

Agnieszka K. Nowak

Anna Matuszyk

Szkoła Główna Handlowa w Warszawie

ANALIZA MOŻLIWOŚCI ZASTOSOWANIA METODY DEA W MODELACH SCORINGOWYCH*

Wprowadzenie

Minęło prawie 5 lat od wejścia w życie Nowej Umowy Kapitałowej (Bazylei II), jednak trwający globalny kryzys finansowy pokazuje, że regulacja ta nie objęła wszystkich istotnych obszarów zarządzania ryzykiem w bankach. Wybuch tego kryzysu przyczynił się do pojęcia przez Bazylejski Komitet ds. Nadzoru Bankowego prac nad nowymi rozwiązaniami w zakresie adekwatności kapitałowej, zwanyymi Bazyleą III. 27.06.2013 w Dzienniku Urzędowym Unii Europejskiej została opublikowana ostateczna wersja tzw. pakietu CRD IV/CRR w wersji polskiej, uwzględniającej propozycje zawarte w Bazylei III¹. Zmiany dotyczą przede wszystkim tych obszarów, które nie zostały objęte regulacjami Bazylei II², natomiast, w najmniejszym stopniu dotyczą ryzyka kredytowego. Racjonalne byłoby jednak, aby w ramach procesów implementacji Bazylei III, w miarę możliwości, banki dokonały także weryfikacji stosowanych rozwiązań w obszarze ryzyka kredytowego. Stąd celem niniejszego artykułu jest zbadanie, czy jest możliwa i zasadna modyfikacja jednego z narzędzi stosowanych przez banki do oceny zdolności kredytowej – modeli scoringowych za pomocą metody DEA (*Data Envelopment Analysis*), pozwalającej na prognozowanie ryzyka kredytowego. W przypadku, gdy model scoringowy z metodą DEA byłby efektywniejszy niż modele scoringowe bez DEA, banki przyczyniłoby się do poprawy jakości portfela kredytowego,

* Do opracowania referatu zostały wykorzystane autorskie fragmenty z badań statutowych: Metoda DEA na tle innych metod oceny efektywności instytucji finansowych. Raport z badań statutowych Nr KZiF/S/37/13.

¹ http://www.knf.gov.pl/ProjektCRDIV_historia.html (4.09.2013).

² M. Iwanicz-Drozdowska: *Zarządzanie finansowe bankiem*. PWE, Warszawa 2010, s. 145.

a w konsekwencji – spadku wymogu kapitałowego z tytułu ryzyka kredytowego we współczynniku wypłacalności, wyznaczanego w ramach Bazylei.

Wskazówką do przeprowadzenia tych badań stały się analizy A. Feruś, przeprowadzone w 2006 r., w których wskazano na możliwość rozszerzenia modeli scoringowych o metodę DEA³. W dobie wdrażania Bazylei II możliwość takiego ich rozszerzenia nie znalazła odzwierciedlenia w praktyce banków w Polsce. Przyczyną tego był fakt, że w tym czasie modele scoringowe nie były powszechnie stosowane. Dopiero Bazylea II przyczyniła się do ich upowszechnienia, ale banki wdrażały klasyczne rozwiązania, nie biorąc pod uwagę możliwości ich rozszerzenia. Natomiast w ramach procesu implementacji Bazylei III zasadne jest rozważenie możliwości ich rozbudowania. Dodatkowym bodźcem do powtórzenia tych badań był fakt, iż analizy A. Feruś były przeprowadzane przy wykorzystaniu danych z lat 2001-2003, kiedy to sytuacja gospodarcza i kondycja finansowa przedsiębiorstw, istotnie różniła się od obecnej. Przeprowadzono badania na danych z lat 2010-2012, podejmując próbę ponownej oceny, czy uzupełnienie modeli scoringowych o metodę DEA może prowadzić do dokładniejszego oszacowania zdolności kredytowej i ryzyka kredytowego, a tym samym – ograniczyć jego poziom. W tym celu dokonano porównania jakości modeli scoringowych rozszerzonych o metodę DEA z modelami, w których nie została ona zastosowana.

Przeprowadzone badanie zostało oparte na rozwiązaniach zaproponowanych przez A. Feruś, które spotkały się z pozytywną opinią ekspertów od metod ilościowych⁴. Ponieważ w badaniach prowadzonych w latach ubiegłych stosowano metodę DEA⁵, zaproponowano także wypracowane przez siebie rozwiązania⁶.

1. Istota metody DEA

DEA⁷ należy do grupy metod oceny efektywności, o charakterze benchmarkingowym, gdyż pozwala na porównanie efektywności badanego podmiotu do efektywności wzorcowej⁸. Wzorcowe efektywności pozwalają na skonstru-

³ A. Feruś: *Zastosowanie metody DEA do określenia poziomu ryzyka kredytowego przedsiębiorstw*. „Bank i Kredyt” 2006, lipiec, s. 44-59.

⁴ Badania A. Feruś były opiniowane przez prof. dr. hab. A. Gospodarowicza.

⁵ *Analiza efektywności banków i zakładów ubezpieczeń działających w Polsce z zastosowaniem metody DEA. Raport z badań własnych*. Nr 04/E/0053/09. Kierownik badania: M. Iwanicz-Drozdowska, autorzy: A. Matuszyk, A.K. Nowak; *Wykorzystanie metody DEA do oceny efektywności instytucji finansowych. Raport z badań własnych*. Nr 04/E/0053/10. Kierownik badania: M. Iwanicz-Drozdowska, autorzy: A. Matuszyk, A.K. Nowak.

⁶ Zostaną one zaprezentowane w części opisowej badań.

⁷ Inne spotykane nazwy metody DEA to: analiza obwiedni danych czy analiza brzegowa.

⁸ J. Andruszkiewicz, K. Hajdrowski: *Benchmarking*. Energetyka Poznańska SA. www.ptpiree.com.pl/html/k_s_dys/bench.html (8.02.2012).

owanie krzywej efektywności (benchmark)⁹ i zbadanie, które podmioty krzywej tej nie osiągają¹⁰. Nieefektywność techniczna zwiększa się proporcjonalnie do odległości od wyznaczonej krzywej, przyjmując wartość z przedziału [0,1); podmioty efektywne osiągają wartość 1.

Za miarę efektywności względnej (oznaczanej ET lub θ) przyjmuje się relację, opracowaną przez Farella¹¹

$$ET_p = \theta = \frac{\sum u_j Y_j}{\sum v_i X_i} \quad (1)$$

gdzie:

p – numer badanego podmiotu, gdzie $p = 1 \dots n$,

Y – efekty,

X – nakłady,

u_j – waga dla j -tego efektu Y ,

v_i – waga dla i -tego nakładu X .

Za pomocą modelu DEA, w którym zmiennymi decyzyjnymi są wagi, wykorzystując programowanie liniowe, dla badanego podmiotu wyznacza się tzw. wskaźnik efektywności DMU (*Decision-Making Unit*), z przedziału [0,1]¹². Model pozwala określić zbiór najbardziej efektywnych podmiotów, z przypisanymi do nich optymalnymi wielkościami wag (u_j, v_i). Wagi pokazują „istotność” poszczególnych nakładów i efektów, co w praktyce jest ważną informacją dla analityka¹³.

W zależności od wyboru orientacji budowanego modelu, tzn. czy badana efektywność ma być nakierowana na nakłady czy też na efekty, miarę ET można przekształcić do postaci liniowej za pomocą dwóch modeli¹⁴, zgodnie z rozwiązaniami zaproponowanymi przez¹⁵:

⁹ R. Rogowski: *Analiza i ocena działalności banków z wykorzystaniem metody DEA*. „Bank i Kredyt” 1996, nr 9.

¹⁰ S. Heffernan: *Nowoczesna bankowość*. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2007, s. 594.

¹¹ J. Baran, M. Pietrzak: *Analiza efektywności wybranych branż polskiego agrobiznesu bazująca na metodzie DEA*. SGGW, Warszawa. http://www.seria.home.pl/2007_zeszyt3/3_baran.pdf (8.02.2012).

¹² S. Heffernan: Op. cit., s. 595.

¹³ A. Domagała: *Metoda Data Envelopment Analysis jako narzędzie badania względnej efektywności technicznej*. „Badania operacyjne i decyzje” 2007, nr 3-4. Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej.

¹⁴ Modele CCR oraz BCC są najbardziej popularnymi modelami. Znane są także inne, np. SBM, CEM, MM, SE-DEA, NR – DEA, CEP, które nie zakładają orientacji na nakłady czy wyniki. A. Domagała: Op. cit.; B. Guzik: *Podstawowe możliwości analityczne modelu CCR-DEA*. „Badania Operacyjne i Decyzje” 2009, nr 1. Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej.

¹⁵ A. Kagan: *Rentowność kapitału własnego a efektywność techniczna oraz skala produkcji*. Stowarzyszenie Ekonomistów Rolnictwa i Agrobiznesu, Roczniki Naukowe, t. X, z. 3.

1. Charnesa, Coopera i Rhodesa (model CCR) – model zorientowany na nakłady; ma na celu minimalizację nakładów, przy zachowaniu stałego poziomu efektów¹⁶. Podmiot jest efektywny, gdy jego miara efektywności wynosi 1 (nie można już bardziej zredukować nakładów, aby osiągnąć ten sam poziom efektów), a nieefektywny, gdy jest < 1 .

2. Bankera, Charnesa i Coopera (model BCC) – zorientowany na wyniki, czyli na maksymalizację efektów; podmiot efektywny to taki, który, przy stałym poziomie nakładów, osiąga największe efekty.

Za pomocą modelu CCR, miarę efektywności Farella można przekształcić do następującej postaci

$$P(x, y) = \min \{x \Rightarrow X\lambda, y \Leftarrow Y\lambda, \lambda \Rightarrow 0\} \quad (2)$$

gdzie:

P – miara efektywności,

x – wektor nakładów określonego przedsiębiorstwa,

X – macierz nakładów wszystkich badanych przedsiębiorstw,

y – wektor wyników określonego przedsiębiorstwa,

Y – macierz wyników wszystkich przedsiębiorstw,

λ – współczynnik kombinacji liniowej (pokazuje optymalną kombinację nakładów), zmienna decyzyjna.

W modelu BCC dodaje się dodatkowy warunek dla $e\lambda$ ¹⁷, wówczas miara efektywności przyjmuje postać

$$P(x, y) = \min \{x \Rightarrow X\lambda, y \Leftarrow Y\lambda, e\lambda = 1, \lambda \Rightarrow 0\} \quad (3)$$

gdzie:

$e\lambda$ – miara efektywności, będąca sumą współczynników kombinacji liniowej.

2. Opis przeprowadzonych badań

Zgodnie ze schematem zaproponowanym przez A. Feruś, badanie przeprowadzono w sześciu etapach (tabela 1).

¹⁶ A. Zamojska-Adamczak: *Zastosowanie metody DEA w ocenie efektywności zarządzania portfelem funduszu*. www.usfiles.us.szc.pl/getfile.php?pid=316 (8.02.2012).

¹⁷ Dzięki dodaniu powyższego warunku, model ten abstrahuje od skali produkcji. A. Kagan: Op. cit.

Tabela 1

Etapy zastosowania metody DEA w modelu scoringowym

Etap	Etapy zastosowania metody DEA w modelu scoringowym
1	Wybór próby badanych przedsiębiorstw
2	Wybór wskaźników finansowych stanowiących w metodzie DEA nakłady i efekty
3	Określenia poziomu ryzyka kredytowego badanych przedsiębiorstw za pomocą DEA
4	Aproksymacja wartości współczynników efektywności DEA za pomocą funkcji regresji liniowej
5	Zbudowanie modelu scoringowego z zastosowaniem i bez zastosowania metody DEA dla wybranej próby przedsiębiorstw
6	Porównanie wyników modelu scoringowego z zastosowaniem metody DEA oraz modelu scoringowego bez DEA

Źródło: A. Feruś: *Zastosowanie metody DEA do określenia poziomu ryzyka kredytowego przedsiębiorstw*. „Bank i Kredyt” 2006, lipiec.

Do przeprowadzenia badania i budowy modeli wykorzystano system SAS oraz Excel.

W ramach etapu pierwszego została wybrana grupa 139 przedsiębiorstw działających w Polsce, notowanych na Gieldzie Papierów Wartościowych wraz z adnotacją o wypłacalności firmy¹⁸. 104 przedsiębiorstwa były w dobrej kondycji finansowej (efektywne), pozostałe (35) – w 2012 r. było niewypłacalnych (nieefektywnych). Za przedsiębiorstwa nieefektywne zostały uznane te, w przypadku, których w 2012 r.: 1) w stosunku do nich ogłoszono upadłość, 2) wszczęto postępowanie upadłościowe bądź naprawcze¹⁹. Zgodnie z założeniami DEA, każde z analizowanych przedsiębiorstw zostało jednoznacznie zakwalifikowane do jednej z grup. Analiza została przeprowadzona zarówno dla roku, jak i dwóch lat, przed uznaniem firmy za niewypłacalną (tzn. w 2010 i 2011 r. – w porównaniu do 2012). Źródłem danych finansowych był Polski Portal Finansowy Bankier.pl²⁰.

W etapie drugim dla analizowanych przedsiębiorstw została zbudowana baza danych, zawierająca 12 wskaźników finansowych. Do badania zostało wybrane 6 wskaźników (tabela 2). Wybór 6 spośród 12 wskaźników wynikał z konieczności zapewnienia: 1) tych samych czynników, opisujących przedsiębiorstwa, 2) ich charakteru, tj. charakteru nakładowego (*input*) – wskaźniki: X4-X6 lub wyjściowego (*output*) – wskaźniki X1-X3²¹.

¹⁸ Wybór przedsiębiorstw notowanych na GPW był podyktowany faktem, iż te przedsiębiorstwa są zobligowane do publikacji swoich danych finansowych.

¹⁹ W 2012 r. wyniki finansowe nieefektywnych firm nie były notowane na portalach finansowych.

²⁰ www.bankier.pl, zakładka zawierająca analizy (8.08.2013).

²¹ A. Gospodarowicz: *Możliwości wykorzystania metody DEA do oceny ryzyka kredytowego w kontekście Nowej Umowy Kapitałowej*. W: *Przestrzenno-czasowe modelowanie i prognozowanie zjawisk gospodarczych*. Red. A. Zaliś. AE, Kraków 2004, s. 125.

Tabela 2

Wskaźniki finansowe zastosowane w badaniu

Symbol wskaźnika	Nazwa wskaźnika	Rola w modelu DEA
X1	Rentowność operacyjna (%)	Output
X2	Rentowność kapitału własnego (ROE) (%)	Output
X3	Rentowność aktywów (ROA) (%)	Output
X4	Finansowanie majątku kapitałem własnym (%)	Input
X5	Przychody netto ze sprzedaży na akcję (zł.)	Input
X6	Wartość księgowa na akcję (zł.)	Input

W literaturze przedmiotu podkreśla się, że w metodzie DEA wybór nakładów i wyników powinien zależeć od celu przeprowadzanego badania i modelu zachowań badanych podmiotów. Przeprowadzone do tej pory liczne badania pokazują, że nie ma znaczących statystycznie różnic w ocenie efektywności przeprowadzonej za pomocą różnych zestawów nakładów i wyników²².

W etapie trzecim, w celu obliczenia wartości współczynników efektywności technicznej przedsiębiorstw, wykorzystano model CCR (zorientowany na nakłady).

Zgodnie z propozycją A. Feruś, do wyznaczenia wartości współczynników efektywności (DMU) została zastosowana funkcja regresji liniowej, która posłużyła jako liniowe przybliżenie wartości DMU, bez konieczności budowy algorytmu DEA, przy każdorazowym określaniu nowego badanego przedsiębiorstwa. Pozwoliła ona na znalezienie współzależności między wyznaczonymi wartościami współczynników efektywności DEA a zdefiniowanymi nakładami i efektami.

Uzyskane wartości DMU były traktowane w funkcji regresji liniowej jako zmienna zależna Y (zmienna objaśniana), natomiast zdefiniowane nakłady i efekty – jako zmienne niezależne X_i (zmienne objaśniające). Szacowanie parametrów funkcji regresji liniowej przeprowadzono korzystając z oprogramowania SAS 9.2. Przy ocenie jakości modelu funkcji regresji liniowej – przyjęto poziom istotności $\alpha = 0,05$.

Poniżej został zapisany model regresji liniowej w formalnej postaci (wzór 1):

$$Y = B_0 + X_1 * a_1 + X_2 * a_2 + X_3 * a_3 + X_4 * a_4 + X_5 * a_5 + X_6 * a_6 \quad (4)$$

gdzie:

X_1 – rentowność operacyjna (w %),

X_2 – rentowność kapitału własnego (ROE) (w %),

X_3 – rentowność aktywów (ROA) (w %),

X_4 – finansowanie majątku kapitałem własnym (w %),

X_5 – przychody netto ze sprzedaży na akcję (w zł),

X_6 – wartość księgowa na akcję (w zł),

a_0, a_1, \dots, a_6 – parametry strukturalne modelu.

²² M. Pawłowska: *Konkurencja i efektywność na polskim rynku bankowym na tle zmian strukturalnych i technologicznych*. Materiały i Studia. NBP, Warszawa 2005, z. 192.

Kolejnym krokiem było ustalenie dla współczynnika efektywności właściwego punktu progowego. Za A. Feruś, za odpowiednią koncepcję pozwalającą na ustalenie właściwego poziomu punktu progowego, przy jednoczesnym uwzględnieniu kosztu popełnianych błędnych klasyfikacji przedsiębiorstw, jest zbadanie zależności pomiędzy kosztem błędnych klasyfikacji a wartością punktu progowego. Przy takim podejściu optymalny punkt progowy wystąpił dla minimalnego całkowitego kosztu błędnego zaklasyfikowania. Do wyznaczenia całkowitego kosztu błędnej klasyfikacji, wykorzystano poniższą formułę²³

$$TC = i(p) \times C_1 + j(p) \times C_2 \quad (5)$$

gdzie:

C_1 – wskaźnik straty dla błędów I rodzaju,

C_2 – wskaźnik straty dla błędów II rodzaju,

$i(p)$ – liczba błędów I rodzaju,

$j(p)$ – liczba błędów II rodzaju.

Zgodnie z badaniami A. Feruś przyjęto: C_1 na poziomie 0,6, a C_2 – na poziomie 0,03. Punkt progowy, na rok oraz na dwa lata przed upadłością, przyjęto na poziomie 0,4. Oznacza to, że w przypadku przedsiębiorstw, dla których współczynnik efektywności mieści się w przedziale od 0 do 0,4 to przedsiębiorstwa, które są zagrożone upadłością, natomiast przedsiębiorstwa ze współczynnikiem powyżej 0,4 – są to firmy o dobrej kondycji finansowej, dla których ryzyko upadłości jest niewielkie²⁴.

Do oceny jakości modelu funkcji regresji liniowej, za A. Feruś, zastosowano współczynnik determinacji (R^2), wyznaczony za pomocą wzoru²⁵

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2}{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2} \quad (6)$$

gdzie:

R^2 – współczynnik determinacji,

Y_i – wartość empiryczna zmiennej zależnej (objaśnianej) i-tej obserwacji,

\bar{Y} – średnia wartość zmiennej zależnej (objaśnianej) i-tej obserwacji,

\hat{Y}_i – wartość teoretyczna zmiennej zależnej (objaśnianej) i-tej obserwacji.

Wartość R^2 kształtuje się w przedziale od 0 do 1 i pokazuje, w jakim stopniu model wyjaśnia kształtowanie się zmiennej Y . Dopasowanie modelu jest tym lepsze, im R^2 jest bliżej 1. Gdy R^2 osiąga wartość 1 oznacza to, że wszystkie ob-

²³ Ibid.

²⁴ Ibid.

²⁵ A. Janc, M. Kraska: *Credit-scoring. Nowoczesna metoda oceny zdolności kredytowej*. Biblioteka Menedżera i Bankowca, Warszawa 2001, s. 72.

serwacje leżą na prostej regresji i występuje ścisła zależność pomiędzy zmienną objaśnianą Y a zmiennymi objaśniającymi X_i ; gdy R^2 jest równe 0, nie występuje liniowa zależność pomiędzy zmiennymi.

Dla realizacji założonych celów badania, w etapie 4 i 5 zostały zbudowane i porównane dwa modele, szacujące wypłacalność i niewypłacalność przedsiębiorstw, tzn. 1) model scoringowy z wykorzystaniem metody DEA oraz 2) model scoringowy bez DEA. Dzięki zastosowaniu tych samych danych dotyczących badanej grupy przedsiębiorstw możliwe było przeprowadzenie wiarygodnej analizy porównawczej. Wyniki uzyskane z obu modeli, w celu zbadania wpływu zmiennych niezależnych X na zmienną zależną Y , zostały porównane za pomocą funkcji regresji liniowej.

W badaniach A. Feruś baza badanych przedsiębiorstw została podzielona na dwie próby, tj. próbę uczącą się i próbę testową²⁶. Natomiast w niniejszych badaniach, w celu potwierdzenia wiarygodności uzyskanych wyników, przeprowadzono badania w dwóch latach obserwacji, tj. w 2010 i 2011 r., a otrzymane wyniki porównano ze stanem faktycznym, tj. wypłacalnością/niewypłacalnością analizowanych firm w 2012 r.

2.1. Model scoringowy z wykorzystaniem metody DEA

Dla 2010 r. zostały zaprezentowane: funkcja regresji liniowej (wzór 7), parametry funkcji regresji liniowej (tabela 3) oraz wyniki modelu funkcji regresji liniowej (tabela 4), reprezentujące zastosowanie modelu scoringowego i metody DEA łącznie

$$Y_{2010} = 381,83829 + X_1 * 2,31647 + X_2 * 2,75233 + X_3 * 1,04971 + X_4 * (-3,93191) + X_5 * (-0,95664) + X_6 * 0,64976 \quad (7)$$

gdzie:

X_1 – rentowność operacyjna (w %),

X_2 – rentowność kapitału własnego (ROE) (w %),

X_3 – rentowność aktywów (ROA) (w %),

X_4 – finansowanie majątku kapitałem własnym (w %),

X_5 – przychody netto ze sprzedaży na akcję (w zł),

X_6 – wartość księgową na akcję (w zł),

a_0, a_1, \dots, a_6 – parametry strukturalne modelu.

²⁶ A. Feruś: Op. cit.

Tabela 3

Parametry funkcji regresji liniowej dla modelu scoringowego z wykorzystaniem metody DEA dla 2010 r.

Zmienna	Stopnie swobody	Wartość estymatora	Błąd standardowy	Wartość t	Pr > t
Wyraz wolny	1	381,83829	43,38860	8,80	<0,0001
X ₁	1	-0,95664	0,36344	-2,63	0,0095
X ₂	1	2,31647	1,76848	1,31	0,1926
X ₃	1	2,75233	0,38752	7,10	<,0001
X ₄	1	1,04971	0,65810	1,60	0,1131
X ₅	1	0,64976	0,85364	0,76	0,4480
X ₆	1	-3,93191	0,82305	-4,78	<0,0001

Wartość parametru R² dla tego modelu wyniosła 0,437.

Tabela 4

Wyniki funkcji regresji liniowej dla modelu scoringowego z metodą DEA łącznie dla 2010 r.

Model scoring z DEA 2010 r.	Przeds. Z / Firma Z	Przeds. Z / Firma D	Przeds. D / Firma Z	Przeds. D / Firma D
Liczba przedsiębiorstw	9	26	23	81

Przeds. D – przedsiębiorstwo o dobrej kondycji finansowej (wyplacalne).

Przeds. Z – przedsiębiorstwo o złej kondycji finansowej (niewyplacalne).

Firma D – przedsiębiorstwo przewidywane przez model jako przedsiębiorstwo o dobrej kondycji finansowej (wyplacalne).

Firma Z – przedsiębiorstwo przewidziane przez model jako przedsiębiorstwo o złej kondycji finansowej (niewyplacalne).

Analogicznie 2011 r.

$$Y_{2011} = 570,52570 + (-0,54044) * X_1 + 1,91380 * X_2 * 1,82203 + X_3 * 1,91380 + X_4 * (-3,93191) + X_5 * (-0,95664) + X_6 * 0,64976 \quad (8)$$

Tabela 5

Parametry funkcji regresji liniowej dla modelu scoringowego z DEA łącznie dla 2011 r.

Zmienna	Stopnie swobody	Wartość estymatora	Błąd standardowy	Wartość t	Pr > t
Wyraz wolny	1	570,52570	62,16868	9,18	<0,0001
X ₁	1	-1,74405	0,46519	-3,75	0,0004
X ₂	1	1,82203	6,92819	0,26	0,7934
X ₃	1	1,91380	2,57252	0,74	0,4597
X ₄	1	-0,54044	1,09272	-0,49	0,6226
X ₅	1	2,73565	1,05195	2,60	0,0116
X ₆	1	-7,06336	1,25254	-5,64	<0,0001

Wartość parametru R^2 dla tego modelu wyniosła 0,3943.

Tabela 6

Wyniki funkcji regresji liniowej dla modelu scoringowy z metodą DEA łącznie dla 2011 r.

Model scoring z DEA 2011 r.	Przeds. Z / Firma Z	Przeds. Z / Firma D	Przeds. D / Firma Z	Przeds. D / Firma D
Liczba przedsiębiorstw	13	22	18	86

Z przedstawionych wyników wynika, że w zbudowanym modelu regresji liniowej dla modelu scoringowego z wykorzystaniem metody DEA – na dwa lata przed upadłością – mniej przedsiębiorstw było klasyfikowanych do właściwej grupy, tzn. przedsiębiorstw o dobrej (złej) kondycji finansowej i jednocześnie przewidywanych przez model jako firmy wypłacalne/niewypłacalne (tj. wypłacalnych 81 *versus* 9 – niewypłacalnych) niż na rok przed upadłością (tj. wypłacalnych 86 *versus* 13 – niewypłacalnych). Uzyskane wyniki mogą świadczyć o prawidłowości zbudowanego modelu.

2.2. Model scoringowy bez metody DEA

Dla modelu scoringowego bez metody DEA, dla tej samej grupy przedsiębiorstw, dla 2010 r. postać funkcji regresji liniowej (wzór 9), parametry funkcji regresji liniowej (tabela 7) oraz wyniki modelu funkcji regresji liniowej (tabela 8) zostały zaprezentowane poniżej

$$Y_{sc2010} = 570,52570 + X_1 * (-0,54044) + X_2 * 1,91380 + X_3 * 1,82203 + X_4 * (-7,06336) + X_5 * (-1,74405) + X_6 * 2,73565 \quad (9)$$

Tabela 7

Parametry funkcji regresji liniowej dla modelu scoringowego bez metody DEA w 2010 r.

Zmienna	Stopnie swobody	Wartość estymatora	Błąd standardowy	Wartość t	Pr > t
Wyraz wolny	1	0,52747	0,09225	5,72	<0,0001
X_1	1	0,00132	0,00078332	1,69	0,0941
X_2	1	-0,00104	0,00358	-0,29	0,7721
X_3	1	-0,00048347	0,00085135	-0,57	0,5711
X_4	1	0,00398	0,00146	2,73	0,0071
X_5	1	-0,00180	0,00184	-0,98	0,3280
X_6	1	0,00386	0,00175	2,21	0,0290

Wartość parametru R^2 dla tego modelu wyniosła 0,1546.

Tabela 8

Wyniki funkcji regresji liniowej dla modelu scoringowego bez metody DEA dla 2010 r.

Model scoring bez DEA 2010 r.	Przeds. Z / Firma Z	Przeds. Z / Firma D	Przeds. D / Firma Z	Przeds. D / Firma D
Liczba przedsiębiorstw	2	33	28	76

Analogicznie w 2011 r.

$$Y_{sc2011} = 0,62843 + X_1 * (-0,00016327) + X_2 * 0,00039916 + X_3 * 0,00583 + X_4 * (0,00256) + X_5 * (0,00117) + X_6 * (-0,00196) \quad (1)$$

Tabela 9

Parametry modelu regresji liniowej dla modelu scoringowego bez metody DEA dla 2011 r.

Zmienna	Stopnie swobody	Wartość estymatora	Błąd standardowy	Wartość t	Pr > t
Wyraz wolny	1	0,62843	0,08579	7,33	<0,0001
X ₁	1	0,00117	0,00067746	1,72	0,0875
X ₂	1	0,00583	0,00260	2,24	0,0267
X ₃	1	0,00039916	0,00024415	1,63	0,1045
X ₄	1	-0,00016327	0,00047991	-0,34	0,7342
X ₅	1	-0,00196	0,00169	-1,16	0,2470
X ₆	1	0,00256	0,00170	1,51	0,1329

Wartość parametru R² dla tego modelu wyniosła 0,2082.

Tabela 10

Wyniki funkcji regresji liniowej dla modelu scoringowego bez metody DEA dla 2011 r.

Model scoring bez DEA 2011 r.	Przeds. Z / Firma Z	Przeds. Z / Firma D	Przeds. D / Firma Z	Przeds. D / Firma D
Liczba przedsiębiorstw	4	31	26	78

Porównując wyniki zbudowanego modelu regresji liniowej dla modelu scoringowego bez metody DEA dla 2010 i 2011 r. widać, że tak samo jak w przypadku modelu scoringowego z metodą DEA na dwa lata przed upadłością (w 2010 r.) mniej przedsiębiorstw było klasyfikowanych do przedsiębiorstw o dobrej (złej) kondycji finansowej i jednocześnie przewidywanych przez model jako firmy wypłacalne/niewypłacalne (tj. wypłacalnych 76 *versus* 78) niż na rok przed upadłością (tj. niewypłacalnych 2 *versus* 4). Uzyskane wyniki mogą, tak jak w modelu scoring z metodą DEA, świadczyć o prawidłowości zbudowanego modelu.

Podsumowanie

Wyniki przeprowadzonego badania zarówno dla 2010 jak i 2011 r. wskazują na słabszą predykcję samych modeli scoringowych niż modeli scoringowych z zastosowaniem metody DEA, pod względem:

- 1) prawidłowej klasyfikacji klientów,
- 2) wartości współczynnika determinacji R^2 .

Na podstawie wyników zbudowanych modeli, w 2010 r., jako wypłacalne zostało zakwalifikowane w modelu scoringowym z metodą DEA – 81 przedsiębiorstw, a w scoringowym bez DEA – tylko 76, w 2011 r. odpowiednio: 86 i tylko 78. Analogicznie – w przypadku przedsiębiorstw niewypłacalnych w 2010 r. odpowiednio: 9 *versus* 2, w 2011 r. – 13 *versus* 4 (tabela 11).

Tabela 11

Porównanie wyników funkcji regresji liniowej dla: (1) modelu scoringowy z wykorzystaniem metody DEA oraz (2) modelu scoringowego dla 2010 i 2011 r.

Model	Przeds. Z / Firma Z	Przeds. Z / Firma D	Przeds. D / Firma Z	Przeds. D / Firma D
Model scoring z DEA 2010 r.	9	26	23	81
Model scoring z DEA 2011 r.	13	22	18	86
Model scoring bez DEA 2010 r.	2	33	28	76
Model scoring bez DEA 2011 r.	4	31	26	78

Zestawienie to pokazuje, że modele scoringowe, uzupełnione o metodę DEA, trafniej typują przedsiębiorstwa zarówno wypłacalne, jak i niewypłacalne niż modele scoringowe bez DEA.

Porównanie poziomu parametru R^2 , wyznaczonego dla modelu scoringowego z metodą i bez metody DEA pokazuje, że dla modelu *credit scoring* z DEA, zarówno w 2010, jak i 2011 r., poziom tego wskaźnika jest wyższy (tzn. w 2010 r. odpowiednio: 0,437 *versus* 0,155 oraz w 2011 r. 0,394 *versus* 0,21), co również świadczy o lepszej predykcji modeli scoringowych z zastosowaniem metody DEA niż modeli scoringowych bez DEA (tabela 12).

Tabela 12

Porównanie poziomu parametru R^2 w modelu regresji liniowej dla modelu scoringowego z wykorzystaniem metody DEA oraz modelu scoringowego dla 2010 i 2011 r.

Model	R^2
Model scoring z DEA 2010 r.	0,437
Model scoring z DEA 2011 r.	0,394
Model scoring bez DEA 2010 r.	0,155
Model scoring bez DEA 2011 r.	0,21

Uzyskane wyniki badania uzasadniają rekomendację dla banków dotyczącą rozważenia możliwości weryfikacji, w ramach procesu implementacji rozwiązań Bazylei III, stosowanych przez nie modeli scoringowych i ich rozszerzenie o metodę DEA. Modele scoringowe z metodą DEA lepiej odzwierciedlają faktyczną kondycję finansową przedsiębiorstw i weryfikują grupę przedsiębiorstw, w przypadku których istnieje wysokie prawdopodobieństwo wystąpienia upadłości. Za modyfikacją stosowanych przez banki modeli scoringowych przemawia także fakt, iż wyniki uzyskane w tym badaniu są tożsame z wynikami, które uzyskała A. Feruś, badając przedsiębiorstwa w latach 2001-2002, czyli w odmiennych warunkach rynkowych. Taka modyfikacja mogłaby mieć istotny wpływ na trafniejszą ocenę zdolności kredytowej potencjalnych klientów i już obsługiwanych kredytobiorców, co w przyszłości może prowadzić do podwyższenia jakości portfela kredytowego.

Bibliografia

- Analiza efektywności banków i zakładów ubezpieczeń działających w Polsce z zastosowaniem metody DEA*. Raport z badań własnych Nr 04/E/0053/09. Kierownik badania: M. Iwanicz-Drozdowska. Autorzy: A. Matuszyk, A.K. Nowak.
- Andruszkiewicz J., Hajdrowski K.: *Benchmarking*. Energetyka Poznańska SA. www.ptpree.com.pl/html/k_s_dys/bench.html
- Baran J., Pietrzak M.: *Analiza efektywności wybranych branż polskiego agrobiznesu bazująca na metodzie DEA*. SGGW, Warszawa. http://www.Seria.home.pl/2007_zeszyt3/3_baran.pdf
- Domagała A.: *Metoda Data Envelopment Analysis jako narzędzie badania względnej efektywności technicznej*. „Badania Operacyjne i Decyzje” 2007, nr 3-4. Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 2007.
- Feruś A.: *Zastosowanie metody DEA do określenia poziomu ryzyka kredytowego przedsiębiorstw*. „Bank i Kredyt” 2006, lipiec.
- Grigorian D.A., Manole V.: *Determinants of Commercial Bank Performance In Transition: An Application of Data Envelopment Analysis*. IMF Working Paper, WP/02/146, 2002.
- Guzik B.: *Podstawowe możliwości analityczne modelu CCR-DEA*. „Badania Operacyjne i Decyzje” 2009, nr 1. Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej.
- Heffernan S.: *Nowoczesna bankowość*. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2007.
- Iwanicz-Drozdowska M.: *Zarządzanie finansowe bankiem*. PWE, Warszawa 2010.
- Iwanicz-Drozdowska M.: *Metody oceny działalności banku*. Poltext, Warszawa 1999.
- Janc A., Kraska M.: *Credit-scoring. Nowoczesna metoda oceny zdolności kredytowej*. Biblioteka Menedżera i Bankowca, Warszawa 2001.

- Kagan A.: *Rentowność kapitału własnego a efektywność techniczna oraz skala produkcji*. Stowarzyszenie Ekonomistów Rolnictwa i Agrobiznesu, Roczniki Naukowe, t. X, z. 3.
- Kopczewski T.: *Badanie efektywności technologicznej i kosztowej w sektorze bankowym*. www.kopczewscy.edu.pl
- Metoda DEA na tle innych metod oceny efektywności instytucji finansowych*. Raport z badań statutowych Nr KZiF/S/37/13. Kierownik: A.K. Nowak. Autor: A. Matuszyk.
- Pawłowska M.: *Konkurencja i efektywność na polskim rynku bankowym na tle zmian strukturalnych i technologicznych*. Materiały i Studia. NBP, Warszawa 2005, z. 192.
- Pawłowska M.: *Wpływ fuzji i przejęć na efektywność w sektorze banków komercyjnych w Polsce w latach 1997-2001*. „Bank i Kredyt” 2003, nr 2.
- Przestrzenno-czasowe modelowanie i prognozowanie zjawisk gospodarczych*. Red. A. Zaliaś. AE, Kraków 2004.
- Rogowski R.: *Analiza i ocena działalności banków z wykorzystaniem metody DEA*. „Bank i Kredyt” 1996, nr 9.
- Rogowski G.: *Metody analizy i oceny działalności banku na potrzeby zarządzania strategicznego*. Wydawnictwo Wyższej Szkoły Bankowej w Poznaniu, Poznań 1998.
- Thomas L.C., Edelman D.B.: *Credit Scoring and Its Application*. Society for Industrial and Applied Mathematics. Philadelphia, 2002.
- Wykorzystanie metody DEA do oceny efektywności instytucji finansowych*. Raport z badań własnych. Nr 04/E/0053/10. Kierownik badania: M. Iwanicz-Drozdowska. Autorzy: A. Matuszyk, A.K. Nowak.
- Zamojska-Adamczak A.: *Zastosowanie metody DEA w ocenie efektywności zarządzania portfelem funduszu*. Uniwersytet Gdański. www.usfiles.us.szc.pl/getfile.php?pid=316
- Witryna internetowa Komisji Nadzoru Finansowego. <http://www.knf.gov.pl>

ANALYSIS OF THE DEA METHOD APPLICABILITY IN SCORING MODELS

Summary

A clue for the research have become analysis made by A. Feruś in 2006, In which the author points the possibility of extending classical scoring models with the DEA method, allowing to predict a credit risk. In 2006, in the era of the Basel II implementation, the possibility of such an extension was not reflected in the practice of banks in Poland. But now, as a part of the Basel III implementation, it is reasonable to consider the possibility of their expansion, for example using the DEA. The study was carried out on the basis of 139 companies operating in Poland in 2010-2011 data and a comparison with their actual condition in 2012. Survey results both for 2010 and 2011 indicate a weaker prediction of the scoring models alone than scoring models with DEA In terms of: correct customers classification and the value of a R^2 determination factor.