i Krafra [1982]. Przez Y_t oznaczono proces wartości oczekiwanych badanego zjawiska. W rozpatrywanej analizie będzie to rozwój gospodarczy scharakteryzowany za pomocą szeregu wielowymiarowego przedstawiającego PKB w poszczególnych krajach. Przez

$$\psi_{t-1} = [Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots, Y_{t-p}] \quad (3)$$

oznaczono uwarunkowania wywierające istotny wpływ na kształtowanie się zjawiska badanego Y_t w okresie t i w okresach wcześniejszych, p to liczba opóźnień pokrywająca się z liczbą opóźnień modelu wariancji globalnej w modelu BEKK. Zarówno proces Y_t , jak i proces składowej resztowej ε_t podlegają wielowymiarowemu rozkładowi zgodnemu z rozkładem normalnym. Przy czym

$$Y_t = [Y_{1t}, Y_{2t}, \dots, Y_{mt}] \quad (4)$$

$$\varepsilon_t = [\varepsilon_{1t}, \varepsilon_{2t}, \dots, \varepsilon_{mt}] \quad (5)$$

oraz

$$Y_t | \psi_{t-1} \sim N(\mu_t, H_t) \quad (6)$$

$$\varepsilon_t | \psi_{t-1} \sim N(0, I_t) \quad (7)$$

Zmienna Y_t oraz składnik resztowy mają rozkłady zgodne z rozkładem normalnym. Zmienna endogeniczna Y_t ma rozkład normalny o wartości oczekiwanej μ_t i wariancji H_t , natomiast składnik resztowy ma rozkład zgodny z rozkładem normalnym, standaryzowanym o wartości oczekiwanej zero i wariancji jeden.

Przed przystąpieniem do konstrukcji modelu dokonujemy standaryzacji zmiennej Y_t i zmienną standaryzowaną oznaczono przez z_t , wówczas [Terasvirta, Tjøstheim, Granger, 2010]:

$$E(z_t) = 0, \quad (8)$$

$$Var(z_t) = I_m, \quad (9)$$

gdzie odpowiednio I_m jest macierzą jednostkową o wymiarach $m \times m$, gdzie m to liczba rozpatrywanych podzbiorowości (porównywanych krajów). Przez H_t oznaczono macierz wariancji warunkowych zmiennej endogenicznej Y_t :

$$H_t = \begin{bmatrix} h_{11t} & h_{12t} & \cdots & h_{1mt} \\ h_{21t} & h_{22t} & \cdots & h_{2mt} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{m1t} & h_{m2t} & \cdots & h_{mmt} \end{bmatrix}. \quad (10)$$

Przez Σ_t oznaczono macierz wariancji iloczynów-kowariancji składników resztowych badanych procesów Y_t opisujących rozwój gospodarczy w poszczególnych krajach.

$$\Sigma_t = \begin{bmatrix} Var \varepsilon_1 & cov(\varepsilon_1 \varepsilon_2) & \cdots & cov(\varepsilon_1 \varepsilon_m) \\ cov(\varepsilon_2 \varepsilon_1) & Var \varepsilon_2 & \cdots & cov(\varepsilon_2 \varepsilon_m) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ cov(\varepsilon_m \varepsilon_1) & cov(\varepsilon_m \varepsilon_2) & \cdots & Var \varepsilon_m \end{bmatrix}. \quad (11)$$

Najczęściej w badanych procesach rozwoju gospodarczego występują sytuacje, w których kowariancje $\varepsilon_i \varepsilon_j$ są bliskie zera. Wówczas iloczyny ich nie różnią się istotnie od zera, więc macierz Σ_t można przyjąć w postaci macierzy diagonalnej zawierającej wyłącznie wariancje resztowe poszczególnych porównywanych procesów rozwoju gospodarczego.

Konstrukcja wielorównaniowego modelu GARCH wymaga, by macierz H_t była macierzą dodatnio określoną dla każdej z możliwych realizacji. Warunek ten jest spełniony, ponieważ procesy są heteroskedastyczne i wykazują duże wahania rozwoju gospodarczego, czyli charakteryzują się dużymi wahaniami wariancji.

Wracając do wyjściowego szeregu czasowego Y_t [Wang, 2003], wariancja warunkowa:

$$\begin{aligned} Var(Y_t | \psi_{t-1}) &= Var_{t-1}(Y_t) = Var_{t-1}(\varepsilon_t) = \\ &= \sqrt{H_t} Var_{t-1}(z_t) (\sqrt{H_t})^T = \sqrt{H_t} I_n (\sqrt{H_t})^T = H_t \end{aligned} \quad (12)$$

Zatem macierz H_t jest macierzą warunkowych kowariancji, zarówno rozpatrywanego szeregu Y_t , jak i składnika resztowego wyznaczonego wcześniej modelu ARIMA. W celu uporządkowania i uproszczenia estymacji wielorównaniowego modelu BEKK wprowadzono uporządkowaną postać zależności macierzowych VECH. Ogólna postać reprezentacji wielorównaniowego modelu GARCH, według formuły uporządkowanej estymacyjnej VECH, jest następująca [Wang, 2003]:

$$vech(H_t) = vech(A_0) + \sum_{i=1}^q A_i vech(\varepsilon_{t-i} \varepsilon_{t-i}^T) + \sum_{j=1}^p B_j vech(H_{t-j}). \quad (13)$$

Przez A_0 oznaczony jest wektor wartości stałych w poszczególnych modelach, A_i oraz B_j to macierze kwadratowe stopnia m , gdzie m to również wymiar wektora A_0 odpowiadający liczbie porównywanych krajów. Macierze te nie muszą być symetryczne, ponieważ przyczynowość rozpatrywana w przypadku analiz gospodarek nie jest symetryczna. Wpływ gospodarki jednego kraju na gospodarkę drugiego kraju nie jest taki sam, jak w sytuacji odwrotnej. Symetryczną jest jedynie macierz H_t , jako macierz wariancji i kowariancji warunkowych.

Wektor VECH buduje się, sprowadzając do jednej kolumny elementy głównej przekątnej i elementy znajdujące się poniżej głównej przekątnej każdej z tych macierzy. Kolejność uporządkowania kolumn w tych macierzach jest dowolna, natomiast musi być w każdej jednakowa. Wektory VECH dla macierzy jednokolumnowych pokrywają się z tymi macierzami. Wektory VECH dla macierzy diagonalnych w swojej kolumnie zawierają główną przekątną macierzy. Konstrukcja modelu VECH powinna być podporządkowana postaci końcowego modelu, jakim w niniejszej analizie jest model BEKK, oznacza to, że ogólny wzorec modelu VECH buduje się, mając na uwadze wymogi, jakie stawia nam ostateczny model badanej rzeczywistości. Dla k -równaniowego modelu uwzględniającego q -opóźnień ($q=1$) wariancji resztowej i p -opóźnień ($p=1$) wariancji warunkowej h_t powyższy model przyjmuje postać:

$$H_t = \begin{bmatrix} h_{1,t} \\ h_{2,t} \\ \vdots \\ h_{m,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \alpha_{11,1} & \alpha_{12,1} & \cdots & \alpha_{1m,1} \\ \alpha_{21,1} & \alpha_{22,1} & \cdots & \alpha_{2m,1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{m1,1} & \alpha_{m2,1} & \cdots & \alpha_{mm,1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{t-1}^2 & \varepsilon_{t-1}\varepsilon_{2t-1} & \cdots & \varepsilon_{t-1}\varepsilon_{mt-1} \\ \varepsilon_{2t-1}\varepsilon_{t-1} & \varepsilon_{2t-1}^2 & \cdots & \varepsilon_{2t-1}\varepsilon_{mt-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \varepsilon_{mt-1}\varepsilon_{t-1} & \cdots & \cdots & \varepsilon_{mt-1}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_{11,1} & \alpha_{12,1} & \cdots & \alpha_{1m,1} \\ \alpha_{21,1} & \alpha_{22,1} & \cdots & \alpha_{2m,1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{m1,1} & \alpha_{m2,1} & \cdots & \alpha_{mm,1} \end{bmatrix}^T + \\ + \begin{bmatrix} \beta_{11,1} & \beta_{12,1} & \cdots & \beta_{1m,1} \\ \beta_{21,1} & \beta_{22,1} & \cdots & \beta_{2m,1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \beta_{m1,1} & \beta_{m2,1} & \cdots & \beta_{mm,1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{1,t-1} \\ h_{2,t-1} \\ \vdots \\ h_{m,t-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_{11,1} & \beta_{12,1} & \cdots & \beta_{1m,1} \\ \beta_{21,1} & \beta_{22,1} & \cdots & \beta_{2m,1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \beta_{m1,1} & \beta_{m2,1} & \cdots & \beta_{mm,1} \end{bmatrix}^T, \quad (14)$$

gdzie m to liczba rozpatrywanych populacji – porównywanych krajów.

Wykorzystując iloczyn Kronekera \otimes macierzy wektor VECH [Wang, 2003] można zapisać w poniższej postaci, uwzględniając następującą własność w przypadku trzech macierzy A, B, C :

$$vech(ABC) = [C^T \otimes A]vech(B). \quad (15)$$

Zatem model wielorównaniowy z wykorzystaniem iloczynu Kronekera przyjmuje postać:

$$vech(H_t) = (A_0 \otimes A_0)^T vech(I) + (A_i \otimes A_i)^T vech(\varepsilon_{t-1} \varepsilon_{t-1}^T) + (B_j \otimes B_j)^T vech(H_{t-1}). \quad (16)$$

Macierz wariancji i kowariancji przedstawionego w ten sposób procesu, z uwzględnieniem symboliki VECH jest wyrażona według następującej formuły [Wang, 2003]:

$$E(H_t) = [I - [(A_i \otimes A_i)^T + (B_j \otimes B_j)^T]]^{-1} vech(A_0^T \otimes A_0). \quad (17)$$

Rozpatrywany proces dla $p > 1, q > 1$ jest kowariancyjnie stacjonarny [Terasvirta, Tjøstheim, Granger, 2010], jeżeli pierwiastki charakterystyczne:

$$[I - [(A_i \otimes A_i)^T + (B_j \otimes B_j)^T]] = 0 \quad (18)$$

leżą na zewnątrz koła jednostkowego. Najczęściej nie dotyczy to modelu VECH(1,1), którego konstrukcja wymaga, aby wartości własne przedstawionego równania były mniejsze od jednościi co do modułu.

2.3. Wielowymiarowy test na występowanie efektu ARCH

S.L. Hosking [1980] przedstawił uogólnioną postać wielowymiarowego testu Ljung–Boxa. Hipotezy testowe są następujące:

H_0 : brak efektu ARCH

H_1 : występuje efekt ARCH w zjawisku.

Funkcja statystyki testowej przyjmuje postać:

$$HM(m) = T^2 \sum_{j=1}^m \frac{tr\{C^{-1}(0)C(j)[C^{-1}(0)C(j)]^T\}}{T-j}, \quad (19)$$

gdzie odpowiednio j to liczba opóźnień zmiennej Y_T określającej rozwój gospodarczy w badanym kraju w modelu ARIMA, $C(j)$ oznacza macierz kowariancji wielowymiarowego szeregu czasowego przy uwzględnieniu opóźnienia j , $C(0)$ – analogiczna macierz kowariancji bez rozpatrywanego opóźnienia. Statystyka

$HM(m)$ ma asymptotyczny rozkład χ^2 o k^2m stopniach swobody, gdzie k to liczba czynników w modelu, m liczba porównywanych krajów, czyli liczba równań w modelu wielorównaniowym BEKK. Występowanie efektu ARCH w modelu wielorównaniowym można również zweryfikować testem Ling i Li [1997]. Hipotezy testowe są sformułowane jak w poprzednim teście. Statystyka testowa jest postaci [Fiszeder, 2009]:

$$LL(m) = T \sum_{j=1}^m R^2(j), \quad (20)$$

gdzie odpowiednio:

$$R(h) = \frac{\sum_{t=h+1}^T (\varepsilon_t^T H_t^{-1} \varepsilon_t - m)(\varepsilon_{t-h}^T H_{t-h}^{-1} \varepsilon_{t-h} - m)}{\sum_{t=h+1}^T (\varepsilon_t^T H_t^{-1} \varepsilon_t - m)^2}, \quad (21)$$

to skorygowany współczynnik korelacji wielorakiej poszczególnych modeli wchodzących w skład modelu wielorównaniowego. Statystyka $LL(m)$ ma asymptotyczny rozkład χ^2 o m stopniach swobody. W przedstawionym estymatorze skorygowanego współczynnika korelacji wielorakiej wykorzystujemy transformację reszt:

$$\varepsilon_t^T H_t^{-1} \varepsilon_t. \quad (22)$$

Dla niektórych modeli może wystąpić obniżenie mocy testu ze względu na stratę informacji wynikającej z powyższej transformacji. Wówczas proponowane jest stosowanie mocniejszej wersji testu, opartej na funkcji gęstości spektralnej, zaproponowanej przez Hong i Shehadeh [Fiszeder, 2009].

3. Przyczynowość [Gatnar, 2003]

Model ekonometryczny, na podstawie którego diagnozuje się badane zjawisko lub dokonuje oszacowania prognoz, powinien być zgodny z obserwowanymi faktami oraz stanowić precyzyjny opis układu przyczyn i skutków. Założenia spełnia odpowiedni ekonometryczny model przyczynowo-skutkowy, którego oceny parametrów są istotne statystycznie, a cały model jest odzwierciedleniem istotnym badanej rzeczywistości. Na każde zjawisko ekonomiczne oddziałuje jednocześnie wiele przyczyn. Wyróżnia się oddziaływania między zmiennymi ukierunkowane w jedną stronę lub ze sprzężeniem zwrotnym.

Najnowsza tendencja badania przyczynowości [Osińska, 2008] została sformułowana przez Grangera, w myśl której w przypadku dystrybuanty warunkowej $F(Y|X)$ zmiennej Y , przy ustalonym poziomie zmiennej X , zachodzi równość:

$$F(Y_{t+k}|\Omega_t) = F(Y_{t+k}|\Omega_t \setminus X_t), \quad (23)$$

gdzie Ω_t to zbiór informacji o badanym zjawisku w okresie t , najczęściej reprezentowany przez opóźnienia zmiennych X i Y . Natomiast $\Omega_t \setminus X_t$ to zbiór wszystkich informacji o zjawisku, za wyjątkiem takich, które dostarcza zmienna X . Jeżeli równość (23) nie zachodzi, to X jest przyczyną zmiennej Y [Granger, Newbold, 1986]. Jeżeli w relacji (23) zostanie wymieniona miejscami zmienna X z Y i otrzymana równość dystrybuant będzie również spełniona, wówczas występuje sprzężenie zwrotne między procesami X i Y .

3.1. Test Grangera jednokierunkowej relacji przyczynowej dla średnich

Rozpatrywane są dwa procesy pozostające w związku przyczynowo-skutkowym. Zostanie zbadane, czy proces X jest przyczyną kształtowania wartości oczekiwanej procesu Y traktowanego jako skutek. Zakłada się, że obydwa procesy są stacjonarne w szerszym sensie. Następnie zbudowano dwa modele ARMA, będące autoregresyjnymi reprezentantami rozpatrywanych procesów. Pierwszy dotyczy wyłącznie zjawiska Y jako skutku. Drugi również wyjaśnia zmienność zjawiska, Y , ale przyczyny kształtujące zjawisko Y poszerzono o zmienną X , dodatkowe źródło przyczyn. Modele przedmiotowe mają następującą postać:

$$Y_t = \sum_{s=1}^p \alpha_s Y_{t-s} + \varepsilon_t = A(L)Y_t + \varepsilon_t, \quad (24)$$

$$Y_t = \sum_{s=1}^p \gamma_s Y_{t-s} + \sum_{s=1}^q \beta_s X_{t-s} + \eta_t = \Gamma(L)Y_t + B(L)X_t + \eta_t. \quad (25)$$

Hipoteza główna stanowi stwierdzenie, że X nie jest przyczyną kształtowania wartości oczekiwanej zmiennej Y . Wyznaczono wariancje resztowe tych modeli, odpowiednio $\sigma^2(\varepsilon_t)$ dla modelu dotyczącego zmiennej Y , $\sigma^2(\eta_t)$ dla modelu, w którym dołączono zmienną objaśniającą X wraz z jej opóźnieniem, jako przyczyny kształtowania wartości oczekiwanej zjawiska Y . Wyznaczono statystykę testu Grangera według kryterium Walda:

$$T_G = T \frac{\sigma^2(\varepsilon_t) - \sigma^2(\eta_t)}{\sigma^2(\eta_t)} \quad (26)$$

lub według kryterium ilorazu wiarygodności:

$$T_G = T \ln \left| \frac{\sigma^2(\varepsilon_t)}{\sigma^2(\eta_t)} \right|, \quad (27)$$

lub statystykę Lagrangea:

$$T_G = T \frac{\sigma^2(\varepsilon_t) - \sigma^2(\eta_t)}{\sigma^2(\varepsilon_t)}. \quad (28)$$

Przez T w formułach powyższych statystyk oznaczono liczebność próby długości rozpatrywanych szeregów czasowych, ze względu na to, że liczba obserwacji nie przekracza stu. Skorygowano T , pomniejszając długość szeregu czasowego o iloraz $\frac{k}{q}$, gdzie k to liczba wszystkich parametrów wielorównaniowego modelu, a q to liczba parametrów w rozpatrywanym modelu. Wymienione statystyki są zbieżne do rozkładu $F(q, T - k)$. Należy zwrócić uwagę na fakt, że dla $T_G < 0$ otrzymano brak podstaw do odrzucenia hipotezy H_0 , ponieważ wariancja w modelu poszerzonym jest większa od wariancji w modelu wyjściowym.

3.2. Testowanie przyczynowości w zakresie wariancji [Fiszeder, 2009]. Test Cheunga i Ng

Nawiązując do równości dystrybuant wyznaczono równanie wartości oczekiwanych dla sum wariancyjnych:

$$E\{(Y_{t+1} - \mu_{Y,t+1})^2 | X_{t-j}, Y_{t-j}\} = E\{(Y_{t+1} - \mu_{Y,t+1})^2 | Y_{t-j}\}. \quad (29)$$

Oznacza to, że suma wariancyjna zmiennej Y pod warunkiem, jakiego dostarcza informacja opóźnień X i Y , jest taka sama, jaka byłaby wyłącznie pod warunkiem zmiennej Y . Równość ta oznacza niezależność Y od X , czyli że występuje brak przyczynowości zmiennej X przy kształtowaniu się zmienności Y . Jeżeli ta równość nie jest spełniona, to zmienność wariancji X stanowi przyczynę kształtowania zmienności wariancji Y . Jeżeli dodatkowo zachodzi ta sama równość, w której dokonano zamiany rolami zmiennych X i Y , wówczas występuje sprzężenie zwrotne przyczynowości. Przyczynowość działa w obie strony, czyli jed-

nocześnie X stanowi przyczynę kształtowania wariancji Y i odwrotnie. Znając wartości oczekiwane obu zmiennych, wariancje teoretyczne i wariancje resztowe, zbudowano pomocnicze modele [Osińska, 2008]:

$$X_t = \mu_{X,t} + \sqrt{h_{X,t}} \varepsilon_t, \quad (30)$$

$$Y_t = \mu_{Y,t} + \sqrt{h_{Y,t}} \zeta_t, \quad (31)$$

gdzie odpowiednio ε_t, ζ_t to składniki resztowe modeli wariancji resztowej wchodzące w zakres wielorównaniowego modelu BEKK. W celu testowania przyczynowości w zakresie kształtowania wariancji najczęściej stosuje się metody oparte na badaniu współczynnika korelacji wzajemnej szeregów czasowych wariancji wielorównaniowego modelu GARCH i badania poziomu odpowiednich statystyk. Na podstawie autoregresyjnych modeli X_t, Y_t wyznaczono składniki resztowe, a następnie ich kwadraty, które oznaczono odpowiednio jako zmienne losowe:

$$U_t = \frac{(X_t - \mu_{X,t})^2}{h_{X,t}} = \varepsilon_t^2, \quad (32)$$

$$V_t = \frac{(Y_t - \mu_{Y,t})^2}{h_{Y,t}} = \zeta_t^2. \quad (33)$$

Wyznaczono współczynniki korelacji tych zmiennych według poniższego wzoru:

$$\rho(k) = \frac{E(U_{t-k}, V_t)}{\sqrt{E(U_{t-k}^2)E(V_t^2)}}. \quad (34)$$

Każdy z tych współczynników dotyczy oceny korelacji między resztami modeli X_t, Y_t .

Dla przedstawionego testu Cheunga i Ng wyznaczono wartość statystyki S jako sumę kwadratów współczynników determinacji wszystkich modeli wchodzących w skład wielowymiarowego modelu BEKK.

$$S = T \sum_{i=1}^m r^2(j). \quad (35)$$

Statystyka ta ma rozkład χ^2 o $m - j + 1$ stopniach swobody, j to liczba opóźnień zmiennej rozpatrywanej jako przyczyna [Osińska, 2008]. Hipoteza zerowa oznacza brak przyczynowości w kształtowaniu się wzajemnym zmiennych.

Przedstawione wyżej testy dotyczą weryfikacji hipotezy występowania zjawiska przyczynowości dla obu procesów stacjonarnych.

Jeżeli chociaż jeden z analizowanych procesów (przyczyna lub skutek) jest niestacjonarny, to należy zweryfikować stopień zintegrowania i posłużyć się modelem korekty błędem. Są to modele należące do grupy modeli ECM przedstawiające odchylenie od równowagi długookresowej. Postać tych modeli jest następująca:

$$\Delta Y_t = \beta_0 + \beta_1 \Delta X_t + \delta_1 ECM_{t-1} + \sum_{i=1}^p b_i \Delta Y_{t-i} + \sum_{i=1}^q c_i \Delta X_{t-i} + \varepsilon_{1t}, \quad (36)$$

$$\Delta X_t = \gamma_0 + \gamma_1 \Delta Y_t + \delta_2 ECM_{t-1} + \sum_{i=1}^p r_i \Delta Y_{t-i} + \sum_{i=1}^q s_i \Delta X_{t-i} + \varepsilon_{2t}, \quad (37)$$

gdzie X_t oraz Y_t to dwa szeregi, pomiędzy którymi bada się relacje przyczynowe. W przypadku gdyby parametry β_1 , γ_1 , wszystkie c_i , s_i były równocześnie równe zero, to oznaczałoby brak zaistnienia przyczynowości. Ponadto przynajmniej jeden z parametrów β_1 , γ_1 , c_i , s_i musi mieć potwierdzoną istotność testem t-Studenta. Łączne testowanie w modelu przyrostów zmiennej endogenicznej ocen parametrów przy przyrostach zmiennej zależnej pozwala stwierdzić, czy przyrosty zmiennej egzogenicznej istotnie kształtują przyrosty zmiennej endogenicznej i odwrotnie w modelu odwrotnej zależności. W przypadku gdy szeregi są skointegrowane istotną rolę w modelu ma składnik ECM_{t-1} , który przedstawia poniższy wzór:

$$ECM_{t-1} = u_{t-1} = (Y - \alpha_0 - \alpha_1 X)_{t-1} \quad (38)$$

Gdyby w modelu przyrostów jednej ze zmiennych współczynniki przy przyrostach drugiej ze zmiennych nie różniły się istotnie od zera, w zjawisku występuje sytuacja braku przyczynowości. Jeżeli rozpatrywane szeregi niestacjonarne są zintegrowane w stopniu pierwszym i jeżeli ponadto występuje skointegrowanie ich wzajemne również na poziomie rzędu pierwszego, to celowe jest zastosowanie modelu z mechanizmem korekty błędem, ponieważ $Y_t = \alpha_0 + \alpha_1 X_t$ interpretuje się jako równowagę okresową, a różnicę przedstawioną w formule ECM jako odchylenie od tej równowagi.

3.3. Wielowymiarowy test efektu ARCH

W pierwszym etapie badań zastosowano test Ljunga–Boxa w celu wykrycia występowania lub braku efektu ARCH. Badanie polegało na weryfikacji hipotez następującej postaci.

Hipoteza główna H_0 to stwierdzenie braku efektu ARCH, hipoteza alternatywna H_1 , to stwierdzenie występowania efektu ARCH.

Wyznaczona wartość statystyki $HM(m)$ dla $m = 5$ wynosi odpowiednio 1314,4466. Statystyka ta ma rozkład χ^2 o km stopniach swobody dla $k = 1$ i $m = 5$ i dla poziomu istotności $\alpha = 0,05$, wartość krytyczna statystyki χ^2 wynosi 11,0705. Wartość empiryczna $HM(5)$ jest wyższa od wartości krytycznej, co oznacza, że wartość statystyki $HM(5)$ mieści się w obszarze krytycznym. Hipotezę H_0 odrzucono na korzyść hipotezy alternatywnej H_1 , co oznacza, że rozwój gospodarczy wybranych państw Unii Europejskiej i Polski wykazuje występowanie efektu ARCH.

3.4. Modele ARIMA dla wybranych państw Unii Europejskiej

Najważniejsze współzależności rozwoju gospodarczego Polski oraz państw Unii Europejskiej zostały ujęte z wykorzystaniem przedstawionych poniżej modeli ARIMA.

Model ARIMA(1,1,1) przedstawiający rozwój jednostkowego PKB dla Polski w rozpatrywanym pięćdziesięcioleciu przyjmuje postać:

$$y_t = 0,005 + 0,966y_{t-1} - 0,664u_{t-1} + u_t \quad (39)$$

(0,005) (0,044) (0,116)

Przy nieistotnym odchyleniu standardowym zaburzeń losowych wynoszącym $\sigma = 0,0045$ oraz wartości statystyki BIC, wynoszą odpowiednio $-366,33$.

Dla Francji model przyjmuje postać modelu ARIMA(1,1,1):

$$y_t = 0,0047 + 0,5299y_{t-1} - 0,613u_{t-1} + u_t \quad (40)$$

(0,006) (0,055) (0,050)

Model ARIMA przedstawiający rozwój gospodarczy Francji charakteryzuje się odchyleniem standardowym zaburzeń losowych wynoszącym 0,0053, wartość statystyki BIC wynosi $-352,16$.

Dla Wielkiej Brytanii otrzymano jako najlepszą postać modelu ARIMA(1,1,1). Model ten przyjmuje następującą postać:

$$y_t = 0,006 + 0,551y_{t-1} + u_{t-1} + u_t \quad (41)$$

(0,0002) (0,1346) (0,068)

Wyznaczony model dla Wielkiej Brytanii charakteryzuje się odchyleniem standardowym zaburzeń losowych wynoszącym 0,0097, natomiast wartość statystyki BIC wynosi $-290,46$.

Model rozwoju gospodarczego Holandii jest postaci:

$$y_t = 0,0042 - 1,060y_{t-1} + u_{t-1} + u_t \quad (42)$$

(0,0067) (0,1293) (0,0620)

Wyznaczona wartość odchylenia standardowego zaburzeń losowych wynosi: 0,0057, wartość statystyki BIC = $-337,32$.

Model rozwoju gospodarczego Belgii przyjmuje postać:

$$y_t = 0,0048 - 0,4025y_{t-1} + 0,9999u_{t-1} + u_t \quad (43)$$

(0,0012) (0,1348) (0,0655)

Przedstawiony model rozwoju gospodarczego Belgii jest również modelem ARIMA(1,1,1), podobnie jak u pozostałych modeli istotne są wprowadzone opóźnienia wartości oczekiwanej i odchylen losowych. Dla powyższego modelu wartość odchylenia standardowego zaburzeń losowych wynosi: 0,0061, wartość statystyki BIC jest równa $-355,007$.

Dla modelu gospodarczego Polski, Francji i Wielkiej Brytanii współczynnik przy opóźnieniu pierwszego rzędu zmiennej endogenicznej jest dodatni, oznacza to, że zaszczości z okresu poprzedzającego okres badany w sposób stymulujący wpływają na rozwój gospodarczy w badanym roku. W przypadku dotyczącym gospodarki holenderskiej i belgijskiej współczynnik ten jest ujemny i stany zaszczości wpływają destymulująco na stan rozwoju w badanym roku. Oznacza to, że oczekuje się, by wartości z okresów poprzedzających okres badany były jak najniższe. Składniki losowe powyższych modeli krajów Unii Europejskiej zostaną wykorzystane do konstrukcji modelu wielorównaniowego BEKK.

4. Wielorównaniowy model BEKK

Wielorównaniowy model BEKK przedstawia powiązania w rozwoju wariacji h_{it} z wariacją h_{jt} w kraju i -tym i j -tym. Ze względu na dużą liczbę parametrów modeli w pięciorównaniowym modelu rozwoju wariacji zbudowano najpierw model pomocniczy VECH, służący oszacowaniu parametrów modelu BEKK. Model VECH zbudowano, przedstawiając powiązania między resztami modeli ARIMA i dotyczącymi gospodarek poszczególnych krajów. Reszty te mogą stanowić podstawę szacowania parametrów w modelu VECH ze względu na nieistotnie różniące się od zera odchylenia standardowe zaburzeń losowych

i statystyki BIC o wartościach zmierzających do $-\infty$. W modelu VECM każda z kolumn dotyczy kolejno wariancji składników losowych pięciu modeli i ich kowariancji, np. tworzących dolny trójkąt macierzy kowariancji. Uwzględniono w rozpatrywanym modelu pełną macierz wariancji i kowariancji składników losowych, natomiast wariancję całkowitą opóźniono o jeden okres i tylko tak otrzymane pięć szeregów czasowych opóźnionych wariancji wprowadzono do modelu. Nie wzięto pod uwagę kowariancji całkowitych, ponieważ nie różnią się one istotnie od zera. Otrzymano w ten sposób diagonalną macierz opóźnionych wariancji całkowitych rozwoju gospodarczego. Pierwszy człon modelu BEKK będzie macierzą pełną, a drugi człon macierzą diagonalną. Otrzymano w ten sposób model wielorównaniowy prosty, którego równania będą oszacowane każde z osobna. Macierz A nie jest macierzą symetryczną, ponieważ przyczynowości kształtowania rozwoju gospodarczego w odpowiednich parach krajów nie są zwrotne.

Model BEKK przyjmuje postać:

$$H_t = \begin{bmatrix} -0,104 \\ 0,224 \\ 0,451 \\ 0,334 \\ -0,877 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0,85 & 0,00 & 0,15 & 0,00 & 0,37 \\ 0,00 & 0,60 & -1,00 & 0,10 & -0,51 \\ -0,17 & 0,21 & 0,00 & -0,08 & -0,13 \\ -1,03 & 0,26 & -0,36 & -0,04 & -0,25 \\ 0,00 & 0,19 & 0,00 & 0,26 & 0,18 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{1t-1}^2 & \varepsilon_{1t-1}\varepsilon_{2t-1} & \dots & \dots & \varepsilon_{1t-1}\varepsilon_{mt-1} \\ \varepsilon_{2t-1}\varepsilon_{1t-1} & \varepsilon_{2t-1}^2 & \dots & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \varepsilon_{mt-1}^2 \\ \varepsilon_{mt-1}\varepsilon_{1t-1} & \dots & \dots & \dots & \varepsilon_{5t-1}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,85 & 0,00 & 0,15 & 0,00 & 0,37 \\ 0,00 & 0,60 & -1,00 & 0,10 & -0,51 \\ -0,17 & 0,21 & 0,00 & -0,08 & -0,13 \\ -1,03 & 0,26 & -0,36 & -0,04 & -0,25 \\ 0,00 & 0,19 & 0,00 & 0,26 & 0,18 \end{bmatrix}^T + \begin{bmatrix} 1,2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,05 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,01 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 187,7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{1t-1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & h_{2t-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & h_{3t-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & h_{4t-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & h_{5t-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1,2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,05 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,01 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 187,7 \end{bmatrix}^T. \quad (45)$$

Powyższy model stanowi źródło interpretacji dynamiki wariancji w zależności od zmian wariancji i kowariancji składnika resztowego oraz opóźnionych warunkowych wariancji całkowitych. Wielorównaniowe modele GARCH pozwalają na przeprowadzenie analizy dotyczącej zbadania przyczynowości w zakresie wzajemnego oddziaływania zmiennych na kształtowanie wartości oczekiwanej i wariancji.

4.1. Badanie jednokierunkowej relacji przyczynowości dla wartości przeciętnych poziomów rozwoju gospodarczego państw Unii Europejskiej i Polski

Analizowane szeregi czasowe dla Polski oraz wybranych państw Unii Europejskiej są niestacjonarne, są szeregami skointegrowanymi rzędu pierwszego. Dla takich szeregów wobec badania istotności przyczynowości spotykamy różne opinie ze strony badaczy [Osińska, 2008]. W związku z występującymi rozbieżnościami sformułowanymi w literaturze do weryfikacji przyczynowości w kształtowaniu się rozwoju gospodarek posłużono się również testami dla szeregów stacjonarnych i dla szeregów niestacjonarnych.

Kształtowanie się wzajemne w zakresie wartości średnich można zweryfikować stosując test Grangera dla wartości oczekiwanych procesów i wyznaczając jedną z trzech statystyk. Wartości tych statystyk przedstawiono w poniższej tabeli.

Tabela 2

Wartości statystyk

Statystyki	Francja	W. Brytania	Holandia	Belgia	
Walda	-42,6122	-44,4081633	-45,3061	-42,6122	
Ilorazowe	-2954,36	-3066,52803	-3139,74	-2949,28	
Lagrange'a	-5,5E+31	-4,3342E+31	-5,7E+31	-4,9E+31	
T	49	T-K	38	K	11
liczba parametrów	2	3	4	2	
T-K/q	43,5	45,3	46,25	43,5	
F*(q,T-k)	3,23	2,84	2,61	3,23	
	TG<F*	TG<F*	TG<F*	TG<F*	

Weryfikacji dokonano uwzględniając niezależnie wszystkie trzy statystyki. W każdym przypadku wartość statystyki testu Grangera TG jest mniejsza od wartości krytycznej rozkładu F^* , co oznacza brak podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej, tym samym należy stwierdzić, że oddziaływanie państw Unii Europejskich na poziom gospodarki Polski było na przestrzeni rozpatrywanego półwiecza nieistotne statystycznie.

4.2. Testowanie przyczynowości oddziaływania gospodarek państw Unii Europejskiej na gospodarkę polską w zakresie wariacji

W zakresie testowania istotności przyczynowości w zakresie wariacji wykorzystano test Cheunga i Ng, a wyniki analizy istotności współzależności przedstawiono w poniższej tabeli.

Tabela 3

Wyniki testu Cheunga i Ng

	Francja	W. Brytania	Holandia	Belgia	ChN
r	0,0185	0,0165	0,0159	0,0115	
r ²	0,0003	0,0003	0,0003	0,0001	0,0470
χ^2 (4)	9,488				
ChN < χ^2 (4)					
H_0	Brak przyczynowości				
H_1	Ma miejsce przyczynowość				

W pierwszym wierszu tabeli przedstawiono współczynniki korelacji wariacji rozwoju gospodarczego Polski oraz analizowanych państw Unii Europejskiej. Widać, że wartości każdego z tych współczynników nie przekraczają wartości 0,02. Oznacza to, że w zakresie zmienności rozwoju gospodarczego Polski i państw Unii Europejskich nie było żadnych współzależności. W drugim wierszu tabeli przedstawiono współczynniki determinacji jako kwadraty współczynników korelacji i na ich podstawie wyznaczono wartość statystyki testowej Cheunga i Ng, wynoszącą 0,047. Wartość tej statystyki jest mniejsza od wartości krytycznej χ^2 z czterema stopniami swobody wynoszącej 9,488. Oznacza to brak podstaw do odrzucenia hipotezy H_0 głoszącej brak przyczynowości w kształtowaniu się wzajemnym w zakresie wariacji gospodarek Polski i wybranych państw Unii Europejskich.

4.3. Testowanie przyczynowości w sensie Grangera w przypadku kointegracji procesów

Szeregi liczbowe dotyczące dynamiki PKB w Polsce i w wybranych krajach Unii Europejskiej przedstawiają niestacjonarne procesy stochastyczne, skointegrowane na poziomie rzędu pierwszego. W analizie niniejszej zweryfikowano ich niestacjonarność posługując się testem KPSS. Następnie przeprowadzono badanie kointegracji zmiennych i wykorzystano w tym celu test Johansena, z ograniczonym wyrazem wolnym modelu, potwierdzając tym samym kointegrację zmiennych charakteryzujących rozwój gospodarczy w Polsce i wybranych krajach Unii Europejskiej rzędu pierwszego. Dla szeregów czasowych charakteryzujących rozwój gospodarczy Polski i wybranych krajów Unii Europejskiej w celu zweryfikowania występowania zależności przyczynowych w sensie Grangera zbudowano modele ECM dla Polski z każdym z rozpatrywanych państw. Dla Polski oraz Francji otrzymano następujące postacie modeli:

$$\Delta X_t = 0,0012 + 0,3371\Delta Y_{t-1} + 0,1211ECM_{t-1} + u_{1t}, \quad (46)$$

(0,0010) (0,1398) (0,0574)

$$\Delta Y_t = 0,0039 + 0,3330\Delta X_{t-1} + 1,0000ECM_{t-1} + u_{2t}. \quad (47)$$

(2,31E-19) (3,8E-17) (4,7E-17)

Przez X_t oznaczono szereg czasowy rozwoju gospodarczego Polski, przez Y_t szereg czasowy rozwoju gospodarczego Francji.

Widać, że opóźnienia zmiennych egzogenicznych istotnie zostały wprowadzone do modeli, podobnie ważne miejsce w tych modelach ma składnik ECM

reprezentujący relację stanu równowagi długookresowej i nazywany mechanizmem korygowania błędem. Istotne wprowadzenie przyrostów egzogenicznych do modeli potwierdza istotną rolę i istotne miejsce przyczynowości w kształtowaniu się wzajemnych gospodarek wybranych krajów. Jednak niskie wartości bezwzględne ocen parametrów wskazują na bardzo słaby poziom wpływu gospodarek jednych państw na drugie.

Następnie dla Polski oraz Belgii wyznaczono modele:

$$\Delta X_t = 0,0019 + 0,2821\Delta Z_{t-1} + 0,1097ECM_{t-1} + u_{1t}, \quad (48)$$

(0,0090) (0,1039) (0,0509)

$$\Delta Z_t = 0,0035 + 0,3936\Delta X_{t-1} - 0,2011ECM_{t-1} + u_{2t}. \quad (49)$$

(0,0011) (0,1964) (0,0722)

Istotność i słuszność wprowadzonych postaci modeli została potwierdzona testem t-Studenta; p-wartość dla statystyki t-Studenta w obydwu przypadkach nie przekracza wartości 0,05, co oznacza, że występuje przyczynowość w sensie Grangera w zakresie wpływu jednej z gospodarek na drugą i odwrotnie. Dla pozostałych par krajów wyznaczono odpowiednio modele dla Polski i Wielkiej Brytanii:

$$\Delta X_t = 0,0019 + 0,1565\Delta W_{t-1} + 0,1529ECM_{t-1} + u_{1t}, \quad (50)$$

(0,0008) (0,0632) (0,0456)

$$\Delta W_t = 0,0034 + 0,8037\Delta X_{t-1} - 0,1348ECM_{t-1} + u_{2t}. \quad (51)$$

(0,0018) (0,3048) (0,0110)

oraz dla Polski i Holandii:

$$\Delta X_t = 0,0023 + 0,0950\Delta H_{t-1} + 0,0646ECM_{t-1} + u_{1t}, \quad (52)$$

(0,0010) (0,0120) (0,00073)

$$\Delta H_t = 0,0039 + 0,1455\Delta X_{t-1} - 0,1033ECM_{t-1} + u_{2t}. \quad (53)$$

(0,0110) (0,0183) (0,0190)

Widać, że dla każdej z rozpatrywanych par przedstawionych modeli oceny parametru przy ECM są istotnie różne od zera. Podobnie istotnie różne od zera są oceny przy parametrach opóźnień przyrostów drugiej z badanych zmiennych w modelu. Oznacza to, że dla każdej pary modeli występuje przyczynowość, a zależność, jaka odpowiada określonym sytuacjom, działa na zasadzie sprzężenia zwrotnego.

Podsumowanie

W niniejszej pracy dokonano porównania rozwoju gospodarczego Polski z wybranymi krajami Unii Europejskiej. W związku z wykazaniem istotnego występowania efektu ARCH w rozwoju gospodarczym Polski i państw Unii Europejskiej, w celu przedstawienia dynamiki rozwoju gospodarczego, zbudowano model BEKK, za pomocą którego opracowano dynamikę wariancji.

Testowanie przyczynowości na podstawie testów dla szeregów stacjonarnych zakończyło się wnioskiem o braku przyczynowości w rozwoju gospodarczym państw Unii Europejskiej. Testowanie przyczynowości z wykorzystaniem modeli ECM pozwoliło natomiast stwierdzić przyczynowość. Wniosek ten osiągnięto wykorzystując testy dla szeregów niestacjonarnych, oceny wzajemnego oddziaływania gospodarek Polski i państw Unii Europejskiej na siebie są istotne, ale wskazują na mało znaczący wpływ jednej gospodarki na drugą.

Literatura

- Engle R.F., Kraft D. (1982): Autoregressive Conditional Heteroskedasticity in Multiple Time Series Models. Discussion Paper, University of California, San Diego.
- Fiszeder P. (2009): Modele klasy GARCH w empirycznych badaniach finansowych. Wydawnictwo Uniwersytetu Mikołaja Kopernika, Toruń.
- Franco Ch., Zakoian J.M. (2009): GARCH Models. Structure, Statistical Inference and Financial Applications. NY.
- Gatnar E. (2003): Statystyczne modele struktury przyczynowej zjawisk ekonomicznych. Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej, Katowice.
- Hellwig Z. (1997): Ekspansja gospodarcza Polski końca XX wieku. Wydawnictwo Wyższej Szkoły Bankowej, Poznań.
- Hosking J. (1980): The Multivariate Portmanteau Statistic. "Journal of American Statistical Association".
- Huerta de Soto J. (2009): Pieniądz, kredyt bankowy i cykle koniunkturalne. Instytut Ludwika von Misesa, Warszawa.
- Ling S., Li W. (1997): Diagnostic Checking of Nonlinear Multivariate Time Series with Multivariate ARCH Errors. "Journal of Time Series Analysis" 18.
- Longbing C., Yong F., Jiang Z. (eds.) (2010): Advanced Data Mining and Applications 6th International Conference. ADMA 2010 Chongqing, China, November 2010, Proceedings, Part II. Springer Verlag, Berlin-Heidelberg.
- Osińska M. (2008): Ekonometryczna analiza zależności przyczynowych. Wydawnictwo Uniwersytetu Mikołaja Kopernika, Toruń.

Terasvirta T., Tjøstheim D., Granger C.W.J. (2010): Modeling Nonlinear Economic Time Series. Oxford University, Oxford.

Wang P. (2003): Financial Econometrics. Methods and Models. Routledge Chapman&Hall, London.

Yamarone R. (2006): Wskaźniki ekonomiczne: przewodnik dla inwestora. Wydawnictwo Helion, Gliwice.

CAUSALITY ANALYSIS OF THE POLISH ECONOMIC DEVELOPMENT AND SELECTED EUROPEAN UNION COUNTRIES

Summary

The study examines the development of the Polish economy as well as the economies of selected European Union countries in the period from 1949 to 2006. Models based on GDP growth in particular countries were also built. Much space is devoted to a comparative analysis of the development of economies in the countries concerned.

A BEKK multivariate GARCH model was built, which allowed for defining a multivariate ARCH effects. Much space is devoted to the theory of the construction of the VECH secondary model and its estimation method. The causality of the impact that economies exert on one another was examined and the occurrence of the multivariate ARCH effect was verified by means of Hosking test.