

Magdalena Chmieleńska
Grzegorz Kończak

Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach

WYKRYWANIE ZMIAN STRUKTURY KOSZTÓW KONTROLI JAKOŚCI Z WYKORZYSTANIEM TESTÓW PERMUTACYJNYCH

Wprowadzenie

Metody statystycznej kontroli jakości są wykorzystywane powszechnie w przedsiębiorstwach do monitorowania jakości produkowanych elementów. Metody te pozwalają na weryfikację poziomu jakości wytwarzanych elementów na każdym etapie produkcji, począwszy od jej planowania, przez kontrolę prawidłowości funkcjonowania procesu produkcyjnego, na kontroli jakości wyrobów gotowych kończąc.

Statystyczne monitorowanie procesu wytwórczego umożliwia karta kontrolna. Dostarcza ona informacji o przebiegu procesu produkcyjnego oraz przyczynia się do podnoszenia jakości produkcji. Charakteryzuje ją prostota konstrukcji i wydajność. Konstrukcja klasycznej karty kontrolnej opiera się na założeniu, iż monitorowana zmienna diagnostyczna ma rozkład normalny z wartością oczekiwaną μ i odchyleniem standardowym σ . Zakłada się również niezależność pomiarów w kolejnych okresach czasowych. Karta kontrolna jest swoistym wykresem służącym do rejestracji wyników bieżącej kontroli jakości produkowanych wyrobów, zawiera ona linię centralną, linie kontrolne oraz linie ostrzegawcze.

Kontrola odbiorcza zwykle odbywa się na podstawie planów odbiorczych, które są procedurą rozstrzygnięcia na podstawie próby losowo pobranej z większej partii o jej jakości. Jako metoda *off-line* statystycznej kontroli jakości, procedura ta znajduje zastosowanie w chwili, gdy produkcja danej partii zostanie zakończona. Badań odbiorczych dokonuje się właśnie w tym momencie, gdyż mają one na celu ochronę odbiorcy przed przyjmowaniem wyrobów niespełniających deklarowanego poziomu jakości (Iwasiewicz, Paszek, 1992).

Zapewnienie pożądanego poziomu jakości produkowanym wyrobom wymaga ponoszenia nakładów finansowych. Wspomniane powyżej metody koncentrują się wyłącznie na jakości produktu, a nie odnoszą się do kosztów jakości. Problematyka dotycząca kosztów związanych z kontrolą jakości jest nieco rzadziej poruszana w literaturze, a przedstawiane procedury zwykle koncentrują się na optymalizacji ogólnego kosztu kontroli jakości, przy zadanym poziomie jakości. Kontrola kosztów jakości nie może się jednak ograniczać wyłącznie do ujęcia wartościowego. Ważne jest poznanie struktury kosztów i monitorowanie występujących ewentualnych zmian tej struktury, która w szczególności musi uwzględniać różne zadania oraz wyróżnione rodzaje kosztów. Do realizacji takich zadań niezbędne jest wielowymiarowe ujęcie struktury kosztów i analizowanie zmian takiej struktury w czasie. Potrzebę prowadzenia dogłębnej analizy kosztów jakości akcentuje wielu autorów. E. Konarzewska-Gubała (2003) podkreśla, że koszty jakości nie różnią się od innych kosztów i dlatego mogą być tak samo określone w budżecie, mierzone i analizowane.

W artykule podjęto zagadnienie monitorowania struktury kosztów jakości. Przyjęto, że koszty jakości mogą zostać przedstawione w tablicy wielowymiarowej, gdzie poszczególne wymiary są związane z wyróżnieniem różnych rodzajów kosztów kontroli jakości. Przy tym założeniu przedstawiono propozycję metody pozwalającej weryfikować hipotezę o stabilności struktury kosztów. W prezentowanej metodzie wykorzystano testy permutacyjne (Efron, Tibshirani, 1993).

1. Struktura kosztów kontroli odbiorczej – charakterystyka

Koszty związane z wykonywaniem lub zaniechaniem czynności kontrolnych, koszty naprawy i wymiany elementów wadliwych, koszty wynikające z utraty nabywców i koszty zmniejszenia renomy firmy są zaliczane do kosztów kontroli jakości. W normie ISO 9004 przyjęto podział kosztów jakości na:

- koszty wewnętrznego zapewnienia jakości (koszty operacyjne),
- koszty zewnętrznego zapewnienia jakości (Lisiecka, 1997).

A. Iwasiewicz (1999), wprowadzając klasyfikację kosztów jakości, wyróżnia koszty prewencji, koszty badań i oceny, straty na brakach wewnętrznych oraz straty na brakach zewnętrznych. Zaproponowany podział kosztów jakości jest wyczerpujący i rozłączny.

Koszty prewencji stanowią wszelkie nakłady pieniężne ponoszone w celu zapobiegania stratom na brakach w strefach produkcji, magazynowania, transportu i handlu. Koszty te powstają w sferze projektowania, zaopatrzenia i pro-

dukcji oraz obejmują koszty planowania jakości, koszty projektowania i realizacji badań rynku, koszty projektowania i realizacji procedur systemu kontroli jakości oraz koszty szkolenia pracowników.

Koszty badań i oceny obejmują wszelkie koszty wynikające z eksploatacji systemu zarządzania jakością. Ta grupa kosztów obejmuje koszty badań odbiorczych jakości surowców oraz materiałów, koszty eksploatacji systemu sterowania jakością, koszty międzyoperacyjnych oraz końcowych badań jakości i straty spowodowane niepełną sprawnością diagnostyczną i błędami kwalifikacji.

Straty na brakach wewnętrznych stanowią koszty związane z wadliwymi jednostkami wyrobu wykrytymi na terenie zakładu produkcyjnego, które nie zostały przekazane do strefy odbioru. Tę grupę kosztów stanowią wszelkie straty poniesione przy wytworzeniu i złomowaniu braków nienaprawialnych, koszty przeróbek i napraw braków naprawialnych, jak również koszty badań i oceny jakości po próbkach i naprawach.

Straty na brakach zewnętrznych obejmują z kolei wszelkie koszty, których źródłem są wadliwe jednostki produktu przekazane do strefy odbioru. Do tej grupy zalicza się straty wynikające z utraty nabywców, koszty obsługi reklamacji jakościowych, jak również koszty odszkodowań za straty poniesione przez klientów w związku z użytkowaniem reklamowanego produktu.

Z punktu widzenia prowadzonych w przedsiębiorstwie procedur kontrolnych, koszty kontroli jakości można sklasyfikować ze względu na źródło ich powstawania. Ze względu na to kryterium można wyróżnić koszty kontroli odbiorczej i koszty kontroli międzyoperacyjnej.

Koszty kontroli odbiorczej obejmują wszelkie koszty przedsiębiorstwa związane ze stosowaniem planów odbiorczych. Koszty te powstają w momencie, gdy produkcja danej partii została już zakończona. Koszty kontroli międzyoperacyjnej są związane z monitorowaniem procesu produkcyjnego. Koszty te są generowane w czasie trwania procesu produkcyjnego.

Duży wpływ na koszty związane z zapewnieniem jakości mogą mieć występujące błędy pomiarów (por. Kończak, 2007). Błędy takie będą zwykle związane z niewłaściwym zakwalifikowaniem sprawdzanych elementów. W podjętych rozważaniach błędy takie nie będą rozważane.

2. Ujęcie kosztów kontroli odbiorczej w tablicach dwuwymiarowych

Niech w strukturze kosztów będą wyróżnione dwie zmienne klasyfikujące X i Y o wyróżnionych wariantach kosztów oznaczonych odpowiednio jako x_1, x_2, \dots, x_r oraz y_1, y_2, \dots, y_c . W takim przypadku koszty zakwalifikowane od-

powiednio do kategorii i oraz j można oznaczyć przez k_{ij} ($i = 1, 2, \dots, r$ oraz $j = 1, 2, \dots, c$). Przy powyższych oznaczeniach struktura kosztów uwzględniająca dwie wyróżnione kategorie może być przedstawiona w formie tablicy dwuwymiarowej M (tabela 1).

Tabela 1

Struktura kosztów jakości dla dwóch zmiennych klasyfikujących

Zmienna X	Zmienna Y				Suma
	y_1	y_2	...	y_c	
x_1	k_{11}	k_{12}	...	k_{1c}	$k_{1\bullet}$
x_2	k_{21}	k_{22}	...	k_{2c}	$k_{2\bullet}$
...
x_r	k_{r1}	k_{r2}	...	k_{rc}	$k_{r\bullet}$
Suma	$k_{\bullet 1}$	$k_{\bullet 2}$...	$k_{\bullet c}$	k

Tabela 1 jest podobna do klasycznej tablicy wielodzielczej, jednak elementy w komórkach nie odpowiadają liczbie występujących przypadków z danej kategorii. Wielkości występujące w komórkach tablicy informują o wielkości kosztów wyróżnionych w danych kategoriach. Należy je traktować jak realizacje zmiennych losowych o ciągłych rozkładach.

Tablice struktury kosztów mogą być konstruowane dla kolejnych okresów czasowych $t = 1, 2, \dots, T$. Kolejnymi okresami czasowymi w praktyce mogą być np. kolejne dni, zmiany, miesiące. Prowadzi to w efekcie do otrzymania ciągu tablic M_1, M_2, \dots, M_T struktury kosztów.

W ogólnym przypadku może być wyróżnionych $k > 2$ zmiennych klasyfikujących koszty jakości. Będzie to w konsekwencji prowadziło do przedstawienia struktury kosztów jakości w formie tablicy k wymiarowej. W dalszej części będzie rozważany przypadek dwóch zmiennych klasyfikujących. Przedstawione metody monitorowania struktury kosztów dla tablicy dwuwymiarowej można naturalnie rozszerzyć na klasyfikację k wymiarową ($k > 2$). Tradycyjnie pierwsza i druga zmienna klasyfikująca prowadzą do wyróżnienia wierszy i kolumn, a różne wartości trzeciej zmiennej prowadzą do wyznaczenia kolejnych warstw tablicy wielowymiarowej (por. np. Agresti, 1996).

Przyjęty zapis struktury kosztów kontroli jakości prowadzi do otrzymania trójwymiarowej tablicy. Poza wierszami (np. produkty lub zadania) oraz kolumnami (kategorie rodzajów kosztów) można wyróżnić warstwy, które są identyfikowane z kolejnymi okresami czasowymi. W rozważanym przypadku występująca warstwa jest związana z czasem badania.

W procedurach kontroli jakości ważnym elementem jest monitorowanie stabilności pewnych charakterystyk (por. np. Kończak, Wywiół, 2006). Tak jest w przypadku często wykorzystywanych w praktyce kart kontrolnych. W poniższych rozważaniach będzie analizowana stabilność struktury kosztów w czasie.

3. Porównywanie struktur kosztów jakości

Niech dany będzie ciąg tablic M_t dla $t = 1, 2, \dots, T$ obrazujących struktury kosztów, gdzie tablica M_t przedstawiająca strukturę w kosztów w czasie t ma postać jak w tabeli 2.

Tabela 2

Dwuwymiarowa struktura kosztów w okresie t przedstawiona w tablicy

Zmienna X	Zmienna Y				Suma
	y_1	y_2	...	y_c	
x_1	$k_{11}^{(t)}$	$k_{12}^{(t)}$...	$k_{1c}^{(t)}$	$k_{1\bullet}^{(t)}$
x_2	$k_{21}^{(t)}$	$k_{22}^{(t)}$...	$k_{2c}^{(t)}$	$k_{2\bullet}^{(t)}$
...
x_r	$k_{r1}^{(t)}$	$k_{r2}^{(t)}$...	$k_{rc}^{(t)}$	$k_{r\bullet}^{(t)}$
Suma	$k_{\bullet 1}^{(t)}$	$k_{\bullet 2}^{(t)}$...	$k_{\bullet c}^{(t)}$	$k^{(t)}$

Dla potwierdzenia występujących zależności dla danych przedstawionych w tablicy wielozdzielczej jest zazwyczaj wykorzystywany test niezależności chi-kwadrat. Statystyka tego testu ma postać:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^c \frac{(n_{ij} - \hat{n}_{ij})^2}{\hat{n}_{ij}}, \quad (1)$$

gdzie:

n_{ij} – liczebności obserwowane,

$\hat{n}_{ij} = \frac{n_{i\bullet} \cdot n_{\bullet j}}{n}$ – liczebności oczekiwane dla $i = 1, 2, \dots, r$ oraz $j = 1, 2, \dots, c$,

$n_{i\bullet} = \sum_{j=1}^c n_{ij}$ oraz $n_{\bullet j} = \sum_{i=1}^r n_{ij}$

Statystyka (1) ma asymptotycznie rozkład chi-kwadrat o $(r - 1)(c - 1)$ stopniach swobody. W przypadku trójwymiarowej tablicy wielozdzielczej, dla wyróżnionych dwóch wariantów trzeciej zmiennej klasyfikującej, statystyka przyjmuje postać (por. Sheskin, 2004):

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^c \sum_{k=1}^2 \frac{(n_{ijk} - \hat{n}_{ijk})^2}{\hat{n}_{ijk}}, \quad (2)$$

gdzie:

n_{ijk} – liczebności obserwowane,

$\hat{n}_{ijk} = \frac{n_{i..} \cdot n_{.j.} \cdot n_{..k}}{n^2}$ – liczebności oczekiwane,

$n_{i..} = \sum_{j=1}^c \sum_{k=1}^2 n_{ijk}$, $n_{.j.} = \sum_{i=1}^r \sum_{k=1}^2 n_{ijk}$ oraz $n_{..k} = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^c n_{ijk}$.

Przy założeniu niezależności zmiennych klasyfikujących statystyka (2) ma asymptotycznie rozkład chi-kwadrat o $rc - r - c - 1 + 2$ stopniach swobody.

Do porównania struktury kosztów zostanie wykorzystana statystyka podobna w konstrukcji do (2). Biorąc pod uwagę, że trzecia zmienna klasyfikująca to czas ($t = 1, 2, \dots, T$) statystyka przyjmie postać:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^c \sum_{t=1}^T \frac{(k_{ijt} - \hat{k}_{ijt})^2}{\hat{k}_{ijt}}, \quad (3)$$

gdzie:

k_{ijt} – koszty zaliczone do kategorii i oraz j w czasie t ,

$\hat{k}_{ijt} = \frac{k_{i..} \cdot k_{.j.} \cdot k_{..t}}{k^2}$ – oczekiwane koszty w kategoriach i oraz j w czasie t ,

$k_{i..} = \sum_{j=1}^c \sum_{t=1}^T k_{ijt}$, $k_{.j.} = \sum_{i=1}^r \sum_{t=1}^T k_{ijt}$ oraz $k_{..t} = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^c k_{ijt}$.

Strukturę danych wykorzystanych do konstrukcji trójwymiarowej tablicy kosztów przedstawiono w tabeli 3.

W rozważanym przypadku, gdzie wielkości w komórkach nie są liczebnościami, nie jest znany rozkład statystyki (3). Do weryfikacji hipotezy o wpływie czasu na strukturę tablicy kosztów proponuje się wykorzystanie testu permutacyjnego (por. np. Good, 2005; Kończak, 2012).

Tabela 3

Struktura danych dla T okresów czasowych

1	2	3	4
x	y	k	t
x_1	y_1	k_{111}	1
x_1	y_2	k_{121}	1
...

cd. tabeli 3

1	2	3	4
x_1	y_e	k_{1e1}	1
x_2	y_1	k_{211}	1
...
x_k	y_1	k_{k11}	1
...
x_k	y_e	k_{ke1}	1
x_1	y_1	k_{112}	2
...
x_k	y_e	k_{ke2}	2
...
x_1	y_1	k_{11T}	T
...
x_k	y_e	k_{keT}	T

Wartość statystyki dla otrzymanych danych niech będą oznaczone przez χ_0^2 . Dla oszacowania rozkładu statystyki (3) przy założeniu, że struktura kosztów nie zmienia się w miarę upływu czasu wykonuje się N krotną ($N \geq 1000$) permutację zmiennej t (tabela 3). W efekcie otrzymuje się empiryczny rozkład statystyki (3) przy założeniu, że struktura kosztów nie ulega zmianie w czasie. Jeżeli ASL (*achieving significance level*; por. Efron, Tibshirani, 1993) jest mniejsze od przyjętego poziomu istotności α , to hipotezę o braku wpływu czasu na strukturę kosztów należy odrzucić, czyli stwierdza się wystąpienie zmiany struktury kosztów jakości.

4. Przykład empiryczny

Wykorzystane w niniejszym przykładzie dane zostały udostępnione przez pewien zakład produkcyjny prowadzący działalność na terenie województwa śląskiego. Zakład ten specjalizuje się w montażu podzespołów elektromechanicznych. Odbiorcami jego produktów i usług są czołowi producenci elektrycznych i nieelektrycznych artykułów gospodarstwa domowego, branża energetyczna i motoryzacyjna.

Udostępnione dane swoim zakresem obejmują informacje o wynikach prowadzonej kontroli odbiorczej trzech wybranych produktów w okresie od 2.01.2008 do 20.04.2009 r. Na podstawie tych informacji oszacowano koszty związane z kontrolą odbiorczą (koszty badań i oceny – KBO oraz straty wewnętrzne – SW) zakładając, iż jednostkowy koszt kontroli elementów wynosi $k_k = 5$ jednostek, a jednostkowy koszt związany z wystąpieniem elementu wy-

brakowanego wynosi $k_{bw} = 15$ jednostek. Strukturę kosztów w podziale na te trzy produkty i wyróżnionych dwóch rodzajów kosztów w sześciu kolejnych dniach przedstawia tabela 4.

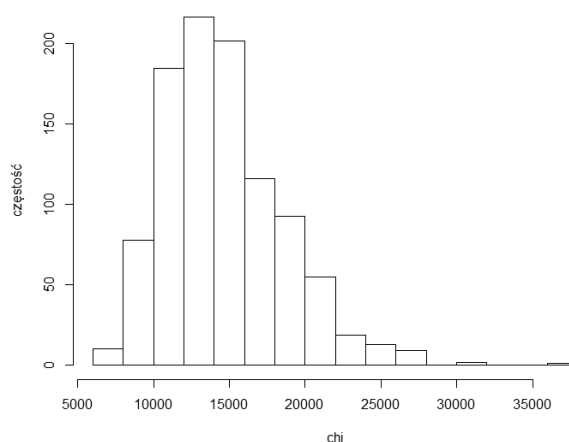
Tabela 4

Koszty (jednostka umowna) w podziale na trzy produkty (A, B, C), dla dwóch kategorii kosztów (KBO i SW) w sześciu kolejnych dniach tygodnia (z_1, z_2, \dots, z_6)

Produkt	Czas (dzień)					
	z_1		z_2		z_3	
	KBO	SW	KBO	SW	KBO	SW
A	572750	465	658450	465	693510	915
B	53285	0	53380	0	60490	0
C	810260	2640	907620	3390	964880	3270
Produkt	czas					
	z_4		z_5		z_6	
	KBO	SW	KBO	SW	KBO	SW
A	719760	630	638440	645	25110	0
B	33100	0	28680	15	0	0
C	918585	3075	787000	2385	133100	345

Przeprowadzona analiza porównawcza struktur kosztów w kolejnych okresach czasu, wykonana została zgodnie z przedstawionym powyżej schematem. Wartość statystyki χ_0^2 obliczona dla trójwymiarowej tablicy przedstawionej w tabeli 4 wynosi $\chi_0^2 = 79440$.

Konstrukcja statystyki (3) jest oparta na statystyce wykorzystywanej w teście niezależności chi-kwadrat jednak w omawianym przypadku dane zawarte w tabeli 4 nie tworzą tablicy wielodzielczej. W związku z tym nie jest znany rozkład tej statystyki przy założeniu słuszności hipotezy o braku zmian w czasie w strukturze kosztów. Dla oceny istotności wpływu dnia tygodnia na wielkość kosztów jakości przeprowadzono N -krotną ($N = 1000$) permutację zmiennej „czas” (tabela 3). W ten sposób otrzymano empiryczny rozkład statystyki (3) przy założeniu, że dzień tygodnia nie ma wpływu na wysokość kosztów jakości (rys. 1).



Rys. 1. Empiryczny rozkład statystyki (2)

W omawianym przypadku otrzymano $ASL = 0,000$. Wartość ta wskazuje, iż należy odrzucić hipotezę o braku wpływu czasu na strukturę kosztów. Oznacza to, że w analizowanym przypadku występują zmiany struktury kosztów jakości.

Podsumowanie

Uzyskanie pożądanego poziomu jakości produkowanych wyrobów i świadczonych usług z punktu widzenia zapewnienia im rynku zbytu jest niezwykle ważnym zadaniem, przed którym stoi każde przedsiębiorstwo. Narzędzia statystycznej kontroli jakości umożliwiające weryfikację jakości na każdym etapie produkcji wymagają ponoszenia znacznych nakładów finansowych. By zarządzanie jakością było efektywne nie wystarczy monitorowanie jakości technicznej wyrobów i usług. Konieczne jest również monitorowanie kosztów związanych z zapewnieniem jakości, a w szczególności zmian zachodzących w strukturze kosztów jakości.

Struktura kosztów jakości ma wielowymiarowy charakter, co utrudnia jej poznanie i obserwacje występujących w niej ewentualnych zmian. Proponowana w artykule metoda pozwalająca weryfikować hipotezę o stabilności struktury kosztów zakłada, iż koszty jakości mogą zostać przedstawione w tablicy wielowymiarowej, gdzie poszczególne wymiary są związane z wyróżnieniem różnych rodzajów kosztów kontroli jakości. Ze względu na nieznaną rozkład statystyki w rozważaniach odwołano się do testu permutacyjnego.

Podziękowanie

Projekt został sfinansowany ze środków Narodowego Centrum Nauki przyznanych na podstawie decyzji numer DEC-2011/03/B/HS4/05630.

Literatura

- Agresti A. (1996), *An Introduction to Categorical Data Analysis*, John Wiley & Sons, New York.
- Efron B., Tibshirani R.: (1993), *An Introduction to the Bootstrap*, Chapman & Hall, New York.
- Good P. (2005), *Permutation, Parametric and Bootstrap Tests of Hypotheses*, Springer Science Business Media, New York.
- Iwasiewicz A., (1999), *Zarządzanie jakością*, WN PWN, Warszawa-Kraków.
- Iwasiewicz A., Paszek Z. (1992), *Elementy statystyki i statystycznej kontroli jakości*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej, Kraków.
- Konarzewska-Gubała E. (2003), *Koszty jakości w koncepcji TQM [w:] Zarządzanie przez jakość. Koncepcje, metody, studia przypadków*, red. Konarzewska-Gubała, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej, Wrocław.
- Kończak G. (2007), *Metody statystyczne w sterowaniu jakością produkcji*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej, Katowice.
- Kończak G. (2012), *Wprowadzenie do symulacji komputerowych*, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego, Katowice.
- Kończak G., Wywiół J. (2006), *Testing Hypothesis on Stability of Expected Value and Variance*, „Badania Operacyjne i Decyzje”, Vol. 1, s. 73-83.
- Lisiecka K. (1997), *Rachunek kosztów jakości sposobem obniżenia kosztów własnych wytworzenia*, „Problemy Jakości”, nr 2.
- Sheskin D.J. (2004), *Handbook of Parametric and Nonparametric Statistical Procedures*, Chapman & Hall–CRC, Boca Raton.

ON THE CHANGES IN THE COST STRUCTURE DETECTION WITH THE PERMUTATION TESTS USE

Summary

The quality control aiming to provide a desired level of quality of produced products, requires bearing significant expenses. The structure of expenditure spent on quality assurance, due to its multidimensional nature, should be known and constantly monitored in order to detect the changes taking place therein. In this paper a proposal for a method to verify the hypothesis about the stability of the cost structure is presented. The method applies a statistical testing procedure based on permutations. In the presented example the real data coming from the acceptance inspection carried out in factory in Silesia have been used.