

**PERSPEKTYWY ROZWOJU  
GOSPODARKI REGIONALNEJ  
– ANALIZY  
EKONOMETRYCZNO-STATYSTYCZNE**

**„Studia Ekonomiczne”**

**ZESZYTY NAUKOWE  
WYDZIAŁOWE  
UNIwersYTETU EKONOMICZNEGO  
W KATOWICACH**

**PERSPEKTYWY ROZWOJU  
GOSPODARKI REGIONALNEJ  
– ANALIZY  
EKONOMETRYCZNO-STATYSTYCZNE**

**Redaktor naukowy  
Andrzej Stanisław Barczak**



**Katowice 2012**

#### **Komitet Redakcyjny**

Krystyna Lisiecka (przewodnicząca), Anna Lebda-Wyborna (sekretarz),  
Halina Henzel, Anna Kostur, Maria Michałowska, Grażyna Musiał, Irena Pyka,  
Stanisław Stanek, Stanisław Swadźba, Janusz Wywiół, Teresa Żabińska

#### **Komitet Redakcyjny Ekonomii**

Stanisław Swadźba (redaktor naczelny), Magdalena Tusińska (sekretarz),  
Teresa Kraśnicka, Maria Michałowska, Celina Olszak

#### **Rada Programowa**

Lorenzo Fattorini, Mario Glowik, Miloš Král, Bronisław Micherda,  
Zdeněk Mikoláš, Marian Noga, Gwo-Hsiu Tzeng

#### **Redaktor**

Karolina Koluch

#### **Skład**

Krzysztof Słaboń

© Copyright by Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego w Katowicach 2012

**ISBN 978-83-7246-751-5**

**ISSN 2083-8611**

Wersją pierwotną „Studiów Ekonomicznych” jest wersja papierowa

Wszelkie prawa zastrzeżone. Każda reprodukcja lub adaptacja całości  
bądź części niniejszej publikacji, niezależnie od zastosowanej  
techniki reprodukcji, wymaga pisemnej zgody Wydawcy

#### **WYDAWNICTWO UNIwersYTETU EKONOMICZNEGO W KATOWICACH**

ul. 1 Maja 50, 40-287 Katowice, tel. 32 257-76-30, fax 32 257-76-43  
www.wydawnictwo.ue.katowice.pl, e-mail: wydawnictwo@ue.katowice.pl

## **SPIS TREŚCI**

<b>WSTĘP</b> .....	7
Józef Biolik: WYKORZYSTANIE MODELU EKONOMETRYCZNEGO DO OCENY KONIUNKTURY GOSPODARKI WOJEWÓDZTWA ŚLĄSKIEGO .....	9
Summary .....	21
Zofia Mielecka-Kubień: ZASTOSOWANIE DIAGRAMU CZEKANOWSKIEGO DO BADANIA PODOBIENSTWA WYBRANYCH MIAST WOJEWÓDZTWA ŚLĄSKIEGO POD WZGLĘDEM SYTUACJI DEMOGRAFICZNEJ .....	23
Summary .....	34
Maria Jadamus-Hacura, Krystyna Melich-Iwanek: PROBLEMY MODELOWANIA I PROGNOZOWANIA RYNKU PRACY .....	35
Summary .....	59
Katarzyna Warzecha: ANALIZA PORÓWNAWCZA SYTUACJI SPOŁECZNO-GOSPODARCZEJ DUŻYCH MIAST WOJEWÓDZTWA ŚLĄSKIEGO .....	61
Summary .....	76
Tomasz Szkutnik, Mirosław Wójciak: PERSPEKTYWY WZROSTU ZATRUDNIENIA W WOJEWÓDZTWIE ŚLĄSKIM .....	77
Summary .....	96
Andrzej Wójcik: ANALIZA PRODUKTU KRAJOWEGO BRUTTO ORAZ WARTOŚCI DODANEJ BRUTTO WEDŁUG RODZAJÓW DZIAŁALNOŚCI W WOJEWÓDZTWIE ŚLĄSKIM NA TLE WOJEWÓDZTW OŚCIENNYCH .....	99
Summary .....	116
Rafał Piszczek: PROGNOZOWANIE BANKRUCTWA Z ZASTOSOWANIEM MODELU LOGITOWEGO .....	117
Summary .....	131



## WSTĘP

Gospodarka województwa śląskiego podlega stałym zmianom strukturalnym. Jest to efekt procesów dostosowawczych, które obejmują najważniejsze elementy rynków: towarów i usług, finansowo-kapitałowego oraz pracy. Efekty te w ostatnich latach są różnorodne i dlatego konieczne jest ich analizowanie, opisywanie i prognozowanie. Pozwoli to z jednej strony poznać mechanizmy zmian gospodarki Górnego Śląska, a z drugiej sformułować scenariusze rozwoju gospodarki regionu. Jednym z narzędzi syntetycznego ujęcia zmian i mechanizmów gospodarki są odpowiednie modele ekonometryczne uwzględniające sytuację na rynku pracy, a także pozwalające ocenić koniunkturę gospodarczą regionu.

Niewątpliwie jednym z ważniejszych problemów determinujących rozwój społeczno-gospodarczy są procesy demograficzne zachodzące w naszym regionie. Wykorzystując narzędzia analizy dyskryminacyjnej, przeprowadzono analizę podobieństw ze względu na sytuację demograficzną oraz społeczno-ekonomiczną największych miast województwa śląskiego.

Modelowanie i prognozowanie rynku pracy należy do najtrudniejszych, a jednocześnie najistotniejszych zadań w ramach modelowania gospodarki. Najczęściej rynek pracy jest charakteryzowany syntetycznie przez stopę bezrobocia. Ze względu na specyficzny, cykliczny rozwój stopy bezrobocia jej modelowanie nie jest zadaniem łatwym. W tych warunkach w celu znalezienia efektywnych sposobów modelowania i prognozowania rynku pracy wykorzystano procedury adaptacyjne oraz wielorównaniowy model wektorowej autoregresji VAR, a także model zgodny, który wykorzystano do modelowania zatrudnienia w wybranych sektorach gospodarki województwa śląskiego. W modelach tych oprócz składnika deterministycznego (trend, wahania sezonowe) ujęto przeciętne wynagrodzenia brutto oraz przychody ze sprzedaży netto.

Produkt krajowy brutto oraz wartość dodana brutto są istotnymi wskaźnikami mówiącymi o stanie gospodarki danego państwa czy regionu. Do zbadania zależności pomiędzy produktem krajowym brutto a wartością dodaną brutto zastosowano modele wektorowo-autoregresyjne VAR.

Do oceny koniunktury gospodarki województwa śląskiego wykorzystano równanie końcowe modelu ekonometrycznego. Analiza pierwiastków charakterystycznych równań końcowych według sektorów własności pozwala na ocenę efektywności gospodarek tych sektorów.

*Andrzej Stanisław Barczak*



## **WYKORZYSTANIE MODELU EKONOMETRYCZNEGO DO OCENY KONIUNKTURY GOSPODARKI WOJEWÓDZTWA ŚLĄSKIEGO**

---

### **1. Istota testu koniunktury gospodarczej – uwagi wstępne**

Pod pojęciem koniunktury gospodarczej rozumie się najczęściej stan aktywności gospodarczej przedsiębiorstw i dokonujące się zmiany w gospodarce. Źródłem informacji o stanie koniunktury gospodarczej są przede wszystkim dane statystyczne. Natomiast uzupełnieniem danych ilościowych są dane jakościowe uzyskane metodą testu koniunktury. Badania koniunktury gospodarczej są prowadzone na całym świecie, zarówno przez ośrodki naukowe, jak i firmy komercyjne. Instrumentarium badań jest powszechnie znane, jednak w zależności od możliwości, wiedzy i potrzeb stosuje się różne metody i różne ich kombinacje. Każda ze stosowanych metod ma swoją specyfikę, zalety, a także wady. Narzędziami wykorzystywanymi do badania koniunktury gospodarczej są: testy koniunktury, barometry koniunktury oraz modele ekonometryczne.

Metodologia badań koniunktury z wykorzystaniem testu koniunktury polega na badaniu opinii przedsiębiorców na temat bieżącej i przyszłej sytuacji kierowanych przez nich przedsiębiorstw. Testy koniunktury dotyczą takich elementów prowadzonej działalności, jak: portfel zamówień, produkcja, sytuacja finansowa, zatrudnienie, ceny, działalność inwestycyjna, napotymane bariery. Badania koniunktury gospodarczej prowadzone przez GUS uwzględniają zakres podmiotowy i przedmiotowy obowiązujący we Wspólnym Zharmonizowanym Programie Unii Europejskiej Badań Koniunktury Gospodarczej i Konsumentów. W ramach harmonizacji dąży się do objęcia badaniami tych samych obszarów gospodarki, ujednoczenia treści ankiet, a także harmonogramu prowadzenia badania. Zakres podmiotowy badania koniunktury obejmuje: przemysł, budownictwo, handel, usługi.

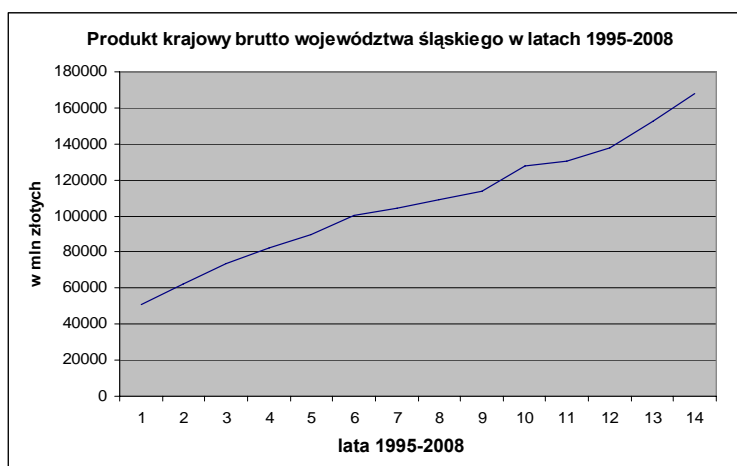
Pytania zawarte w ankietach koniunktury mają charakter jakościowy i odwołują się do subiektywnych ocen formułowanych przez respondenta na temat bieżącej lub przyszłej sytuacji. Pytania zawarte w ankiecie można podzielić na trzy grupy: pytania diagnostyczne, pytania prognostyczne oraz bariery działalności gospodarczej. Pytania diagnostyczne w większości przypadków mają dostarczyć informacji na temat sytuacji badanego podmiotu w miesiącu. Pytania prognostyczne

mają dostarczyć informacji na temat przewidywanych przez respondentów kierunków zmian danego czynnika w najbliższych trzech miesiącach.

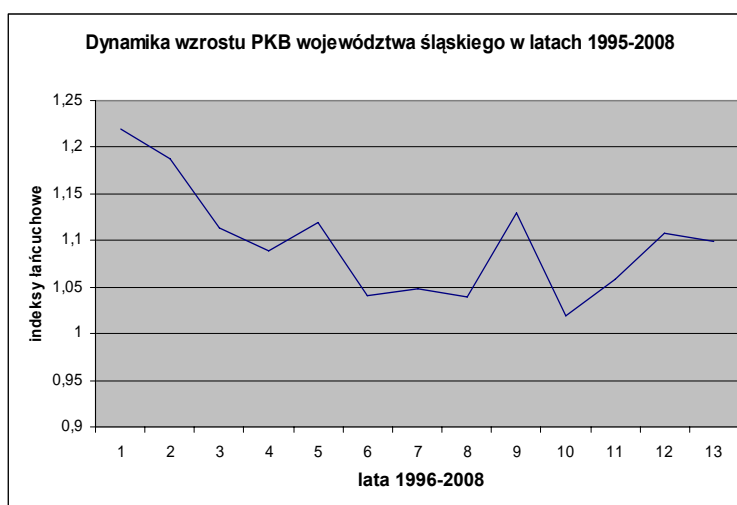
Dwa razy w roku do przedsiębiorców jest kierowana ankieta dotycząca inwestycji. Otrzymane od poszczególnych respondentów odpowiedzi na pytania zawarte w ankiecie koniunktury stanowią podstawę do obliczania zagregowanych wyników ogólnopolskich. Agregacja odbywa się odrębnie dla każdego pytania. Metodologia testu koniunktury sprawia, że wyniki badań mogą być w pewien sposób obciążone subiektywnymi odczuciami ankietowanych. Subiektywizm ocen jest szczególnie widoczny i znacząco obniża wiarygodność wskaźników koniunktury w okresach gwałtownych zmian (Peterlik, Wyżnikiewicz, 2009). GUS publikuje wyniki badań koniunktury na swojej stronie internetowej. Wyniki badań dotyczą całej gospodarki Polski. Nie ma ujęcia regionalnego, więc nie można tych badań wykorzystać do oceny koniunktury gospodarczej województwa śląskiego.

Metoda testu koniunktury jest najczęściej stosowana w badaniu produkcji przemysłowej, badaniu wskaźników makroekonomicznych, budownictwie, na rynku usług finansowych oraz w handlu. Barometrami koniunktury nazywa się odpowiednio dobrane zestawy wskaźników ilościowych oraz wyprowadzone z nich wskaźniki zbiorcze. Barometry koniunktury są więc wskaźnikami informującymi o zmianach sytuacji gospodarczej. Informacja ta może mieć zarówno charakter bieżący, jak i wyprzedzający lub też opóźniony. Metoda barometrów koniunktury jest najczęściej stosowana do diagnozowania i prognozowania wskaźników makroekonomicznych.

Jednym z globalnych i syntetycznych mierników wzrostu gospodarczego jest produkt krajowy brutto. Rysunek 1 przedstawia dynamikę wzrostu produktu krajowego brutto województwa śląskiego.



Rys. 1. Produkt krajowy brutto województwa śląskiego



Rys. 2. Indeksy łańcuchowe produktu krajowego brutto województwa śląskiego

Modelowanie ekonometryczne jest sformalizowaną metodą prognozowania koniunktury. Większość z metod ekonometrycznych wykorzystywanych do prognozowania sytuacji gospodarczej opiera się na założeniu określonych zależności i relacji historycznych pomiędzy występującymi w modelu zmiennymi. Jeżeli trendy historyczne nie zostaną w sposób znaczący zaburzone, modele cechują się zazwyczaj dobrymi własnościami predykcyjnymi. Do badania koniunktury gospodarki województwa śląskiego wykorzystano model ekonometryczny powiązań między wybranymi zmiennymi charakteryzującymi gospodarkę. W szczególności do oceny wahań koniunkturalnych zastosowano pierwiastki charakterystyczne równania końcowego. Wystąpienie pierwiastków charakterystycznych będących liczbami zespolonymi świadczy o występujących wahań koniunkturalnych.

## 2. Model ekonometryczny gospodarki województwa śląskiego

Do estymacji i analizy wykorzystano dane roczne dotyczące zmiennych charakteryzujących wybrane aspekty gospodarki województwa śląskiego pochodzące z lat 1999-2009, które są zamieszczone w Biuletynach Statystycznych Województwa Śląskiego.

Wyspecyfikowano i oszacowano trzy typy modeli:

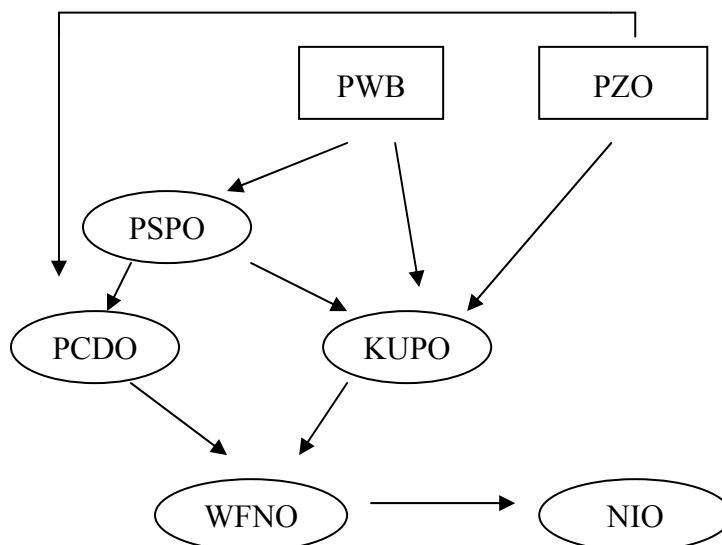
- model powiązań między zmiennymi charakteryzującymi gospodarkę województwa śląskiego w sektorze przedsiębiorstw ogółem,

- model powiązań między zmiennymi charakteryzującymi gospodarkę województwa śląskiego w sektorze przedsiębiorstw publicznych,
- model powiązań między zmiennymi charakteryzującymi gospodarkę województwa śląskiego w sektorze przedsiębiorstw prywatnych.

Zmiennym nadano oznaczenia:

- $PZO_t$  – przeciętne zatrudnienie w sektorze przedsiębiorstw ogółem w tys. osób,
- $PZSPU_t$  – przeciętne zatrudnienie w sektorze przedsiębiorstw sektor publiczny w tys. osób,
- $PZSPR_t$  – przeciętne zatrudnienie w sektorze przedsiębiorstw sektor prywatny w tys. osób,
- $PWBO_t$  – przeciętne wynagrodzenia brutto w sektorze przedsiębiorstw ogółem w złotych,
- $PWBPU_t$  – przeciętne wynagrodzenia brutto w sektorze przedsiębiorstw publicznych w złotych,
- $PWBPR_t$  – przeciętne wynagrodzenia brutto w sektorze przedsiębiorstw prywatnych w złotych
- $PSPO_t$  – produkcja sprzedana przemysłu ogółem w mln złotych,
- $PSPPU_t$  – produkcja sprzedana przemysłu sektor publiczny w mln złotych,
- $PSPPR_t$  – produkcja sprzedana przemysłu sektor prywatny w mln złotych,
- $PCDO_t$  – przychody z całokształtu działalności przedsiębiorstw ogółem w mln złotych,
- $PCDPU_t$  – przychody z całokształtu działalności przedsiębiorstw sektor publiczny w mln złotych,
- $PCDPR_t$  – przychody z całokształtu działalności przedsiębiorstw sektor prywatny w mln złotych,
- $KUPO_t$  – koszty uzyskania przychodów w sektorze przedsiębiorstw ogółem w mln złotych,
- $KUPPU_t$  – koszty uzyskania przychodów w sektorze przedsiębiorstw sektor publiczny w mln złotych,
- $KUPPR_t$  – koszty uzyskania przychodów w sektorze przedsiębiorstw prywatnych w mln złotych,
- $WFNO_t$  – wynik finansowy netto ogółem w sektorze przedsiębiorstw w mln złotych,
- $WFNPU_t$  – wynik finansowy netto w sektorze przedsiębiorstw publicznych w mln złotych,
- $WFNPR_t$  – wynik finansowy netto w sektorze przedsiębiorstw prywatnych w mln złotych
- $NIO_t$  – nakłady inwestycyjne ogółem w mln złotych,
- $NISPU_t$  – nakłady inwestycyjne sektor publiczny w mln złotych,
- $NISPR_t$  – nakłady inwestycyjne sektor prywatny w mln złotych.

Powiązania między zmiennymi można przedstawić w postaci schematu:



Rys. 3. Schemat powiązań między zmiennymi charakteryzującymi gospodarkę województwa śląskiego

Aby można było dokonać analizy porównawczej, we wszystkich modelach występują takie same kategorie zmiennych. Ze schematu powiązań między zmiennymi wynika, że zbudowany model jest modelem rekurencyjnym, dynamicznym, gdyż występują w nim opóźnione zmienne endogeniczne. Zmiennymi egzogenicznymi modelu są przeciętne zatrudnienie w sferze przedsiębiorstw oraz przeciętne wynagrodzenie brutto.

**Wyniki estymacji modelu powiązań między zmiennymi charakteryzującymi gospodarkę województwa śląskiego w sektorze przedsiębiorstw ogółem:**

- równanie produkcji sprzedanej przemysłu ogółem:

$$PSPO_t = 0,1446 PSPO_{t-1} - 104,1347 PZO_t + 50,4390 PWBO_t + 42209,3871$$

$$R_w^2 = 0,9544 \quad D-W = 2,2183$$

- równanie przychodów całokształtu działalności ogółem:

$$PCDO_t = 0,0359 PCDO_{t-1} + 1,3766 PSPO_t + 94,6637 PZO_t - 60038,0691$$

$$R_w^2 = 0,9943 \quad D-W = 3,0120$$

- równanie kosztów uzyskania przychodów:

$$KUPO_t = 0,1413 KUPO_{t-1} + 1,0167 PSPO_t + 112,1758 PZO_t + \\ + 9,7950 PWBO_t - 81171,2798$$

$$R_w^2 = 0,9932 \quad D-W = 2,9625$$

- równanie wyniku finansowego netto ogółem:

$$WFNO_t = -0,0211 WFNO_{t-1} + 0,8878 PCDO_t - 0,8819 KUPO_t - 1521,7456$$

$$R_w^2 = 0,9987 \quad D-W = 2,4094$$

- równanie nakładów inwestycyjnych ogółem:

$$NIO_t = 0,6302 NIO_{t-1} + 0,2170 WFNO_{t-1} + 2590,0092$$

$$R_w^2 = 0,8558 \quad D-W = 1,6246$$

**Wyniki estymacji modelu powiązań między zmiennymi charakteryzującymi gospodarkę województwa śląskiego w sektorze przedsiębiorstw publicznych:**

- równanie produkcji sprzedanej przemysłu w sektorze przedsiębiorstw publicznych:

$$PSPPU_t = 0,3956 PSPPU_{t-1} + 89,9621 PZSPU_t + 3,8633 PWBPU_t - 14162,3745$$

$$R_w^2 = 0,7451 \quad D-W = 2,5603$$

- równanie przychodów całokształtu działalności:

$$PCDPU_t = -0,1831 PCDPU_{t-1} + 1,4305 PSPPU_t + 55,8736 PZSPU_t + 759,6728$$

$$R_w^2 = 0,9283 \quad D-W = 2,8074$$

- równanie kosztów uzyskania przychodów:

$$KUPPU_t = -0,0598 KUPPU_{t-1} + 0,5917 PSPPU_t + 197,6487 PZSPU_t + \\ + 5,8877 PWBPU_t - 32400,940$$

$$R_w^2 = 0,9254 \quad D-W = 1,3814$$

- równanie wyniku finansowego netto ogółem:

$$WFNPU_t = 0,0133 WFNPU_{t-1} + 0,8504 PCDPU_t - 0,8532 KUPPU_t - 95,3974$$

$$R_w^2 = 0,9894 \quad D-W = 1,3814$$

- równanie nakładów inwestycyjnych ogółem:

$$NIPU_t = 1,0095 NIPU_{t-1} + 0,1047 WFNPU_t + 25,2009$$

$$R_w^2 = 0,8037 \quad D-W = 1,1197$$

**Wyniki estymacji modelu powiązań między zmiennymi charakteryzującymi gospodarkę województwa śląskiego w sektorze przedsiębiorstw prywatnych:**

- równanie produkcji sprzedanej przemysłu w sektorze przedsiębiorstw prywatnych:

$$PSPPR_t = 0,4044 PSPPR_{t-1} - 181,9157 PZSPR_t + 51,3089 PWBPR_t + \\ + 26537,9872$$

$$R_w^2 = 0,9578 \quad D-W = 2,5597$$

- równanie przychodów całokształtu działalności w sektorze przedsiębiorstw prywatnych:

$$PCDPR_t = 0,1139 PCDPR_{t-1} + 1,2180 PSPPR_t + 54,2245 PZSPR_t - 17692,9027$$

$$R_w^2 = 0,9960 \quad D-W = 1,8691$$

- równanie kosztów uzyskania przychodów:

$$KUPPR_t = 0,1981 KUPPR_{t-1} + 0,9338 PSPPR_t + 36,4274 PZSPR_t + \\ + 8,3156 PWBPR_t - 18293,6130$$

$$R_w^2 = 0,9952 \quad D-W = 1,7718$$

- równanie wyniku finansowego netto ogółem:

$$WFNPR_t = -0,0658 WFNPR_{t-1} + 0,8715 PCDPR_t - 0,8642 KUPPR_t - 944,5454$$

$$R_w^2 = 0,9990 \quad D-W = 2,1560$$

- równanie nakładów inwestycyjnych ogółem:

$$NIPR_t = 0,5166 NIPR_{t-1} + 0,3236 WFNPR_t + 1301,1485$$

$$R_w^2 = 0,9036 \quad D-W = 1,8026$$

Wszystkie równania poszczególnych typów modeli cechuje wysoka zgodność mierzona współczynnikiem determinacji, którego najniższa wartość wynosi 0,8037 i dotyczy równania opisującego nakłady inwestycyjne w sektorze przedsiębiorstw publicznych.

### 3. Konstrukcja równań końcowych modeli

Jeżeli w G-równaniowym modelu ekonometrycznym zmienne endogeniczne mają opóźnienia najwyżej jednookresowe, to równanie końcowe modelu ze względu na wybraną zmienną endogeniczną ma postać:

$$y_t + \alpha_1 y_{t-1} + \alpha_2 y_{t-2} + \dots + \alpha_G y_{t-G} = L(X_1, X_2, \dots, X_k),$$

gdzie  $L(X_1, X_2, \dots, X_k)$  jest liniową funkcją zmiennych egzogenicznych modelu.

Przedstawienie zależności  $y_t$  od  $t$  w jawnej postaci pewnej funkcji  $y = F(t)$  otrzymuje się jako sumę ogólnego rozwiązania równania jednorodnego i szczególnego rozwiązania równania niejednorodnego. Równanie jednorodne ma postać:

$$y_t + \alpha_1 y_{t-1} + \alpha_2 y_{t-2} + \dots + \alpha_G y_{t-G} = 0$$

i jego rozwiązanie ogólne zależy od  $G$  warunków początkowych oraz od pierwiastków równania charakterystycznego:

$$\lambda^G + \alpha_1 \lambda^{G-1} + \dots + \alpha_G = 0.$$

Ponieważ rozwiązanie ogólne równania jednorodnego wyraża mechanizm ruchów własnych układu, więc analiza równania jednorodnego i wynikającego z niego równania charakterystycznego informuje o charakterze wahań własnych, a przede wszystkim o samoczynnym trendzie i ewentualnych wahaniami periodycznych.

W przypadku rzeczywistych i pojedynczych pierwiastków równania charakterystycznego rozwiązanie ogólne równania jednorodnego można zapisać w postaci:

$$y_t = \sum_{j=1}^G A_j \lambda_j^t,$$

gdzie:

$\lambda_j$  – j-ty pierwiastek charakterystyczny,

$A_j$  – j-ty warunek początkowy.

W takiej sytuacji ruch własny układu nie zawiera wahań okresowych, a w przypadku gdy  $|\lambda_j| < 1$ , krzywa ruchu jest krzywą malejącą asymptotycznie do osi  $y = 0$  (gdy  $t \rightarrow \infty$ ).

Jeżeli natomiast rozwiązaniem równania charakterystycznego jest  $r$  pierwiastków rzeczywistych i  $2s$  pierwiastków zespolonych ( $\lambda_j = a_j \pm i b_j$ ), to rozwiązanie można zapisać:

$$y_t = \sum_{j=1}^r A_j \lambda_j^t + \sum_{j=r+1}^{r+s} A_j \rho_j^t \cos \left( \frac{2\pi t}{\Theta_j} + \delta_j \right),$$

gdzie:

$\Theta_j = \arctg \frac{b_j}{a_j}$  – określa długość okresu wahań periodycznych,

$\rho_j = \sqrt{a_j^2 + b_j^2}$  – określa zmiany amplitudy wahań w porównaniu z amplitudą początkową,

$\delta_j$  – jest wyznaczone z warunków początkowych określających, dla jakiej wartości  $t$  j-ty składnik periodyczny ma wartość maksymalną.

Na podstawie wyników estymacji postaci strukturalnej modelu ekonometrycznego można wyznaczyć równania jednorodne oraz odpowiadające tym równaniom równania charakterystyczne.

W sektorze przedsiębiorstw ogółem:

1. Równanie jednorodne dla zmiennej  $PSPO_t$  ma postać:

$$PSPO_t - 0,1446 PSPO_{t-1} = 0,$$

a równanie charakterystyczne  $\lambda - 0,1446 = 0$ , pierwiastek charakterystyczny jest więc równy  $\lambda = 0,1446$ .

2. Równanie jednorodne dla zmiennej  $PCDO_t$  ma postać:

$$PCDO_t - (0,1446 + 0,0359) PCDO_{t-1} + (0,1446 \times 0,0359) PCDO_{t-2} = 0.$$

Równanie charakterystyczne  $\lambda^2 - 0,1805 \lambda + 0,00519114 = 0$  ma dwa pierwiastki charakterystyczne będące liczbami rzeczywistymi:  $\lambda_1 = 0,0359$  oraz  $\lambda_2 = 0,1446$ .

3. Równanie jednorodne dla zmiennej  $KUPO_t$  ma postać:

$$KUPO_t - (0,1446 + 0,1413) KUPO_{t-1} + (0,1446 \times 0,1413) KUPO_{t-2} = 0.$$

Równanie charakterystyczne  $\lambda^2 - 0,2859 \lambda + 0,02043198 = 0$  ma dwa pierwiastki charakterystyczne będące liczbami rzeczywistymi:  $\lambda_1 = 0,1413$  oraz  $\lambda_2 = 0,1446$ .

W sektorze przedsiębiorstw publicznych:

1. Równanie jednorodne dla zmiennej  $PSPPU_t$  ma postać:

$$PSPPU_t - 0,3956 PSPPU_{t-1} = 0,$$

a równanie charakterystyczne  $\lambda - 0,3956 = 0$ , pierwiastek charakterystyczny jest więc równy  $\lambda = 0,3956$ .

2. Równanie jednorodne dla zmiennej  $PCDPU_t$  ma postać:

$$PCDPU_t - (0,3956 - 0,1831)PCDPU_{t-1} + [0,3956 (-0,1831)]PCDPU_{t-2} = 0.$$

Równanie charakterystyczne  $\lambda^2 - 0,2125 \lambda - 0,07243436 = 0$  ma dwa pierwiastki charakterystyczne będące liczbami rzeczywistymi:  $\lambda_1 = -0,3662$  oraz  $\lambda_2 = 0,3956$ .

3. Równanie jednorodne dla zmiennej  $KUPPU_t$  ma postać:

$$KUPPU_t - (0,3956 - 0,0598)KUPPU_{t-1} + [0,3956 \times (-0,0598)] KUPPU_{t-2} = 0.$$

Równanie charakterystyczne  $\lambda^2 - 0,3358 \lambda - 0,02365688 = 0$  ma dwa pierwiastki charakterystyczne będące liczbami rzeczywistymi:  $\lambda_1 = -0,0598$  oraz  $\lambda_2 = 0,3956$ .

W sektorze przedsiębiorstw prywatnych:

1. Równanie jednorodne dla zmiennej  $PSPPR_t$  ma postać:

$$PSPPR_t - 0,4044 PSPPR_{t-1} = 0,$$

a równanie charakterystyczne  $\lambda - 0,4044 = 0$ , pierwiastek charakterystyczny jest więc równy  $\lambda = 0,4044$ .

2. Równanie jednorodne dla zmiennej  $PCDPR_t$  ma postać:

$$PCDPR_t - (0,4044 + 0,1139) PCDPR_{t-1} + 0,4044 \times 0,1139 PCDPR_{t-2} = 0.$$

Równanie charakterystyczne  $\lambda^2 - 0,5183 \lambda + 0,04606116 = 0$  ma dwa pierwiastki charakterystyczne będące liczbami rzeczywistymi:  $\lambda_1 = 0,1139$  oraz  $\lambda_2 = 0,4044$ .

3. Równanie jednorodne dla zmiennej  $KUPPR_t$  na postać:

$$KUPPR_t - (0,4044 + 0,1981) KUPPR_{t-1} + (0,4044 \times 0,1981) KUPPR_{t-2} = 0.$$

Równanie charakterystyczne  $\lambda^2 - 0,6025 \lambda + 0,08011164 = 0$  ma dwa pierwiastki charakterystyczne będące liczbami rzeczywistymi:  $\lambda_1 = 0,2031$  oraz  $\lambda_2 = 0,4044$ .

Otrzymane pierwiastki charakterystyczne w każdym układzie spełniają warunek  $|\lambda| < 1$ , co świadczy o stabilności układu. Ponadto w każdym równaniu tego samego układu pojawia się taka sama wartość pierwiastka charakterystycznego\*:

- dla sektora przedsiębiorstw ogółem  $\lambda = 0,1446$ ,
- dla sektora przedsiębiorstw publicznych  $\lambda = 0,3956$ ,
- dla sektora przedsiębiorstw prywatnych  $\lambda = 0,4044$ .

Z analizy otrzymanych pierwiastków charakterystycznych wynika, że jedyne pierwiastkami charakterystycznymi są pierwiastki będące liczbami rzeczywistymi. Brak pierwiastków zespolonych świadczyłby o braku cykliczności gospodarki województwa śląskiego w analizowanym okresie.

Tabela 1

Zestawienie pierwiastków charakterystycznych równania końcowego

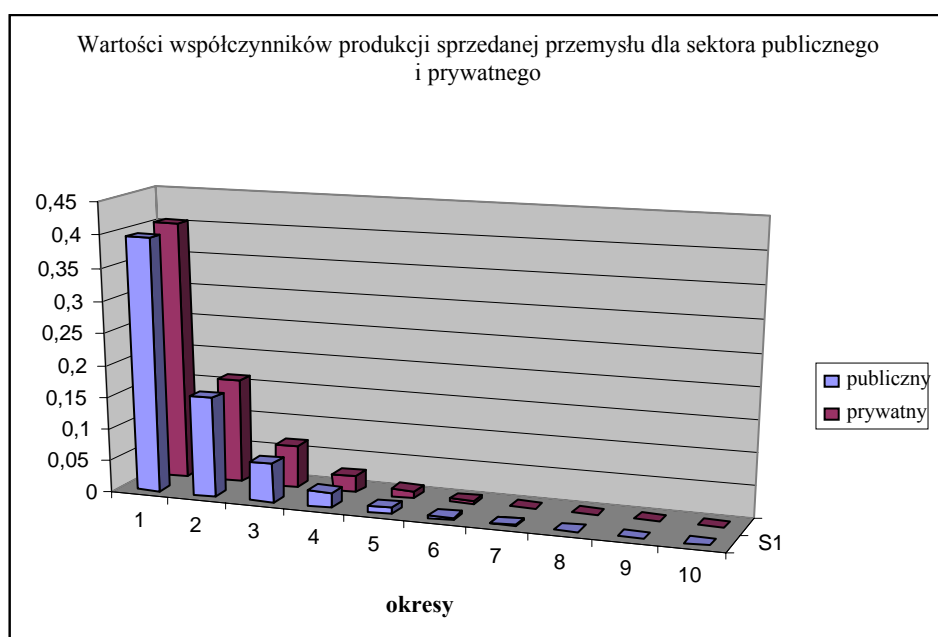
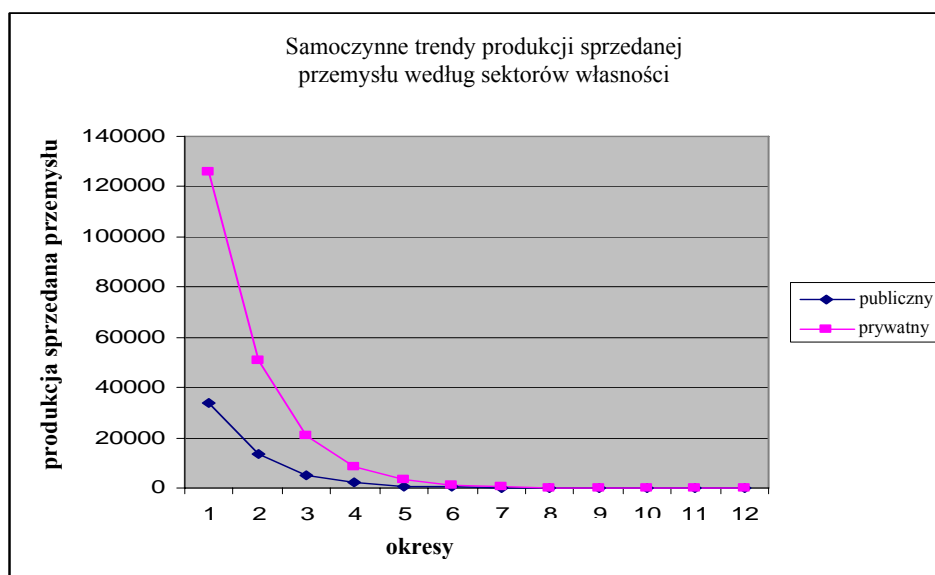
Zmienne endogeniczne	Wartości pierwiastków charakterystycznych według sektorów własności		
	ogółem	publiczny	prywatny
Produkcja sprzedana przemysłu	0,1446	0,3956	0,4044
Przychody z całokształtu działalności	0,0359 0,1446	0,3956 -0,3662	0,4044 0,1139
Koszty uzyskania przychodu	0,1413 0,1446	0,3956 -0,0598	0,4044 0,2031

Jeżeli wartości odpowiednich pierwiastków charakterystycznych podstawimy się do relacji:

$$y_t = \sum_{j=1}^G A_j \lambda_j^t,$$

to łatwo zauważyć, że w przypadku sektora publicznego w porównaniu z sektorem prywatnym następuje szybsza zbieżność wartości zmiennych endogenicznych do asymptoty  $y = 0$  (w przypadku braku zasileń zewnętrznych) ze względu na mniejsze wartości  $\lambda_j$ . Wartości współczynników  $\lambda^t$  dla sektora publicznego i prywatnego przedstawia rysunek 4.

\* Jest to cecha pierwiastków charakterystycznych równania końcowego, na poszczególne zmienne oddziałują bowiem te same mechanizmy rozwojowe.

Rys. 4. Wartości współczynników  $\lambda^t$  w kolejnych okresach według sektorów własnościRys. 5. Samoczynne trendy produkcji sprzedanej przemysłu według sektorów własności  $PSP_t = PSP_0 \lambda^t$ 

Ponadto dla zmiennej „Przychody z całokształtu działalności” oraz „Koszty uzyskania przychodów” w przypadku sektora publicznego następuje oscylacja z dwóch stron ze względu na ujemne wartości drugiego pierwiastka charakterystycznego.

---

---

## Literatura

- Biolik J. (2007): *Analiza porównawcza sektora przedsiębiorstw publicznych i prywatnych województwa śląskiego z wykorzystaniem mnożników dynamicznych i całkowitych*. W: *Modelowanie i prognozowanie gospodarki narodowej*. Prace i Materiały Wydziału Zarządzania Uniwersytetu Gdańskiego 5/2007, Sopot, s. 27-43.
- Biolik J. (2008): *Dynamiczne własności modelu gospodarki województwa śląskiego na podstawie równania końcowego*. W: *Zarządzanie – współczesne problemy badawcze*. Red. A. Bajdak, W. Czakon. AE, Katowice, s. 45-55.
- Biolik J. (2008): *Analiza mnożnikowa na podstawie modelu ekonometrycznego wybranych aspektów gospodarki województwa śląskiego*. W: *Rozwój gospodarczy województwa śląskiego na tle gospodarki polski*. Część II. Red. A.S. Barczak. AE, Katowice, s. 11-30.
- Biolik J. (2009): *Dynamiczne własności modelu gospodarki województwa śląskiego na podstawie równania końcowego*. W: *Zmiany struktury zjawisk społeczno-gospodarczych na górnym Śląsku*. Część I. Red. A.S. Barczak. AE, Katowice, s. 49-56.
- Biolik J. (2010): *Dynamiczne własności modelu gospodarki województwa śląskiego i modelu gospodarki Polski na podstawie równania końcowego*. W: *Dynamika zjawisk społeczno-gospodarczych na górnym Śląsku*. Red. A.S. Barczak. AE, Katowice, s. 31-41.
- Biuletyny Statystyczne Województwa Śląskiego z lat 1999-2010.
- Pawłowski Z. (1981): *Elementy ekonometrii*. PWN, Warszawa.
- Peterlik M., Wyżnikiewicz B. (2009): *Wybrane problemy badania koniunktury w czasach kryzysu*. W: *Rynek usług finansowych a koniunktura gospodarcza*. Red. J. Garczarczyk. CeDeWu Sp. z o.o., Warszawa.
- Rynek usług finansowych a koniunktura gospodarcza*. (2009) Red. J. Garczarczyk. CeDeWu Sp. z o.o., Warszawa.
- <http://www.stat.gov.pl>

---

---

## USE THE ECONOMETRIC MODEL TO ESTIMATE BUSINESS TENDENCY IN SILESIA PROVINCE

### Summary

The article presents an attempt of using econometric model in the silesia province economic situation modeling. The analysis is mainly based on the final model. Main conclusion from the characteristic root analysis:

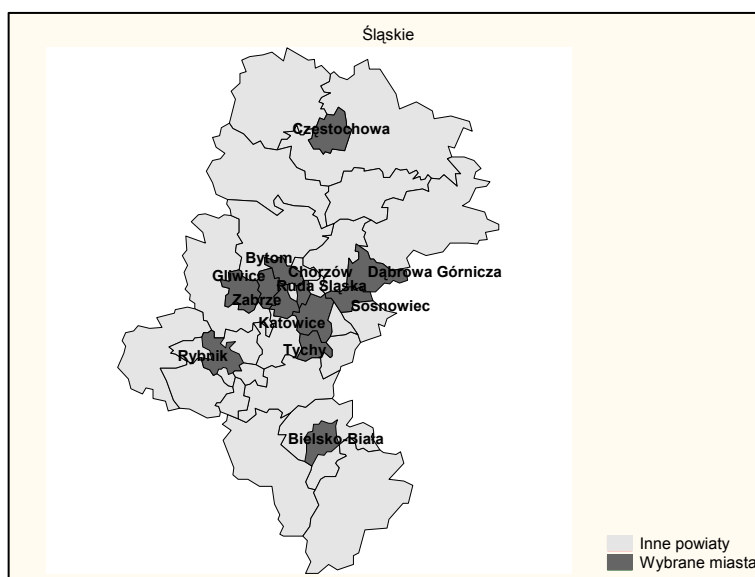
- Upper Silesia is not under the influence of economic cycle,
- private sector is more effective than public, that is because of the curve  $y_t = \sum_{j=1}^G A_j \lambda_j^t$  for public sector tends faster to asymptote  $y = 0$  than the curve representing private sector.



## ZASTOSOWANIE DIAGRAMU CZEKANOWSKIEGO DO BADANIA PODOBIEŃSTWA WYBRANYCH MIAST WOJEWÓDZTWA ŚLĄSKIEGO POD WZGLĘDEM SYTUACJI DEMOGRAFICZNEJ

### Uwagi wstępne

Województwo śląskie charakteryzuje się najwyższym w kraju udziałem ludności miejskiej (w 2009 roku udział ten wynosił w Polsce około 60,8%, a w województwie śląskim – 78,1%\*), przy czym w tym samym roku w następujących miastach województwa liczba mieszkańców przekroczyła 100 000 (rysunek 1): Bielsko-Biała, Bytom, Chorzów, Częstochowa, Dąbrowa Górnicza, Gliwice, Katowice, Ruda Śląska, Rybnik, Sosnowiec, Tychy i Zabrze.



Rys. 1. Rozmieszczenie miast liczących powyżej 100 000 mieszkańców w województwie śląskim w 2009 roku

\* Obliczenia własne na podstawie danych GUS.

Większość z wymienionych miast (dziewięć spośród dwunastu) jest położona na terenie dawnego Górnośląskiego Okręgu Przemysłowego, Bielsko-Biała i Częstochowa na terenach zielonych województwa, natomiast Rybnik w centrum dawniejszego Rybnickiego Okręgu Węglowego.

Celem badania jest określenie podobieństwa sytuacji demograficznej wyróżnionych miast, a w szczególności stwierdzenie, czy podobieństwo wartości wziętych pod uwagę współczynników demograficznych wśród badanych miast ma związek z ich położeniem geograficznym i wzajemną odległością. Badaniem objęto 2002 i 2009 rok, co pozwala na zaobserwowanie zmian, które zaszły w ciągu tych siedmiu lat.

Zastosowano metodę Czekanowskiego pierwotnie zaproponowaną przez autora na potrzeby antropologii (Czekanowski 1910; Czekanowski, 1913)\*. Uchwyczone za pomocą tej metody podobieństwo miast ma charakter wielowymiarowy, co oznacza, że wiele zmiennych w miastach podobnych do siebie ma zbliżone (ale nie takie same) wartości. Zgodnie z wymogami metody Czekanowskiego, badane zmienne poddano transformacji\*\*, a miasta uznano za podobne, jeśli leżały blisko siebie w wielowymiarowej przestrzeni zmiennych objaśniających. Odległość między badanymi miastami w przestrzeni wielowymiarowej zdefiniowano wykorzystując metrykę euklidesową [por. np. Pocięcha et al., 1988, s. 93, s. 43-44].

Graficznym obrazem omawianej metody jest diagram Czekanowskiego, który pozwala dokonać podziału miast na grupy charakteryzujące się dużym stopniem wzajemnego podobieństwa. Diagramy te zbudowano wykorzystując program komputerowy *MaCzek*, dostępny pod adresem internetowym: <http://www.eskimo73.republika.pl/maczek.html>.

W przypadku grup miast częściowo pokrywających się podziału dokonano kierując się kryterium najkrótszej przeciętnej odległości euklidesowej niejednoznacznie określonego miasta od innych miast z możliwych grup jego przynależno-

\* Opis metody Czekanowskiego można znaleźć przykładowo w: Pocięcha et al., (1988, s. 93); Sołtyśiak, Jaskulski, (1999).

\*\* Destymulanty ( $D$ ) zamieniono na stymulanty ( $S$ ) według formuły:  $D \rightarrow S = y_{max} - y$ , nominanty ( $N$ ) zamieniono na stymulanty zgodnie ze wzorem (Lipieta et al., 2000, s. 81)  $s_i = -|N_{nom} - y_i|$ , ( $i=1,2,\dots,n$ ), gdzie  $N_{nom}$  oznacza pożądaną wartość nominanty. Zmienne

poddano standaryzacji według formuły:  $z_i = \frac{y_i - \bar{y}}{s}$ , gdzie  $\bar{y}$  oznacza średnią arytmetyczną,

a  $s$  – odchylenie standardowe zmiennej  $y$ . Zmienna jest: stymulantą, jeśli wyższa wartość tej zmiennej wskazuje na lepszą sytuację danego obiektu pod badaniem względem, nominantą, jeśli zmienna ma określoną najkorzystniejszą wartość zwaną wartością nominalną lub destymulantą, jeśli wyższa wartość tej zmiennej wskazuje na gorszą sytuację danego obiektu (por. Grabiński, Wydimus, Zeliaś, 1989).

ści. Warto podkreślić, iż otrzymane w ten sposób wyniki nie informują, które z wyróżnionych grup miast są w lepszym czy gorszym pod badanym względem położeniu, a mówią jedynie o stopniu ich podobieństwa; wobec tego dla otrzymania informacji o relacjach pomiędzy wybranymi miastami porównano średnie ogólne i średnie dla wyróżnionych grup miast branych pod uwagę współczynników demograficznych (w formie oryginalnej). Pokrótko omówiono także sytuację demograficzną miast niepodobnych, w myśl zastosowanego kryterium podobieństwa, do innych miast województwa śląskiego.

## Wyniki badania empirycznego

Rozważano współczynniki charakteryzujące w sposób wielostronny sytuację demograficzną badanych miast. Spośród wstępnie rozważanego zbioru wybrano, eliminując zmienne szczególnie silnie ze sobą skorelowane, jedenaście współczynników demograficznych, które zostały wyszczególnione poniżej – ze względu na wysoki stopień korelacji z innymi zmiennymi zrezygnowano z branych początkowo pod uwagę współczynników: obciążenia demograficznego, dzietności ogólnej, reprodukcji brutto oraz dynamiki demograficznej.

Prezentując wykorzystane w dalszej analizie współczynniki demograficzne, zaznaczono, czy są one, ze względu na sytuację demograficzną miast, stymulantami (S), nominantami (N) czy destymulantami (D); druga cyfra subskrypty zmiennej oznacza rok badania:

Nazwa zmiennej	Symbol	
	2002	2009
Gęstość zaludnienia (D)	$Y_{12}$	$Y_{19}$
Udział ludności w wieku przedprodukcyjnym (S)	$Y_{22}$	$Y_{29}$
Współczynnik feminizacji (N)	$Y_{32}$	$Y_{39}$
Współczynnik przyrostu naturalnego (S)	$Y_{42}$	$Y_{49}$
Standaryzowany współczynnik małżeństw (S)	$Y_{52}$	$Y_{59}$
Standaryzowany współczynnik rozwodów (D)	$Y_{62}$	$Y_{69}$
Standaryzowany współczynnik płodności kobiet (S)	$Y_{72}$	$Y_{79}$
Współczynnik zgonów niemowląt (D)	$Y_{82}$	$Y_{89}$
Standaryzowany współczynnik zgonów mężczyzn (D)	$Y_{92}$	$Y_{99}$
Standaryzowany współczynnik zgonów kobiet (D)	$Y_{102}$	$Y_{109}$
Współczynnik salda migracji (S)	$Y_{112}$	$Y_{119}$

Biorąc pod uwagę bardzo wysoką gęstość zaludnienia w województwie śląskim, a szczególnie w jego miastach [cechuje się\* ono najwyższą w Polsce gęstością zaludnienia – 376,3 osoby na 1 km<sup>2</sup> w porównaniu z 118,3 osobami na 1 km<sup>2</sup> średnio w kraju, przy czym w wybranych miastach województwa śląskiego gęstość zaludnienia jest znacznie wyższa niż przeciętna w województwie – najwyższą wartość zaobserwowano w 2009 roku w Chorzowie (3400 osób na 1 km<sup>2</sup>)]; zmienną tę uznano za destymulantę, podobnie jak: standaryzowany współczynnik rozwodów, współczynnik zgonów niemowląt oraz standaryzowany współczynnik zgonów mężczyzn i kobiet. Współczynnik feminizacji (liczba kobiet przypadająca średnio na 100 mężczyzn) jest nominantą, której pożądana wartość wynosi 100, a pozostałe wyszczególnione wyżej zmienne – stymulantami.

Rozważano współczynnik przyrostu naturalnego w przeliczeniu na 1000 mieszkańców, a współczynnik salda migracji w przeliczeniu na 100 000 mieszkańców. Współczynniki: małżeństw, rozwodów, płodności kobiet, zgonów mężczyzn i kobiet zostały zestandaryzowane ze względu na strukturę wieku populacji; do tego celu wykorzystano europejską modelową strukturę wieku (Holzer, 1989, s. 79).

Porównując procent ludności w wieku przedprodukcyjnym do ogółu ludności w badanych miastach w 2002 i 2009 roku, można spostrzec, iż we wszystkich miastach procent ten jest niższy w 2009 roku; różnica wynosi średnio ponad 3 punkty procentowe. Współczynnik feminizacji wynosił w obydwu badanych latach średnio około 108, jednak znaczne są różnice pomiędzy badanymi miastami – od 104 w Rybniku do 113 w Częstochowie w 2009 roku, co oznacza, że w roku tym na 100 mężczyzn w Rybniku przypadały średnio 104 kobiety, podczas gdy w Częstochowie – 113.

W badanych miastach można zaobserwować korzystne zmiany w wartościach współczynnika przyrostu naturalnego – we wszystkich przypadkach w 2009 roku nastąpił jego wzrost w porównaniu z 2002 rokiem. Korzystne zmiany wystąpiły także w przypadku standaryzowanego według wieku współczynnika małżeństw. Nastąpił wzrost wartości tego współczynnika w 2009 roku w porównaniu z 2002 rokiem, niekorzystne zmiany w badanych latach zaobserwowano natomiast w wartościach standaryzowanego współczynnika rozwodów – można tu także odnotować wzrost jego wartości. W miastach tych nastąpił wzrost wartości standaryzowanego współczynnika płodności kobiet, średnio z poziomu 14,77 w 2002 roku do 18,38 w 2009 roku. Podobnie wzrost wykazują współczynniki: dzietności ogólnej (1,05 w 2002 roku, 1,30 w 2009 roku), reprodukcji brutto (odpowiednio 0,51-0,63) oraz dynamiki demograficznej (0,84-0,98). Pozytywne zmiany wystąpiły w badanych

---

\* Opis omawianych współczynników można znaleźć przykładowo w: (Holzer 1989). Cytowane dane statystyczne dotyczące wartości współczynników demograficznych w wybranych miastach województwa śląskiego pochodzą z GUS lub obliczono je na podstawie danych GUS; wyniki te są w sposób szczegółowy przedstawione w: Mielecka-Kubień, Warzecha, (2010). Zaprezentowano tam także macierze odległości euklidesowych dla opisanych przekrojów badania.

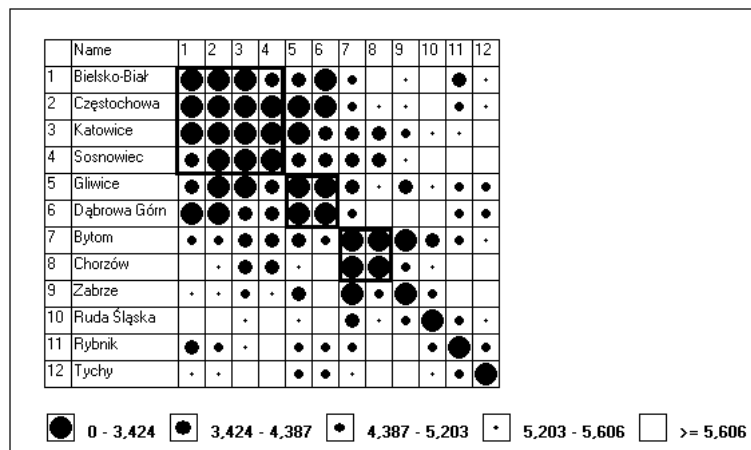
miastach w przypadku współczynnika zgonów niemowląt; średnio nastąpił spadek jego wartości z 10,17 w 2002 roku do 7,14 w 2009 roku, co oznacza, że w 2009 roku w miastach tych występowało średnio o blisko 3 zgony niemowląt na 1000 urodzeń żywych mniej niż w 2002 roku. W przypadku standaryzowanego współczynnika zgonów mężczyzn można, porównując lata 2002 i 2009, zauważyć jego spadek (z poziomu 0,0129 do 0,0108), natomiast odpowiedni współczynnik dla kobiet wykazuje niewielki wzrost (0,0068 i 0,0069) – jednak przy znacznie niższym poziomie niż w badanej populacji mężczyzn. Saldo migracji średnio przybrało w 2009 roku korzystniejszą wartość niż w 2002 roku, jednak sytuacja pod tym względem wyglądała różnie w poszczególnych miastach.

W następnym etapie badania za pomocą diagramu Czekanowskiego dokonano pogrupowania omawianych miast ze względu na podobieństwo ich sytuacji demograficznej – raz, wykorzystując wszystkie omawiane zmienne, oraz powtórnie, biorąc pod uwagę zmienne charakteryzujące w sposób bezpośredni ruch naturalny ludności, tj.: standaryzowane współczynniki płodności kobiet, zgonów mężczyzn i kobiet oraz współczynnik zgonów niemowląt.

Wyniki przedstawiono na rysunkach 2-5. Analizując uporządkowany diagram Czekanowskiego dla roku 2002 (zmiennie  $Y_{12}$ - $Y_{112}$ ), można spostrzec, iż ze względu na sytuację demograficzną można wyróżnić następujące grupy miast (rysunek 2):

1. Bielsko-Białą, Częstochowa, Katowice lub, dopuszczając nieco większą odległość, dodatkowo Sosnowiec, który różni się w większym stopniu niż pozostałe dwa miasta od Bielska-Białej,
2. Gliwice i Dąbrowa Górnicza,
3. Bytom i Chorzów.

Pozostałe z badanych miast, tj.: Zabrze, Ruda Śląska, Rybnik i Tychy, nie wykazują wystarczająco bliskiego podobieństwa z innymi miastami.



Rys. 2. Uporządkowany diagram Czekanowskiego dla zmiennych  $Y_{12}$ - $Y_{112}$ , 2002 rok

Warto tu zauważyć, że grupa pierwsza obejmuje miasta leżące w różnych częściach województwa (rysunek 1), dwa z nich leżą na terenach zielonych województwa śląskiego (Bielsko-Biała, Częstochowa), a podobieństwo do nich wykazuje stolica województwa Katowice, gdzie niekorzystne ze względów demograficznych położenie w najbardziej uprzemysłowionej części województwa jest kompensowane wysokim poziomem życia. Grupa druga obejmuje dwa miasta należące do byłego Górnośląskiego Okręgu Przemysłowego o średnim stopniu uprzemysłowienia i zanieczyszczenia środowiska naturalnego, podczas gdy grupa trzecia obejmuje dwa miasta należące do najbardziej zagrożonych ze względu na środowisko naturalne w województwie śląskim (por. Dziembała, 1991). Najmniejsze różnice pod względem wartości branych pod uwagę współczynników demograficznych (mierzone odległością euklidesową) dzielą Częstochowę i Bielsko-Białą, natomiast największe – Chorzów i Tychy.

Tabela 1

Porównanie średnich grupowych ze średnią ogólną, zmienne  $Y_{12}$ - $Y_{112}$ , 2002 rok

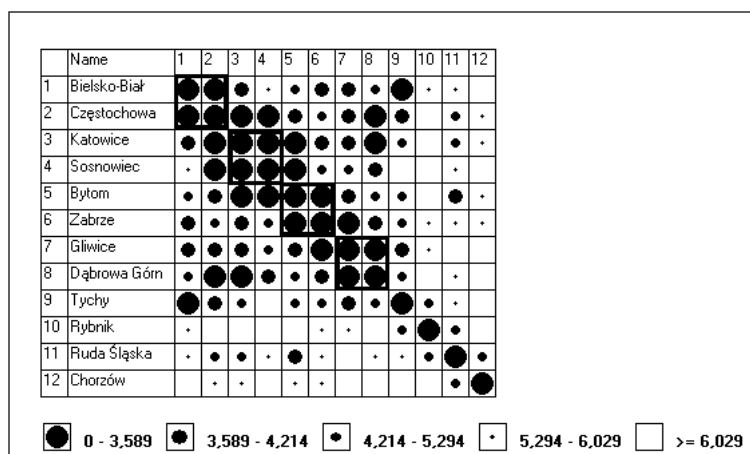
Grupa	Iloraz średnich dla zmiennej:										
	Y12	Y22	Y32	Y42	Y52	Y62	Y72	Y82	Y92	Y102	Y112
1	0,986	0,949	1,031	1,517	1,039	1,161	0,969	1,008	0,933	0,977	0,663
2	0,580	0,945	0,989	1,122	0,978	0,957	0,923	0,762	0,929	0,932	0,425
3	1,631	0,998	0,998	1,858	0,903	1,119	1,002	1,249	1,028	1,096	1,715

W pierwszej z wyróżnionych grup wyższa niż średnia dla 12 miast jest (tabela 1) wartość współczynnika przyrostu naturalnego ( $Y_{42}$ ) (współczynnik ten przybrał średnio wśród wyróżnionych miast i w każdej z wyróżnionych grup wartości ujemne), co oznacza, że przyrost naturalny w pierwszej grupie miast był niższy niż średnio w wyróżnionych miastach. Wyższą niż średnia wartość przybrał także standaryzowany współczynnik rozwodów ( $Y_{62}$ ), natomiast znacznie poniżej średniej dla 12 miast kształtuje się współczynnik salda migracji ( $Y_{112}$ ) – ponieważ jego wartość zarówno dla wszystkich wyróżnionych miast, jak i dla grupy pierwszej była ujemna, co oznacza w tym przypadku, że współczynnik ten przybrał korzystniejszą wartość w grupie pierwszej niż wśród 12 wyróżnionych miast. W grupie drugiej powyżej średniej dla całego województwa kształtuje się także wartość współczynnika przyrostu naturalnego ( $Y_{42}$ ) co oznacza, że przyrost naturalny był w tej grupie niższy niż średnio dla 12 miast, a poniżej średnie; – wszystkie inne współczynniki, w szczególności współczynnik salda migracji ( $Y_{112}$ ), co, podobnie jak wyżej, oznacza korzystniejszą jego wartość niż średnio dla wszystkich wyróżnionych miast. Trzecia z wyróżnionych grup charakteryzuje się wyższą, niż średnia dla 12

miast, gęstością zaludnienia ( $Y_{12}$ ) i wyższym współczynnikiem przyrostu naturalnego ( $Y_{42}$ ), co świadczy na niekorzyść sytuacji demograficznej miast tej grupy. Na niekorzyść omawianych miast świadczą także zaobserwowane różnice średnich dla: współczynnika zgonów niemowląt ( $Y_{82}$ ), standaryzowanych współczynników zgonów mężczyzn i kobiet ( $Y_{92}$ ,  $Y_{102}$ ) oraz współczynnika salda migracji ( $Y_{112}$ ).

W 2009 roku nastąpiły, w porównaniu do 2002 roku, pewne zmiany w podobieństwie sytuacji demograficznej badanych miast (rysunek 3). Zwiększyła się różnica pomiędzy Katowicami i Bielsko-Białą, a zmalała pomiędzy Katowicami i Bytomiem, który można by z kolei zaliczyć do dwóch grup, podobnie zresztą, jak Katowice. Bliższa odległość euklidesowa dzieliła Bytom i Zabrze niż Bytom i Sosnowiec oraz Bytom i średnio Sosnowiec i Katowice; tak więc uznano, iż Bytom należy zaliczyć do jednej grupy z Zabrzem. Kierując się podobnym kryterium, Katowice zaliczono do jednej grupy z Sosnowcem. Ostatecznie wyróżniono więc następujące grupy miast (rysunek 3):

1. Bielsko-Biała, Częstochowa,
2. Katowice, Sosnowiec,
3. Bytom i Zabrze,
4. Gliwice i Dąbrowa Górnicza.



Rys. 3. Uporządkowany diagram Czekanowskiego dla zmiennych  $Y_{19}$ - $Y_{119}$ , 2009 rok

Rybnik, Tychy, Ruda Śląska i Chorzów nie były podobne do innych miast województwa. Najbardziej podobnymi do siebie miastami okazały się w 2009 roku Katowice i Częstochowa, natomiast najmniej podobnymi – Rybnik i Sosnowiec.

W roku 2009 w pierwszej z wyróżnionych grup wyższa niż średnia dla wszystkich badanych miast jest (tabela 2) wartość standaryzowanego współczynnika rozwodów ( $Y_{69}$ ), współczynnika feminizacji ( $Y_{39}$ ) oraz standaryzowanego współczyn-

nika płodności kobiet ( $Y_{79}$ ). Niższą wartością cechują się pozostałe współczynniki, a w szczególności współczynnik przyrostu naturalnego ( $Y_{49}$ ), co, podobnie jak opisano wyżej, świadczy o korzystniejszej sytuacji pod tym względem miast grupy pierwszej niż średnio wszystkich 12 miast. W grupie drugiej większość współczynników kształtowała się powyżej średniej dla 12 miast, co w największym stopniu dotyczy współczynnika przyrostu naturalnego ( $Y_{49}$ ) i świadczy o szczególnie niskiej jego wartości w tej grupie miast; wartości poniżej średniej przybierały: procent ludności w wieku przedprodukcyjnym ( $Y_{29}$ ) oraz standaryzowany współczynnik płodności kobiet ( $Y_{79}$ ). W grupie trzeciej wyższa niż średnia dla wyróżnionych miast była gęstość zaludnienia ( $Y_{19}$ ) oraz współczynnik salda migracji ( $Y_{112}$ ), co oznacza wysoką ujemną wartość tego współczynnika. W grupie czwartej znacznie wyższa niż średnia w 12 miastach była natomiast wartość współczynnika przyrostu naturalnego ( $Y_{42}$ ), co świadczy o jego wysokiej ujemnej wartości, a znacznie niższa gęstość zaludnienia ( $Y_{19}$ ).

Tabela 2

Porównanie średnich grupowych ze średnią ogólną, zmienne  $Y_{19}$ - $Y_{119}$ , 2009 rok

Grupa	Iloraz średnich dla zmiennej:										
	Y19	Y29	Y39	Y49	Y59	Y69	Y79	Y89	Y99	Y109	Y119
1	0,790	0,999	1,035	0,362	0,997	1,147	1,024	0,700	0,940	0,922	0,961
2	0,194	0,151	0,171	1,049	0,171	0,186	0,157	0,209	0,178	0,172	0,221
3	1,349	1,018	0,985	1,020	0,970	1,041	0,965	1,386	0,927	1,016	1,446
4	0,582	0,935	0,994	2,264	0,922	0,949	0,914	1,092	0,957	0,992	0,903

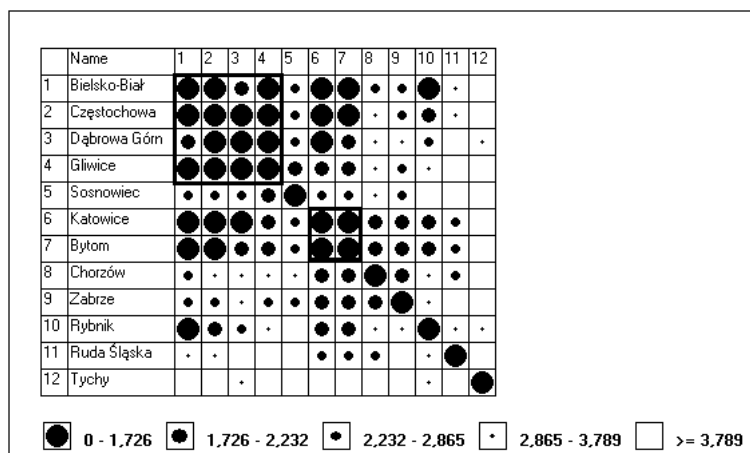
Przy ograniczeniu zbioru zmiennych diagnostycznych do podstawowych współczynników ruchu naturalnego ludności ( $Y_7$ - $Y_{10}$ ) obraz podobieństwa pomiędzy badanymi miastami ukształtował się w inny sposób. Dla 2002 roku wyróżniono następujące grupy miast (rysunek 4):

1. Bielsko-Biała, Częstochowa, Dąbrowa Górnicza, Gliwice, przy czym Dąbrowa Górnicza i Bielsko-Biała są do siebie mniej podobne niż w przypadku innych miast tej grupy,
2. Katowice i Bytom.

Największe podobieństwo pod względem współczynników ruchu naturalnego ludności wykazywały w 2002 roku Katowice i Bytom, a najmniejsze – Tychy i Sosnowiec.

W pierwszej wyróżnionej grupie prawie wszystkie współczynniki przybrały (tabela 3) wartości niższe niż średnio dla 12 miast, a w grupie drugiej prawie wszystkie wyższe, co oznacza, że w grupie pierwszej poniżej przeciętnej dla 12 miast kształtowała się nie tylko umieralność, ale także współczynnik płodności

kobiet, a w grupie drugiej wystąpiła sytuacja odwrotna; wyjątkiem jest tu standaryzowany współczynnik zgonów mężczyzn. Warto przy okazji zauważyć, że najwyższą płodnością cechowały się w 2002 roku, niewykazujące pod badanym względem podobieństwa do innych miast, Ruda Śląska i Rybnik (16,7 i 16,4), najniższą natomiast – Sosnowiec (12,6). Szczególnie duże różnice wystąpiły w wartościach współczynnika zgonów niemowląt – od 16,6 w Zabrze do 3,5 w Tychach.



Rys. 4. Uporządkowany diagram Czekanowskiego dla zmiennych  $Y_{72}$ - $Y_{102}$ , 2002 rok

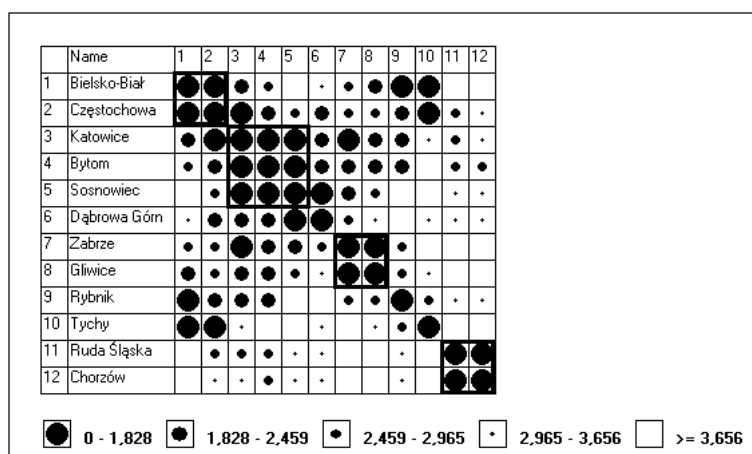
Tabela 3

Porównanie średnich grupowych ze średnią ogólną, zmienne  $Y_{72}$ - $Y_{102}$ , 2002 rok

Grupa	Iloraz średnich dla zmiennej:			
	$Y_{72}$	$Y_{82}$	$Y_{92}$	$Y_{102}$
1	0,968	0,861	0,910	0,933
2	1,005	1,062	0,952	1,038

W 2009 roku wyróżniono cztery grupy podobnych miast, przy czym, podobnie jak w badaniu dla tego roku prowadzonym na podstawie całego zbioru zmiennych, sytuacja Katowic jest niejednoznaczna, miasto to można bowiem zaliczyć do dwóch różnych grup: razem z Bielsko-Białą i Częstochową lub łącznie z Bytomiem, Sosnowcem i Dąbrową Górniczą. Ze względu na krótszą przeciętną odległość euklidesową Katowice zaliczono do drugiej z grup. W efekcie wyróżniono następujące grupy:

1. Bielsko-Biała, Częstochowa,
2. Katowice, Bytom, Sosnowiec, Dąbrowa Górnicza,
3. Zabrze i Gliwice,
4. Ruda Śląska i Chorzów.

Rys. 5. Uporządkowany diagram Czekanowskiego dla zmiennych  $Y_{79}$ - $Y_{109}$ , 2009 rok

Tychy i Rybnik nie były podobne do innych badanych miast województwa śląskiego. Najbardziej podobnymi miastami okazały się w tym przypadku Katowice i Bytom – podobnie jak w 2002 roku, a najmniej podobnymi – Tychy (wyróżniające się jednymi z najniższych w badaniu wartościami współczynników zgonów) i Chorzów (o wysokich wartościach tych współczynników).

Tabela 4

Porównanie średnich grupowych ze średnią ogólną, zmienne  $Y_{79}$ - $Y_{109}$ , 2009 rok

Grupa	Iloraz średnich dla zmiennej:			
	$Y_{79}$	$Y_{89}$	$Y_{99}$	$Y_{109}$
1	1,024	0,700	0,940	0,922
2	0,942	1,155	1,045	1,055
3	0,962	1,270	1,044	1,045
4	1,097	0,910	1,207	1,155

Podobnie jak w 2002 roku, w pierwszej wyróżnionej grupie prawie wszystkie współczynniki przybrały (tabela 4) wartości niższe niż średnio dla 12 miast, a w grupie drugiej prawie wszystkie – wyższe. W grupie trzeciej szczególnie wysoką wartością cechował się współczynnik zgonów niemowląt ( $Y_{89}$ ), a wyższymi wartościami, niż średnio w 12 miastach, podobnie jak w grupie czwartej – standaryzowane współczynniki zgonów mężczyzn i kobiet.

## Wnioski

Wśród miast województwa śląskiego o liczbie ludności większej niż 100 000 można wyróżnić kilka grup miast podobnych do siebie pod względem wartości

wziętych pod uwagę współczynników demograficznych. Do grupy takiej, we wszystkich przekrojach badania, należą Bielsko-Biała i Częstochowa, a więc dwa miasta leżące poza subregionem centralnym, w sporej od siebie odległości geograficznej. Miasta te charakteryzują się lepszą, niż przeciętna dla wszystkich badanych miast, sytuacją demograficzną.

W najlepszym, pod względem sytuacji demograficznej charakteryzowanej za pomocą podanego na wstępie zbioru współczynników demograficznych, położeniu były Tychy i Rybnik; obydwie miasta nie były jednak podobne ani do siebie, ani do innych branych pod uwagę miast. Przy rozważaniu pełnego zbioru zmiennych diagnostycznych brakiem podobieństwa cechowały się ponadto: Zabrze i Ruda Śląska, a w 2009 roku dodatkowo Chorzów i Sosnowiec, miasta leżące w subregionie centralnym, na terenach silnie uprzemysłowionych i zanieczyszczonych. Inne miasta subregionu centralnego grupowały się w różnej konfiguracji w zależności od przekroju badania.

Podsumowując, można stwierdzić, że odmienną (lepszą) sytuacją demograficzną cechowały się miasta leżące poza subregionem centralnym oraz Tychy, od kilkudziesięciu lat pełniące rolę „sypialni” dla silnie uprzemysłowionych miast tego podregionu i leżące na granicy terenów zielonych województwa śląskiego. Okazało się również, że niektóre miasta położone w bliskiej od siebie odległości geograficznej cechował brak podobieństwa pod względem rozważanych współczynników demograficznych.

Badane miasta okazały się w 2009 roku w mniejszym stopniu podobne do siebie niż w 2002 roku – wystąpiło tu zjawisko pewnej dyfuzji, o czym świadczy wyróżnienie w 2009 roku większej liczby grup podobnych miast niż w 2002 roku.

Stosując program komputerowy *MaCzek* do konstrukcji diagramów Czekanowskiego, trudno było w niektórych przypadkach wyodrębnić w sposób jednoznaczny podobne do siebie podzbiory miast, co utrudniło interpretację otrzymanych wyników.

## Literatura

- Czekanowski J. (1910): *Zur Differenzialdiagnose der Neandertallgruppe*. Korespondenz-Blatt der Deutsche Gesellschaft für Anthropologie und Urgeschichte, Braunschweig, nr 9-12.
- Czekanowski J. (1913): *Zarys metod statystycznych w zastosowaniu do antropologii*. Prace Naukowego Towarzystwa Warszawskiego, nr 5.
- Dziembała L.J. (1991): *Badanie zagrożenia życia na obszarze kłęski ekologicznej*. AE, Katowice.
- Grabiński T., Wydymus S., Zeliaś A. (1989): *Metody taksonomii numerycznej w modelowaniu zjawisk społeczno-gospodarczych*. PWN, Warszawa.

- Holzer J.Z. (1989): *Demografia*. PWE, Warszawa.
- Lipieta A., Malina A., Papież M., Pawełek B., Wanat S., Zelaś A. (2000): *Taksonomiczna analiza przestrzennego zróżnicowania poziomu życia w Polsce w ujęciu dynamicznym*. AE, Kraków.
- Mielecka-Kubień Z., Warzecha K. (2010): *Poziom rozwoju społeczno-gospodarczego dużych miast woj. śląskiego i jego uwarunkowania*. Sprawozdanie z Badań Statutowych Katedry Ekonometrii UE w Katowicach, maszynopis.
- Pociecha J., Podolec B., Sokołowski A., Zając K. (1988): *Metody taksonomiczne w badaniach społeczno-ekonomicznych*. PWN, Warszawa.
- Sołtysiak A., Jaskulski P. (1999): *Czekanowski's Diagram. A Method of Multi-dimensional Clustering*. W: *New Techniques for Old Times. CAA 98. Computer Applications and Quantitative Methods in Archaeology. Proceedings of the 26th Conference, Barcelona, March 1998*, Barceló J.A., Briz I., Vila A. (red.): *BAR International Series*. 757, Oxford, s. 175-184.

#### **APPLICATION OF CZEKANOWSKI DIAGRAM TO EVALUATION OF SIMILARITY OF CHOSEN CITIES IN PROVINCE ŚLĄSKIE ACCORDING TO DEMOGRAPHIC SITUATION**

##### **Summary**

Province Śląskie characterizes the highest in Poland share of urban population, and actually 12 of the cities number more than 100 000 inhabitants (Bielsko-Biała, Bytom, Chorzów, Częstochowa, Dąbrowa Górnicza, Gliwice, Katowice, Ruda Śląska, Rybnik, Sosnowiec, Tychy i Zabrze).

The purpose of the study is determination of similarities of demographic position among the cities, especially stating, whether their geographical position and the distance is consistent with their similarity according to considered demographic coefficients in the years 2002 and 2009. The Czekanowski diagram was applied and computer program *Ma-Czek* was used. Average values of the coefficients for the whole set of the cities, and for its established groups were compared.

The most similar to each other occurred Bielsko-Biała and Częstochowa, the cities located outside the Central Subregion, in quite big geographical distance. The demographic position of them was better than average for the 12 cities. The best demographic situation characterized Tychy and Rybnik, but the cities were neither similar to each other, nor to the other considered cities. In the worst position were the cities of the Central Subregion, and in spite of lying within short geographic distance often they were not similar to each other in regard to their demographic position.

**Maria Jadamus-Hacura**  
**Krystyna Melich-Iwanek**

## **PROBLEMY MODELOWANIA I PROGNOZOWANIA RYNKU PRACY**

---

### **Wprowadzenie**

Modelowanie i prognozowanie rynku pracy należy do najtrudniejszych, a jednocześnie najistotniejszych zadań w ramach modelowania gospodarki. Zazwyczaj jeśli przedmiotem zainteresowania jest gospodarka, zarówno kraju, jak i wyodrębnionych regionów, rynek pracy jest charakteryzowany w sposób syntetyczny za pomocą stopy bezrobocia. Tak też przyjmowano w badaniach gospodarki województwa śląskiego prowadzonych od lat przez zespół pracowników Katedry Ekonometrii UE w Katowicach.

Prezentowane opracowanie jest próbą podsumowania dotychczasowych i wskazania pewnych kierunków dalszych badań rynku pracy województwa śląskiego. Ze względu na specyficzny, cykliczny rozwój stopy bezrobocia jej modelowanie nie jest zadaniem łatwym, klasyczne metody polegające na ekstrapolacji trendów nie dają bowiem zadowalających rezultatów. Opisywanie tej zmiennej w ramach modeli wielorównaniowych również przysparza wiele trudności, nie tylko ze względu na jej zachowanie, ale także z powodu niedostatku informacji na temat podstawowych zmiennych determinujących rynek pracy. Z tych powodów konstruowane modele wielorównaniowe mają często charakter symptomatyczny, zawierają zmienne skorelowane ze zmienną objaśnianą niebędące jej przyczynami. W tych warunkach analiza np. przyczynowości na podstawie modelu *VAR* jest co najmniej utrudniona (Jadamus-Hacura, Melich-Iwanek, 2010).

Dodatkowym utrudnieniem jest specyfika gospodarki województwa śląskiego, w której mimo ponad dwudziestoletniego procesu dostosowawczego do warunków rynkowych istotne znaczenie mają jeszcze dawne tradycyjne przemysły, choćby górnictwo i hutnictwo. Struktura gospodarki Górnego Śląska stopniowo się zmienia, np. w latach 2003-2004 udział produkcji sprzedanej górnictwa wynosił około 16% (Górnictwo węglowe..., 2004) całkowitej wartości produkcji sprzedanej województwa, a w 2008 roku zmniejszył się do 13,3%. Największy udział w produkcji sprzedanej województwa miała wtedy produkcja pojazdów samochodowych i przyczep (24%), na drugim miejscu była produkcja metali

(16%), a górnictwo znalazło się na miejscu trzecim (Adamski, 2009). Zmiany te obok ogólnych koniunkturalnych uwarunkowań gospodarki województwa powodują znaczne wahania i wspomnianą wcześniej nieregularność kształtowania się stopy bezrobocia.

Przedmiotem zainteresowania auterek była przede wszystkim problematyka prognozowania, a w szczególności próba wskazania efektywnych sposobów prognozowania stopy bezrobocia. W tym celu były porównywane wybrane procedury adaptacyjne, model uwzględniający załamania struktury dynamicznej szeregu czasowego, model wektorowej autoregresji *VAR* oraz model zgodny. Konstruując model wielorównaniowy, wykorzystano doświadczenia nabyte podczas wcześniejszych badań, np. przyczynowości (Jadamus-Hacura, Melich-Iwanek, 2009, 2010).

## 1. Prezentacja wykorzystanego materiału statystycznego

Analizy przeprowadzono na podstawie kwartalnych danych z lat 1999-2010. Parametry wybranych modeli oszacowano na podstawie 44 obserwacji obejmujących okres od początku istnienia województwa śląskiego do końca 2009 roku, a dane z 2010 roku były wykorzystywane do oceny *ex post* obliczanych prognoz.

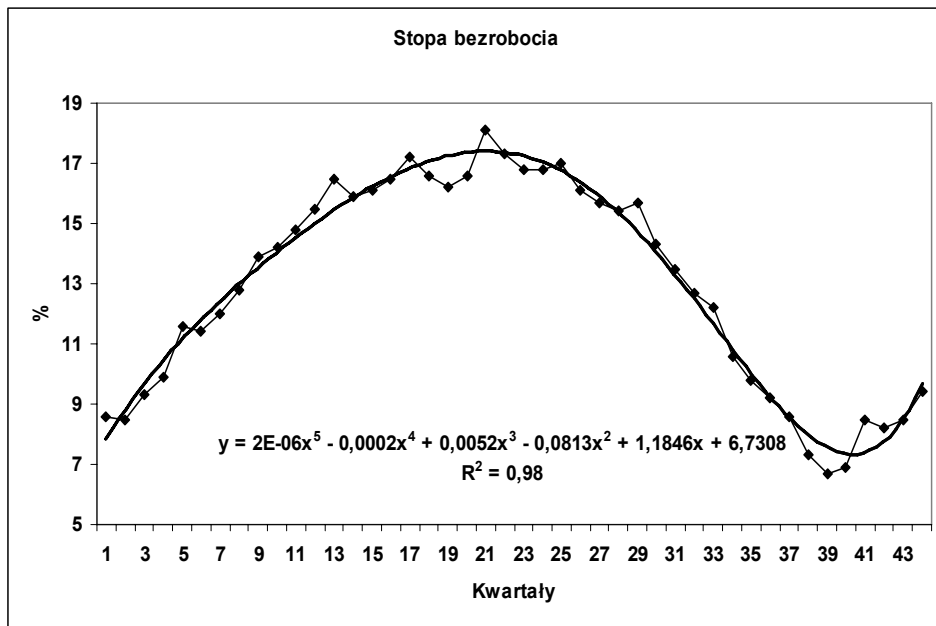
Ze względu na cel badania główną analizowaną zmienną była stopa bezrobocia rejestrowanego w województwie śląskim ( $u_t$ ). Ponadto do budowy modeli wykorzystano:

- wartość produkcji sprzedanej przemysłu ( $PSP_t$ ) brutto w cenach bieżących, niewyrównaną sezonowo, w mln zł; zmienna ta zastępuje wartość produktu krajowego brutto wytwarzanego w województwie śląskim, który jest obliczany w okresach rocznych,
- przeciętne miesięczne wynagrodzenia ( $WO_t$ ) brutto w gospodarce narodowej w województwie śląskim,
- łańcuchowy wskaźnik cen towarów i usług konsumpcyjnych ( $INF_t$ ), w latach 1999-2000 dla Polski, a od 2001 roku dla Śląska\*.

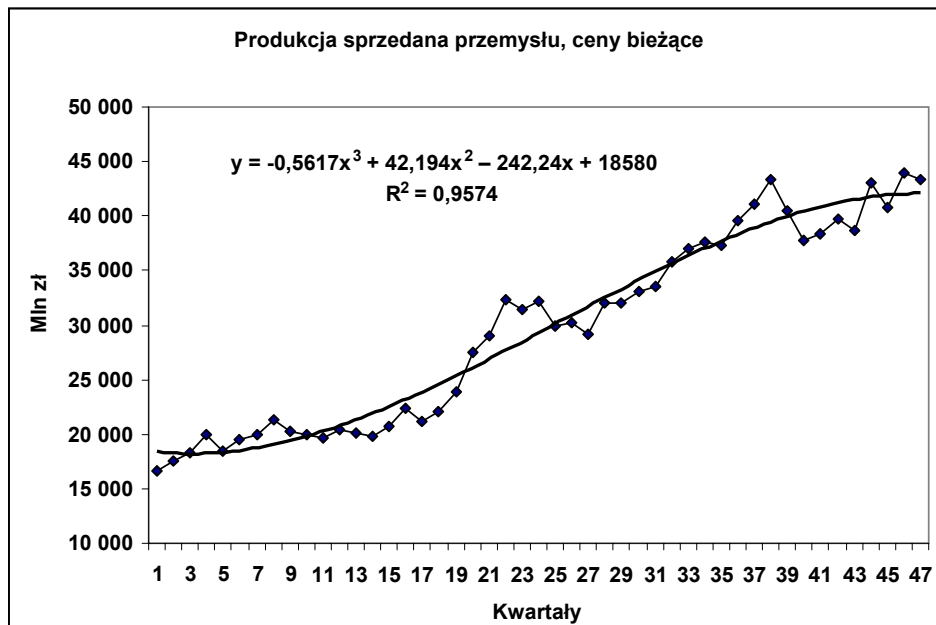
Wykorzystane dane statystyczne pochodziły z odpowiednich numerów „Biuletynu Statystycznego Województwa Śląskiego” wydawanego przez Urząd Statystyczny w Katowicach oraz z publikacji *Zatrudnienie i wynagrodzenia w gospodarce narodowej*, wydawanych przez GUS w Warszawie, a także ze strony internetowej US w Katowicach ([http://www.stat.gov.pl/katow/index\\_PLK\\_HTML.htm](http://www.stat.gov.pl/katow/index_PLK_HTML.htm)) i Banku Danych Lokalnych (<http://www.stat.gov.pl/bdl/blad.html>).

Kształtowanie się wybranych zmiennych zaprezentowano na rysunkach 1-3, na których zamieszczono również trendy rozważanych zmiennych.

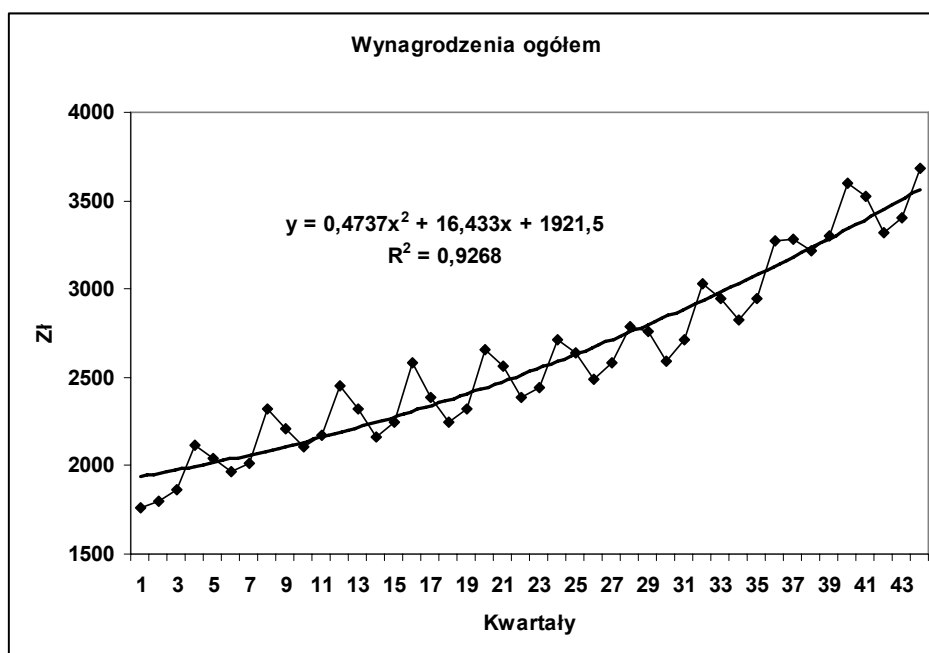
\* Wskaźnik ten wykorzystano do urealnienia wygrodeń rozważanych w modelu VAR.



Rys. 1. Model trendu stopy bezrobocia



Rys. 2. Model trendu produkcji sprzedanej przemysłu



Rys. 3. Model trendu wynagrodzeń ogółem w gospodarce

Z rysunków 1-3 wynika, że najbardziej zróżnicowana w całym okresie objętym analizą była stopa bezrobocia. Wprawdzie wygładzenie danych empirycznych wielomianem odpowiednio wysokiego stopnia daje dobre rezultaty, ale wobec tego, że w ostatnich kwartałach wystąpiła zmiana kierunku tendencji rozwojowej, należało oczekiwać trudności w uzyskiwaniu dopuszczalnych prognoz. Interesujące jest również, że zmienna ta nie wykazuje wyraźnych wahań sezonowych. Wahaniami tego typu cechują przede wszystkim wynagrodzenia, co może wynikać między innymi z wyraźnej sezonowości wynagrodzeń w górnictwie. Warto podkreślić, że wskaźnik inflacji nie wykazywał wyraźnego trendu. Wstępne, sformułowane jedynie na podstawie oglądu wykresów, wnioski na temat składowych poszczególnych szeregów czasowych zostaną weryfikowane w dalszej części pracy w trakcie ich formalnego badania.

## 2. Modelowanie i prognozowanie za pomocą modelu zgodnego

Jednym z modeli poddanych weryfikacji jest dynamiczny model zgodny, którego zadaniem jest opisanie współzależności między wybranymi szeregami czasowymi. Model ten jest w konsekwencji narzędziem sporządzania prognoz

wielu zmiennych. Jak wynika z nazwy, model zgodny „[...] zakłada zgodność harmonicznej struktury procesu objaśnianego z łączną harmoniczną strukturą procesów objaśniających oraz procesu resztowego, który jest niezależny od procesów objaśniających” (*Ekonometria współczesna*, 2007, s. 325).

Zgodnie z procedurą zaproponowaną przez Z. Zielińskiego w latach 80. XX wieku, efektem końcowym modelowania zgodnego jest model przyczynowo-skutkowy uwzględniający wewnętrzne struktury dynamiczne wszystkich badanych procesów, objaśnianego i objaśniających. Cechą specyficzną modelu zgodnego jest to, że proces endogeniczny  $Y_t$  jest opisywany przez procesy egzogeniczne wraz z ich wewnętrzną strukturą dynamiczną, a proces resztowy pozostaje białym szumem. Strukturę dynamiczną procesu tworzą wszystkie jej stacjonarne i niestacjonarne składowe, czyli trend, wahania periodyczne, autoregresja itd. (*Ekonometria współczesna*, 2007, s. 325).

W procesie specyfikacji i konstrukcji modelu zgodnego wyróżnia się pięć etapów:

1. Badanie wewnętrznej struktury procesów endogenicznego i egzogenicznych. Zadaniem tego etapu jest wyodrębnienie trendu i składowych sezonowych oraz ustalenie rzędów opóźnień poszczególnych procesów, na ogół rzędów autoregresji.
2. Sformułowanie ogólnego modelu zawierającego maksymalny stopień wielomianu trendu, sezonowość oraz maksymalny rząd autoregresji dla każdego z badanych procesów. Jeżeli badany proces jest zintegrowany  $I(d)$ , to według koncepcji modelowania zgodnego do specyfikacji składnika autoregresyjnego równania ogólnego do rzędu opóźnienia należy dodać liczbę opóźnień równą  $d$  (Kufel, 2007, s. 101).
3. Szacowanie postaci pierwotnej modelu zgodnego, nazywanej równaniem pełnym, uwzględniającej wszystkie wyspecyfikowane składniki.
4. Weryfikacja modelu obejmująca badanie istotności zmiennych oraz własności reszt. Zmienne nieistotne należy usuwać kolejno według najniższej co do modułu wartości statystyki  $t$  Studenta lub według najwyższej wartości  $p$  (empirycznego poziomu istotności). Badanie reszt obejmuje klasyczny zestaw czynności, tj. analizę losowości, autokorelacji, niejednorodności wariancji i normalności ich rozkładu.
5. Interpretacja ocen parametrów strukturalnych oraz ocena dopasowania modelu do danych empirycznych.

Pozytywnie zweryfikowany model jest zgodny z potencjalnym narzędziem budowy prognoz, których dopuszczalność jest z kolei oceniana *ex ante*, a jeśli to możliwe i *ex post*.

Dynamiczny model zgodny o zmiennych wartościach średniej dotyczy procesów stacjonarnych i niestacjonarnych, dlatego w kolejnych etapach jego budowy identyfikuje się wszystkie składowe analizowanych procesów.

Jeśli procesy  $X_t$  i  $Y_t$ , autoregresyjne i stacjonarne są dane relacjami:

$$X_t = \sum_{i=1}^p \alpha_i X_{t-i} + \varepsilon_{X_t}, \quad (1)$$

$$Y_t = \sum_{i=1}^q \alpha_i Y_{t-i} + \varepsilon_{Y_t}, \quad (2)$$

to formalnie rzecz ujmując model zgodny opisujący zależność owych procesów, np.  $Y_t$  w zależności od  $X_t$ , powstaje przy założeniu, że musi być spełniona relacja:

$$\varepsilon_{Y_t} = \rho \varepsilon_{X_t} + \varepsilon_t, \quad (3)$$

gdzie:

$\rho$  – parametr modelu uzgadniającego strukturę,

$\varepsilon_t$  – proces resztowy, biały szum.

Równanie (3) mające kluczowe znaczenie w procesie konstrukcji modelu zgodnego jest nazywane równaniem uzgadniającym strukturę. Jeśli procesy resztowe modeli (1) i (2) wprowadzi się do modelu (3), to uzyskuje się następującą relację:

$$Y_t - \sum_{i=1}^q \beta_i Y_{t-i} = \rho \left( X_t - \sum_{i=1}^p \alpha_i X_{t-i} \right) + \varepsilon_t, \quad (4)$$

$$Y_t = \sum_{i=1}^q \beta_i Y_{t-i} + \rho X_t - \rho \sum_{i=1}^p \alpha_i X_{t-i} + \varepsilon_t.$$

Jak widać, w modelu zgodnym jest zawarta wewnętrzna struktura obu procesów. W równaniu (4) są to opóźnienia rzędu  $q$  dla procesu  $Y_t$  i rzędu  $p$  dla procesu  $X_t$ . Równania (3) i (4) uogólnia się na więcej niż dwa procesy.

Kolejne rozszerzenie modelu zgodnego dotyczy sytuacji, kiedy są rozważane procesy niestacjonarne, z uwzględnieniem trendu, sezonowości i stopnia integracji. Model zgodny ma wtedy postać:

$$Y_t = \sum_{j=0}^m \alpha_j t^j + \sum_{l=1}^k \gamma_l Q_{lt} + \sum_{i=1}^p \beta_i Y_{t-i} + \sum_{d=1}^w \left( \sum_{i=0}^q \delta_i X_{d,t-i} \right) + \varepsilon_t, \quad (5)$$

gdzie:

$j$  – stopień wielomianu funkcji trendu, maksymalny spośród wszystkich rozważanych procesów,

$k$  – ilość faz w cyklu wahań periodycznych,

$p$  – rząd opóźnienia zmiennej  $Y_t$ ,

$w$  – liczba procesów objaśniających,  $X_{dt}$ ,

$q$  – rząd opóźnienia zmiennych objaśniających, różny dla poszczególnych procesów i uwzględniający stopień ich integracji,

$\varepsilon_t$  – proces resztowy, biały szum.

Ponieważ analizowane w pracy procesy są niestacjonarne, więc model zgodny był formułowany zgodnie z równaniem (5).

## 2.1. Ustalanie stopnia wielomianu trendu badanych szeregów

Ustalanie stopnia wielomianu trendu zmiennych opisujących rynek pracy w województwie śląskim przebiegało zgodnie z powszechnie przyjętymi zasadami, czyli rozpoczynało się oszacowaniem liniowej funkcji trendu i stopniowym zwiększaniem o jeden stopnia wielomianu pod warunkiem, że parametr przy zmiennej czasowej o potęgze zwiększonej o jeden jest istotny statystycznie i że powoduje to istotne zmniejszenie wartości wariancji resztowej modelu.

Badanie istotności zmian wariancji resztowej polega na weryfikacji hipotezy:

$$H_0 : \delta_1^2 = \delta_2^2,$$

$$H_1 : \delta_1^2 > \delta_2^2$$

odbywa się na podstawie statystyki  $F$  danej wzorem:

$$F_{obl} = \frac{S_1^2}{S_2^2}, \quad (6)$$

gdzie:

$S_1^2$  – wariancja resztowa wielomianu stopnia  $j$ ,

$S_2^2$  – wariancja resztowa wielomianu stopnia  $j+1$ .

Statystykę  $F_{obl}$  porównuje się z wartością krytyczną wyznaczoną z tablic rozkładu  $F$  przy poziomie istotności  $\alpha$  oraz  $n_1 = n-k$  i  $n_2 = n-k-1$  liczbach stopni swobody, gdzie  $n$  to liczebność próby, a  $k$  – liczba szacowanych parametrów w modelu pierwszym. Hipotezę  $H_0$  odrzucamy, gdy  $F_{obl} > F(\alpha, n-k, n-k-1)$ , co oznacza, że zwiększenie stopnia wielomianu o jednostkę istotnie zmniejsza wartość wariancji resztowej modelu.

Wyniki procesu ustalania stopnia wielomianu dla zmiennej „stopa bezrobocia” zawarto w tabeli 1. Na tej podstawie przyjęto wstępnie, że właściwym trendem stopy bezrobocia jest wielomian stopnia czwartego, choć można rozważyć również trend paraboliczny.

Tabela 1

Zmienna  $u_t$  – ustalanie stopnia wielomianu funkcji trendu

Wielomian stopnia	1	2	3	4	5	6
Stopnie swobody	43; 42	42;41	41;40	40;39	39;38	38;37
Wariancja resztowa	$(3,3828)^2$	$(1,39684)^2$	$(1,13825)^2$	$(0,66997)^2$	$(0,52997)^2$	$(0,50616)^2$
$F_{obl}$	-	5,864885	1,505974	2,886466	1,598094	1,096298
$F_{\alpha}(\alpha=0,05)$	-	1,677874	1,688877	1,700385	1,712436	1,725073
$F_{obl}>F_{\alpha}$	-	tak	nie	tak	nie	nie

W tabeli 2 zamieszczono wyniki estymacji parametrów trendu wielomianowego stopnia czwartego.

Kolejną badaną zmienną było wynagrodzenie ogółem w gospodarce województwa śląskiego. Ponieważ procesy inflacyjne w gospodarce nie są zbyt silne, a trend wskaźnika cen nie jest zbyt wyraźny, więc postanowiono prognozować stopę bezrobocia na podstawie danych wyrażanych w cenach bieżących.

Tabela 2

Model trendu stopnia czwartego  
Estymacja KMNK, wykorzystane obserwacje 1999:1-2009:4 (N = 44)  
Zmienna zależna:  $u_t$

	Współczynnik	Błąd stand.	t-Studenta	Wartość p	
const	8,57033	0,582474	14,7137	<0,00001	***
time	0,125129	0,175049	0,7148	0,47897	
time2	0,0762218	0,0155703	4,8953	0,00002	***
time3	-0,00398928	0,000517127	-7,7143	<0,00001	***
time4	4,98684e-05	5,7031e-06	8,7441	<0,00001	***
Wsp. determ. R-kwadrat	0,967222		Skorygowany R-kwadrat	0,963861	
Autokorel. reszt – rho1	0,564408		Stat. Durbina-Watsona	0,872884	

Na podstawie danych z tabeli 3 oraz obserwacji rysunku 3 przyjęto, że wynagrodzenia można modelować za pomocą trendu liniowego uzupełnionego o sezonowość.

Tabela 3

Zmienna  $WO_t$  – ustalanie stopnia wielomianu funkcji trendu

Wielomian stopnia	1	2	3
Stopnie swobody	43; 42	42;41	41;40
Wariancja resztowa	$(155,858)^2$	$(141,006)^2$	$(130,983)^2$

cd. tabeli 3

$F_{obl}$	-	1,221747	1,15891
$F_{\alpha} (\alpha=0,05)$	-	1,677874	1,688877
$F_{obl} > F_{\alpha}$	-	nie	nie

Wyniki estymacji trendu wynagrodzeń zawarto w tabeli 4.

Tabela 4

Model trendu liniowego  
Estymacja KMNK, wykorzystane obserwacje 1999:1-2009:4 (N = 44)  
Zmienna zależna:  $WO_t$

	Współczynnik	Błąd stand.	t-Studenta	Wartość p	
const	1758,06	47,8056	36,7752	<0,00001	***
time	37,7498	1,85035	20,4015	<0,00001	***
Wsp. determ. R-kwadrat	0,908341		Skorygowany R-kwadrat	0,906159	
Autokorel. reszt – rho1	0,382235		Stat. Durbina-Watsona	1,217922	

Ostatnią badaną zmienną była wartość produkcji sprzedanej przemysłu w województwie śląskim *PSP*. Wyniki testowania stopnia wielomianu zamieszczono w tabeli 5, a wyniki estymacji wybranej funkcji w tabeli 6.

Tabela 5

Zmienna *PSP* – ustalanie stopnia wielomianu funkcji trendu\*

Wielomian stopnia	1	2
Stopnie swobody	43; 42	42;41
Wariancja resztowa	$(2231,17)^2$	-
$F_{obl}$	-	-
$F_{\alpha} (\alpha=0,05)$	-	-
$F_{obl} > F_{\alpha}$	-	-

\* Parametr przy zmiennej  $t^2$  okazał się nieistotny statystycznie.

Tabela 6

Model trendu liniowego  
Estymacja KMNK, wykorzystane obserwacje 1999:1-2009:4 (N = 44)  
Zmienna zależna:  $PSP_t$

	Współczynnik	Błąd stand.	t-Studenta	Wartość p	
const	14477,1	684,356	21,1543	<0,00001	***
time	633,916	26,4885	23,9318	<0,00001	***

cd. tabeli 6

Wsp. determ. R-kwadrat	0,931677	Skorygowany R-kwadrat	0,930051
Autokorel. reszt – rho1	0,740629	Stat. Durbina-Watsona	0,509320

Uzyskane wyniki wyraźnie wskazują na konieczność dokładnego badania stopnia wielomianu, a analizę wykresów z programu Excel należy traktować jako wstępny, a nie ostateczny jego etap.

## 2.2. Badanie sezonowości

Drugim etapem analizy rozważnych szeregów czasowych była weryfikacja występowania w nich wahań sezonowych. W analizowanych modelach wykorzystano zmienne zero-jedynkowe  $d_{qi}$  ( $i = 1,2,3,4$ ) reprezentujące poszczególne kwartały, a ponieważ przyjęto, że modele powinny zawierać wyraz wolny, więc dokonano ich transformacji według wzoru:

$$d_{iq} = d_{qi} - d_{q4}. \quad (7)$$

Wyniki estymacji parametrów modeli zawierających ustalone funkcje trendu oraz efekty sezonowe zamieszczono w tabelach 7-9.

Tabela 7

Model trendu i wahań sezonowych 1  
Estymacja KMNK, wykorzystane obserwacje 1999:1-2009:4 (N = 44)  
Zmienna zależna:  $u_t$

	<i>Współczynnik</i>	<i>Błąd stand.</i>	<i>t-Studenta</i>	<i>Wartość p</i>	
const	8,42075	0,533531	15,7831	<0,00001	***
time	0,159317	0,159913	0,9963	0,32577	
time2	0,0740076	0,0142054	5,2098	<0,00001	***
time3	-0,00393727	0,000471547	-8,3497	<0,00001	***
time4	4,94896e-05	5,19975e-06	9,5177	<0,00001	***
d1q	0,519381	0,160706	3,2319	0,00263	***
d2q	-0,164577	0,159588	-1,0313	0,30930	
d3q	-0,268477	0,159588	-1,6823	0,10116	
Wsp. determ. R-kwadrat	0,974873		Skorygowany R-kwadrat	0,969987	

Tabela 8

Model trendu i wahań sezonowych 2  
Estymacja KMNK, wykorzystane obserwacje 1999:1-2009:4 (N = 44)  
Zmienna zależna:  $WO_t$

	<i>Współczynnik</i>	<i>Błąd stand.</i>	<i>t-Studenta</i>	<i>Wartość p</i>	
const	1766,2	32,6355	54,1189	<0,00001	***

cd. tabeli 8

time	37,3882	1,26436	29,5708	<0,00001	***
d1q	32,3194	27,7656	1,1640	0,25149	
d2q	-125,095	27,708	-4,5148	0,00006	***
d3q	-79,9771	27,708	-2,8864	0,00632	***
Wsp. determ. R-kwadrat	0,960568		Skorygowany R-kwadrat	0,956524	

Tabela 9

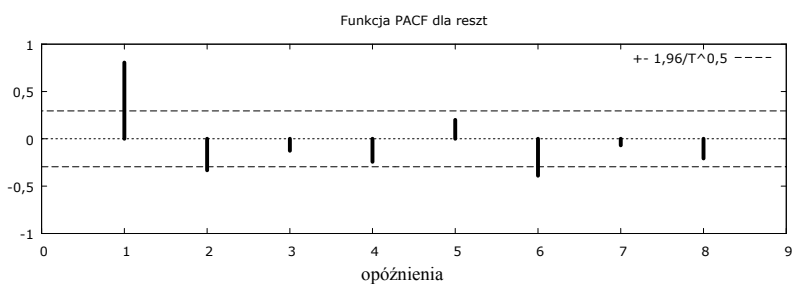
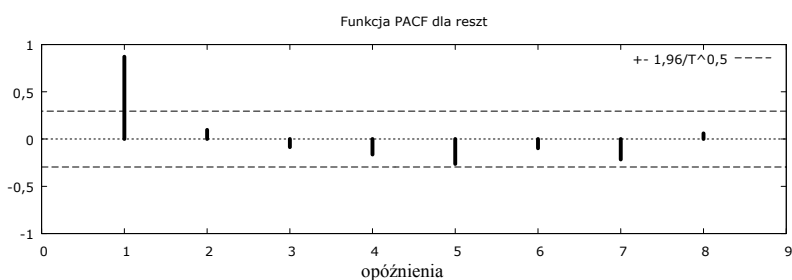
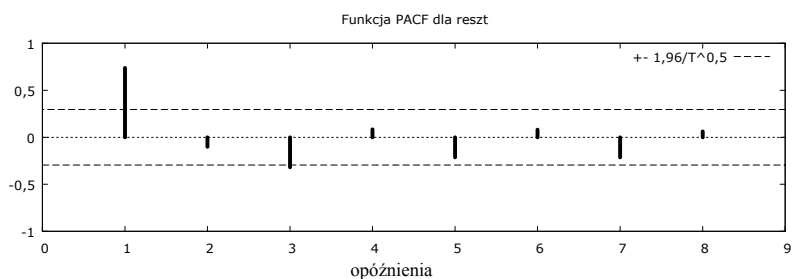
Model trendu i wahań sezonowych 3  
Estymacja KMNK, wykorzystane obserwacje 1999:1-2009:4 (N = 44)  
Zmienna zależna:  $PSP_t$

	Współczynnik	Błąd stand.	t-Studenta	Wartość p	
const	14497,4	699,96	20,7118	<0,00001	***
time	633,012	27,1178	23,3430	<0,00001	***
d1q	-163,096	595,512	-0,2739	0,78563	
d2q	237,925	594,276	0,4004	0,69108	
d3q	-569,821	594,276	-0,9588	0,34354	
Wsp. determ. R-kwadrat	0,934022		Skorygowany R-kwadrat	0,927256	

Z przeprowadzonej analizy wynika, że stopa bezrobocia wykazywała istotne wahania w pierwszych kwartałach, wynagrodzenia w drugich i trzecich (zapewne istotne odchylenia od linii trendu występują też w czwartym kwartale), a produkcja sprzedana przemysłu nie wykazywała istotnych zmian sezonowych.

### 2.3. Badanie rzędu autoregresji i integracji

Ostatnim etapem badania struktury dynamicznej analizowanych szeregów jest wyznaczenie rzędu autoregresji i stopnia integracji. Badanie to wykonuje się na podstawie reszt modeli trendu z wahaniami sezonowymi. Jednym z prostszych sposobów ustalania rzędu autoregresji jest analiza wartości funkcji autokorelacji cząstkowej  $PCF$ . Poniżej zaprezentowano wykresy tej funkcji dla reszt wszystkich trzech modeli. Na wykresach znajdują się linie oddalone od osi odciętych o wartość  $\pm 1,96/n^{0,5}$ , które zgodnie z testem Ljung-Boxa są granicami obszaru przyjęć hipotezy o braku autokorelacji. Dla próby liczącej 44 elementy wartość krytyczna wynosi 0,295481. Przekroczenie przez współczynnik autokorelacji cząstkowej tej wartości oznacza jego istotność, a tym samym wyznacza rząd autoregresji. Funkcje te zaprezentowano na rysunkach 4-6.

Rys. 4. Funkcja autokorelacji *PACF* reszt modelu zmiennej  $u_t$ Rys. 5. Funkcja autokorelacji *PACF* reszt modelu zmiennej  $WO_t$ Rys. 6. Funkcja autokorelacji *PACF* reszt modelu zmiennej  $PSP_t$ 

Przeprowadzona analiza autokorelacji reszt omawianych modeli wskazała rzędy opóźnień zmiennych endogenicznych: 1,2,6 dla stopy bezrobocia, 1 dla wynagrodzeń i 1,3 dla produkcji sprzedanej przemysłu.

Analizę struktury dynamicznej badanych szeregów należało uzupełnić ustaleniem stopnia integracji ich procesów resztowych. W tym celu wykorzystano Test Dickeya-Fullera. Stopa bezrobocia i wynagrodzenia charakteryzuje się integracją stopnia 1, a produkcja sprzedana integracją stopnia 0.

## 2.4. Estymacja i weryfikacja modelu zgodnego

Wyniki analizy wewnętrznej struktury dynamicznej badanych procesów wyznaczające postać równania pełnego zamieszczono w tabeli 10.

Tabela 10

Struktura wewnętrznych składników procesów modelu

Zmienna	Stopień wielomianu	Sezonowość	Rząd autoregresji	Rząd integracji
Stopa bezrobocia	4,00	tak	6,00	0
Wynagrodzenia ogółem	1,00	tak	1,00	1
Produkcja sprzedana przemysłu	1,00	nie	3,00	0

W modelu pełnym, zawierającym wszystkie wybrane zmienne i ich opóźnienia, dla którego współczynnik determinacji przyjął wartość ponad 0,99, istotne okazały się parametry przy zmiennej czasowej  $t$  podniesionej odpowiednio do potęgi 2, 3 i 4 oraz dla opóźnionej o jeden okres zmiennej objaśnianej. Reszty tego modelu wykazywały pożądane własności. Wyniki estymacji równania pełnego były punktem wyjścia do budowy ostatecznego równania zgodnego, które uzyskano w wyniku eliminacji zmiennych nieistotnych.

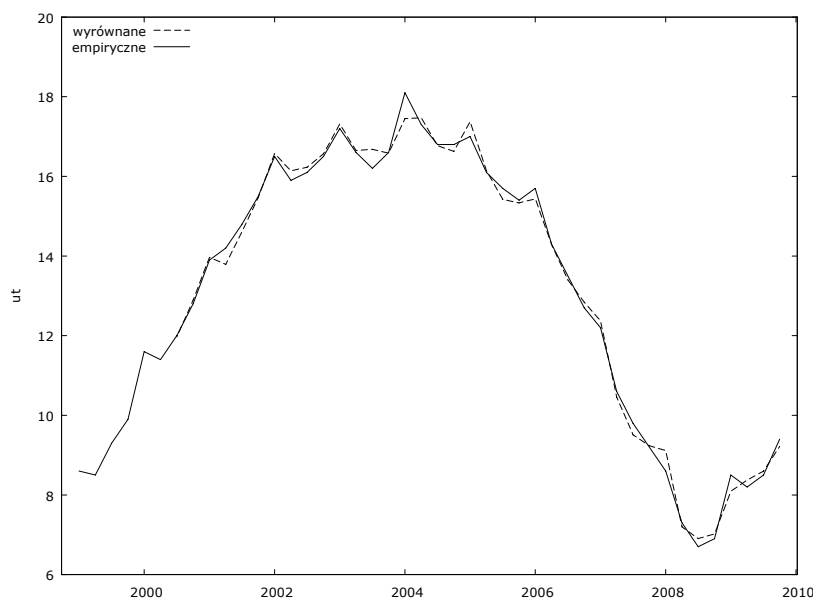
Ostateczną oszacowaną postać modelu zgodnego prezentuje tabela 11, a uzyskane za jego pomocą wartości wyrównane – rysunek 7.

Tabela 11

Ostateczna postać modelu zgodnego  
Estymacja KMNK, wykorzystane obserwacje 2000:3-2009:4 (N = 38)  
Zmienna zależna:  $u_t$

	<i>Współczynnik</i>	<i>Błąd stand.</i>	<i>t-Studenta</i>	<i>Wartość p</i>	
const	6,94299	1,89421	3,6654	0,00107	***
PSP_1	-6,58368e-05	3,15666e-05	-2,0857	0,04659	**
time2	0,0529291	0,0148627	3,5612	0,00140	***
time3	-0,00219932	0,000574868	-3,8258	0,00070	***
time4	2,31847e-05	5,67786e-06	4,0833	0,00035	***
d1q	0,472623	0,0992784	4,7606	0,00006	***
d2q	-0,885785	0,134364	-6,5924	<0,00001	***
d3q	0,356317	0,168812	2,1107	0,04420	**
ut_1	1,11777	0,160229	6,9761	<0,00001	***
ut_2	-0,374418	0,167542	-2,2348	0,03390	**
ut_6	-0,504809	0,186596	-2,7054	0,01167	**
Wsp. determ. R-kwadrat	0,995518		Skorygowany R-kwadrat	0,993859	
Autokorel. reszt – rho1	-0,056082		Statystyka Durbina h	-1,524269	

Otrzymane wyniki są interesujące, ponieważ spośród analizowanych procesów jedynie opóźniona o jeden okres wartość produkcji sprzedanej przemysłu okazała się istotna, a znak jej parametru wskazuje, że w województwie śląskim wzrost produkcji sprzedanej przemysłu w okresie poprzedzającym powoduje obniżenie stopy bezrobocia w okresie bieżącym. Warte podkreślenia jest również informacja o dalekiej, sięgającej 18 miesięcy, autoregresji stopy bezrobocia. Wydaje się, że uzyskane wyniki są poprawne i logiczne.



Rys. 7. Empiryczne i wyrównane wartości zmiennej  $u_t$

Parametry oszacowanego modelu są istotne, model jest doskonale dopasowany do danych empirycznych, reszty spełniają większość postulatów, pozostała jedynie nieznaczna autokorelacja rzędu czwartego.

Kolejną interesującą kwestią są własności prognostyczne uzyskanego modelu. Rysunek 8 prezentuje 95% przedział ufności dla prognoz uzyskanych na podstawie modelu zgodnego. W tabeli 12 zamieszczono wyniki badania dokładności tych prognoz zarówno *ex post*, jak i *ex ante*. Dokładność i dopuszczalność prognoz mierzono za pomocą miernika *MAPE*, czyli obliczano wartość średniego absolutnego błędu procentowego w okresie czterech kwartałów 2010 roku.

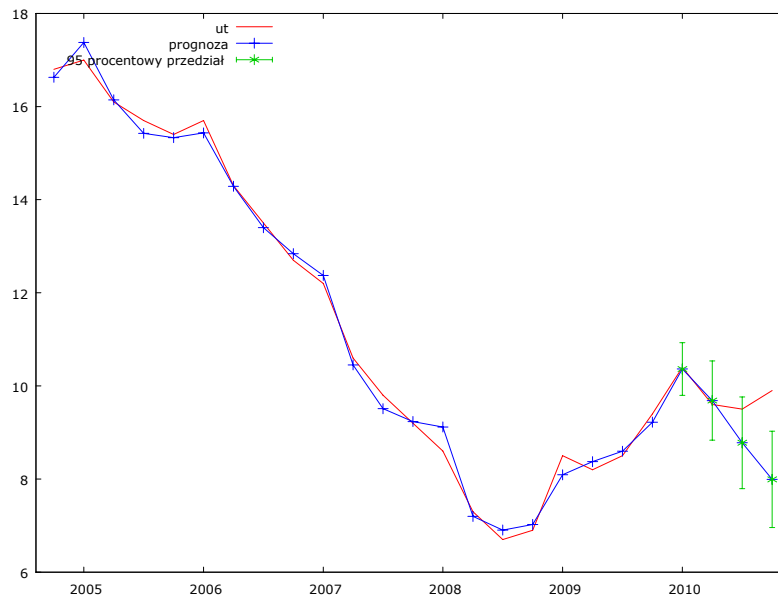
Rys. 8. Prognozy zmiennej  $u_t$ 

Tabela 12

Model zgodny – analiza dokładności i dopuszczalności prognoz zmiennej  $u_t$ 

Okres	$u_t$	Prognoza	Błąd ex ante	95% przedział ufności	Absolutny błąd procentowy ex ante	Błąd ex post	Absolutny błąd procentowy ex post
2010:01	10,4	10,4	0,28	9,8-10,9	2,69%	0	0,0%
2010:02	9,6	9,7	0,41	8,8-10,5	4,27%	-0,1	1,0%
2010:03	9,5	8,8	0,48	7,8-9,8	5,05%	0,7	8,0%
2010:04	9,9	8,4	0,50	7,4-9,5	5,05%	1,5	15,2%
MAPE	×	×	×	×	4,27%	×	×
	×	×	×	×	×	×	6,04%

Z przeprowadzonych badań wynika, że obliczone na podstawie modelu zgodnego prognozy badane ex ante okazały się dostatecznie dokładne, aby można było je uznać za dopuszczalne. Niestety prognoza na ostatni kwartał 2010 roku była znacznie niedoszacowana i nie można było jej uznać za dopuszczalną. Model zgodny mimo dobrych własności nie okazał się na tyle elastyczny, aby uwzględnić utrzymywanie się wzrostu stopy bezrobocia obserwowanego w ostatnich okresach próby, a także w kolejnych kwartałach 2010 roku.

Podsumowując przeprowadzone badanie, można przyjąć, że modelowanie zgodne jest jednym z polecanych, choć niepozbawionych pewnych mankamentów narzędzi prognozowania stopy bezrobocia w województwie śląskim.

### 3. Prognozowanie rynku pracy na podstawie modelu VAR

Kolejnym proponowanym modelem prognostycznym jest model wektorowej autoregresji *VAR*. W niniejszym opracowaniu przyjęto następującą ogólną postać modelu VAR:

$$Y_t = A_0 D_t + \sum_{i=1}^p A_i Y_{t-i} + \varepsilon_t, \quad (8)$$

gdzie:

- $Y_t$  – macierz obserwacji dla  $K$ -zmiennych objaśnianych ( $K$  jest jednocześnie liczbą równań w modelu VAR),
- $t$  – numer obserwacji  $t = 1, 2, \dots, T$ ,
- $Y_{t-i}$  – macierz obserwacji dla  $K$ -zmiennych objaśniających opóźnionych w stosunku do zmiennej objaśnianej o  $i$  okresów,
- $p$  – rząd opóźnień w modelu,
- $D_t$  – macierz obserwacji dla deterministycznych składników równania, takich jak wyraz wolny, zmienna czasowa, zmienne zero-jedynkowe,
- $A_i$  – macierz parametrów, dla  $i = 0, 1, \dots, p$ ,
- $\varepsilon_t$  – wektor stacjonarnych zakłóceń losowych.

Wstępną analizę przeprowadzono dla modelu, w którym zmiennymi objaśniającymi były opisane już wcześniej trzy zmienne:

- stopa bezrobocia rejestrowanego w województwie śląskim ( $u_t$ ),
- urealniona wartość produkcji sprzedanej przemysłu brutto ( $PSPR_t$ ),
- przeciętne realne wynagrodzenia ( $WOR_t$ ) brutto w gospodarce województwa śląskiego.

W modelu zawarto również trend deterministyczny w postaci wielomianu stopnia piątego oraz kwartalne wahania sezonowe. Ostatecznie najlepszy okazał się model *VAR(2)* złożony z dwóch równań dla zmiennych  $u_t$  i  $WOR_t$ , w którym uwzględniono wahania sezonowe reprezentowane przez zmienne zero-jedynkowe  $d_{1q}$  i  $d_{2q}$ .

Rząd opóźnień modelu, równy 2, został wskazany przez kryteria informacyjne Schwarza (BIC) i Hannana-Quinna (HQC). Wyniki estymacji parametrów modelu, uzyskane za pomocą programu GRET, zamieszczono w tabeli 13.

Tabela 13

Wyniki estymacji modelu  $VAR(2)$ 

Równanie 1: $u_t$					
	<i>Współczynnik</i>	<i>Błąd stand.</i>	<i>Statystyka t-Studenta</i>	<i>Wartość p</i>	
const	2,26843	1,03047	2,201	0,0344	**
ut_1	1,61043	0,106366	15,14	6,20E-17	***
ut_2	-0,669193	0,099469	-6,728	8,61E-08	***
WRO_1	-0,00223024	0,000737	-3,025	0,0046	***
WRO_2	0,00152251	0,000883	1,724	0,0935	*
d1q	1,01209	0,157861	6,411	2,23E-07	***
d2q	-1,30097	0,19894	-6,539	1,51E-07	***
Równanie 2: $WRO_t$					
	<i>Współczynnik</i>	<i>Błąd stand.</i>	<i>Statystyka t-Studenta</i>	<i>wartość p</i>	
const	145,752	83,1473	1,753	0,0884	*
ut_1	-36,0294	8,58253	-4,198	0,0002	***
ut_2	34,3336	8,02607	4,278	0,0001	***
WRO_1	0,767576	0,059495	12,9	7,31E-15	***
WRO_2	0,180738	0,071248	2,537	0,0158	**
d1q	-61,9688	12,7376	-4,865	2,41E-05	***
d2q	-139,418	16,0523	-8,685	2,96E-10	***

W prezentowanym modelu przyjęty rząd opóźnień równy 2 jest wystarczający (wartość testu  $F$  wskazuje na jego istotność), a w procesach resztowych w obu równaniach nie występuje istotna autokorelacja. W wyniku analizy przeprowadzonej za pomocą testu Doornika-Hansena (Kufel, 2004) stwierdzono również, że nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy o normalności rozkładu reszt.

Ponadto pierwiastki równania charakterystycznego są mniejsze co do modułu od jedności, co – jak wiadomo – jest podstawowym warunkiem praktycznego wykorzystania omawianego modelu.

Prognozy stopy bezrobocia na wszystkie kwartały 2010 roku przedstawiono na rysunku 9 oraz w tabeli 14.



Rys. 9. Model VAR(2), prognozy wartości stóp bezrobocia z zaznaczonymi błędami *ex ante*

Interesujące jest, że wartości błędów *ex ante* prognoz stopy bezrobocia wskazują na to, że prognozę dla ostatniego kwartału 2010 roku należy uznać za niedopuszczalną, ale ze względu na wartości błędów *ex post* wyniki są prawidłowe.

Tabela 14

Model *VAR(2)* – analiza dokładności i dopuszczalności prognoz zmiennej  $u_t$

Okres	$u_t$	Prognoza	Błąd <i>ex ante</i>	95% przedział ufności	Absolutny błąd procentowy <i>ex ante</i>	Błąd <i>ex post</i>	Absolutny błąd procentowy <i>ex post</i>
2010:01	10,4	10,6	0,35	9,9 – 11,3	3,30%	-0,2	1,92%
2010:02	9,6	10,3	0,66	8,9 – 11,6	6,41%	-0,7	7,29%
2010:03	9,5	10,3	0,97	8,3 – 12,3	9,42%	-0,8	8,42%
2010:04	9,9	10,6	1,24	8,0 – 13,1	11,70%	-0,7	7,07%
MAPE	×	×	×		7,71%	×	×
	×	×	×	×	×	×	6,18%

Analiza wyników jakości prognoz wynagrodzeń realnych wykazała, że wartości rzeczywiste należą do wyznaczonych przedziałów ufności, względne błędy procentowe prognoz obliczone zarówno dla błędów *ex ante*, jak i *ex post* są mniejsze od 10%, czyli prognozy są dopuszczalne.

Podsumowując, można przyjąć, że zaproponowany prosty model *VAR* może być uznany za skuteczne narzędzie prognostyczne w przypadku przewidywania przyszłych realizacji stopy bezrobocia.

#### 4. Wyznaczenie prognoz stopy bezrobocia na podstawie wybranego modelu wyrównywania wykładniczego

Praktyczne modele wyrównywania wykładniczego mają duże znaczenie, ponieważ nadają się do konstrukcji prognoz nie tylko w warunkach ustabilizowanego rozwoju interesujących nas zjawisk ekonomicznych, lecz także i wtedy, gdy rozwój ten przebiega w sposób nieregularny, charakteryzujący się załamaniami trendu, tak jak analizowany szereg stopy bezrobocia w województwie śląskim. W modelach tych nie przyjmuje się stałej postaci analitycznej trendu, lecz przeciwnie, zakłada się, że dla każdego okresu ocenę poziomu składowej systematycznej szeregu czasowego i przyrostu trendu wygładza się za pomocą średniej ważonej, przy czym wagi maleją wykładniczo (ostatnia obserwacja ma najwyższą wagę). Dlatego też w celu wyznaczenia prognozy stóp bezrobocia w województwie śląskim wykorzystano dobrze znane w literaturze modele Browna (liniowy i kwadratowy), model Holta\* oraz mniej znany model nieliniowy wyrównywania wykładniczego z dwoma parametrami wyrównywania  $a$  i  $d$  (Jadamus-Hacura, 1990) spełniającymi warunki:

- $0 \leq a < 1$ ; na podstawie wartości  $a$  wyznacza się dwa inne parametry odpowiedzialne za wyrównanie:
  - poziomu:  $a \cdot (2 - a)$ ,
  - przyrostu trendu:  $a^2$ .
- $d \in \langle 0,5; 1,2 \rangle$ ; parametr ten decyduje o wyborze postaci funkcji trendu (dla  $t = 1$  ma się do czynienia z funkcją liniową).

Ocenę wyrównanego poziomu i przyrostu trendu badanej zmiennej na poziomie zerowym i odpowiednio na poziomie  $t$  można znaleźć na podstawie równań:

$$Poziom_0 = y_1 \quad Trend_0 = (y_2 - y_1) \quad (9)$$

$$\hat{y}_t = poziom_{t-1} + trend_{t-1}d \quad (10)$$

$$poziom_t = \hat{y}_t + e_t a(a - 2) \quad (11)$$

$$trend_t = trend_{t-1}d + e_t a^2 \quad (12)$$

\* Szczegółowy opis wspomnianych modeli wyrównywania wykładniczego można znaleźć w podręcznikach prognozowania, np. w: *Prognozowanie gospodarcze...* (2011).

Pierwszą prognozę oblicza się ze wzoru:

$$\hat{y}_{t+1} = poziom_t + trend_t * d \quad (13)$$

natomiast do obliczenia następnych prognoz ( $h > 1$ ) stosuje się wzór:

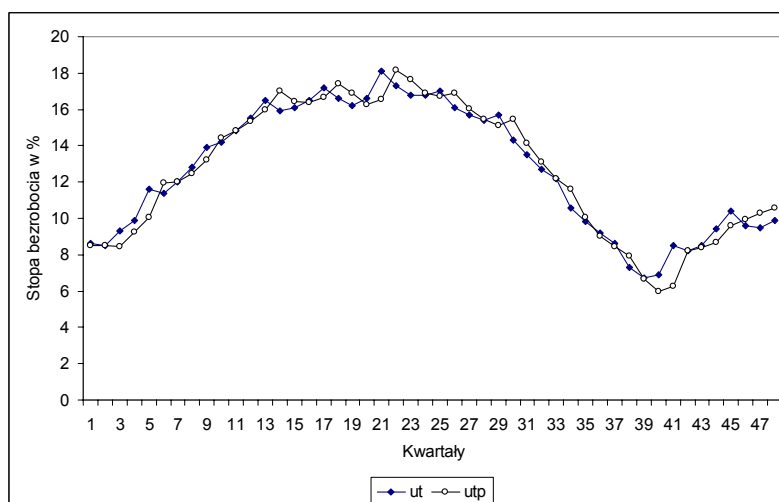
$$\hat{y}_{t+h} = \hat{y}_{t+h-1} + d^h * trend_t \quad (14)$$

Kryterium wyboru wartości parametrów  $a$  i  $d$  jest minimalizacja miary  $MAE$  (*Mean Absolute Error*) równej średniej arytmetycznej z modułów reszt. Obliczenia wykonano w arkuszu kalkulacyjnym Excel, a do wyznaczenia wartości optymalnych parametrów rozpatrywanych modeli wykorzystano opcję *Solver*. Wyniki obliczeń wartości  $MAE$  wskazały, że do wyznaczania prognoz należy wykorzystać model nieliniowy z dwoma parametrami ( $MAE = 0,5$ ) – wyniki zamieszczono w tabeli 15. Wartości empiryczne i prognozy przedstawiono na rysunku 10.

Tabela 15

Model wyrównywania wykładniczego (z dwoma parametrami  $a = 0,53$ ,  $d = 0,93$ )  
– analiza dokładności i dopuszczalności prognoz zmiennej  $u_t$

Okres	$u_t$	Prognoza	Błąd ex post	Absolutny błąd procentowy ex post
2010:01	10,4	9,61	0,79	7,60%
2010:02	9,6	9,96	-0,36	3,75%
2010:03	9,5	10,29	-0,79	8,32%
2010:04	9,9	10,59	-0,69	6,97%
MAPE	×	×	×	6,66%



Rys. 10. Model wyrównywania wykładniczego – realizacje i prognozy stopy bezrobocia

Prognozy otrzymane na podstawie tego prostego modelu są dopuszczalne, a ich uzyskanie było stosunkowo łatwe. Procedura ta jest zdecydowanie łatwiejsza i mniej pracochłonna w stosunku do poprzednich. Można ją polecać w sytuacjach, gdy celem badania jest wyłącznie wyznaczenie prognoz, a nie konstrukcja modelu opisowego stopy bezrobocia.

## 5. Prognozowanie w warunkach zmian struktury dynamicznej szeregu

Kolejną weryfikowaną procedurą prognostyczną była metoda modelowania szeregu uwzględniająca punkty zwrotne, czyli punkty zmiany dotychczasowej tendencji rozwojowej szeregu czasowego, za pomocą zmiennych zero-jedynkowych (Welfe, 2009, s. 174-177; Melich-Iwanek, 2010, s. 38-39).

Jeżeli przyjmuje się, że podstawą rozważań jest liniowa funkcja trendu, to należy podkreślić, że punkt zwrotny może spowodować zmiany: wyrazu wolnego, współczynnika kierunkowego lub obu tych parametrów. Najprostszym sposobem uwzględniania punktu zwrotnego, a więc punktu zmiany struktury dynamicznej szeregu jest wprowadzenie do modelu zmiennej zero-jedynkowej przyjmującej wartość zero do okresu poprzedzającego wystąpienie punktu zwrotnego i wartość jeden w okresach następujących.

Ogólnie jeśli w dowolnym szeregu czasowym może wystąpić  $m$  punktów zwrotnych, to postać modelu jest następująca:

$$y_t = \alpha_1 \cdot t + \alpha_0 + \sum_{i=1}^m \alpha_1^{(i)} \cdot D_{it} \cdot t + \sum_{i=1}^m \alpha_0^{(i)} \cdot D_{it} + \xi_t, \quad (15)$$

gdzie:

$t$  – zmienna czasowa przyjmująca wartości  $1, 2, \dots, n$ ,

$D_{it}$  –  $i$ -ta zmienna zero-jedynkowa przyporządkowana  $i$ -temu punktowi zwrotnemu  $t^*$ ,  $i=1, 2, \dots, m$ .

Zmiennym zero-jedynkowym nadaje się wartości:

$$D_{it} = \begin{cases} 0 & \text{dla } t \leq t_i^* \\ 1 & \text{dla } t > t_i^* \end{cases}, \quad (16)$$

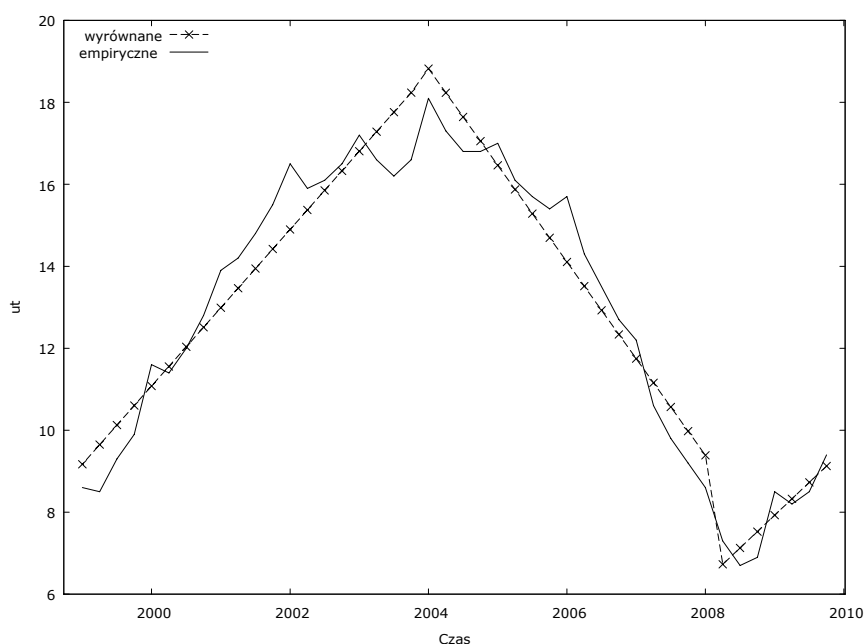
gdzie  $t_i^*$  oznacza  $i$ -ty punkt zwrotny,  $i = 1, 2, \dots, m$ .

W praktyce na ogół nie wszystkie parametry  $\alpha_0^{(i)}$  oraz  $\alpha_1^{(i)}$  są różne od zera, ponieważ, jak wcześniej założono, rzeczywiste punkty zwrotne mogą się przejawiać jako zmiany jednego lub obu parametrów poszczególnych odcinkowych funkcji trendów łącznie tworzących model (15). O wystąpieniu kolejnych punk-

tów zmian struktury, ich znaczeniu i charakterze zmian przez nie wywołanych można wnioskować weryfikując istotność odpowiednich parametrów modelu.

Szereg czasowy stopy bezrobocia poddano analizie występowania punktów zwrotnych, przyjmując założenie, że zmienna wykazuje trend liniowy. Punkty zwrotne wyznaczono stosując test stabilności parametrów strukturalnych *QLR* pozwalający zidentyfikować załamanie strukturalne w nieokreślonym momencie (Kufel, 2004, s. 111-112). Wyznaczono w ten sposób dwa punkty zmiany struktury, tj. I kwartał 2004 roku i II kwartał 2008 roku.

W konsekwencji zdefiniowano dwie zmienne zero-jedynkowe  $D_{1t}$  i  $D_{2t}$ . Zmiennej  $D_{1t}$  nadano wartości zerowe od I kwartału 1999 roku do IV kwartału 2003 roku i jeden od I kwartału 2004 roku do końca próby. Zmienna  $D_{2t}$  miała wartości zero do I kwartału 2008 roku i jeden od II kwartału 2008 roku do końca próby. Iloczyny zmiennych  $D_{1t}$  i  $D_{2t}$  oraz zmiennej czasowej  $t$  oznaczono symbolami  $V_{1t}$  i  $V_{2t}$ . Wyniki estymacji parametrów modelu 15 uwzględniającego dwa punkty zmiany struktury zamieszczono w tabeli 16, a wykres wartości szeregów empirycznego i teoretycznego przedstawiono na rysunku 11. Otrzymane wyniki pozwalają uznać tę procedurę za kolejną skuteczną metodę modelowania i prognozowania szeregów czasowych o zmiennej dynamice. Dopasowanie szeregów empirycznego i teoretycznego jest bardzo wysokie, a parametry są istotne.



Rys. 11. Model ze zmianami struktury – wartości empiryczne i wyrównane stopy bezrobocia

Tabela 16

Model ze zmianami struktury, wykorzystane obserwacje 1999:1-2009:4 (N = 44)  
Zmienna zależna:  $u_t$

	<i>Współczynnik</i>	<i>Błąd stand.</i>	<i>t-Studenta</i>	<i>Wartość p</i>	
const	8,69421	0,381613	22,7828	<0,00001	***
time	0,477218	0,0318564	14,9803	<0,00001	***
D1	22,5131	1,25555	17,9309	<0,00001	***
D2	-39,6788	6,48407	-6,1194	<0,00001	***
V1	-1,06692	0,0516615	-20,6522	<0,00001	***
V2	0,989706	0,160488	6,1669	<0,00001	***

Tabela 17

Model ze zmianami struktury – analiza dokładności i dopuszczalności prognoz zmiennej  $u_t$

Okres	$u_t$	Prognoza	Błąd ex ante	95% przedział ufności	Absolutny błąd procentowy ex ante	Błąd ex post	Absolutny błąd procentowy ex post
2010:01	10,4	9,53	1,08	(7,36-11,70)	11,29%	0,87	8,38%
2010:02	9,6	9,93	1,17	(7,56-12,30)	11,81%	-0,33	3,42%
2010:03	9,5	10,33	1,28	(7,74-12,92)	12,39%	-0,83	8,72%
2010:04	9,9	10,73	1,40	(7,90-13,56)	13,02%	-0,83	8,37%
MAPE	×				12,13%		
	×	×	×	×	×	×	7,22%

Prognozy weryfikowane ex post okazały się w pełni dopuszczalne, choć wartości mierników ex ante były nieco wyższe, ale wartości rzeczywiste należą do wyznaczonych przedziałów ufności.

## Podsumowanie

Z przeprowadzonych badań wynika, że modelowanie wektorowo autoregresyjne jest cenną alternatywą dla modeli strukturalnych opisujących rynek pracy. Przeprowadzone w pracy próby modelowania rynku pracy województwa śląskiego za pomocą tych modeli potwierdzają wspomnianą we wstępie większą swobodę w zakresie specyfikacji modelu. Warta podkreślenia jest również stosunkowa łatwość przeprowadzanych obliczeń (pod warunkiem dysponowania odpowiednim programem obliczeniowym) oraz możliwość obliczania prognoz rozpatrywanych zmiennych itp. Podobnie model zgodny okazał się narzędziem pozwalającym opisywać i skutecznie prognozować stopę bezrobocia.

Oba modele mają charakter opisowy, ale – jak wspomniano na wstępie – rozważane zależności miały raczej charakter symptomatyczny. Wartość poznawcza takich modeli jest jednak nieco mniejsza niż modeli przyczynowo-skutkowych, ale w badaniach rynku pracy na szczeblu regionalnym występują często trudności z pozyskiwaniem informacji niezbędnych w procesie konstrukcji modelu przyczynowo-opisowego. Dlatego też w pracy zaproponowano, aby w celu prognozowania stopy bezrobocia korzystać z prostszych modeli, opisujących jedynie szereg czasowy zmiennej objaśnianej. Oba rozważane w pracy modele, tj. wyrównywania wykładniczego i uwzględniający załamania struktury dynamicznej szeregu, okazały się skutecznymi narzędziami prognostycznymi.

## Literatura

- Adamski T. (2009): *Aktualna sytuacja gospodarcza województwa śląskiego ze szczególnym uwzględnieniem przemysłu motoryzacyjnego*. referat wygłoszony na konferencji pt. *Sytuacja na śląskim rynku pracy – diagnoza, zorganizowanej przez Wojewódzki Urząd Pracy w Katowicach 18.12.2009 roku w ramach projektu „Program monitorowania regionalnego rynku pracy”*, [http://mrp.wup-katowice.pl/konferencje/konferencja\\_-\\_18\\_grudnia\\_2009](http://mrp.wup-katowice.pl/konferencje/konferencja_-_18_grudnia_2009).
- Ekonometria współczesna* (2007). Red. M. Osińska. Wydawnictwo Dom Organizatora, Toruń.
- Górnictwo węglowe w województwie śląskim w 2004 r.* (2004). [http://www.stat.gov.pl/cps/rde/xbcr/katow/ASSETS\\_gornictwo2004.pdf](http://www.stat.gov.pl/cps/rde/xbcr/katow/ASSETS_gornictwo2004.pdf)
- Jadamus-Hacura M. (1990): *Prognozy na podstawie modelu wyrównywania wykładniczego*. AE, Wrocław.
- Jadamus-Hacura M., Melich-Iwanek K. (2010): *Rynek pracy – analiza kointegracyjna*. W: *Dynamika zjawisk społeczno-gospodarczych na Górnym Śląsku*. Red. A.S. Barczak. AE, Katowice.
- Jadamus-Hacura M., Melich-Iwanek K. (2009): *Prognozowanie rynku pracy na podstawie modeli VAR*. W: *Zmiany struktury zjawisk społeczno-gospodarczych na Górnym Śląsku*. Część I. Red. A.S. Barczak. AE, Katowice.
- Jadamus-Hacura M., Melich-Iwanek K. (2008): *Prognozowanie rynku pracy na podstawie modeli VAR*. W: *Zmiany struktury gospodarki na Górnym Śląsku w latach 1990-2006*. AE, Katowice.
- Kufel T. (2004): *Ekonometria. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem programu Gretl*. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- Maddala G.S. (2006): *Ekonometria*. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.

Melich-Iwanek K. (2010): *Gospodarka zasobami ludzkimi w górnictwie węgla kamiennego (studium ekonometryczno-statystyczne)*. UE, Katowice.

*Prognozowanie gospodarcze. Metody i zastosowania* (2011). Red. M. Cieślak. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.

Welfe A. (2009): *Ekonometria*. Państwowe Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa.

## LABOR MARKET SIMULATION AND PROGNOSIS: SELECT ISSUES

### Summary

To conduct modeling and prediction of the labor market is one of the hardest, and at the same time, one of the most significant tasks in all economic simulation. Most commonly the labor market is characterized by a synthetic unemployment factor. Due to its unique, cyclical, growth simulation of the unemployment factor is not an easy task.

Modelling that variable in the framework of simultaneous equations models breeds many difficulties, especially those caused by a deficit of information regarding fundamental variables that define the labor market.

When working under those conditions in order to find effective ways to model and forecast the labor market one needs to use adaptive procedures and non-classical multi-equation models. The subject of this research paper, as presented herein, was the comparison of descriptive and prognostic properties of the aforementioned models. Among them, the paper discusses and applies the following: the Vector AutoRegression (VAR) factor; the concordant model; the exponential smoothing with two parameters model; and finally the binary variables model, as applied to sectorized time trend changes.

Results obtained by research executed per the parameters outlined above allow the authors to recommend all of the considered models as useful and effective tools for prognosis. In particular, the binary variables model and the exponential smoothing with two parameters model show great promise to be used for labor market simulation.



**Katarzyna Warzecha**

## **ANALIZA PORÓWNAWCZA SYTUACJI SPOŁECZNO-GOSPODARCZEJ DUŻYCH MIAST WOJEWÓDZTWA ŚLĄSKIEGO**

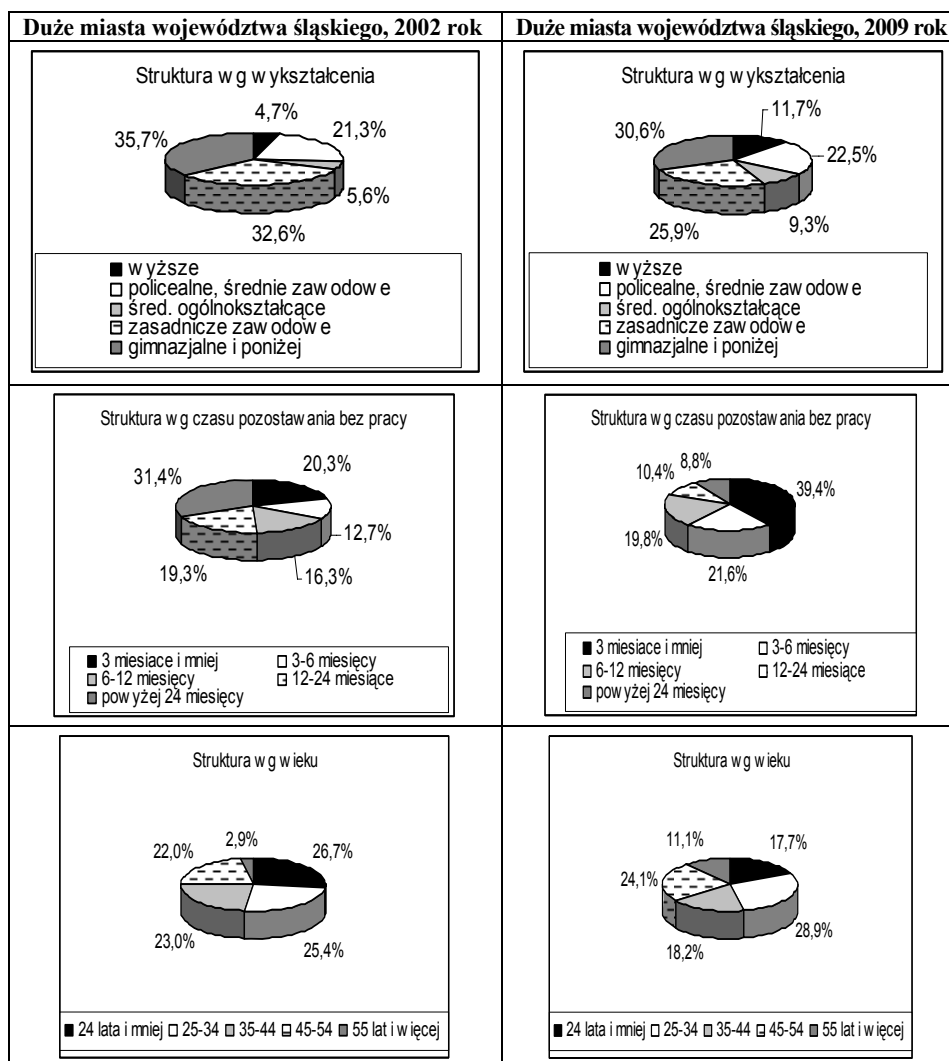
---

### **Uwagi wstępne**

Województwo śląskie zajmuje obszar 12 331 km<sup>2</sup> i jest podzielone na cztery subregiony: północny zajmuje 3047 km<sup>2</sup>, południowy – 2352 km<sup>2</sup>, zachodni – 1354 km<sup>2</sup>, a największy centralny – 5578 km<sup>2</sup>. Pod względem powierzchni województwo śląskie znajduje się na 14 miejscu w Polsce (zajmując 3,9% powierzchni kraju). W 2009 roku mieszkało tam 4,64 mln ludzi, co stanowiło 12,2% ludności kraju. Wśród 16 województw w kraju omawiane województwo jest najbardziej zurbanizowanym regionem Polski, czego wyrazem jest to, że ponad 79% ludności mieszka w 71 jego miastach. W województwie tym jest obecnie 12 miast o liczbie ludności większej niż 100 000 (Bielsko-Biała, Bytom, Chorzów, Częstochowa, Dąbrowa Górnicza, Gliwice, Katowice, Ruda Śląska, Rybnik, Sosnowiec, Tychy i Zabrze). Trzy spośród rozważanych miast liczyły ponad 200 000 mieszkańców (były to miasta: Częstochowa, Gliwice, Sosnowiec), a stolica regionu Katowice – ponad 300 000.

W badanych miastach pod koniec grudnia 2009 roku było zarejestrowanych w urzędach pracy 168,4 tys. osób bezrobotnych, tj. o około 50% mniej niż w 2002 roku (330,2 tys. osób), w tym osoby bezrobotne z dużych miast województwa śląskiego stanowiły w 2009 roku 46% wszystkich zarejestrowanych bezrobotnych województwa śląskiego. Struktura zarejestrowanych bezrobotnych była znacznie zróżnicowana, co pokazuje rysunek 1. W 2009 roku w porównaniu do 2002 roku nastąpił wzrost odsetka osób bezrobotnych w dużych miastach województwa śląskiego niezależnie od rodzaju ich wykształcenia (z wyjątkiem osób z wykształceniem gimnazjalnym i poniżej oraz z wykształceniem zasadniczym zawodowym). Upowszechnianie wyższego wykształcenia powoduje, że również osoby z wykształceniem wyższym mają trudności na rynku pracy. Pozytywnym zjawiskiem obserwowanym w badanych latach wydaje się być znaczny spadek odsetka osób długotrwale bezrobotnych i nieposiadających uprawnień do zasiłku. W 2002 roku około 50% zarejestrowanych bezrobotnych pozostawało bez pracy powyżej 12 miesięcy, a w 2009 roku odsetek tej grupy bezrobot-

nych spadł do około 19%. W 2009 w porównaniu do 2002 roku najbardziej wzrósł odsetek osób bezrobotnych w wieku 55 lat i więcej (z 2,9% w 2002 roku do 11,1% w 2009 roku), a najbardziej spadł odsetek osób bezrobotnych w wieku 24 lat i mniej (z 26,7% w 2002 roku do 17,7% w 2009 roku). Prawie połowa bezrobotnych (w 2009 roku to 46,6%, a w 2002 roku 52,1%) to ludzie młodzi do 34 roku życia. Najwyższą stopę bezrobocia rejestrowanego zanotowano w 2009 roku w Bytomiu (16,7%), a najniższą w Katowicach (3,3%).



Rys. 1. Struktura zarejestrowanych bezrobotnych według wybranych kryteriów w 2009 roku

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych GUS.

Duże miasta regionu odgrywają ważną rolę w jego rozwoju społeczno-ekonomicznym. Są one zazwyczaj ośrodkami życia gospodarczego, społecznego, a także naukowego i kulturalnego. Miasta takie wywierają wpływ na otaczające je mniejsze miasta i wsie, stąd interesującym zagadnieniem są, w obrębie tego samego województwa, podobieństwa i różnice między nimi. W prezentowanej pracy badano podobieństwa i różnice między miastami województwa śląskiego o liczbie ludności większej niż 100 000 pod względem rozwoju społeczno-ekonomicznego. Badanie prowadzono w 2002 i 2009 roku metodą J. Czekanowskiego\*, z wykorzystaniem diagramów Czekanowskiego oraz macierzy odległości (euklidesowych) (Heffner, Gibas, 2007, s. 45-46) pomiędzy analizowanymi miastami, stosując program komputerowy *MaCzek*. Dla lepszego uwypuklenia roli czynników decydujących o podobieństwach i różnicach dużych miast województwa śląskiego porównano także średnie ogólne i wyróżnionych grup miast dla branych pod uwagę mierników. Metoda średnich arytmetycznych pozwala wybrać ze zbioru cech te z nich, które najsilniej wpływały na podział danej zbiorowości na poszczególne klasy. Jednocześnie daje odpowiedź na pytanie, które cechy w wyodrębnionych klasach są dominujące\*\*.

### **Sytuacja społeczno-gospodarcza dużych miast województwa śląskiego**

Sytuację społeczno-gospodarczą miast województwa śląskiego o liczbie mieszkańców powyżej 100 000 scharakteryzowano za pomocą współczynników określających różne sfery rozwoju społeczno-gospodarczego badanych miast. Wybrane cechy diagnostyczne spełniają kryteria formalne i merytoryczne (ze zbioru potencjalnych cech usunięto te, które nie cechowały się odpowiednio wysoką zmiennością). Zbiór 30 cech diagnostycznych zawiera tabela 1; cechy zostały podzielone na stymulanty (S) i destymulanty (D). Tabela 1 zawiera ponadto parametry opisowe wziętych do badania cech diagnostycznych. Na podstawie zawartych w niej danych można zauważyć, że badane miasta były najbardziej zróżnicowane pod względem cech diagnostycznych: emisji zanieczyszczeń gazowych i pyłowych, mieszkań oddanych do użytku na 1000 mieszkańców, liczby ludności na 1 dentystę, liczby ludności na 1 miejsce w kinach stałych, księgozbioru na 1000 mieszkańców, nakładów inwestycyjnych na 1 mieszkańca, wartości brutto środków trwałych na 1 mieszkańca.

\* Diagram Czekanowskiego jest najstarszą metodą taksonomiczną opublikowaną po raz pierwszy w 1909 roku przez polskiego antropologa Jana Czekanowskiego. Więcej na temat metody Czekanowskiego można znaleźć w pracach: Pluta (1986); Podolec, Pocięcha, Sokołowski, Zajac, (1988); Wolny (2009); Heffner, Gibas (2007).

\*\* Opis metody znajduje się w: Heffner, Gibas (2007, s. 73).

Tabela 1

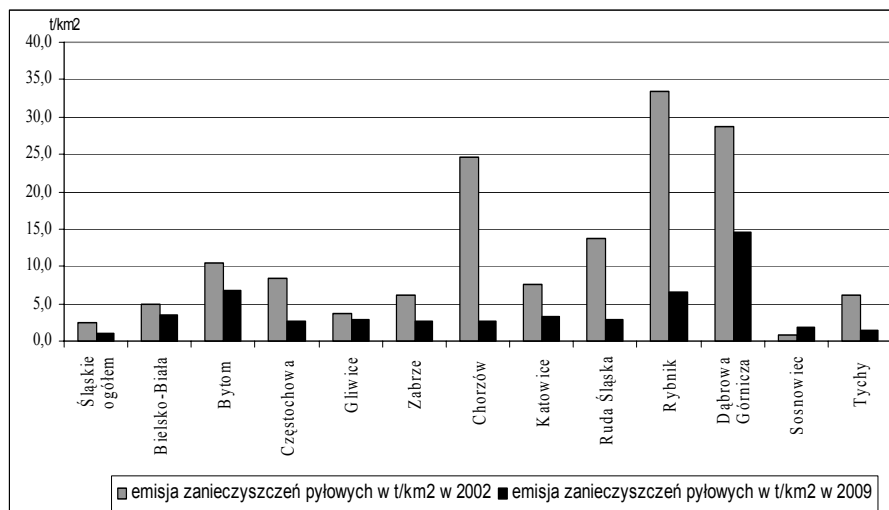
Symbole i parametry opisowe cech diagnostycznych opisujących sytuację społeczno-gospodarczą dużych miast województwa śląskiego w 2002 i 2009 roku

Nazwa zmiennej	Symbol		Średnia		Współczynnik zmienności w %	
	2002	2009	2002	2009	2002	2009
Pracujący ogółem na 1000 mieszkańców (S)	X <sub>12</sub>	X <sub>19</sub>	278,2	301,6	24,1	28,5
Liczba bezrobotnych na 1000 pracujących (D)	X <sub>22</sub>	X <sub>29</sub>	280,5	135,2	31,5	48,1
Przeciętne miesięczne wynagrodzenia brutto (S)	X <sub>32</sub>	X <sub>39</sub>	2373,7	3261,2	14,7	13,9
Dochody budżetu miasta na 1 mieszkańca w zł (S)	X <sub>42</sub>	X <sub>49</sub>	2067,6	3523,2	12,8	15,2
Wydatki budżetu miasta na 1 mieszkańca w zł (S)	X <sub>52</sub>	X <sub>59</sub>	2129,2	3928,2	11,6	17,2
Podmioty zarejestrowane w rejestrze REGON na 10 tys. mieszkańców (S)	X <sub>62</sub>	X <sub>69</sub>	961,8	1018,1	22,7	18,6
Nakłady inwestycyjne na 1 mieszkańca w zł (S)	X <sub>72</sub>	X <sub>79</sub>	2642,4	5029,2	71,7	57,8
Wartość brutto środków trwałych na 1 mieszkańca w zł (S)	X <sub>82</sub>	X <sub>89</sub>	38661,7	51468,3	41,6	46,6
Ścieki oczyszczane w % wymaganego oczyszczenia (S)	X <sub>92</sub>	X <sub>99</sub>	90,7	92,5	11,2	10,5
Emisja zanieczyszczeń gazowych w t/km <sup>2</sup> (D)	X <sub>102</sub>	X <sub>109</sub>	12778,1	13370,2	113,1	115,9
Emisja zanieczyszczeń pyłowych w t/km <sup>2</sup> (D)	X <sub>112</sub>	X <sub>119</sub>	12,4	4,3	82,1	80,3
Zużycie wody w gospodarstwie domowym na 1 mieszkańca w m <sup>3</sup> (S)	X <sub>122</sub>	X <sub>129</sub>	39,5	33,3	11,7	12,7
Zużycie gazu w gospodarstwie domowym na 1 mieszkańca w m <sup>3</sup> (S)	X <sub>132</sub>	X <sub>139</sub>	110,9	110,9	27,3	32,8
Mieszkania oddane do użytku na 1000 mieszkańców (S)	X <sub>142</sub>	X <sub>149</sub>	1,1	2,0	93,1	58,6
Liczba ludności na 1 lekarza (D)	X <sub>152</sub>	X <sub>159</sub>	321,6	186,3	27,3	28,7
Liczba ludności na 1 dentystę (D)	X <sub>162</sub>	X <sub>169</sub>	3250,6	1973,8	48,9	32,8
Liczba ludności na 1 pielęgniarkę (D)	X <sub>172</sub>	X <sub>179</sub>	162,6	147,9	24,8	26,3
Liczba ludności na 1 aptekę (D)	X <sub>182</sub>	X <sub>189</sub>	4213,5	4069,4	24,5	24,8
Łóżka w szpitalach ogólnych na 10 tys. mieszkańców (S)	X <sub>192</sub>	X <sub>199</sub>	68,5	68,3	32,9	32,3
Liczba zgonów niemowląt na 1000 urodzeń żywych (D)	X <sub>202</sub>	X <sub>209</sub>	10,2	7,1	31,1	33,6
Liczba ludności na 1 placówkę biblioteczną (S)	X <sub>212</sub>	X <sub>219</sub>	8812,8	8893,8	24,3	22,3
Księgozbiór na 1000 mieszkańców w wol. (S)	X <sub>222</sub>	X <sub>229</sub>	3079,9	3167,1	47,1	55,1
Liczba czytelników na 1000 mieszkańców (S)	X <sub>232</sub>	X <sub>239</sub>	240,0	193,8	24,3	32,7
Liczba mieszkańców na 1 miejsce w kinach stałych (S)	X <sub>242</sub>	X <sub>249</sub>	244,3	111,6	69,6	80,5
Liczba uczniów szkół podstawowych na 1 komputer z dostępem do Internetu (D)	X <sub>252</sub>	X <sub>259</sub>	81,9	18,2	43,2	21,2
Liczba uczniów gimnazjum na 1 komputer z dostępem do Internetu (D)	X <sub>262</sub>	X <sub>269</sub>	33,0	14,6	23,9	17,4
Liczba uczniów liceów ogólnokształcących na 1000 mieszkańców (S)	X <sub>272</sub>	X <sub>279</sub>	7,2	18,5	32,2	35,8
Liczba uczniów ponadgimnazjalnych zasadniczych szkół zawodowych na 1000 mieszkańców (S)	X <sub>282</sub>	X <sub>289</sub>	2,3	5,1	32,7	38,9
Liczba samochodów osobowych na 1000 mieszkańców (S)	X <sub>292</sub>	X <sub>299</sub>	276,7	402,0	11,7	11,8
Drogi publiczne powiatowe o twardej nawierzchni w km (S)	X <sub>302</sub>	X <sub>309</sub>	177,5	182,7	29,3	34,5

Źródło: Obliczenia własne na podstawie danych GUS.

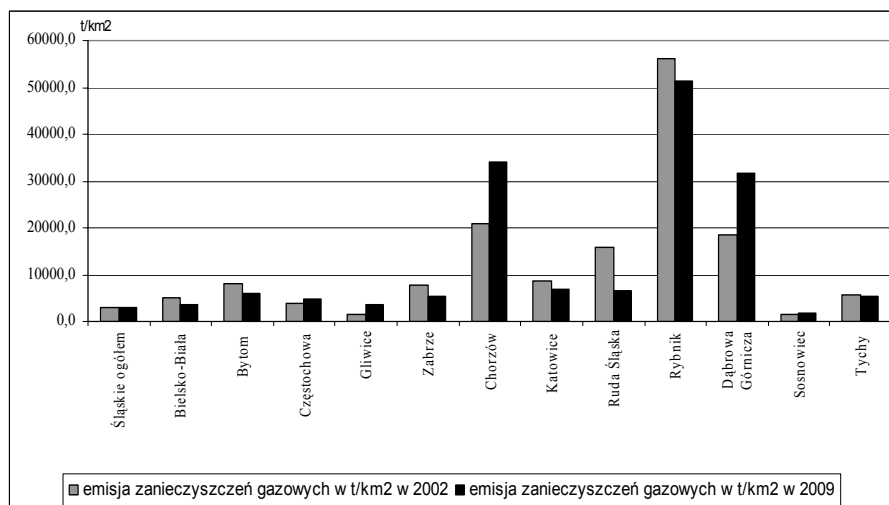
W badanych miastach województwa śląskiego można zaobserwować korzystne zmiany w aspekcie ochrony środowiska. Na podstawie rysunków 2 i 3 można stwierdzić, że w 2009 roku w porównaniu do 2002 roku znacznie zmniejszyła się emisja zanieczyszczeń gazowych i pyłowych w większości badanych obiektów.

tów. Wyjątkiem są jedynie miasta: Gliwice, Dąbrowa Górnicza i Chorzów, gdzie znacznie wzrosła emisja zanieczyszczeń gazowych (odpowiednio o około 125%, 70% i 60%) oraz Sosnowiec, gdzie emisja zanieczyszczeń pyłowych wzrosła o około 98%).



Rys. 2. Emisja zanieczyszczeń pyłowych w 2002 i 2009 roku

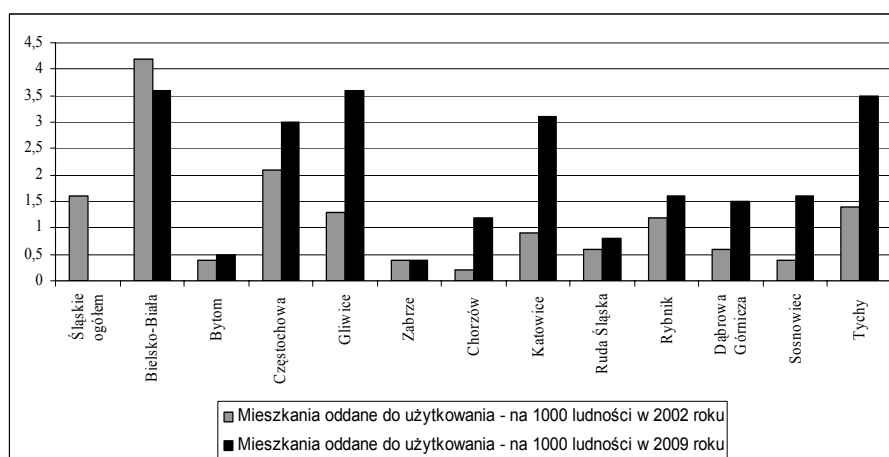
Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych GUS.



Rys. 3. Emisja zanieczyszczeń gazowych w 2002 i 2009 roku

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych GUS.

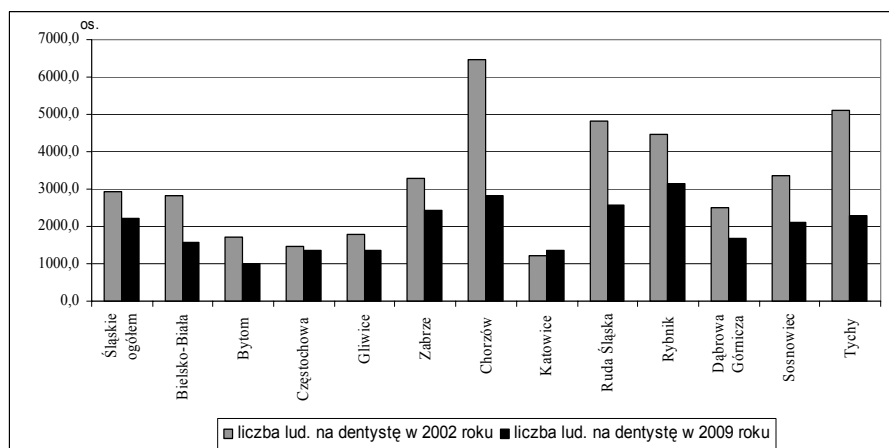
W badanych latach znacząco poprawiła się sytuacja mieszkaniowa w dużych miastach województwa śląskiego. Najwięcej mieszkań oddano do użytkowania w Sosnowcu, Katowicach, Gliwicach, Tychach i Dąbrowie Górniczej (rysunek 4).



Rys. 4. Mieszkania oddane do użytkowania na 1000 ludności w 2002 i 2009 roku

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych GUS.

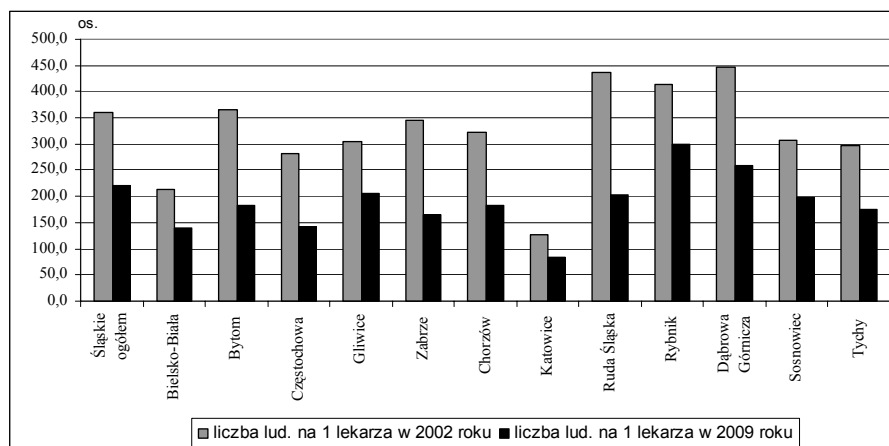
W 2009 roku w porównaniu do 2002 korzystniej wyglądała sytuacja mieszkańców dużych miast województwa śląskiego pod względem obsługującej ich kadry medycznej (w szczególności lekarzy i dentystów). We wszystkich analizowanych miastach liczba ludności przypadająca na 1 lekarza (rysunek 6) i 1 dentystę (rysunek 5) znacznie spadła (wyjątkiem są jedynie Katowice, gdzie liczba ludności na 1 dentystę wzrosła o 11%).



Rys. 5. Liczba ludności na 1 dentystę w dużych miastach województwa śląskiego w 2002 i 2009 roku

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych GUS.

Największy spadek liczby ludności na 1 lekarza (ponad 50%) zaobserwowano w Częstochowie, Zabrzu i Rudzie Śląskiej, natomiast największy spadek liczby ludności na 1 dentystę (ponad 55%) zaobserwowano w Chorzowie i Tychach.

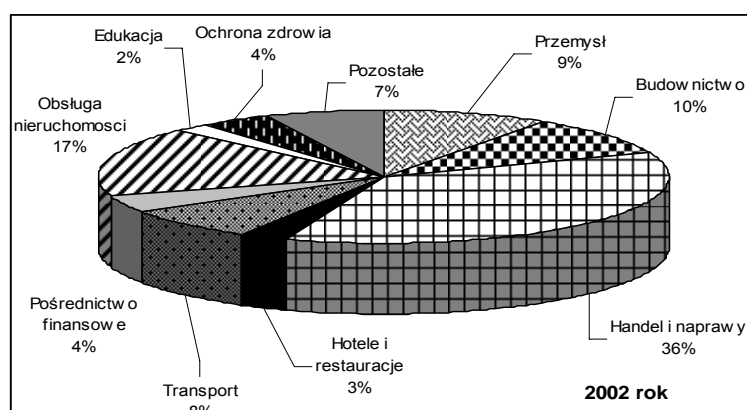


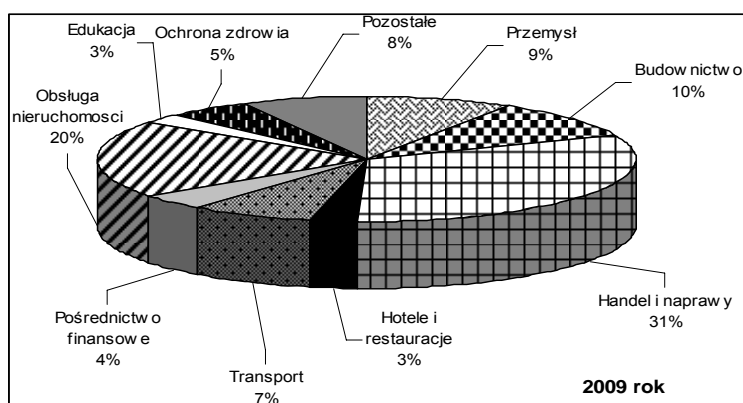
Rys. 6. Liczba ludności na 1 lekarza w dużych miastach województwa śląskiego w 2002 i 2009 roku

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych GUS.

W województwie śląskim w grudniu 2009 roku w rejestrze REGON było zarejestrowanych 430,6 tys. podmiotów gospodarki narodowej, a w 2002 roku 418 tys. podmiotów (zatem w badanych latach nastąpił wzrost podmiotów gospodarczych o około 3%). W dużych miastach województwa śląskiego było zarejestrowanych w badanym okresie ponad 53% wszystkich śląskich podmiotów gospodarczych. Struktura branżowa podmiotów gospodarczych według sekcji PKD 2004 została przedstawiona na rysunku 7.

W badanych latach podmioty gospodarcze dużych miast województwa śląskiego prowadziły głównie działalność w sekcjach: handel i naprawy, obsługa nieruchomości, budownictwo i przemysł (obejmujący: górnictwo, przetwórstwo przemysłowe, wytwarzanie i zaopatrzenie w energię elektryczną, gaz i wodę).

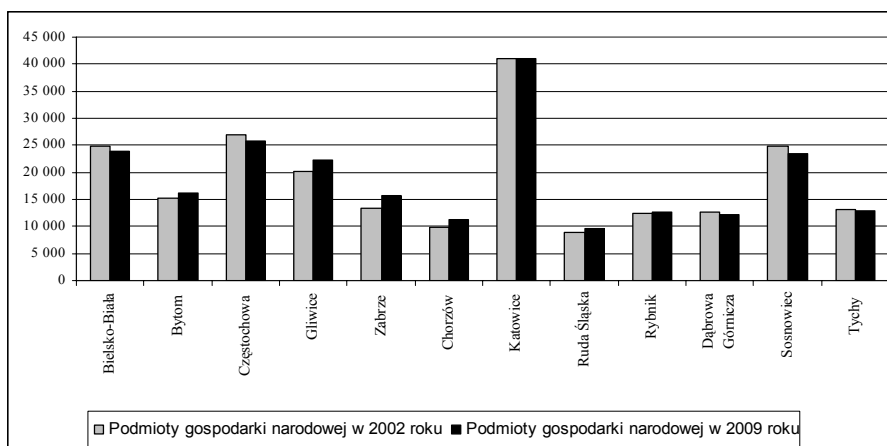




Rys. 7. Struktura podmiotów gospodarki narodowej dużych miast województwa śląskiego według sekcji w 2002 i 2009 roku

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych GUS.

W dużych miastach województwa śląskiego na koniec 2009 roku było zarejestrowanych 227 tys. podmiotów (w stosunku do 2002 roku nastąpił wzrost podmiotów o około 1,5%) – rysunek 8.

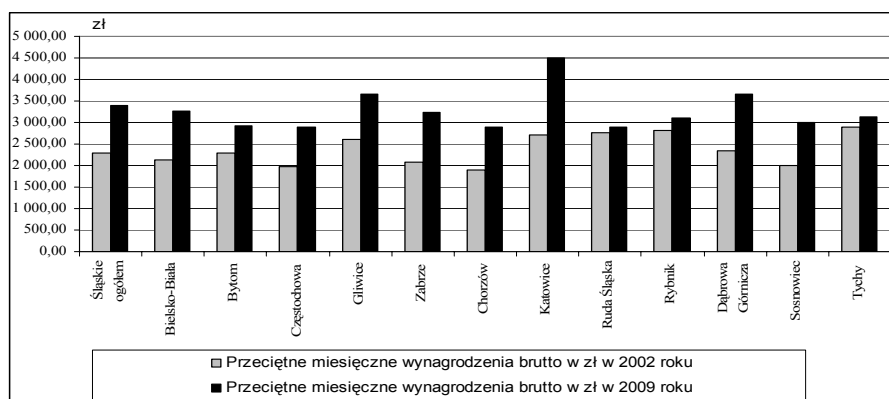


Rys. 8. Podmioty zarejestrowane w rejestrze REGON w dużych miastach województwa śląskiego w 2002 i 2009 roku

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych GUS.

Analizując wysokość przeciętnego miesięcznego wynagrodzenia w badanych miastach (rysunek 9), można stwierdzić, że najwyższe wynagrodzenia otrzymywali pracownicy w Katowicach (ich wynagrodzenia były średnio o 30% wyższe od wynagrodzeń w województwie śląskim ogółem). Powyżej średniej

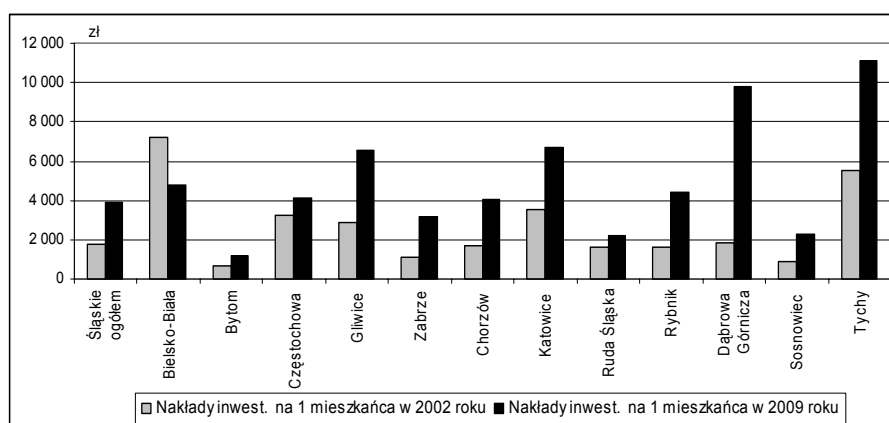
wojewódzkiej były również wynagrodzenia w Gliwicach i Dąbrowie Górniczej (średnio o około 7% wyższe od wynagrodzeń w województwie śląskim ogółem). Najmniej zarabiali mieszkańcy Rudy Śląskiej – ich wynagrodzenia były średnio niższe o około 15% od średnich wynagrodzeń województwa śląskiego i niższe o około 36% od średnich wynagrodzeń uzyskiwanych w Katowicach. Z rysunku 9 wynika, że w 2002 roku różnice w wysokości wynagrodzeń pomiędzy miastami były znacznie mniejsze niż w 2009 roku.



Rys. 9. Przeciętne miesięczne wynagrodzenie brutto w dużych miastach województwa śląskiego w 2002 i 2009 roku

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych GUS.

Duże miasta województwa śląskiego były silnie zróżnicowane pod względem nakładów inwestycyjnych na 1 mieszkańca, co przedstawia rysunek 10. Znacznie powyżej średniej wojewódzkiej były nakłady inwestycyjne w miastach: Dąbrowa Górnicza, Tychy, Gliwice i Katowice. Nakłady inwestycyjne w 2009 roku w porównaniu do 2002 roku spadły jedynie w Bielsku-Białej, natomiast najbardziej wzrosły w Dąbrowie Górniczej – o ponad 400%.



Rys. 10. Nakłady inwestycyjne na 1 mieszkańca w dużych miastach województwa śląskiego w 2002 i 2009 roku

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych GUS.

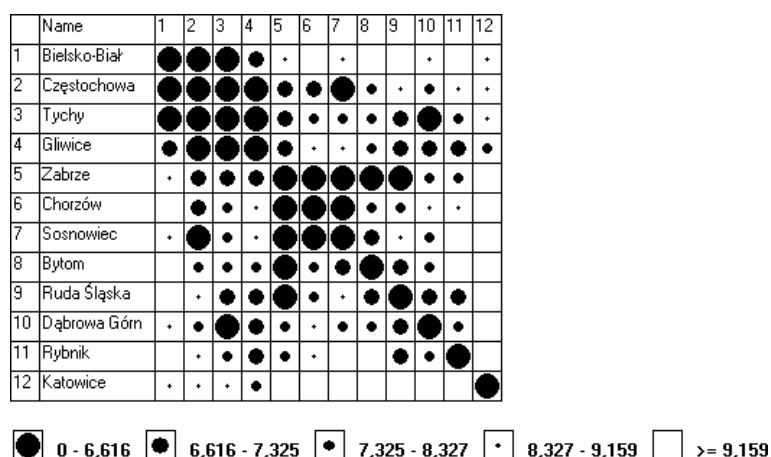
W dalszej części badania dokonano, za pomocą diagramu Czekanowskiego, pogrupowania badanych miast ze względu na podobieństwo ich sytuacji społeczno-gospodarczej w 2002 i 2009 roku. Rysunki 11 i 12 przedstawiają uporządkowane diagramy Czekanowskiego w badanych okresach, a tabele 2 i 4 macierze odległości pomiędzy badanymi miastami wraz z niektórymi charakterystykami rozkładów tych odległości. Wartości najniższe i najwyższe zostały wyróżnione tłustym drukiem.

Analizując uporządkowany diagram Czekanowskiego dla 2002 roku (rysunek 11), można wyróżnić trzy grupy miast podobnych pod względem sytuacji społeczno-gospodarczej. Są to:

1. Bielsko-Biała, Częstochowa, Tychy, Gliwice,
2. Zabrze, Chorzów, Sosnowiec,
3. Bytom, Ruda Śląska.

Pozostałe z badanych miast, tj. Dąbrowa Górnicza, Rybnik i Katowice, nie wykazują wystarczająco bliskiego podobieństwa z innymi miastami.

Na podstawie macierzy odległości (tabela 2) można powiedzieć, że najmniejsze różnice, pod względem wartości branych pod uwagę współczynników opisujących sytuację społeczno-gospodarczą miast, dzielą Bielsko-Białą i Częstochowę, największe – Katowice i Rudę Śląską.

Rys. 11. Uporządkowany diagram Czekanowskiego dla zmiennych  $X_{12}$ - $X_{302}$ , 2002 rok

Na podstawie danych zawartych w tabeli 3 można stwierdzić, że w pierwszej z wyróżnionych grup (do której należą: Bielsko-Biała, Częstochowa, Tychy, Gliwice) wyraźnie niższa od średniej dla 12 miast jest wartość współczynników: emisja zanieczyszczeń gazowych w  $t/km^2$  ( $X_{102}$ ) oraz liczba zgonów niemowląt na 1000 urodzeń żywych ( $X_{202}$ ). Znacznie powyżej średniej dla 12 miast kształtują się współczynniki: nakłady inwestycyjne na 1 mieszkańca w zł ( $X_{72}$ ) i mieszkania oddane do użytku na 1000 mieszkańców ( $X_{142}$ ), zużycie gazu w gospodarstwach domowych ( $X_{132}$ ), liczba uczniów liceów ogólnokształcących ( $X_{272}$ ), liczba uczniów ponadgimnazjalnych zasadniczych szkół zawodowych ( $X_{282}$ ). Opisywana grupa miast miała najwięcej spośród badanych grup współczynników o wartości powyżej średniej dla wszystkich badanych miast (16 na 30 możliwych). Największe znaczenie dla grupy pierwszej ma jednak zmienna  $X_{142}$  – mieszkania oddane do użytku na 1000 mieszkańców. W drugiej grupie (do której należą: Zabrze, Chorzów, Sosnowiec) i trzeciej (do której należą: Bytom, Ruda Śląska) poniżej średniej dla wszystkich badanych miast kształtują się współczynniki: nakłady inwestycyjne na 1 mieszkańca w zł ( $X_{72}$ ) i mieszkania oddane do użytku na 1000 mieszkańców ( $X_{142}$ ). W grupie drugiej powyżej średniej dla 12 miast były w szczególności współczynniki: liczba bezrobotnych na 1000 pracujących ( $X_{22}$ ) i liczba zgonów niemowląt na 1000 urodzeń żywych ( $X_{202}$ ), liczba ludności na 1 dentystę ( $X_{162}$ ), łóżka w szpitalach ogólnych na 10 tys. mieszkańców ( $X_{192}$ ), liczba uczniów gimnazjum ( $X_{262}$ ). Największe znaczenie dla grupy drugiej ma zmienna liczba bezrobotnych na 1000 pracujących ( $X_{22}$ ). W trzeciej grupie powyżej średniej dla wszystkich badanych miast były współczynniki: liczba ludności na 1 miejsce w kinach stałych ( $X_{242}$ ), liczba uczniów szkół podstawowych przypadających na 1 komputer z dostępem do Internetu ( $X_{252}$ ), liczba ludności na 1 lekarza ( $X_{152}$ ), liczba ludności na aptekę ( $X_{182}$ ). Największe znaczenie dla grupy trzeciej ma zmienna liczba uczniów szkół podstawowych przypadających na 1 komputer z dostępem do Internetu ( $X_{252}$ ).

Tabela 2

Macierz odległości i ich niektóre charakterystyki dla zmiennych  $X_{12}$ - $X_{309}$  dla 2002 roku

Miasto	Bielsko-Biała	Bytom	Częstochowa	Gliwice	Zabrze	Chorzów	Katowice	Ruda Śląska	Rybnik	Dąbrowa Górnicza	Sosnowiec	Tychy
Bielsko-Biała	0,000	9,798	4,957	6,616	8,660	9,159	8,651	9,805	9,731	8,639	8,659	6,509
Bytom	9,798	0,000	7,350	7,726	6,038	7,412	11,030	6,872	9,812	8,246	6,818	7,807
Częstochowa	<b>4,957</b>	7,350	0,000	6,355	6,845	7,095	8,824	8,972	9,146	7,529	6,356	6,151
Gliwice	6,616	7,726	6,355	0,000	6,625	8,612	<b>7,904</b>	7,174	<b>7,023</b>	<b>6,643</b>	8,439	<b>5,033</b>
Zabrze	8,660	<b>6,038</b>	6,845	6,625	0,000	<b>5,932</b>	10,102	<b>6,160</b>	8,131	7,618	<b>6,323</b>	7,070
Chorzów	9,159	7,412	7,095	<b>8,612</b>	<b>5,932</b>	0,000	11,058	8,155	8,910	8,327	6,463	7,408
Katowice	8,651	<b>11,030</b>	8,824	7,904	<b>10,102</b>	<b>11,058</b>	0,000	<b>11,337</b>	<b>10,788</b>	<b>9,879</b>	10,184	<b>8,755</b>
Ruda Śląska	<b>9,805</b>	6,872	8,972	7,174	6,160	8,155	<b>11,337</b>	0,000	7,139	7,136	8,829	6,968
Rybnik	9,731	9,812	<b>9,146</b>	7,023	8,131	8,910	10,788	7,139	0,000	7,325	<b>10,219</b>	7,419
Dąbrowa Górnicza	8,639	8,246	7,529	6,643	7,618	8,327	9,879	7,136	7,325	0,000	8,268	6,432
Sosnowiec	8,659	6,818	6,356	8,439	6,323	6,463	10,184	8,829	10,219	8,268	0,000	7,700
Tychy	6,509	7,807	6,151	<b>5,033</b>	7,070	7,408	8,755	6,968	7,419	6,432	7,700	0,000
Min.	<b>4,957</b>	6,038	4,957	5,033	5,932	5,932	7,904	6,160	7,023	6,432	6,323	5,033
Max.	9,805	11,030	9,146	8,612	10,102	11,058	<b>11,337</b>	11,337	10,788	9,879	10,219	8,755
Średnia	8,289	8,083	7,235	7,105	7,228	8,048	<b>9,865</b>	8,050	8,695	7,822	8,023	<b>7,023</b>

Tabela 3

Porównanie średnich grupowych ze średnią ogólną w 2002 roku

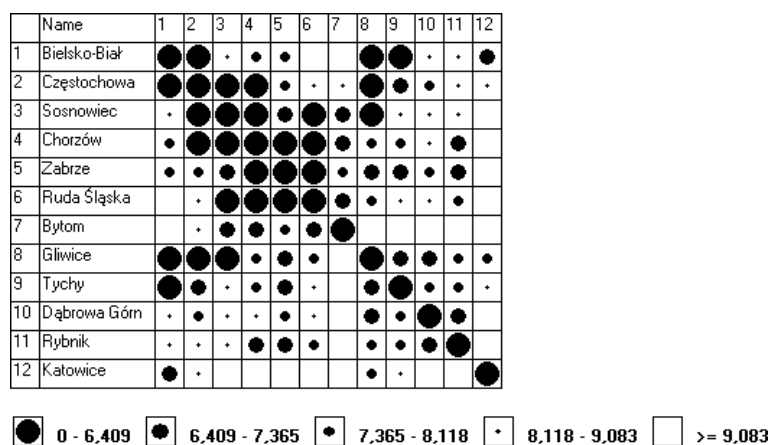
Gr	Iloraz średnich dla zmiennych:																													
	X12	X22	X32	X42	X52	X62	X72	X82	X92	X102	X112	X122	X132	X142	X152	X162	X172	X182	X192	X202	X212	X222	X232	X242	X252	X262	X272	X282	X292	X302
1	1,045	0,927	1,010	1,003	1,015	1,158	<b>1,777</b>	1,093	1,031	<b>0,316</b>	0,470	1,047	1,325	<b>1,971</b>	0,853	0,860	1,021	0,928	0,905	<b>0,775</b>	0,905	0,899	1,056	0,912	0,903	0,896	1,278	1,256	1,055	0,959
2	0,785	<b>1,449</b>	0,841	0,926	0,897	0,902	<b>0,460</b>	0,645	1,046	0,781	0,850	1,000	0,910	<b>0,292</b>	1,008	1,346	0,895	0,918	1,258	<b>1,374</b>	1,027	0,771	0,975	0,942	0,711	1,223	0,904	0,697	0,915	1,222
3	0,849	0,844	1,061	0,957	0,942	0,723	<b>0,437</b>	0,643	0,979	0,936	0,979	1,008	0,754	<b>0,438</b>	1,248	1,005	1,181	1,284	0,942	1,027	1,407	0,712	0,583	<b>1,482</b>	1,025	0,306	1,031	0,890	0,966	

Analizując uporządkowany diagram Czekanowskiego dla 2009 roku (rysunek 12), badane pod względem sytuacji społeczno-gospodarczej miasta można podzielić na dwie grupy:

1. Bielsko-Biała, Częstochowa.
2. Sosnowiec, Chorzów, Zabrze, Ruda Śląska.

Bytom, Gliwice, Tychy, Dąbrowa Górnicza, Rybnik i Katowice nie wykazują wystarczająco bliskiego podobieństwa z innymi miastami.

Na podstawie macierzy odległości (tabela 4) można powiedzieć, że najmniejsze różnice, pod względem wartości branych pod uwagę współczynników opisujących sytuację społeczno-gospodarczą miast, podobnie jak w 2002 roku, w 2009 roku dzielą Bielsko-Białą i Częstochowę, a największe – Katowice i Bytom.



Rys. 12. Uporządkowany diagram Czekanowskiego dla zmiennych  $X_{19}$ - $X_{309}$ , 2009 rok

Na podstawie danych zawartych w tabeli 5 można stwierdzić, że w pierwszej z wyróżnionych grup (do której należą: Bielsko-Biała i Częstochowa) wyraźnie niższa niż średnia dla 12 miast jest wartość współczynników: emisja zanieczyszczeń gazowych w  $t/km^2$  ( $X_{109}$ ) oraz liczba zgonów niemowląt na 1000 urodzeń żywych ( $X_{209}$ ). Znacznie powyżej średniej dla wszystkich badanych miast kształtują się w szczególności współczynniki: mieszkania oddane do użytku na 1000 mieszkańców ( $X_{149}$ ), liczba uczniów liceów ogólnokształcących na 1000 mieszkańców ( $X_{279}$ ), zużycie gazu w gospodarstwach domowych na 1 mieszkańca ( $X_{139}$ ), liczba czytelników na 1000 mieszkańców ( $X_{239}$ ), liczba uczniów ponadgimnazjalnych zasadniczych szkół zawodowych ( $X_{289}$ ). Największe znaczenie dla grupy pierwszej ma jednak zmienna mieszkania oddane do użytku na 1000 mieszkańców ( $X_{149}$ ).

Tabela 4

Macierz odległości i ich niektóre charakterystyki dla zmiennych  $X_{12}$ - $X_{309}$  dla 2009 roku

Miasto	Bielsko-Biała	Bytom	Częstochowa	Gliwice	Zabrze	Chorzów	Katowice	Ruda Śląska	Rybnik	Dąbrowa Górnicza	Sosnowiec	Tychy
Bielsko-Biała	0,000	10,351	4,743	6,283	8,033	8,068	7,297	9,555	8,780	8,604	8,241	5,950
Bytom	10,351	0,000	8,681	9,414	7,400	6,644	12,577	7,042	10,199	9,833	7,181	10,544
Częstochowa	4,743	8,681	0,000	6,317	7,352	6,541	8,759	8,188	8,430	8,124	6,285	6,665
Gliwice	6,283	9,414	6,317	0,000	6,675	7,786	7,946	7,391	7,825	6,636	6,225	6,385
Zabrze	8,033	7,400	7,352	6,675	0,000	6,106	10,008	5,930	7,304	7,508	6,595	7,222
Chorzów	8,068	6,644	6,541	7,786	6,106	0,000	10,719	6,275	6,854	8,177	5,605	7,694
Katowice	7,297	12,577	8,759	7,946	10,008	10,719	0,000	11,784	11,482	10,258	9,107	8,386
Ruda Śląska	9,555	7,042	8,188	7,391	5,930	6,275	11,784	0,000	7,479	8,050	6,281	8,387
Rybnik	8,780	10,199	8,430	7,825	7,304	6,854	11,482	7,479	0,000	7,212	8,642	7,855
Dąbrowa Górnicza	8,604	9,833	8,124	6,636	7,508	8,177	10,258	8,050	7,212	0,000	8,289	7,323
Sosnowiec	8,241	7,181	6,285	6,225	6,595	5,605	9,107	6,281	8,642	8,289	0,000	8,473
Tychy	5,950	10,544	6,665	6,385	7,222	7,694	8,386	8,387	7,855	7,323	8,473	0,000
Min.	4,743	6,644	4,743	6,225	5,930	5,605	7,297	5,930	6,854	6,636	5,605	5,950
Max.	10,351	12,577	8,759	9,414	10,008	10,719	12,577	11,784	11,482	10,258	9,107	10,544
Średnia	7,810	9,079	7,280	7,171	7,285	7,315	9,847	7,851	8,369	8,183	7,357	7,717

Tabela 5

Porównanie średnich grupowych ze średnią ogólną w 2009 roku

Gr	Ilość średnich dla zmiennych																													
	X19	X29	X39	X49	X59	X69	X79	X89	X99	X109	X119	X129	X139	X149	X159	X169	X179	X189	X199	X209	X219	X229	X239	X249	X259	X269	X279	X289	X299	X309
1	1,157	0,854	0,945	1,002	0,967	1,201	0,881	0,857	1,076	0,812	0,700	1,133	1,568	1,623	0,750	0,742	0,850	0,708	1,068	0,696	0,859	0,950	1,221	0,807	1,036	0,945	1,617	1,340	1,051	0,906
2	0,771	1,206	0,921	0,940	0,966	0,879	0,581	0,665	0,998	0,889	0,583	0,837	0,992	1,004	1,257	1,052	1,068	0,933	1,161	1,097	0,798	0,844	1,027	1,010	1,186	0,801	0,891	0,899	1,220	
3	1,210	0,381	1,040	1,127	1,157	1,051	1,759	1,498	0,941	0,328	0,508	1,057	1,003	1,746	1,023	0,921	1,193	1,041	0,864	0,834	0,956	0,827	1,006	0,798	0,812	0,884	0,954	1,047	1,075	0,930

W drugiej grupie (do której należą: Sosnowiec, Chorzów, Zabrze, Ruda Śląska) poniżej średniej dla 12 miast kształtują się współczynniki: nakłady inwestycyjne na 1 mieszkańca w zł ( $X_{79}$ ) i mieszkania oddane do użytku na 1000 mieszkańców ( $X_{149}$ ). Powyżej średniej dla 12 miast były w szczególności współczynniki: liczba ludności na 1 dentystę ( $X_{169}$ ), drogi publiczne powiatowe o twardej nawierzchni (na 100 km<sup>2</sup> powierzchni) w km ( $X_{309}$ ), liczba bezrobotnych na 1000 pracujących ( $X_{29}$ ), liczba uczniów gimnazjum ( $X_{269}$ ). Największe znaczenie dla tej grupy ma zmienna liczba ludności na 1 dentystę ( $X_{169}$ ).

## Wnioski

Duże miasta regionu odgrywają istotną rolę w jego rozwoju społeczno-ekonomicznym. Są one zazwyczaj ośrodkami życia gospodarczego, społecznego, a także naukowego i kulturalnego. W prezentowanej pracy badano podobieństwa i różnice między miastami województwa śląskiego o liczbie ludności większej niż 100 000 pod względem rozwoju społeczno-ekonomicznego. Biorąc pod uwagę sytuację społeczno-gospodarczą dużych miast województwa śląskiego, najbardziej podobne do siebie były miasta: Bielsko-Biała i Częstochowa; drugą grupę stanowiły: Zabrze, Chorzów i Sosnowiec. Zdecydowanym brakiem podobieństwa do innych miast cechowały się: Dąbrowa Górnicza, Rybnik oraz stolica województwa – Katowice.

## Literatura

- Grabiński T., Wydymus S., Zeliaś A. (1989): *Metody taksonomii numerycznej w modelowaniu zjawisk społeczno-gospodarczych*. PWN, Warszawa.
- Heffner K., Gibas P. (2007): *Analiza ekonomiczno-przestrzenna*. AE, Katowice.
- Metody taksonomii numerycznej w modelowaniu zjawisk społeczno-gospodarczych* (1989). Red. A. Zeliaś. PWN, Warszawa.
- Pluta W. (1986): *Wielowymiarowa analiza porównawcza w modelowaniu ekonomicznym*. PWN, Warszawa
- Pociecha J., Podolec B., Sokołowski A., Zając K. (1988): *Metody taksonomiczne w badaniach społeczno-ekonomicznych*. PWN, Warszawa.
- Taksonomiczna analiza przestrzennego zróżnicowania poziomu życia w Polsce w ujęciu przestrzennym* (2000). AE, Kraków.
- Wolny R. (2009): *Metody ilościowe w badaniach rynku*. AE, Katowice

## COMPARATIVE ANALYSIS OF SOCIO-ECONOMIC SITUATION OF LARGE CITIES IN SILESIA REGION

### Summary

The aim of the study is to identify similarities among the cities defined as 100 000+ inhabitants, situated in the Silesia Region. Similarities and differences are identified on the basis of the socio-economic situation of the surveyed cities. Similar group of cities separated by using Czekanowski's diagrams and distance matrix (based on Euclidean measure) between the cities analyzed, using *MaCzek* software. Research was based on the data from two years: 2002 and 2009. The analysis revealed few clusters: Bielsko-Biała and Częstochowa are the most similar cities in the Silesia Region, the second similar group is: Zabrze, Chorzów and Sosnowiec. The results of the analysis revealed also three cities, not similar to other in the group: Dąbrowa Górnicza, Rybnik and Katowice.

**Tomasz Szkutnik**  
**Mirosław Wójciak**

## **PERSPEKTYWY WZROSTU ZATRUDNIENIA W WOJEWÓDZTWIE ŚLĄSKIM**

---

### **Wprowadzenie**

Problemy związane z rynkiem pracy skupiały uwagę ekonomistów od wielu lat. Prace takich uczonych, jak Adam Smith czy David Ricardo, poruszały zagadnienia zatrudnienia czy bezrobocia oraz starały się opisywać mechanizmy rynkowe determinujące wielkości popytu i podaży siły roboczej.

Rozważając problem perspektyw rozwoju zatrudnienia w gospodarce Górnego Śląska na płaszczyźnie teorii ekonomii, można wyróżnić dwa nurty, tj. związany z neoklasyczną teorią ekonomii oraz keynesowską teorią ekonomii, które mogą stanowić podstawę rozważań wzajemnych relacji wiążących pewne wskaźniki ekonomiczne. Jednak specyfika regionu, jakim jest Górny Śląsk, oraz takie czynniki społeczno-ekonomiczne, jak struktura, charakter zatrudnienia oraz zmieniające się procesy ekonomiczne, wymuszają uwzględnienie nie tylko mechanizmów rynkowych regulujących wysokość popytu na pracę, wynagrodzenia za pracę, ale także szeregu innych czynników umożliwiających oddanie problemu w sposób bardziej wiarygodny. Celem badania jest weryfikacja hipotez dotyczących relacji pomiędzy przeciętnym poziomem zatrudnienia, przeciętnymi wynagrodzeniami brutto oraz przychodami ze sprzedaży netto w gospodarce Górnego Śląska. Wymienione zmienne ekonomiczne będą analizowane w podziale na poszczególne sekcje gospodarki wyróżnione przez Główny Urząd Statystyczny. Ma to na celu skupienie się na heterogenicznych własnościach rynku pracy. Podejście takie jest jedną z możliwych alternatyw dla neoklasycznej teorii zatrudnienia. Wielkości przeciętnego zatrudnienia w podziale na odrębne sekcje mogą być determinowane przez odmienne sposoby funkcjonowania, zróżnicowanie własności miejsc pracy, dostępność dla potencjalnych pracowników, wysokość zatrudnienia, działalność związków zawodowych itd. Jeśli chce się zdefiniować kierunki oraz perspektywy rozwoju zatrudnienia na Górnym Śląsku, to podział na sekcje pozwoli na zdefiniowanie ogólnych charakterystyk w odniesieniu do poszczególnych sekcji, jakie determinowały wielkość zatrudnienia w przeszłości. Budowa modeli ekonometrycznych wykorzystujących koncepcję

modelowania zgodnego pozwoli na uwzględnienie w analizie wewnętrznej struktury procesów wraz z ich dynamiką.

## 1. Charakterystyka analizowanych zmiennych

W badaniu wykorzystano dane kwartalne pochodzące z okresu od pierwszego kwartału 2004 roku do trzeciego kwartału 2010 roku (27 kwartałów) i obejmujące podmioty gospodarcze zatrudniające powyżej 49 osób. Dane potrzebne do analizy uzyskano z *Biuletynu Statystycznego Województwa Śląskiego*. Dotyczyły one przeciętnego zatrudnienia, przeciętnych wynagrodzeń oraz przychodów ze sprzedaży netto. Analizę przeprowadzono dla gospodarki województwa śląskiego ogółem oraz zastosowano podział na poszczególne segmenty rynku. Według klasyfikacji Głównego Urzędu Statystycznego, zastosowano podział branżowy. Wyróżnione branże w badaniu to: przemysł, w tym górnictwo i wydobywanie (sekcja B) oraz przetwórstwo przemysłowe (sekcja C); budownictwo (sekcja F) oraz handel hurtowy i detaliczny; naprawy pojazdów samochodowych, włączając motocykle; handel i naprawy (sekcja G). Przemysł obejmuje oprócz wyżej wymienionych sekcji B i C także sekcję D (wytwarzanie i zaopatrywanie w energię elektryczną, gaz, parę wodną, gorącą wodę i powietrze do układów klimatyzacyjnych) oraz E (dostawa wody, gospodarowanie ściekami i odpadami oraz działalność związana z rekultywacją). Dane publikowane przez Główny Urząd Statystyczny nie pozwalają na zastosowanie innej segmentacji branżowej.

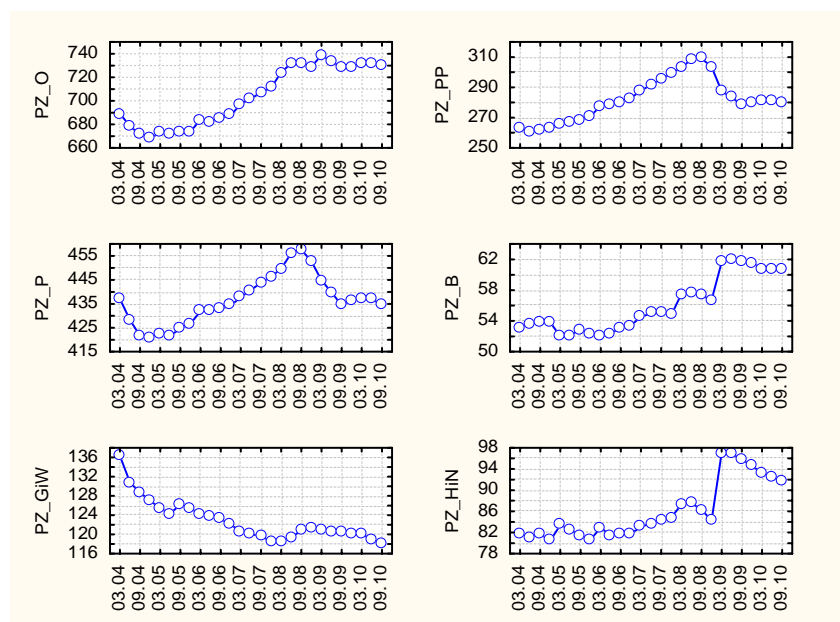
W pracy przyjęto następujące oznaczenia zmiennych:

- PZ\_O – przeciętne zatrudnienie w gospodarce ogółem,
- PZ\_P – przeciętne zatrudnienie w przemyśle,
- PZ\_GiW – przeciętne zatrudnienie w górnictwie i wydobywaniu,
- PZ\_PP – przeciętne zatrudnienie w przetwórstwie przemysłowym,
- PZ\_B – przeciętne zatrudnienie w budownictwie,
- PZ\_HiN – przeciętne zatrudnienie w handlu i naprawach,
- PW\_O – przeciętne wynagrodzenie w gospodarce ogółem,
- PW\_P – przeciętne wynagrodzenie w przemyśle,
- PW\_GiW – przeciętne wynagrodzenie w górnictwie i wydobywaniu,
- PW\_PP – przeciętne wynagrodzenie w przetwórstwie przemysłowym,
- PW\_B – przeciętne wynagrodzenie w budownictwie,
- PW\_HiN – przeciętne wynagrodzenie w handlu i naprawach,
- PS\_O – przychody ze sprzedaży netto w gospodarce ogółem,
- PS\_P – przychody ze sprzedaży netto w przemyśle,
- PS\_GiW – przychody ze sprzedaży netto w górnictwie i wydobywaniu,

PS\_PP – przychody ze sprzedaży netto w przetwórstwie przemysłowym,  
 PS\_B – przychody ze sprzedaży netto w budownictwie,  
 PS\_HiN – przychody ze sprzedaży netto w handlu i naprawach.

Dane o przeciętnym zatrudnieniu dotyczą osób zatrudnionych na podstawie stosunku pracy w pełnym wymiarze czasu pracy, a także w wymiarze niepełnym po przeliczeniu na pełnozatrudnionych. Przeciętne miesięczne nominalne wynagrodzenia brutto stanowią: wynagrodzenia osobowe, wypłaty z tytułu udziału w zysku lub nadwyżce bilansowej w spółdzielniach, dodatkowe wynagrodzenia roczne dla pracowników, honoraria. Przychody netto ze sprzedaży produktów, towarów i materiałów podano w wartościach wyrażonych w rzeczywistych cenach sprzedaży z uwzględnieniem upustów, rabatów i bonifikat, bez podatku od towarów i usług.

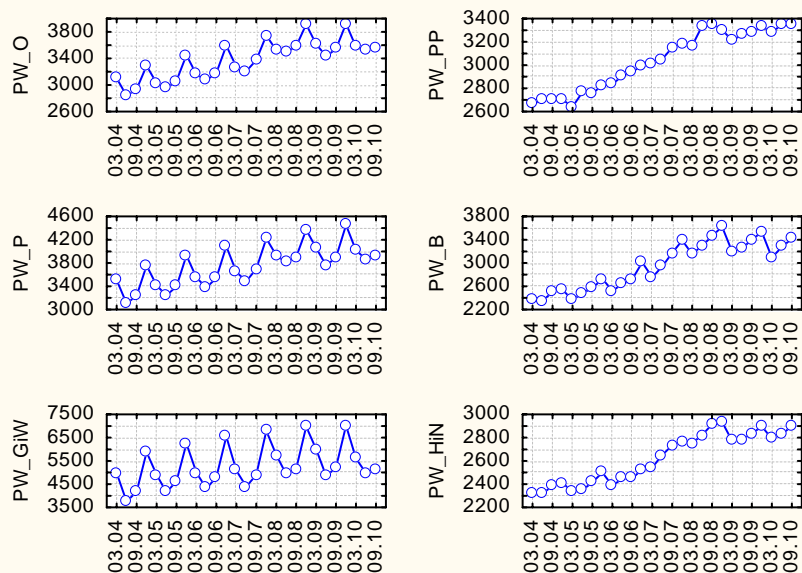
Przeciętne wynagrodzenia oraz przychody ze sprzedaży netto zostały przeliczone na ceny stałe z trzeciego kwartału 2010 roku. Do urealnienia wartości został użyty indeks cen towarów i usług konsumpcyjnych. Na rysunkach 1, 2 i 3 przedstawiono szeregi czasowe analizowanych zmiennych.



PZ\_O – przeciętne zatrudnienie w gospodarce ogółem,  
 PZ\_P – przeciętne zatrudnienie w przemyśle,  
 PZ\_GiW – przeciętne zatrudnienie w górnictwie i wydobywaniu,  
 PZ\_PP – przeciętne zatrudnienie w przetwórstwie przemysłowym,  
 PZ\_B – przeciętne zatrudnienie w budownictwie,  
 PZ\_HiN – przeciętne zatrudnienie w handlu i naprawach.

Rys. 1. Przeciętne zatrudnienie w sektorze przedsiębiorstw w województwie śląskim w tysiącach osób

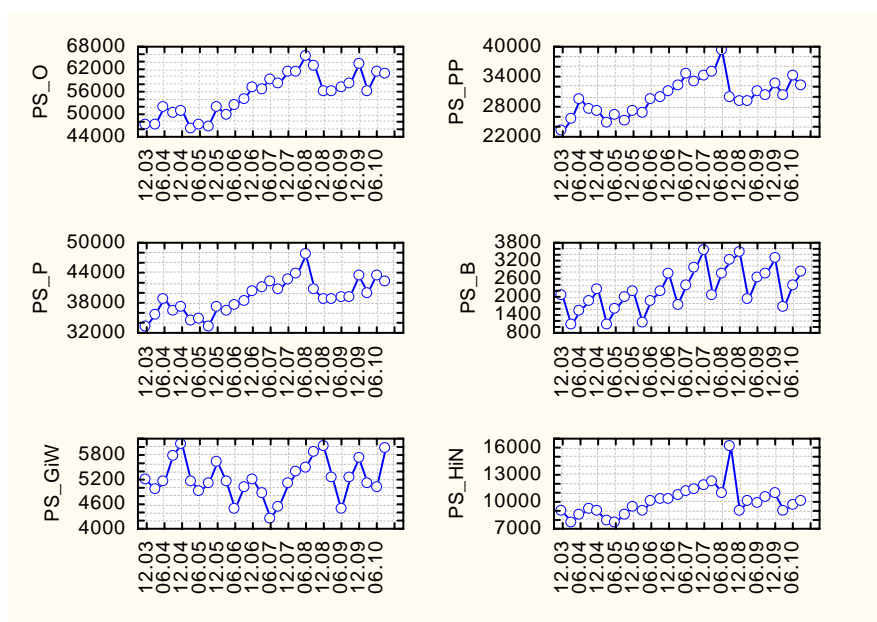
W badanym okresie przeciętne zatrudnienie w gospodarce Górnego Śląska w ujęciu ogółem znacznie wzrosło, porównując początkowy i końcowy okres. Szczególnie silna tendencja wzrostowa w latach 2005-2008 zmieniła się w kwartałach dwóch ostatnich lat badania na bardziej stabilną i poziomą. Podobną tendencję w latach 2005-2008 można zaobserwować w przypadku przeciętnego zatrudnienia w przemyśle oraz w przetwórstwie przemysłowym, gdzie jednak począwszy od 2009 roku widać znaczne załamanie przeciętnego zatrudnienia stabilizujące się dopiero w ostatnich 5 kwartałach. W sekcji górnictwo i wydobywanie ogólna tendencja spadkowa utrzymuje się do ostatniego okresu z niewielkimi fluktuacjami w górę w połowie 2009 roku. W odniesieniu do sekcji budownictwo oraz handel i naprawy również można zaobserwować znaczny wzrost zatrudnienia na przełomie lat 2008-2009. Tendencja ta nie utrzymała się dla sekcji handel i naprawy w dłuższym horyzoncie czasu. Jedynie dla sekcji budownictwo jednorazowy wzrost na początku 2009 roku utrzymał się na zbliżonym poziomie w kolejnych kwartałach.



PW\_O – przeciętne wynagrodzenie w gospodarce ogółem,  
 PW\_P – przeciętne wynagrodzenie w przemyśle,  
 PW\_GiW – przeciętne wynagrodzenie w górnictwie i wydobywaniu,  
 PW\_PP – przeciętne wynagrodzenie w przetwórstwie przemysłowym,  
 PW\_B – przeciętne wynagrodzenie w budownictwie,  
 PW\_HiN – przeciętne wynagrodzenie w handlu i naprawach.

Rys. 2. Przeciętne wynagrodzenie w sektorze przedsiębiorstw w województwie śląskim w złotych

W przypadku wielkości przeciętnego wynagrodzenia w gospodarce Górnego Śląska (rysunek 2), zarówno w odniesieniu do całości, jak i w podziale na poszczególne sekcje, można zaobserwować tendencję wzrostową, która może dodatkowo cechować się sezonowością dla poszczególnych sekcji gospodarki. Wyjątek stanowią tu wielkości przeciętnego wynagrodzenia dla sekcji przetwórstwa przemysłowego oraz handlu i napraw, wpływ sezonowości może mieć tam bowiem znikomy efekt. Występowanie zjawiska sezonowości będzie weryfikowane na etapie budowy modelu zgodnego. Podobnie jak dla wielkości przeciętnego zatrudnienia, tak i tu okres od 2005 do 2008 roku ma charakterystyczny wpływ na wielkości wybranych zmiennych. Jest to szczególnie zauważalne w sekcji przetwórstwo przemysłowe oraz handel i naprawy.



PS\_O – przychody ze sprzedaży netto w gospodarce ogółem,  
 PS\_P – przychody ze sprzedaży netto w przemyśle,  
 PS\_GiW – przychody ze sprzedaży netto w górnictwie i wydobywaniu,  
 PS\_PP – przychody ze sprzedaży netto w przetwórstwie przemysłowym,  
 PS\_B – przychody ze sprzedaży netto w budownictwie,  
 PS\_HiN – przychody ze sprzedaży netto w handlu i naprawach.

Rys. 3. Przychody ze sprzedaży netto w sektorze przedsiębiorstw w województwie śląskim w milionach złotych

Wielkość przychodów ze sprzedaży w ujęciu gospodarki rozważanego regionu wzrosła w rozważanym horyzoncie czasu. Podobnie jak wcześniej, szczególnym okresem wzrostu były lata 2005-2008. Znaczne załamanie wielkości

przychodów ze sprzedaży ogółem w dwóch ostatnich kwartałach 2008 roku zostaje częściowo zrekompensowane, w szczególności w ostatnim kwartale 2009 roku. Podobnie jest z wielkościami dla sekcji przemysł, przetwórstwo przemysłowe oraz częściowo handel i naprawy. Dla tych działów gospodarki rozkwit w latach 2005-2008 skończył się wraz z ostatnim kwartałem 2008 i następstwami kryzysu finansowego. W sekcji górnictwo i wydobywanie przychody ze sprzedaży rosły nieprzerwanie w latach 2007-2008.

## 2. Model zgodny

Budowa dynamicznego modelu zgodnego według koncepcji Zielińskiego pozwala na przedstawienie zależności przyczynowo-skutkowych wraz z ich wewnętrzną strukturą dynamiczną. Przez wewnętrzną strukturę dynamiczną rozumie się zarówno składowe stacjonarne, jak i niestacjonarne, występujące z różnym nasileniem w każdym z analizowanych procesów (*Ekonometria współczesna*, 2007, s. 325). W tym przypadku będzie rozważana niestacjonarność w zakresie średniej.

Związki przyczynowo-skutkowe przedstawiane i weryfikowane w pracy dotyczą zależności pomiędzy wielkościami przeciętnego zatrudnienia jako procesu endogenicznego a wielkościami przeciętnego wynagrodzenia oraz przychodów ze sprzedaży netto jako procesów egzogenicznych. Dodatkowo ze względu na rozważaną segmentację branżową będą budowane modele dla poszczególnych branż oraz dla wielkości ogółem opisujących gospodarkę Górnego Śląska. Uwzględnienie w procesie budowy modelu koncepcji zgodności, według Zielińskiego (Kufel, 2007, s. 98), zapewnia zgodność harmonicznej struktury procesu objaśnianego, łącznej harmonicznej struktury procesów objaśniających oraz procesu resztowego niezależnego od procesów objaśniających.

Liniowy model zgodny można zapisać w postaci:

$$Y_t = m_t + \sum_{s=1}^q \beta_s Y_{t-s} + \sum_{s=0}^p \alpha_s X_{t-s} + \varepsilon_t, \quad (1)$$

gdzie:

$m_t$  – wartość średnia procesu, która może przyjmować postać: wartości stałej, trendu deterministycznego, wahań sezonowych, trendu deterministycznego i wahań sezonowych,

$Y_t, Y_{t-s}$  – proces endogeniczny w czasie bieżącym oraz opóźnionym,

$X_t, X_{t-s}$  – proces egzogeniczny w czasie bieżącym oraz opóźnionym,

$\varepsilon_t$  – składnik losowy o własnościach białego szumu.

Jak wynika ze wzoru (1), liniowy model zgodny zakładający niestacjonarność w zakresie średniej będzie wyspecyfikowany według następującej procedury:

1. Badanie struktury wewnętrznej procesów:
  - wyodrębnienie trendu,
  - wyodrębnienie czynnika sezonowości,
  - ustalenie rzędów opóźnień autoregresyjnych dla poszczególnych procesów (w przypadku niezadawalającego dopasowania specyfikacji typu ARMA).
2. Sformułowanie ogólnego modelu zawierającego maksymalny rząd autoregresji dla każdego procesu.
3. Oszacowanie postaci pierwotnej (pełnej) modelu zgodnego uwzględniającej wszystkie wyspecyfikowane składniki.
4. Weryfikacja modelu na podstawie badania istotności zmiennych oraz własności reszt.
5. Interpretacja ocen parametrów strukturalnych oraz ocena stopnia dopasowania.

Badanie wewnętrznej struktury procesów, jak wspomniano wcześniej, sprowadza się do analizowania wszystkich procesów zarówno endogenicznego, jak i egzogenicznego, co w przypadku modeli zatrudnienia będzie oznaczało przeprowadzenie omawianej procedury dla zmiennych opisujących przeciętne zatrudnienie, przychody ze sprzedaży netto oraz przeciętne wynagrodzenie w rozbiu na poszczególne branże.

W badaniu wewnętrznej struktury procesów dla trendu przyjęto, że będzie to model trendu wielomianowego stopnia  $r$ .

Rozpatrzono następujące modele tendencji rozwojowej:

- liniowy –  $f(t) = \alpha_1 t + \alpha_0 + \xi_t$ ,
- kwadratowy –  $f(t) = \alpha_1 t^2 + \alpha_2 t + \alpha_0 + \xi_t$ ,
- wielomian stopnia trzeciego –  $f(t) = \alpha_1 t^3 + \alpha_2 t^2 + \alpha_3 t + \alpha_0 + \xi_t$ .

Dla każdego z procesów trzeba oddzielnie określić stopień danego wielomianu. Procedura polega na weryfikacji hipotez statystycznych i opiera się na teście F. Dokładny opis można znaleźć w Kufel (2007, s. 79-81).

Wyodrębnienie czynnika sezonowości w modelu addytywnym wymaga ustalenia długości cyklu oraz liczby faz w danym cyklu. W tym przypadku do opisu wahań sezonowych (wahań cyklicznych o okresie rocznym – 4 fazy cyklu) zastosowano model ekonometryczny ze zmiennymi zero-jedynkowymi. Parametry stojące przy zmiennych zero-jedynkowych muszą spełniać założenie  $\sum_{i=1}^4 d_i = 0$ .

Model wahań sezonowych dla danych kwartalnych można zatem wyrazić jako (Kufel, 2006, s. 142):

$$Y_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^3 d_i Q_{it}, \text{ gdzie } d_i^* = d_i - d_m^*, d_m^* = -\frac{1}{4} \sum_{i=1}^3 d_i.$$

W modelu tym parametry stojące przy zmiennych zero-jedynkowych będą interpretowane jako odchylenia od wartości czwartego kwartału.

Zgodnie z ogólną praktyką przyjętą w przypadku identyfikacji zjawiska sezonowości w modelu, uznaje się występowanie wahań sezonowych, gdy w oszacowanym modelu przynajmniej jeden parametr stojący przy zmiennej sezonowej będzie statystycznie istotny.

Po ustaleniu stopnia wielomianu trendu oraz uwzględnieniu bądź nie zjawiska sezonowości (zgodnie z przyjętym schematem postępowania), dla danych oczyszczonych z powyższych składników deterministycznych weryfikuje się hipotezę o występowaniu składnika autoregresyjnego. W omawianym przypadku sprowadza się to do znanych procedur i hipotez statystycznych opierających się na funkcjach autokorelacji i autokorelacji cząstkowej, odpowiednio ACF oraz PACF (*Ekonometria współczesna*, 2007; Kufel, 2002, s. 81). Porównanie przebiegu funkcji ACF i PACF pozwala na łatwą identyfikację procesu autoregresji rzędu  $p$  AR( $p$ ) bądź średniej ruchomej rzędu  $q$  MA( $q$ ). Wykorzystując to postępowanie dla reszt z modelu zatrudnienia, można także wnioskować o własnościach białego szumu bądź identyfikować procesy typu ARMA dla tych wielkości.

Dla każdej z rozpatrywanych sekcji gospodarki Górnego Śląska zostanie zbudowany wyjściowy model (dalej nazwany pełnym modelem) zawierający wszystkie zmienne objaśniające, które wynikają z badania struktury wewnętrznej procesów, przy założeniu maksymalnych rzędów opóźnień dla modeli autoregresyjnych. W dalszej kolejności za pomocą metody eliminacji a posteriori zostanie wyznaczony ostateczny model, dla którego parametry strukturalne będą spełniać założenia stawiane w testach istotności. Pominięte zostaną kroki eliminacji a posteriori i zostanie przedstawiona jedynie tabela z parametrami strukturalnymi i podstawowymi parametrami struktury stochastycznej dla końcowego modelu.

Testowanie własności reszt otrzymanych z poszczególnych równań będzie się opierać na badaniu normalności rozkładu reszt testem Jarque-Bera, badaniu autokorelacji rzędu pierwszego testem h-Durbina, badaniu autokorelacji do rzędu 4 testem Quenouilla na podstawie oszacowanych wielkości PACF oraz badaniu jednorodności wariancji testem efektu ARCH.

W teście na normalność rozkładu zostanie wykorzystany test Jarque-Bera, gdzie weryfikowana hipoteza zerowa informuje, że rozkład składnika losowego jest rozkładem normalnym (*Ekonometria współczesna*, 2007, s. 81).

Weryfikując występowanie autokorelacji rzędu pierwszego w modelu, gdzie jedną ze zmiennych objaśniających jest zmienna endogeniczna opóźniona w czasie, można zastosować test h-Durbina. W teście tym hipoteza zerowa informuje o braku autokorelacji rzędu pierwszego wobec hipotezy alternatywnej, że autokorelacja występuje. Wartość statystyki  $h$  porównuje się z wartościami z rozkładu normalnego (Kufel, 2002, s. 97).

W teście autokorelacji rzędu  $p$  wykorzystuje się oszacowane wielkości funkcji autokorelacji cząstkowej PACF identyfikujące tę własność (Kufel, 2002, s. 66).

W teście efektu ARCH niejednorodność wariancji jest testowana wystąpieniem efektu ARCH, tzn. identyfikacji podokresów o wyraźnie zwiększonej zmienności, których występowanie może się przekładać na niezdolność do opisu zmiennej w czasie wariancji przez zestaw przyczyn zawarty w weryfikowanym modelu. Hipoteza zerowa informuje o braku efektu ARCH, tzn. stwierdzenia jednorodności wariancji w analizowanym procesie resztowym.

Dla wszystkich testów z wyjątkiem testu  $h$  Durбина (gdzie będzie podana wartość statystyki  $h$ ) zostaną podane wartości prawdopodobieństwa obserwowanego, tzn. weryfikacja hipotez sprowadzi się do określenia na zadanym poziomie istotności, czy dla weryfikowanej własności należy odrzucić hipotezę zerową na rzecz alternatywnej, czy też nie.

### 3. Modele zatrudnienia w gospodarce województwa śląskiego

#### Wielkości dla gospodarki ogółem

Po przeprowadzeniu analizy wewnętrznej struktury dynamicznej procesu endogenicznego (przeciętne zatrudnienie w gospodarce ogółem) oraz procesów egzogenicznych (przeciętne wynagrodzenia, przychodów ze sprzedaży netto w gospodarce ogółem) otrzymano następujący model zgodny z pełną liczbą składników:

$$PZ\_O_t = \alpha_0 + \alpha_1 t + \alpha_2 Q_{1t} + \alpha_3 Q_{2t} + \alpha_4 Q_{3t} + \beta_1 PZ\_O_{t-1} + \beta_2 PW\_O_t + \beta_3 PW\_O_{t-1} + \beta_4 PS\_O_t + \beta_5 PS\_O_{t-1} + \xi_t. \quad (2)$$

W modelu uwzględniono trend liniowy i wahania sezonowe\*. Wszystkie procesy charakteryzowały się autoregresją rzędu pierwszego. Wyniki oszacowania modelu 2 metodą najmniejszych kwadratów, po eliminacji a posteriori zmiennych niemających wpływu na przeciętne zatrudnienie, przedstawia tabela 1.

Tabela 1

Wartości parametrów modelu zatrudnienia w gospodarce województwa śląskiego ogółem

	Parametr	Błąd standardowy	t-Studenta	wartość p
const	86,2891	21,3761	4,04	0,00077
time	-0,4269	0,1489	-2,87	0,01027

\* Ze względu na współliniowość zmiennych usunięto zmienną  $Q_4$  reprezentującą czwarty kwartał. W związku z tym parametry stojące przy tych zmiennych będą interpretowane jako odchylenia od wartości w czwartym kwartale.

cd. tabeli 1

Q1	24,7939	2,0111	12,33	<0,00001
Q2	24,5142	2,9719	8,25	<0,00001
Q3	19,3464	2,3792	8,13	<0,00001
PZ O 1	0,5855	0,0379	15,46	<0,00001
PW O	0,0527	0,0063	8,33	<0,00001
PS O	0,00031	0,00011	2,90	0,0095
Błąd standardowy reszt				1,449
Skorygowany R-kwadrat				0,997
Autokorelacja reszt – rho1				-0,201
Statystyka Durbina h				-1,021

W badanym okresie przeciętne zatrudnienie w gospodarce ogółem wykazuje tendencję do spadku w czasie (427 osób na kwartał). Zatrudnienie w trzech pierwszych kwartałach jest wyższe o około 20 tysięcy osób niż w kwartale czwartym. Wzrost przeciętnego wynagrodzenia o jeden złoty powoduje wzrost zatrudnienia o 52,7 osoby. Oczekiwanym znakiem parametru jest znak ujemny (wzrost wynagrodzeń powoduje spadek zatrudnienia), jednak od 2005 do 2008 roku w gospodarce województwa śląskiego rosły zarówno przeciętne wynagrodzenia, jak i przeciętne zatrudnienie. Wzrosty obu zmiennych były efektem dobrej koniunktury w gospodarce. Pierwszy raz od 1989 roku długookresowo rósł popyt na pracę. Z tego względu przedsiębiorstwa były zmuszone do podnoszenia przeciętnego wynagrodzenia, co w efekcie zaowocowało dodatnią wartością parametru stojącego przy tej zmiennej. Wzrost przychodów ze sprzedaży netto o milion złotych powoduje wzrost przeciętnego zatrudnienia o 0,3 osoby. Zmienna PZ\_O charakteryzuje się procesem autoregresyjnym rzędu pierwszego o umiarkowanej sile (wartość parametru 0,59). Model charakteryzuje się bardzo dobrym dopasowaniem do danych empirycznych (99,7%), a wartość statystyki h Durbina nie wskazuje na występowanie autokorelacji rzędu pierwszego. W tabeli 2 zamieszczono wyniki testów weryfikujących własności reszt modelu przeciętnego zatrudnienia w gospodarce województwa śląskiego ogółem na podstawie testów określonych w części wstępnej opracowania.

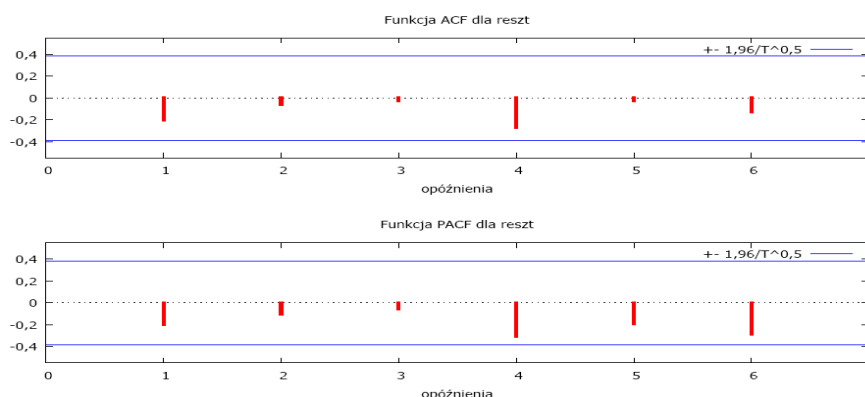
Tabela 2

Wyniki weryfikacji modelu przeciętnego zatrudnienia w gospodarce śląskiej ogółem

Test	Wartość p
Normalność rozkładu reszt	0,570
Autokorelacja do rzędu 4	0,322
Efektu ARCH do opóźnienia 4	0,314

Wartości obliczonych statystyk nie uprawniają do odrzucenia hipotez zerowych, a więc reszty mają rozkład normalny, nie podlegają autokorelacji, warto-

ści wariancji resztowej są stałe w czasie. Podsumowując, reszty mają charakter białego szumu (porównaj rysunek 4).



Rys. 4. Korelogram procesu resztowego modelu przeciętnego zatrudnienia w gospodarce województwa śląskiego ogółem

## Przemysł

W sekcji przemysł wyspecyfikowano model zgodny z pełną liczbą składników w postaci:

$$\begin{aligned}
 PZ\_P_t = & \alpha_0 + \alpha_1 t + \alpha_2 Q_{1t} + \alpha_3 Q_{2t} + \alpha_4 Q_{3t} + \alpha_5 Z_t + \beta_1 PZ\_P_{t-1} + \\
 & + \beta_2 PW\_P_t + \beta_3 PW\_P_{t-1} + \beta_4 PS\_P_t + \beta_5 PS\_P_{t-1} + \\
 & + \beta_6 PS\_P_{t-2} + \xi_t.
 \end{aligned} \quad (3)$$

Do modelu dołączono zmienną zero-jedynkową ( $Z_t$ )\*, która uwzględnia zmianę poziomu zatrudnienia wynikającą z przejścia z systemu PKD 2004 na PKD 2007, tj. do VI kwartału 2008 przyjmuje wartości zero, a od 2009 roku – wartości jeden\*\*. W modelu uwzględniono trend liniowy wraz z wahaniami sezonowymi. Wszystkie zmienne charakteryzowały się autoregresją rzędu pierwszego z wyjątkiem zmiennej  $PS\_P$ , dla której w procesie badania struktury wewnętrznej dla modelu pozbawionego składników deterministycznych określono proces autoregresji rzędu 2. Tabela 3 przedstawia model końcowy, w którym znajdują się zmienne mające wpływ na wielkość przeciętnego zatrudnienia.

\* W kolejnych modelach dla poszczególnych sekcji także znajdzie się zmienna o tym samym charakterze, tj. zmienna  $Z_t$ .

\*\* PKD 2007 obowiązuje od 1 stycznia 2008 (do 31 grudnia 2009 obowiązywał okres przejściowy), jednak w *Biuletynie Statystycznym...* (2004-2010) dane są prezentowane w układzie PKD 2007 od 2009 roku.

Tabela 3

Wartości parametrów modelu zatrudnienia w przemyśle

	Parametr	Błąd standardowy	t-Studenta	wartość p	
	const	92,486	17,813	5,192	0,00011
	Q1	9,659	2,367	4,080	0,00099
	Q2	15,435	3,048	5,064	0,00014
	Q3	10,330	2,689	3,841	0,0016
	Z	-10,933	1,389	-7,871	<0,00001
	PZ_P 1	0,551	0,074	7,412	<0,00001
	PW_P	0,025	0,005	5,320	0,00009
	PS_P 1	0,000610	0,000174	3,499	0,00323
	PS_P 2	-0,000505	0,000186	-2,716	0,01594
Błąd standardowy reszt			1,294		
Skorygowany R-kwadrat			0,984		
Autokorelacja reszt – rho1			-0,260		
Statystyka Durбина h			-1,333		

W ostatecznym modelu po eliminacji zmienna czasowa  $t$  okazała się statystycznie nieistotna. Przeciętne zatrudnienie w trzech pierwszych kwartałach jest wyższe w stosunku do ostatniego kwartału o przynajmniej 10 tysięcy osób. Można zaobserwować podobny mechanizm, jak w przypadku całej gospodarki analizowanej ogółem, gdyż również tu wzrost wynagrodzenia będzie implikował wzrost zatrudnienia, jednak w mniejszym stopniu – w stosunku do 1 złotego przeznaczonego na wynagrodzenia można oczekiwać wzrostu zatrudnienia o około 25 osób. Specyficzny okres koniunktury od 2005 do 2008 roku także miał swoje następstwa, jednak ich oczekiwany rezultat został w sekcji przemysł z pewnością obniżony przez gwałtowny spadek zatrudnienia po 2008 roku. Wpływ procesu autoregresyjnego na wielkości przychodów ze sprzedaży w okresie opóźnionym o jeden okres w stosunku do bieżącego poziomu jest dodatni. Wielkość zatrudnienia wzrośnie o ponad 6 osób, jeśli zostanie to poprzedzone wzrostem przychodów ze sprzedaży o milion złotych w okresie poprzednim. Przeciwny wpływ będzie miał ten sam wzrost przychodów ze sprzedaży o milion złotych, jednak skutek tego oddziaływania będzie widoczny dopiero po 2 kwartałach, tzn. obserwowany spadek przeciętnego zatrudnienia o około 5 osób. Dopasowanie modelu do danych empirycznych wynosi 98,4%.

Tabela 4

Wyniki weryfikacji modelu przeciętnego zatrudnienia w przemyśle

Test	Wartość p
Normalność rozkładu reszt	0,296
Autokorelacja do rzędu 4	0,109
Efektu ARCH do opóźnienia 4	0,728

Dla każdego z powyższych testów zawartych w tabeli 4 nie było podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej. Także i tym razem zostały spełnione założenia o normalności rozkładu, braku autokorelacji czy jednorodności wariancji. Dla modelu zatrudnienia w sekcji przemysł reszty z modelu z tabeli 3 mają charakter białego szumu.

### Górnictwo i wydobywanie

W przypadku tej sekcji wstępna specyfikacja modelu pełnego jest dana za pomocą równania (4):

$$\begin{aligned}
 PZ\_GiW_t = & \alpha_0 + \alpha_1 t + \alpha_2 t^2 + \alpha_3 Q_{1t} + \alpha_4 Q_{2t} + \alpha_5 Q_{3t} + \alpha_6 Z_t + \\
 & + \beta_1 PZ\_GiW_{t-1} + \beta_2 PW\_GiW_t + \beta_3 PS\_GiW_t + \\
 & + \beta_4 PS\_GiW_{t-1} + \xi_t.
 \end{aligned} \quad (4)$$

W tym przypadku widać odmienną strukturę wynikającą ze wstępnej specyfikacji modelu zgodnego, tj. wielomian stopnia drugiego, niż w przypadku poprzednich modeli. W tabeli 5 znajdują się parametry strukturalne dla modelu końcowego.

Tabela 5

Wartości parametrów modelu zatrudnienia w sekcji górnictwo i wydobywanie

	Parametr	Błąd standardowy	t-Studenta	wartość p
const	50,995	9,339	5,461	0,00003
t <sup>2</sup>	-0,008	0,003	-2,754	0,01305
Q1	0,090	0,508	0,177	0,86129
Q2	0,659	0,609	1,082	0,29368
Q3	0,713	0,325	2,198	0,04128
Q1	1,823	0,987	1,848	0,08111
PZ GiW 1	0,540	0,083	6,473	<0,00001
PS GiW	0,00115	0,00051	2,237	0,03819
Błąd standardowy reszt				0,801
Skorygowany R-kwadrat				0,943
Autokorelacja reszt – rho1				0,182
Statystyka Durбина h				1,002

W przypadku bieżącej sekcji, wielkości parametrów strukturalnych dla sezonowych składników ukazują nie tak duże, jak w poprzednich sekcjach, odchylenia od czwartego kwartału. Dla tej sekcji okazała się nieistotna wielkość przeciętnych wynagrodzeń. Może to być związane ze specyfiką branży, a w szczególności charakterem pracy czy działalnością takich czynników, jak np. związki zawodo-

we, jednak do potwierdzenia pewnych hipotez wynikających częściowo z teorii rynku pracy potrzeba dodatkowych danych uwzględniających wymienione czynniki. W rozważanym przypadku wielkości przychodów ze sprzedaży w większym stopniu determinują wielkości przeciętnego zatrudnienia niż ma to miejsce w którymś z pozostałych modeli. Również poziom zatrudnienia kształtowany przez proces autoregresyjny w poprzednim okresie może korzystnie oddziaływać na wielkość zatrudnienia w okresie bieżącym dla tej sekcji. Dopasowanie modelu do danych empirycznych jest na poziomie 94,3%.

Tabela 6

Wyniki weryfikacji modelu przeciętnego zatrudnienia w sekcji górnictwo i wydobywanie

Test	Wartość p
Normalność rozkładu reszt	0,079
Autokorelacja do rzędu 4	0,778
Efektu ARCH do opóźnienia 4	0,479

Weryfikacja hipotez dla testów z tabeli 6 sprowadza się do konkluzji, że w każdym z omawianych testów nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej, a dodatkowo proces resztowy dla modelu z tabeli 5 posiada własności białego szumu.

### Przetwórstwo przemysłowe

Dla tej sekcji wstępna specyfikacja modelu opiera się na wyjściowej postaci modelu danej za pomocą równania (5):

$$\begin{aligned}
 PZ\_PP_t = & \alpha_0 + \alpha_1 t + \alpha_2 Q_{1t} + \alpha_3 Q_{2t} + \alpha_4 Q_{3t} + \alpha_5 Z_t + \\
 & + \beta_1 PZ\_PP_{t-1} + \beta_2 PW\_PP_t + \beta_3 PS\_PP_t + \xi_t.
 \end{aligned} \quad (5)$$

Podobnie jak wcześniej, na deterministyczne składniki oprócz trendu liniowego składa się także sezonowość. Proces autoregresji istotnie oddziaływał tylko na proces endogeniczny. W tabeli 7 znajdują się oszacowane parametry strukturalne dla modelu końcowego.

Tabela 7

Wartości parametrów modelu zatrudnienia w sekcji przetwórstwo przemysłowe

	Parametr	Błąd standardowy	t-Studenta	wartość p
const	41,170	7,230	5,695	0,00002
dq1	4,160	1,142	3,645	0,00185
dq2	0,266	1,100	0,242	0,81135
dq3	0,180	0,990	0,181	0,8582
Z	-16,396	1,858	-8,827	<0,00001

cd. tabeli 7

PZ_PP_1	0,419	0,067	6,250	<0,00001
PW_PP	0,0382	0,0061	6,224	<0,00001
PS_PP	0,000330	0,000190	1,740	0,09901
Błąd standardowy reszt				1,766
Skorygowany R-kwadrat				0,985
Autokorelacja reszt – rho1				0,109
Statystyka Durбина h				0,577

Wielkości przychodów ze sprzedaży netto oraz przeciętnych wynagrodzeń dla branży przetwórstwa przemysłowego nie charakteryzowały się autoregresją nawet w przypadku pierwotnego modelu (5). Wzrost w okresie bieżącym przychodów ze sprzedaży o milion złotych spowoduje wzrost przeciętnego zatrudnienia w tej sekcji o 0,3 osoby. Wzrost wielkości przeciętnego wynagrodzenia o 1 złotych spowoduje wzrost wielkości przeciętnego zatrudnienia o prawie 4 osoby. Podobnie jak wcześniej, tak i tu proces endogeniczny determinowany przez proces autoregresji rzędu pierwszego spowoduje wzrost przeciętnego zatrudnienia w kolejnym okresie. W odniesieniu do składników sezonowych znaczne odchylenia od wielkości w czwartym kwartale występują tylko w kwartale pierwszym. Dopasowanie modelu do danych empirycznych jest na poziomie 98,5%.

Tabela 8

Wyniki weryfikacji modelu przeciętnego zatrudnienia w sekcji przetwórstwo przemysłowe

Test	Wartość p
Normalność rozkładu reszt	0,175
Autokorelacja do rzędu 4	0,792
Efektu ARCH do opóźnienia 4	0,272

Weryfikacja hipotez dla testów z tabeli 8 nie upoważnia do odrzucenia hipotez zerowych, a proces resztowy dla modelu z tabeli 7 posiada własności białego szumu.

## Budownictwo

Dla tej sekcji wstępna specyfikacja modelu opiera się na wyjściowej postaci modelu danej za pomocą równania (6):

$$\begin{aligned}
 PZ\_B_t = & \alpha_0 + \alpha_1 t + \alpha_2 Q_{1t} + \alpha_3 Q_{2t} + \alpha_4 Q_{3t} + \alpha_5 Z_t + \beta_1 PZ\_B_{t-1} + \\
 & + \beta_2 PW\_B_t + \beta_3 PW\_B_{t-1} + \beta_4 PS\_B_t + \beta_5 PS\_B_{t-1} + \xi_t.
 \end{aligned} \quad (6)$$

W pełnym modelu (6) oprócz składników deterministycznych, takich jak trend liniowy czy sezonowość, widać autoregresyjny charakter zarówno dla zmiennej endogenicznej, jak i zmiennych egzogenicznych. Tabela 9 zawiera parametry strukturalne modelu końcowego.

Tabela 9

Wartości parametrów modelu zatrudnienia w sekcji budownictwo

	Parametr	Błąd standardowy	t-Studenta	wartość p
const	21,466	5,223	4,110	0,00066
time	-0,199	0,064	-3,094	0,00626
dq1	-0,547	0,435	-1,258	0,2246
dq2	1,537	0,402	3,823	0,00125
dq3	1,168	0,376	3,102	0,00615
Z	3,926	0,654	5,999	0,00001
PZ B 1	0,288	0,106	2,719	0,01408
PW B 1	0,00682	0,00112	6,110	<0,00001
Błąd standardowy reszt				0,636
Skorygowany R-kwadrat				0,969
Autokorelacja reszt – rho1				0,061
Statystyka Durбина h				0,359

W modelu końcowym nieistotną zmienną okazała się zmienna przychodów ze sprzedaży oraz zmienna przeciętne wynagrodzenie w rozpatrywanej branży. Przeciętne zatrudnienie wynikające z procesu autoregresji ma, podobnie jak w poprzednich modelach, wpływ na wartość przeciętnego zatrudnienia z okresu bieżącego. W tym przypadku przeciętne zatrudnienie wykazuje tendencję do spadku w czasie o około 200 osób na kwartał. Wzrost przeciętnych wynagrodzeń o 1 złoty będzie miał dodatni wpływ na poziom przeciętnego zatrudnienia, powodując jego wzrost o około 6 osób. Podobny mechanizm działania, jak w przypadku wielkości dla gospodarki ogółem, można zauważyć także i tu, gdzie wraz ze wzrostem wynagrodzeń rośnie zatrudnienie, co również w pewnym zakresie można wytłumaczyć koniunkturą w tej branży w szczególności w okresie od 2005 do 2008 roku. Dodatnie odchylenia sezonowe od kwartału 4 w kwartałach 2 i 3 pokazują specyfikę branży budownictwa i jej sezonowy charakter.

Tabela 10

Wyniki weryfikacji modelu przeciętnego zatrudnienia w sekcji budownictwo

Test	Wartość p
Normalność rozkładu reszt	0,650
Autokorelacja do rzędu 4	0,322
Efektu ARCH do opóźnienia 4	0,726

Weryfikacja hipotez dla testów z tabeli 10 nie daje podstaw do odrzucenia hipotez zerowych, a proces resztowy dla modelu z tabeli 9 posiada autokorelację rzędu 2 na poziomie istotności 0,082.

## Handel i naprawy

Dla tej sekcji wstępna specyfikacja modelu opiera się na wyjściowej postaci modelu danej równaniem (7):

$$\begin{aligned}
 PZ\_HiN_t = & \alpha_0 + \alpha_1 t + \alpha_2 Q_{1t} + \alpha_3 Q_{2t} + \alpha_4 Q_{3t} + \alpha_5 Z_t + \beta_1 PZ\_HiN_{t-1} + \\
 & + \beta_2 PZ\_HiN_{t-2} + \beta_3 PW\_HiN_t + \beta_4 PW\_HiN_{t-1} + \\
 & + \beta_5 PS\_HiN_t + \beta_6 PS\_HiN_{t-1} + \beta_7 PS\_HiN_{t-2} + \xi_t.
 \end{aligned} \quad (7)$$

W pełnym modelu (7) oprócz składników deterministycznych, takich jak trend kwadratowy czy sezonowość, widać autoregresyjny charakter zarówno w wielkościach przeciętnego zatrudnienia, jak i przychodów ze sprzedaży netto. W tabeli 11 podano oszacowania parametrów strukturalnych dla modelu końcowego.

Tabela 11

Wartości parametrów modelu zatrudnienia w sekcji handel i naprawy

	Parametr	Błąd standardowy	t-Studenta	wartość p
const	48,072	7,019	6,849	<0,00001
dq1	1,406	0,628	2,237	0,03895
dq2	-0,475	0,668	-0,712	0,48631
dq3	0,665	0,555	1,197	0,24765
Z	6,867	0,970	7,080	<0,00001
PZ_HiN_1	0,619	0,102	6,048	0,00001
PZ_HiN_2	-0,308	0,094	-3,260	0,00461
PS_HiN_2	0,000912	0,000128	7,123	<0,00001
Błąd standardowy reszt			0,991	
Skorygowany R-kwadrat			0,968	
Autokorelacja reszt – rho1			-0,033	
Statystyka Durбина h			-0,188	

Wzrost przychodów ze sprzedaży netto o milion złotych spowoduje wzrost przeciętnego zatrudnienia o 0,9 osoby. Wzrost przeciętnego zatrudnienia w okresie bieżącym o tysiąc osób wywoła odpowiednio wzrost przeciętnego zatrudnienia o około 600 w kolejnym okresie oraz odpowiednio spadek tej wielkości w okresie dwa w przód o wielkość około 300 osób. Przeciętne zatrudnienie w kwartałach od 1 do 3 odchyła się od wielkości przeciętnego zatrudnienia w 4 kwartale o przynajmniej 500 osób. Dopasowanie oszacowanego modelu 11 do danych empirycznych jest na poziomie 96,8%. Wartość statystyki h-Durбина nie wskazuje na występowanie autokorelacji reszt pierwszego rzędu.

Tabela 12

Wyniki weryfikacji modelu przeciętnego zatrudnienia w sekcji handel i naprawy

Test	Wartość p
Normalność rozkładu reszt	0,299
Autokorelacja do rzędu 4	0,454
Efektu ARCH do opóźnienia 4	0,134

Weryfikacja hipotez dla testów z tabeli 12 nie upoważnia do odrzucenia hipotez zerowych, dodatkowo proces resztowy dla modelu z tabeli 11 posiada własności białego szumu.

W celu oceny wpływu wysokości wynagrodzeń, przychodów ze sprzedaży netto i efektu procesu autoregresyjnego przeciętnego zatrudnienia obliczono elastyczności klasyczne. Ze względu na występujące wahania sezonowe obliczono elastyczności dla ostatnich czterech kwartałów (IV kwartał 2009 – III kwartał 2010), a następnie wyliczono na ich podstawie wartość średnią.

Tabela 13

Wartości średnie elastyczności przeciętnego zatrudnienia w procentach względem swojego procesu autoregresyjnego, przeciętnych wynagrodzeń i przychodów ze sprzedaży netto

Wyszczególnienie	PZ	PW	PS
Ogółem	0,585	0,263	0,026
Przemysł	0,551	0,231	0,011
Górnictwo i wydobywanie	0,592	0,064	0,053
Przetwórstwo przemysłowe	0,417	0,452	0,038
Budownictwo	0,288	0,371	
Handel i naprawy	0,309		0,098

Najsilniej proces autoregresyjny przeciętnego zatrudnienia oddziałuje w sekcji B (górnictwo i wydobywanie), w przemyśle i gospodarce śląskiej ogółem. Wartość elastyczności w granicach 0,55-0,60% oznacza, że ponad 50% zatrudnienia ma charakter „autonomiczny”. Najniższe wartości elastyczności zanotowano w budownictwie (sekcja F) oraz handlu i naprawach (sekcja G). Oznacza to, że w tych sekcjach poziom zatrudnienia z poprzednich okresów ma najslabszy wpływ na obecne zatrudnienie. Przeciętne wynagrodzenia najsilniej oddziałują w przetwórstwie przemysłowym (sekcja C) i budownictwie, najslabiej – w górnictwie i wydobywaniu. Najslabszym wpływem na przeciętne zatrudnienie charakteryzują się przychody ze sprzedaży. Dla gospodarki województwa ogółem wzrost przychodów ze sprzedaży netto o 1% powoduje wzrost przeciętnego zatrudnienia tylko o 0,026%. Najsilniejszy wpływ przychody ze sprzedaży mają w handlu i naprawach (wzrost o 1% powoduje wzrost o 0,98%).

## Podsumowanie

W latach 2005-2008 przeciętne zatrudnienie zarówno w gospodarce ogółem, jak i poszczególnych sekcjach wykazywało tendencję wzrostową. Jedynym wyjątkiem jest tu górnictwo i wydobywanie, gdzie zatrudnienie malało w badanym okresie.

Modele opisujące przeciętną liczbę zatrudnionych w poszczególnych sekcjach własności czy działalności gospodarczej są dobrze dopasowane do danych empirycznych, a ich reszty posiadają własności białego szumu. Na wysokość przeciętnego zatrudnienia w poszczególnych sekcjach ma wpływ przeciętne wynagrodzenie brutto oraz wysokość przychodów ze sprzedaży netto. Parametry przy przeciętnym wynagrodzeniu brutto mają znak dodatni, co można wytłumaczyć okresem dobrej koniunktury w latach 2005-2008. Przedsiębiorstwa były zmuszone do znacznego podnoszenia przeciętnych wynagrodzeń, by zaspokoić swój popyt na pracę. Stosunkowo niewielki wpływ na poziom zatrudnienia mają przychody ze sprzedaży netto. W każdej analizowanej sekcji mają one wpływ dodatni, jednak ich jednoprocenowy wzrost powoduje wzrost zatrudnienia o mniej niż 0,1 procenta.

Przeprowadzona analiza wskazuje, że gospodarka Górnego Śląska jest zróżnicowana w podziale na sekcje, a odmienne procesy ekonomiczne odpowiadają za wielkości przeciętnego zatrudnienia. Specyfika Górnego Śląska jako jedyne-go regionu w kraju, w którym na taką skalę jest rozwinięte górnictwo i cały przemysł związany z branżą górniczą, powoduje, że te gałęzie gospodarki rządzą się odmiennymi prawami. Wspomniany autonomiczny charakter zatrudnienia w tych sekcjach jest najsilniejszy, a ze względu na fakt, że górnictwo i przemysł są podstawą gospodarki, równie silny wpływ jest widoczny w skali całego województwa śląskiego. Wielkości przeciętnego wynagrodzenia najsłabiej oddziałują właśnie w sekcji B (GiW), co może być spowodowane w dużej mierze charakterem wykonywanej pracy i trudnościami w przekwalifikowaniu i wejściu do branży. Popyt na pracę w innych sekcjach wśród zatrudnionych w sekcji B jest mniejszy, ich kwalifikacje nie są bowiem tak bardzo poszukiwane w innych branżach. Zatrudnienie w sekcji B nie jest również ogólnodostępne dla pracowników z innych sekcji bez odpowiednich kwalifikacji. Mając na uwadze te dwa aspekty, zachęta w postaci wynagrodzenia, by pozyskać nowych pracowników oraz utrzymać starych, jest tłumiona ograniczeniami przy wejściu i wyjściu z branży górnictwo i wydobywanie. Przeciętne wynagrodzenia najsilniej oddziałują w dwóch sekcjach: budownictwo oraz przetwórstwo przemysłowe. W tych dwóch gałęziach stosunkowo łatwo znaleźć zatrudnienie niewymagające specyficznych kwalifikacji, a koniunktura w ostatnich latach tylko nasiliła wzrostową tendencję w sferze przeciętnych wynagrodzeń. Wielkość wskaźników

elastyczności dla wartości przychodów ze sprzedaży i związane z tym zmiany procentowe przeciętnego zatrudnienia wskazują na gałęzie, w których podział zysku może się wolniej lub szybciej przekładać na wielkość wynagrodzeń. Branża handel i naprawy ma najwyższy wskaźnik elastyczności, co może świadczyć o szybkim podziale zysku.

Zatrudnienie w branżach: handel i naprawy oraz budownictwo uzależnione w znacznej mierze od wysokości wynagrodzeń lub przychodów ze sprzedaży może być wrażliwe na zmiany tych zmiennych ekonomicznych, a okres ewentualnej dekonjunktury może być niebezpieczny dla potencjalnych pracowników, ich miejsce pracy może się bowiem okazać za bardzo związane z czynnikami zewnętrznymi niezależnymi od strategii rozwoju Górnego Śląska.

## Literatura

*Biuletyn Statystyczny Województwa Śląskiego* (2004-2010). Informator GUS, Katowice.

Charemza W., Deadman D. (1997): *Nowa ekonometria*. PWE, Warszawa.

*Ekonometria współczesna* (2007). Red. M. Osińska. Dom Organizatora, Toruń.

Kufel T. (2007): *Ekonometria. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem programu Gretl*. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.

Kufel T. (2006): *Ekonometryczne modelowanie cykliczności w procesach sprzedaży na podstawie danych dziennych*. AE, Wrocław.

Kufel T. (2002): *Postulat zgodności w dynamicznych modelach ekonometrycznych*. UMK, Toruń.

Maddala G.S. (2006): *Ekonometria*. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.

*Společno-ekonomiczne skutki przemian gospodarczych w województwie śląskim przełomu XX i XXI wieku* (2003). Red. A. Barczak, C. Fijałkowska. AE, Katowice.

## THE PERSPECTIVES OF EMPLOYMENT GROWTH IN THE SILESIA PROVINCE

### Summary

The article analyses the changes in the level of employment in the selected sectors of Silesian province economy in years 2000-2009. With this end in view, the authors constructed proper consistent econometric models which included, apart from a deterministic element (trend, seasonal fluctuation) average gross remuneration and net sale income.

---

The models that describe an average number of people employed in particular property sectors or commercial activity are properly adjusted to the empirical data and their residuals process the property of a white noise. The segmentation of the economy of the analysed region enabled the authors to focus on the heterogeneous properties of the labour market. The analysis performed with the division into the economy sections allowed for the identification of fundamental factors that influenced the character and the dynamics of employment, with the consideration of the structure of exogenous processes within the model.



**Andrzej Wójcik**

## **ANALIZA PRODUKTU KRAJOWEGO BRUTTO ORAZ WARTOŚCI DODANEJ BRUTTO WEDŁUG RODZAJÓW DZIAŁALNOŚCI W WOJEWÓDZTWIE ŚLĄSKIM NA TLE WOJEWÓDZTW OŚCIENNYCH**

---

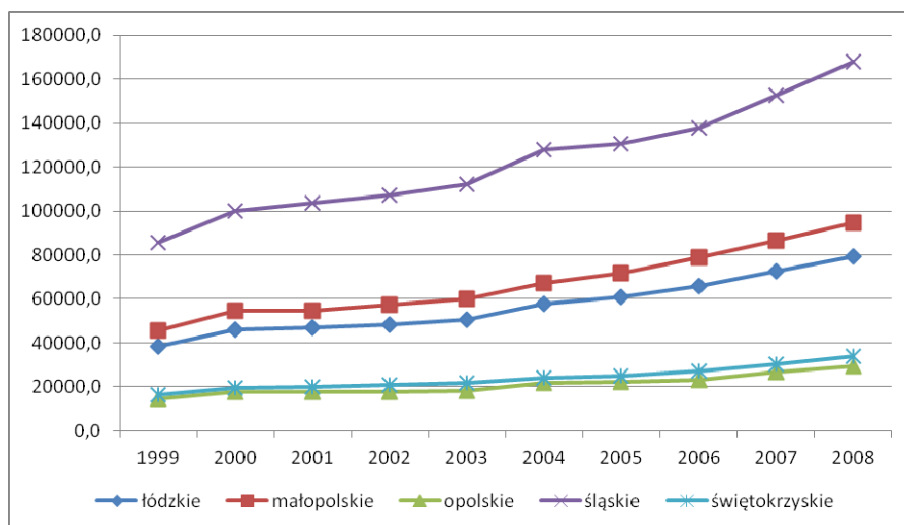
### **Wstęp**

Wartość produktów (wyrobów i usług) wytworzonych przez jednostki rynkowe i nierynkowe pomniejszona o zużycie pośrednie poniesione w związku z jej wytworzeniem, czyli wartość dodana brutto oraz produkt krajowy brutto, jest istotnym wskaźnikiem mówiącym o stanie gospodarki danego państwa czy też regionu. W opracowaniu porównano wskaźniki dotyczące województwa śląskiego oraz województw ościennych, czyli: łódzkiego, małopolskiego, opolskiego oraz świętokrzyskiego. Wskaźniki dla badanych województw przedstawiono na tle Polski. Zbadano również związki pomiędzy PKB a wartością dodaną brutto w województwie śląskim i województwach ościennych. Do zbadania tych zależności autor posłużył się modelami wektorowo-autoregresyjnymi VAR.

Wszystkie dane, które posłużyły do analizy PKB oraz wartości dodanej brutto, dotyczą okresu od 1999 roku do 2008 roku i pochodzą ze strony internetowej Głównego Urzędu Statystycznego ([www.stat.gov.pl](http://www.stat.gov.pl)) oraz roczników statystycznych województw (*Rocznik Statystyczny Województw*, 2000-2009).

### **1. PKB województwa śląskiego na tle województw ościennych**

Produkt krajowy brutto jest podstawowym wskaźnikiem ekonomicznym mówiącym o stanie gospodarki. Kształtowanie się PKB w województwach śląskim, łódzkim, małopolskim, opolskim oraz świętokrzyskim przedstawia rysunek 1.



Rys. 1. Wartość w mln zł produktu krajowego brutto w województwach śląskim, łódzkim, małopolskim, opolskim oraz świętokrzyskim

Z rysunku 1 wynika, że największa wartość PKB w badanym okresie była udziałem województwa śląskiego. W województwach małopolskim oraz łódzkim wartość ta była mniej więcej dwukrotnie mniejsza niż w województwie śląskim (PKB w województwie małopolskim stanowiło od 52,5 do 57,1% PKB województwa śląskiego, w przypadku województwa łódzkiego udział ten wynosił od 45 do 47,5%), a w województwach świętokrzyskim i opolskim wartość PKB była ponad pięciokrotnie mniejsza w porównaniu z województwem śląskim (udziały te wynosiły odpowiednio od 18,8 do 20,2% w województwie świętokrzyskim i od 16,2 do 17,5% w województwie opolskim).

Na rysunku 1 widać również, że średnie tempo zmian dane wzorem 1 (Ostaszewicz, Rusnak, Siedlecka, 2001) jest podobne dla wszystkich województw, lecz różne są punkty początkowe:

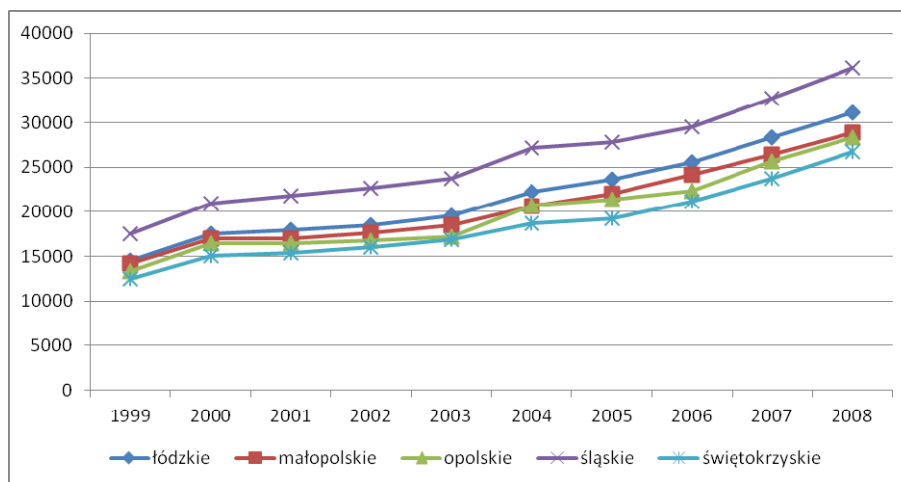
$$\bar{i}_G = \sqrt[n-1]{i_{n/1}}, \quad (1)$$

gdzie  $i_{n/1}$  to jednopodstawowy indeks indywidualny, w którym okres podstawowy = 1, natomiast okres badany = n.

Średnie tempo zmian dla poszczególnych województw wynosi odpowiednio:

- śląskie – 1,078,
- łódzkie – 1,084,
- małopolskie – 1,084,
- opolskie – 1,082,
- świętokrzyskie – 1,084.

Wpływ na tak różne wielkości produktu krajowego brutto ma niewątpliwie różna liczba mieszkańców poszczególnych województw, dlatego bardzo cenną informacją jest wielkość PKB przypadająca na 1 mieszkańca.



Rys. 2. Wielkość PKB w zł na jednego mieszkańca w województwach śląskim, łódzkim, małopolskim, opolskim oraz świętokrzyskim

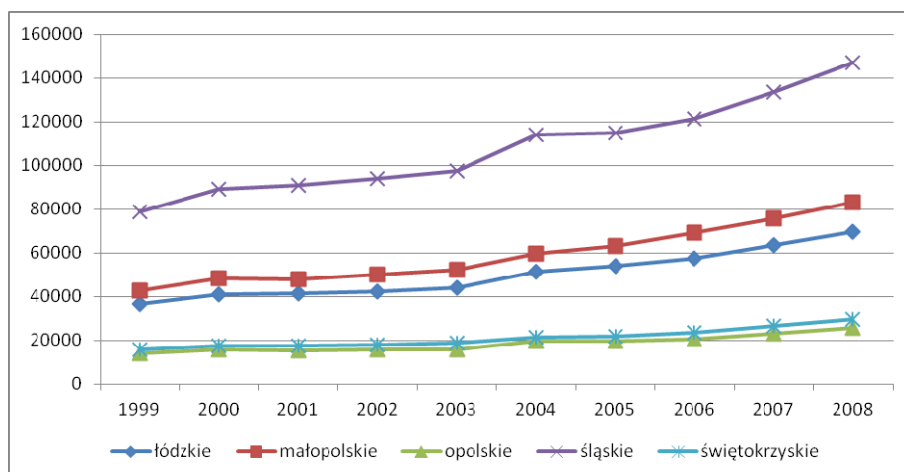
Na rysunku 2 przedstawiono wielkości PKB w zł przypadające na 1 mieszkańca w badanych województwach. Największa wartość produktu krajowego brutto przypadająca na 1 mieszkańca w badanym okresie była w województwie śląskim, podobnie jak w przypadku PKB ogółem. Jednak w przypadku pozostałych województw nastąpiły zmiany, a mianowicie drugie pod względem wielkości PKB w całym badanym okresie było województwo łódzkie, na trzecim miejscu (poza 2004 rokiem) znalazło się województwo małopolskie, następnie opolskie i na końcu województwo świętokrzyskie, w którym od 1999 roku do 2008 roku było najmniejsze PKB wśród badanych województw.

## 2. Wartość dodana brutto według rodzajów działalności województwa śląskiego oraz województw ościennych

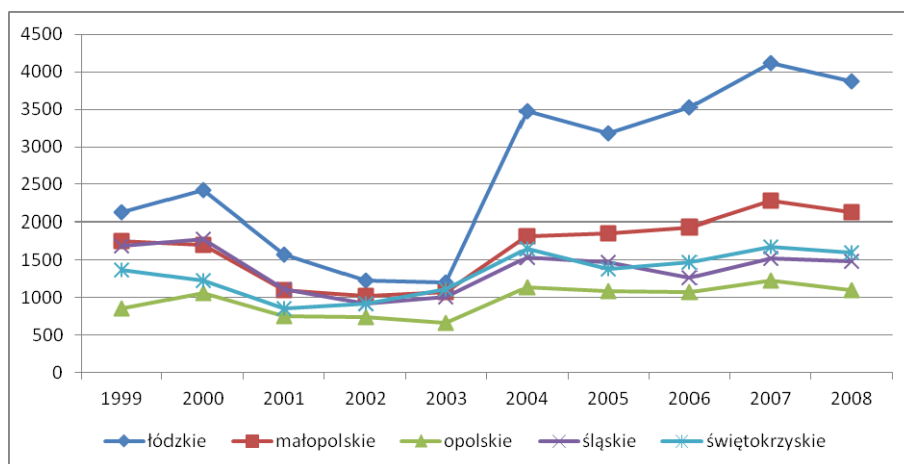
Wartość dodana brutto stanowi istotny składnik produkcji krajowej brutto. Na rysunkach 3-6 przedstawiono kształtowanie się wartości dodanej brutto ogółem w badanych województwach oraz w rozbiciu na główne rodzaje działalności, a mianowicie na:

- rolnictwo, łowiectwo, leśnictwo i rybactwo,
- przemysł,
- budownictwo.

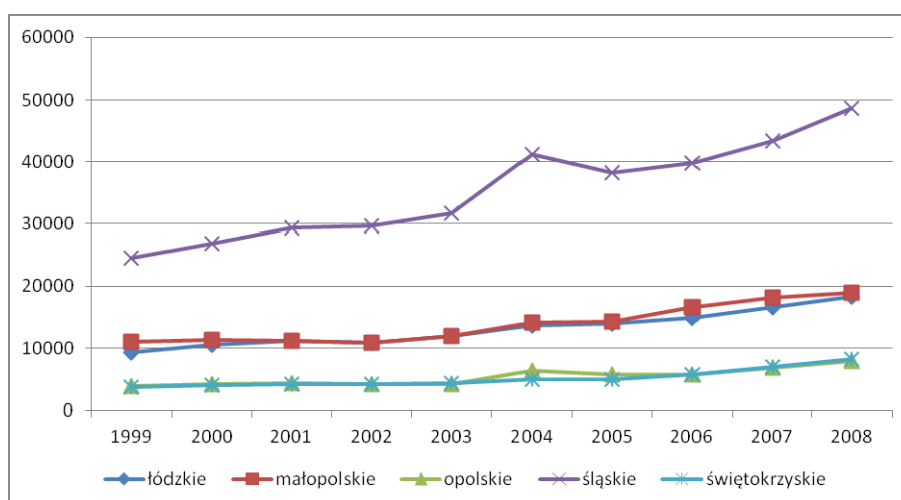
Wybór właśnie tych działów wynikał z dostępności danych – w międzyczasie zmieniła się ich klasyfikacja.



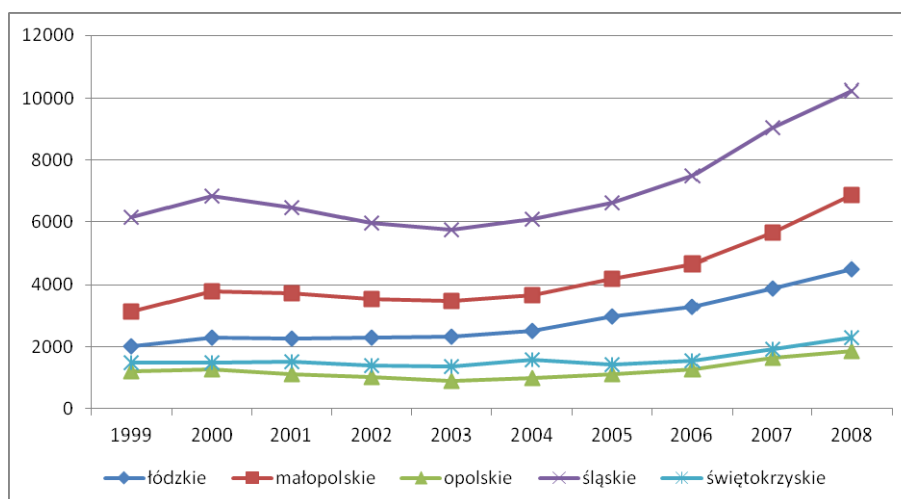
Rys. 3. Wartość dodana brutto ogółem w mln zł w województwach śląskim, łódzkim, małopolskim, opolskim oraz świętokrzyskim



Rys. 4. Wartość dodana brutto w mln zł w rolnictwie, leśnictwie, łowiectwie i rybactwie w województwach śląskim, łódzkim, małopolskim, opolskim oraz świętokrzyskim



Rys. 5. Wartość dodana brutto w przemyśle w mln zł w województwach śląskim, łódzkim, małopolskim, opolskim oraz świętokrzyskim

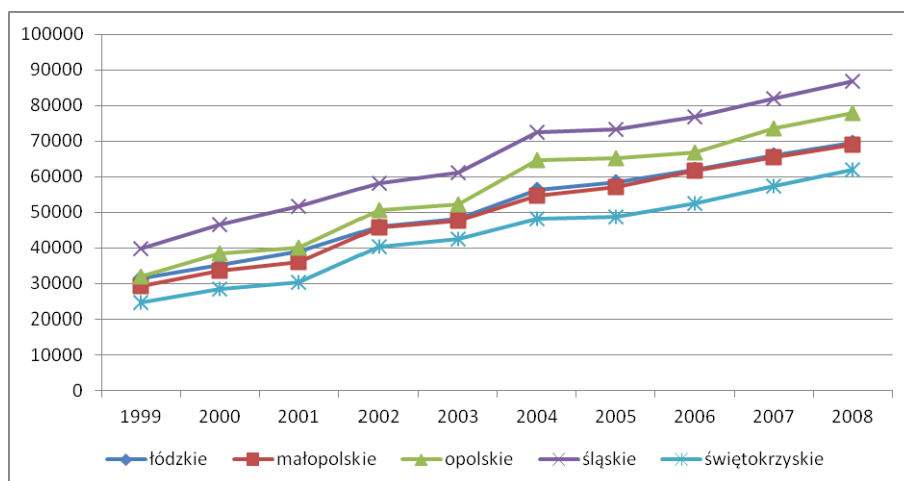


Rys. 6. Wartość dodana brutto w budownictwie w mln zł w województwach śląskim, łódzkim, małopolskim, opolskim oraz świętokrzyskim

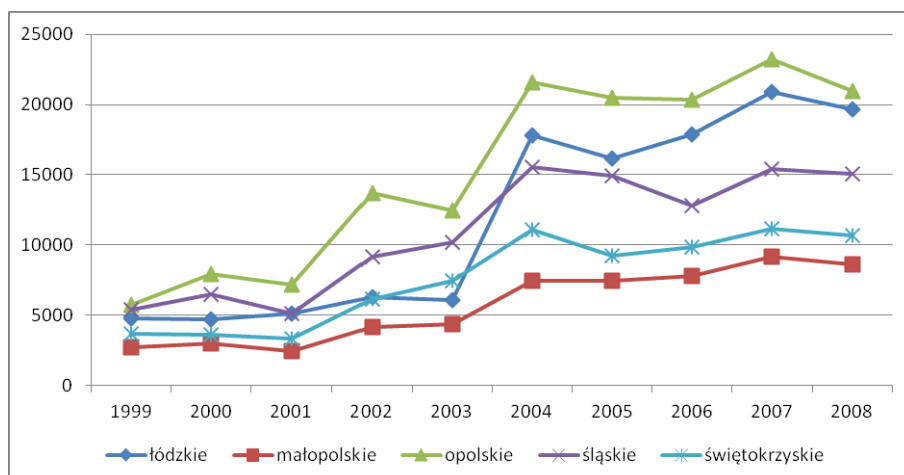
Wartość dodana brutto ogółem (rysunek 3) w badanym okresie kształtuje się podobnie do PKB ogółem (rysunek 1). Jest to spowodowane tym, że wartość dodana brutto stanowi istotny składnik produkcji krajowej brutto, a więc relacje pomiędzy wartościami dodanymi brutto w badanych województwach muszą być zbliżone do relacji pomiędzy wartościami PKB w tych województwach.

Tak jak w przypadku produktu krajowego brutto, również wartość dodana brutto jest uzależniona od liczby mieszkańców danego województwa, a dokład-

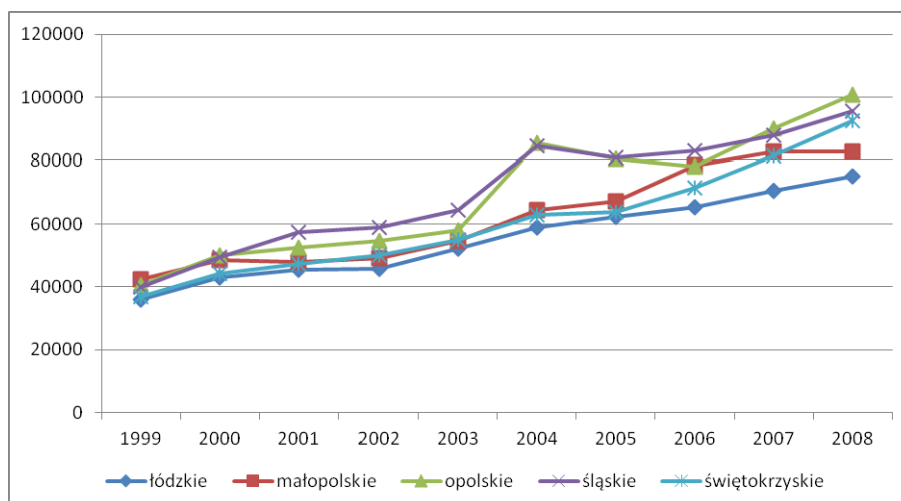
niej od liczby zatrudnionych. Rysunek 7 przedstawia wartość dodaną brutto ogółem w przeliczeniu na 1 zatrudnionego. Rysunki 8-10 pokazują, jak zmieniła się wartość dodana brutto w przeliczeniu na 1 zatrudnionego w rolnictwie, przemyśle oraz budownictwie w latach 1999-2008.



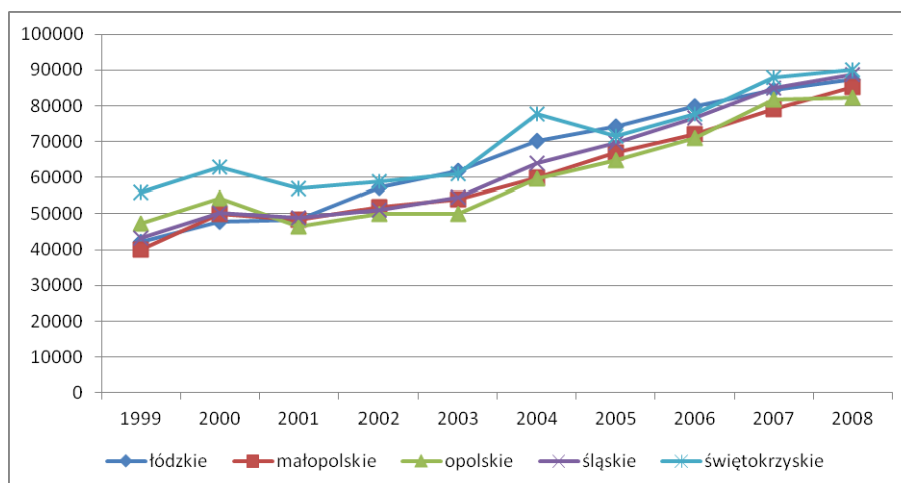
Rys. 7. Wartość dodana brutto ogółem w zł w przeliczeniu na 1 zatrudnionego



Rys. 8. Wartość dodana brutto w rolnictwie w zł w przeliczeniu na 1 zatrudnionego



Rys. 9. Wartość dodana brutto w zł w przemyśle w przeliczeniu na 1 zatrudnionego



Rys. 10. Wartość dodana brutto w zł w budownictwie w przeliczeniu na 1 zatrudnionego

Przez cały badany okres wartość dodana brutto ogółem w przeliczeniu na 1 zatrudnionego była największa w województwie śląskim, następnie opolskim, łódzkim, małopolskim, a najmniejsza w województwie świętokrzyskim. Jeśli chodzi o podział na rolnictwo, przemysł i budownictwo, sytuacja nie jest już taka prosta. W przypadku rolnictwa największa wartość dodana brutto w przeliczeniu na 1 zatrudnionego przez cały badany okres była największa w województwie opolskim, najmniejsza w województwie małopolskim; w pozostałych województwach kolejność ta się zmieniała, jednak w 2008 roku na drugim miejscu znalazło się województwo łódzkie, następnie śląskie i świętokrzyskie. Na szcze-

gólną uwagę zasługuje bardzo duży wzrost wartości dodanej brutto w przeliczeniu na 1 zatrudnionego w województwie łódzkim w 2004 roku. W stosunku do roku poprzedniego wartość dodana brutto w przeliczeniu na 1 zatrudnionego w województwie łódzkim w 2004 roku wzrosła prawie trzykrotnie, należy się więc zastanowić, czy rzeczywiście wartość dodana brutto w przeliczeniu na 1 zatrudnionego w województwie łódzkim w 2004 roku wzrosła tak bardzo, czy też wynika to z błędu Głównego Urzędu Statystycznego.

Wartość dodana brutto w przemyśle we wszystkich badanych województwach rosła przez cały badany okres. Jednak wzrost ten był inny w każdym województwie. W 1999 roku, a więc na początku badanego okresu, różnica pomiędzy województwem, w którym wartość dodana brutto na 1 zatrudnionego jest największa, a województwem, w którym jest ona najmniejsza, wyniosła 6709 zł, natomiast w 2008 roku już 25 833 zł. Stosunkowo najmniejszy wzrost wartości dodanej brutto był w województwie małopolskim – wyniósł on niespełna 95%, przez co wartość dodana brutto na 1 zatrudnionego w tym województwie w 2008 roku znalazła się na 4 miejscu wśród 5 badanych województw, mimo iż w 1999 roku wartość dodana brutto na 1 zatrudnionego w województwie małopolskim była największa ze wszystkich badanych województw. Można wyciągnąć wnioski, że przemysł w województwie małopolskim mógłby rozwijać się lepiej; prawdopodobnie na taki stan rzeczy miały wpływ zarówno decyzje na poziomie samorządów, jak i samych przedsiębiorstw.

Największy wzrost wartości dodanej brutto na 1 zatrudnionego w badanym okresie był w województwach świętokrzyskim oraz opolskim i wynosił odpowiednio 151,2 i 148%. Mimo iż wzrost wartości dodanej brutto na 1 zatrudnionego w województwie łódzkim w latach 1999-2008 wyniósł prawie 110%, to jest to najmniejszy wzrost spośród badanych województw.

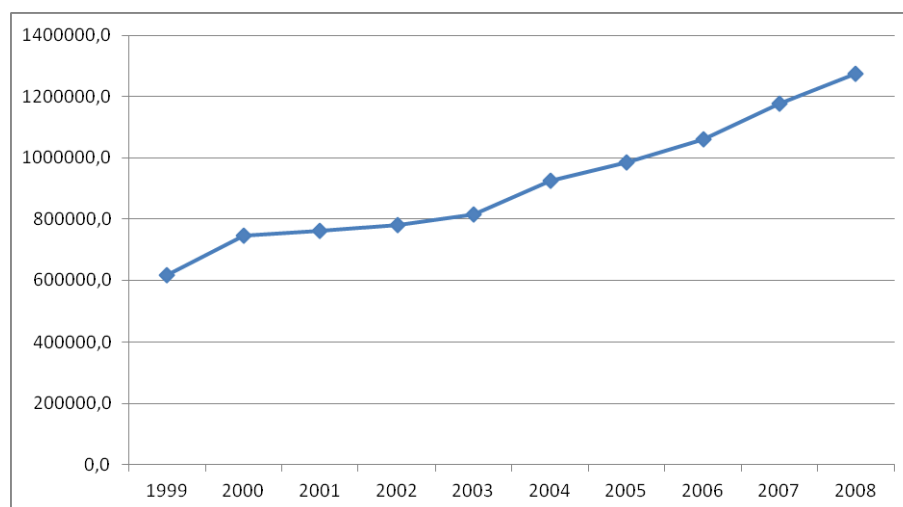
W przypadku wartości dodanej brutto na 1 zatrudnionego w budownictwie (rysunek 10) należy zwrócić szczególną uwagę na najmniejszy jej wzrost (o 61,7%) w badanym okresie w województwie świętokrzyskim. Mimo najmniejszego wzrostu wartości dodanej brutto na 1 zatrudnionego w budownictwie spośród badanych województw w latach 1999-2008, w 2008 roku, podobnie jak w 1999 roku, wartość ta była największa. Obserwując tendencje oraz relacje pomiędzy wartością dodaną brutto na 1 zatrudnionego w budownictwie, można przypuszczać, że taki stan nie utrzyma się w najbliższych latach, chyba że zostaną podjęte odpowiednie działania, żeby te złe tendencje dla województwa świętokrzyskiego odwrócić, zwłaszcza że w przypadku województw: małopolskiego, łódzkiego i śląskiego wzrost wartości dodanej brutto na 1 zatrudnionego w budownictwie był ponad dwukrotny.

W analizie tej należy zwrócić jeszcze uwagę na znacznie mniejszy wzrost wartości dodanej brutto na 1 zatrudnionego w budownictwie niż w przemyśle. W 1999 roku najmniejsza wartość dodana brutto na 1 zatrudnionego w budownictwie była w województwie małopolskim i wyniosła 39 926 zł, natomiast w przemyśle najmniejsza wartość była w województwie łódzkim i wyniosła 35 823 zł. W 2008 roku największe wartości odnotowano odpowiednio w budownictwie w województwie świętokrzyskim – 90 161 zł, a w przemyśle w województwie opolskim – 100 809 zł. Średnio wartość dodana brutto na 1 zatrudnionego w badanych województwach wzrosła w budownictwie o 92,1%, natomiast w przemyśle – o 128,3%.

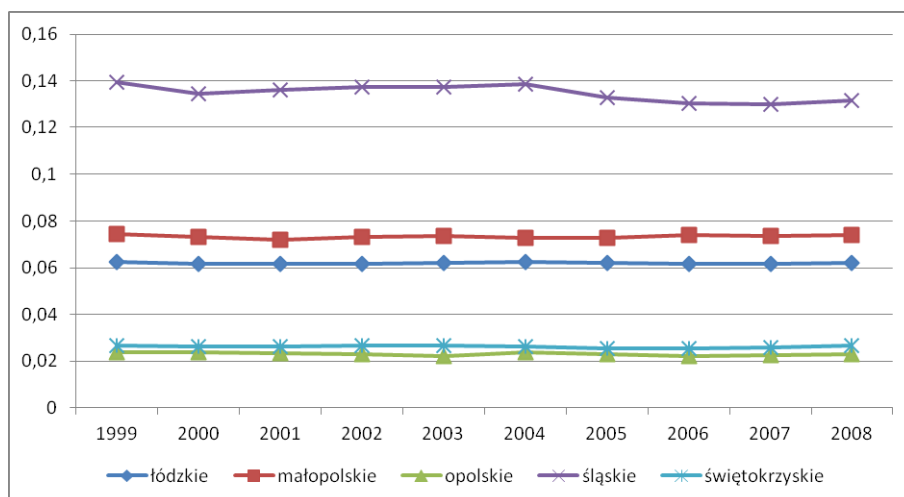
Wartość dodana brutto na 1 zatrudnionego w rolnictwie jest od ponad 3- do ponad 15-krotnie mniejsza niż w budownictwie i przemyśle.

### 3. Produkt krajowy brutto badanych województw na tle kraju

W punkcie 1 przedstawiono kształtowanie się PKB w województwach łódzkim, małopolskim, opolskim, śląskim oraz świętokrzyskim w latach 1999-2008, natomiast poniżej pokazano, jak kształtował się produkt krajowy brutto tych województw na tle kraju. Rysunek 11 przedstawia PKB Polski w mln zł, natomiast rysunek 12 pokazuje udziały PKB poszczególnych województw w produkcie krajowym brutto kraju.



Rys. 11. PKB Polski w latach 1999-2008 w mln zł



Rys. 12. Udziały PKB wybranych województw w PKB Polski

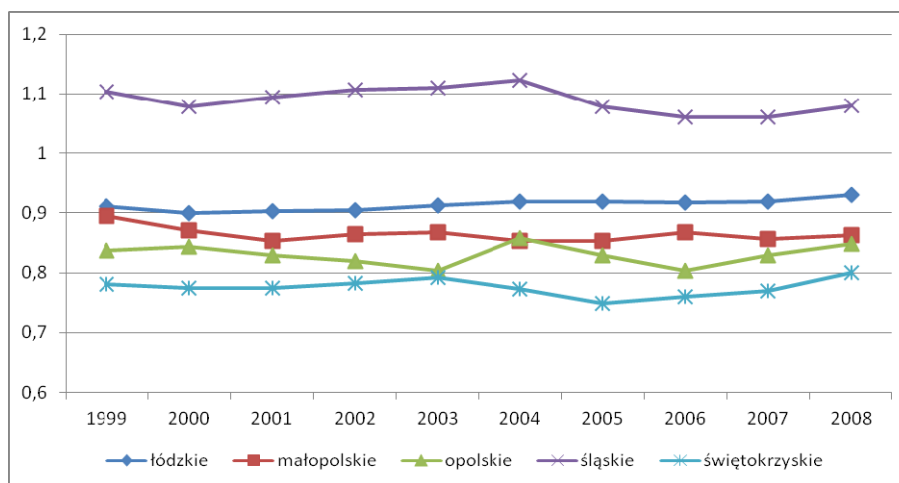
Produkt krajowy brutto w całym kraju rósł przez cały badany okres; średnie tempo wzrostu wyniosło, tak jak w przypadku województw łódzkiego, małopolskiego i świętokrzyskiego, 1,084. Średnie tempo wzrostu PKB w województwach opolskim oraz śląskim jest niższe niż w całym kraju i na pewno nie jest to korzystna tendencja dla tych województw.

Udziały PKB poszczególnych województw w produkcie krajowym brutto Polski nie ulegają większym fluktuacjom w całym badanym okresie, wyjątek stanowi województwo śląskie, które miało najmniejsze średnie tempo wzrostu PKB (1,078). Udział produktu krajowego brutto województwa śląskiego w PKB Polski zmniejszył się w badanym okresie z 13,92% w 1999 roku do 13,17% w 2008 roku. Mimo takiego spadku udział PKB województwa śląskiego w produkcie krajowym brutto Polski nadal był największy spośród badanych województw i znalazł się na 2 miejscu w Polsce (większe są tylko udziały PKB województwa mazowieckiego w produkcie krajowym brutto Polski). Udziały PKB pozostałych badanych województw w produkcie krajowym brutto Polski utrzymują się na stałym poziomie i zajmują odpowiednio miejsca (wśród wszystkich województw):

- województwo małopolskie – miejsce 5,
- województwo łódzkie – miejsce 6,
- województwo świętokrzyskie – miejsce 13,
- województwo opolskie – w latach 2004-2008 miejsce 14, a w pozostałych – 16.

Jeżeli policzyć się stosunek PKB poszczególnych województw na 1 mieszkańca do produktu krajowego brutto Polski w przeliczeniu na 1 mieszkańca dla badanych województw, sytuacja się zmienia. Z rysunku 13 wynika, że województwo śląskie nadal utrzymuje swą bardzo silną pozycję (mimo iż w latach

2006-2007 znalazło się na trzecim miejscu w kraju, w pozostałych latach było na miejscu 2), natomiast pozostałe województwa pozamieniały się miejscami, a mianowicie: województwo łódzkie znalazło się przed województwem małopolskim, a województwo opolskie przed świętokrzyskim.



Rys. 13. Stosunek PKB wybranych województw na 1 mieszkańca do PKB Polski na 1 mieszkańca

Województwo łódzkie w 1999 roku było na 7 miejscu, w latach 2000-2002 na 8, aby w latach 2003-2005 znów powrócić na 7 miejsce i ostatecznie uplasować się na miejscu 6 po 2006 roku. Województwo małopolskie zajmowało prawie na przemian 9 i 10 miejsce (jedynie w 2004 roku było na miejscu 11) i w 2008 roku było na 9 miejscu w Polsce. Kolejne województwo – opolskie, zajmowało 11 lokatę, poza 2004 rokiem, kiedy to stosunek PKB przypadającego na 1 mieszkańca tego województwa do PKB przypadającego na 1 mieszkańca Polski był wyższy niż w województwie małopolskim – województwo opolskie zajęło wówczas 10 miejsce. Województwo świętokrzyskie zajmowało z reguły miejsce 12, wyjątkiem były lata 2004-2005, kiedy znalazło się na miejscu 13.

#### 4. Analiza zależności pomiędzy PKB a wartością dodaną brutto wybranych województw

Bardzo wysokie współczynniki korelacji Pearsona pomiędzy PKB badanych województw (wszystkie są powyżej 0,99) świadczą o tym, że średnie tempa wzrostu produktu krajowego brutto dla poszczególnych województw są do siebie zbliżone. Aby zweryfikować, czy wcześniejsze wartości PKB poszczególnych województw mają wpływ na ich późniejsze realizacje, policzono modele wektorowo-autoregresyjne VAR.

W modelach wektorowo-autoregresyjnych wymaga się, aby zmienne były stacjonarne (Kusideł, 2000), dlatego pierwszym krokiem jest zbadanie stacjonarności zmiennych. Ponieważ zmienne dotyczące PKB wybranych województw w swej pierwotnej postaci (rysunek 1) nie są stacjonarne, więc autor zbadał przyrosto- oraz trendostacjonarność tych zmiennych. Rozszerzony test Dickeya-Fullera potwierdził, że wszystkie zmienne są trendostacjonarne, ale o ile w przypadku województwa świętokrzyskiego odpowiedni jest trend kwadratowy bez zmiennej  $t$  (czas), o tyle w przypadku pozostałych zmiennych odpowiedni jest trend liniowy.

Ze względu na małą liczbę obserwacji oraz fakt, że w modelach VAR po stronie zmiennych objaśniających występują opóźnienia wszystkich badanych i to, iż przedmiotem zainteresowania są głównie związki PKB województwa śląskiego z produktami krajowymi brutto sąsiadujących województw, w modelowaniu ujmowano zawsze dwa województwa – śląskie i jedno z województw sąsiadujących. Z oszacowanych parametrów poprawnych modeli wynika, że jedynie w jednym występują istotne związki pomiędzy zmiennymi, jest to model, w którym zmiennymi objaśniającymi są wartości PKB dla województw śląskiego oraz świętokrzyskiego. Zmiennymi objaśniającymi są pierwsze opóźnienia zmiennych objaśnianych oraz zmienna  $t^2$ .

Tabela 1

Model VAR(1) – PKB województw śląskiego i świętokrzyskiego

<b>Równanie 1: zmienna objaśniana PKB województwa śląskiego</b>				
	<i>Współczynnik</i>	<i>Błąd stand.</i>	<i>t-Studenta</i>	<i>wartość p</i>
stała	98851,8	24259,5	4,0748	<b>0,00959</b>
śląskie <sub>t-1</sub>	-0,627076	0,511489	-1,2260	0,27479
świętokrzyskie <sub>t-1</sub>	3,16839	2,73727	1,1575	0,29935
$t^2$	687,689	172,97	3,9758	<b>0,01058</b>
Średn. arytm. zm. zależnej	126684,4		Odch. stand. zm. zależnej	23334,34
Suma kwadratów reszt	44621450		Błąd standardowy reszt	2987,355
Wsp. determ. R-kwadrat	0,989756		Skorygowany R-kwadrat	0,983610
F(3, 5)	161,0328		Wartość p dla testu F	0,000022
Autokorel. reszt - rho1	-0,022787		Stat. Durbina-Watsona	2,045449
<b>Równanie 2: zmienna objaśniana PKB województwa świętokrzyskiego</b>				
	<i>Współczynnik</i>	<i>Błąd stand.</i>	<i>t-Studenta</i>	<i>wartość p</i>
stała	22320,6	2547,4	8,7621	<b>0,00032</b>
śląskie <sub>t-1</sub>	-0,2629	0,0537094	-4,8949	<b>0,00449</b>
świętokrzyskie <sub>t-1</sub>	1,14924	0,28743	3,9983	<b>0,01034</b>
$t^2$	167,285	18,1629	9,2103	<b>0,00025</b>
Średn. arytm. zm. zależnej	24744,37		Odch. stand. zm. zależnej	4959,983
Suma kwadratów reszt	492006,8		Błąd standardowy reszt	313,6899
Wsp. determ. R-kwadrat	0,997500		Skorygowany R-kwadrat	0,996000
F(3, 5)	665,0296		Wartość p dla testu F	6,36e-07
Autokorel. reszt - rho1	-0,291765		Stat. Durbina-Watsona	2,078172

W tabeli 1 przedstawiono wartości parametrów (współczynniki), ich standardowe błędy szacunku, wartości statystyki t-Studenta oraz wartość p – jeżeli jest ona mniejsza od 0,05, to dany parametr jest istotnie różny od zera i zmienna stojąca przy tym parametrze ma istotny wpływ na zmienną objaśnianą. Poniżej przedstawiono podstawowe statystyki dotyczące poszczególnych równań. Najważniejszymi statystykami, na które należy zwrócić uwagę, są: skorygowany współczynnik  $R^2$  oraz statystyka Durбина-Watsona. Skorygowane statystyki  $R^2$  obu równań są powyżej 0,98, a więc zmienności zmiennych objaśnianych zostały dobrze wyjaśnione przez poszczególne równania modelu.

W modelach wektorowo-autoregresyjnych istotną sprawą jest weryfikacja, czy reszty nie wykazują autokorelacji oraz czy mają rozkład normalny. Wartości statystyki Durбина-Watsona (Barczak, Biolik, 1999) bliskie 2 wskazują na to, że autokorelacja reszt rzędu pierwszego jest nieistotna statystycznie ( $d_1 = 0,4548$ ,  $d_u = 1,8718$ ). Do weryfikacji normalności rozkładu reszt poszczególnych równań posłużono się statystyką JB (Maddala, 2006), która wyniosła odpowiednio: dla równania I – 3,56 oraz dla równania II – 0,51. Ponieważ obie wartości są mniejsze od wartości krytycznej, wynoszącej 5,991 (statystyka JB ma rozkład  $\chi^2$  z dwoma stopniami swobody), więc można stwierdzić, że w obu przypadkach nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej mówiącej o tym, że składnik losowy ma rozkład normalny.

Ponieważ reszty poszczególnych równań nie wykazują autokorelacji rzędu I i mają rozkład normalny oraz dodatkowo wartość skorygowanego współczynnika  $R^2$  jest wysoka, podobnie jak wartość statystyki F, więc można uznać, że model jest dobry.

Wartości p zaznaczone **łustym drukiem** oznaczają, że dane parametry są istotnie różne od zera, a więc jeżeli stoją one przy zmiennych objaśniających, to mają one istotny wpływ na zmienną objaśnianą. Na PKB województwa śląskiego istotny wpływ ma jedynie zmienna  $t^2$  (równanie I), ale na PKB województwa świętokrzyskiego istotny wpływ mają oprócz zmiennej  $t^2$  również wartości produktu krajowego brutto, z poprzedniego okresu, województw śląskiego i świętokrzyskiego. W modelu tym nie występuje zmienna  $t$ , ponieważ w żadnym równaniu nie była ona istotna statystycznie, a więc została usunięta z modelu.

Analiza prowadzona na produkcie krajowym brutto w przeliczeniu na 1 mieszkańca dała identyczne wyniki, a więc jedynie pomiędzy PKB w województwie śląskim i świętokrzyskim występuje istotny statystycznie związek – tabela 2.

Tabela 2

Model VAR(1) – PKB w przeliczeniu na 1 mieszkańca województw śląskiego i świętokrzyskiego

<b>Równanie 1: zmienna objaśniana PKB w przeliczeniu na 1 mieszkańca województwa śląskiego</b>				
	<i>Współczynnik</i>	<i>Błąd stand.</i>	<i>t-Studenta</i>	<i>wartość p</i>
stała	20056,4	4771,34	4,2035	<b>0,00846</b>
śląskie <sub>t-1</sub>	-0,570354	0,494511	-1,1534	0,30090
świętokrzyskie <sub>t-1</sub>	0,831787	0,740226	1,1237	0,31218
t <sup>2</sup>	150,25	36,6221	4,1027	<b>0,00933</b>
Średn. arytm. zm. zależnej	26939,67		Odch. stand. zm. zależnej	5208,752
Suma kwadratów reszt	2065094		Błąd standardowy reszt	642,6654
Wsp. determ. R-kwadrat	0,990486		Skorygowany R-kwadrat	0,984777
F(3, 5)	173,5059		Wartość p dla testu F	0,000018
Autokorel. reszt - rho1	-0,021876		Stat. Durbina-Watsona	2,043513
<b>Równanie 2: zmienna objaśniana PKB w przeliczeniu na 1 mieszkańca województwa świętokrzyskiego</b>				
	<i>Współczynnik</i>	<i>Błąd stand.</i>	<i>t-Studenta</i>	<i>wartość p</i>
stała	16488,6	1650,7	9,9889	<b>0,00017</b>
śląskie <sub>t-1</sub>	-0,944504	0,171081	-5,5208	<b>0,00267</b>
świętokrzyskie <sub>t-1</sub>	1,16571	0,256089	4,5520	<b>0,00610</b>
t <sup>2</sup>	133,107	12,6698	10,5059	<b>0,00013</b>
Średn. arytm. zm. zależnej	19218,56		Odch. stand. zm. zależnej	4013,697
Suma kwadratów reszt	247168,6		Błąd standardowy reszt	222,3369
Wsp. determ. R-kwadrat	0,998082		Skorygowany R-kwadrat	0,996931
F(3, 5)	867,3633		Wartość p dla testu F	3,28e-07
Autokorel. reszt - rho1	-0,314891		Stat. Durbina-Watsona	2,176113

Podobnie jak w przypadku pierwszego modelu, również w tym modelu autokorelacja reszt nie jest istotna statystycznie oraz mają one rozkład normalny (statystyka JB wynosi odpowiednio: 4,77 oraz 0,51). Zarówno produkt krajowy ogółem, jak i w przeliczeniu na 1 mieszkańca województwa świętokrzyskiego zależy odpowiednio od PKB ogółem lub w przeliczeniu na 1 mieszkańca województwa śląskiego.

Kolejne analizy dotyczyły badania związków pomiędzy wartością dodaną brutto w rolnictwie, przemyśle oraz budownictwie. Tak jak poprzednio, najpierw zbadano stacjonarność zmiennych, a następnie oszacowano parametry modeli i ujęto ewentualne zmienne dotyczące trendu.

W przypadku wartości dodanej brutto w rolnictwie oraz w przemyśle nie udało się zbudować żadnego poprawnego modelu, który odzwierciedlałby związki pomiędzy badaną zmienną województwa śląskiego a ościennymi województwami. Jedyny związek pomiędzy wartościami dodanymi brutto w budownictwie, jaki udało się zidentyfikować, występuje pomiędzy województwami śląskim i łódzkim.

Tabela 3

Model VAR(2) – wartość dodana brutto w województwie śląskim i łódzkim

<b>Równanie 1: zmienna objaśniana wartość dodana brutto w województwie śląskim</b>				
	<i>Współczynnik</i>	<i>Błąd stand.</i>	<i>t-Studenta</i>	<i>wartość p</i>
stała	876,313	642,226	1,3645	0,26575
śląskie <sub>t-1</sub>	1,09565	0,216725	5,0555	<b>0,01493</b>
śląskie <sub>t-2</sub>	-1,12845	0,264063	-4,2734	<b>0,02353</b>
łódzkie <sub>t-1</sub>	-0,265573	0,686872	-0,3866	0,72482
łódzkie <sub>t-2</sub>	2,75177	0,784979	3,5055	<b>0,03932</b>
Średn. arytm. zm. zależnej	7210,825		Odch. stand. zm. zależnej	1624,568
Suma kwadratów reszt	55480,24		Błąd standardowy reszt	135,9905
Wsp. determ. R-kwadrat	0,996997		Skorygowany R-kwadrat	0,992993
F(4, 3)	248,9951		Wartość p dla testu F	0,000411
Autokorel. reszt - rho1	-0,098217		Stat. Durbina-Watsona	1,942793
<b>Równanie 2: zmienna objaśniana wartość dodana brutto w województwie łódzkim</b>				
	<i>Współczynnik</i>	<i>Błąd stand.</i>	<i>t-Studenta</i>	<i>wartość p</i>
stała	314,117	387,364	0,8109	0,47678
śląskie <sub>t-1</sub>	0,145984	0,13072	1,1168	0,34548
śląskie <sub>t-2</sub>	-0,468336	0,159272	-2,9405	0,06049
łódzkie <sub>t-1</sub>	0,544357	0,414293	1,3139	0,28031
łódzkie <sub>t-2</sub>	1,29051	0,473468	2,7257	0,07220
Średn. arytm. zm. zależnej	3005,375		Odch. stand. zm. zależnej	832,4449
Suma kwadratów reszt	20183,76		Błąd standardowy reszt	82,02390
Wsp. determ. R-kwadrat	0,995839		Skorygowany R-kwadrat	0,990291
F(4, 3)	179,4971		Wartość p dla testu F	0,000669
Autokorel. reszt - rho1	-0,472455		Stat. Durbina-Watsona	2,864669

Statystyka testu Durbina-Watsona nie daje jednoznacznej odpowiedzi na pytanie, czy autokorelacja jest istotna statystycznie, a poza tym poza autokorelacją rzędu I należy sprawdzić autokorelację rzędu II (zmiennie występujące w modelu są opóźnione o 2 okresy), dlatego do określenia autokorelacji posłużono się testem Ljunga-Boxa (Kufel, 2011). Wyniki zamieszczono w tabeli 4.

Tabela 4

Wyniki testu Ljunga-Boxa na autokorelację rzędu I i II reszt modelu VAR(2) – wartość dodana brutto w województwie śląskim i łódzkim

Rząd autokorelacji	Równanie 1		Równanie 2	
	wartość statystyki Q	wartość p	wartość statystyki Q	wartość p
I	0,07	0,787	2,51	0,113
II	3,89	0,143	4,07	0,131

Wartości statystyki Q oraz wartości p świadczą o braku podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej mówiącej o tym, że autokorelacja składnika losowego jest nieistotna statystycznie zarówno w przypadku pierwszego, jak i drugiego równania – statystyka Q ma rozkład  $\chi^2$  o 1 stopniu swobody dla autokorelacji rzędu I i 2 stopniach swobody w przypadku badania autokorelacji rzędu II. Wartości krytyczne wynoszą odpowiednio 3,841 oraz 5,991. Odpowiednie statystyki JB (0,55 oraz 0,57) nie dają podstaw do odrzucenia hipotezy mówiącej o normalności rozkładu składnika resztowego, a wartości statystyki F oraz skorygowanego  $R^2$  są wysokie, więc z formalnego punktu widzenia rozpatrywany model jest dobry.

Z modelu wynika, że wartość dodana brutto w budownictwie województwa śląskiego zależy od wartości dodanej brutto województwa śląskiego z 1 i 2 okresów wcześniej oraz od wartości dodanej brutto województwa łódzkiego sprzed 2 okresów.

## Podsumowanie

Produkt krajowy brutto oraz wartość dodana brutto są jednymi z najważniejszych mierników mówiących o rozwoju danego kraju czy też regionu, dlatego porównanie tych mierników oraz tendencji ich zmian wiele mówi o rozwoju badanych województw.

Największa wartość PKB występuje w województwie śląskim, co jest między innymi spowodowane tym, że spośród badanych województw ma ono najwięcej mieszkańców. Po obliczeniu PKB w przeliczeniu na 1 mieszkańca ta różnica nie wydaje się już taka duża, ale nadal jest znacząca. Niepokojący wydaje się fakt, że średnie tempo wzrostu PKB w województwie śląskim jest najmniejsze, jednak po policzeniu średniego tempa zmian PKB w przeliczeniu na 1 mieszkańca różnica ta przynajmniej w przypadku województwa małopolskiego została zniwelowana. Średnie tempo zmian dla PKB w przeliczeniu na 1 mieszkańca wyniosło odpowiednio:

- województwo łódzkie – 1,089,
- województwo małopolskie – 1,082,
- województwo opolskie – 1,088,
- województwo śląskie – 1,083,
- województwo świętokrzyskie – 1,089.

Analizując PKB, można stwierdzić, że województwa łódzkie, opolskie oraz świętokrzyskie rozwijają się szybciej niż województwo śląskie, ale różnica pomiędzy PKB na 1 mieszkańca nadal wypada bardzo korzystnie na rzecz województwa śląskiego. Dodatkowo należy zauważyć, że PKB w przeliczeniu na 1

mieszkańca w województwie śląskim jest wyższy niż PKB Polski w przeliczeniu na 1 mieszkańca. W przypadku pozostałych badanych województw stosunek PKB w przeliczeniu na 1 mieszkańca do PKB Polski w przeliczeniu na 1 mieszkańca jest mniejszy niż 1.

Tak duża przewaga województwa śląskiego wcale nie wynika z tego, że wartość dodana brutto przypadająca na 1 zatrudnionego w rolnictwie, przemyśle i budownictwie jest największa spośród badanych województw. W przypadku rolnictwa województwo śląskie uplasowało się na 3 miejscu, a w przemyśle i budownictwie na 2. Jednak wypadkowa tych lokat zdecydowała o tym, że w województwie śląskim wartość dodana brutto na 1 zatrudnionego jest większa niż w pozostałych badanych województwach. Należy zwrócić również uwagę na to, iż w badaniu ujęto jedynie 3 rodzaje działalności (wynikało to ze zmian klasyfikacji danych).

Badanie związków pomiędzy PKB a wartością dodaną brutto województwa śląskiego oraz województw ościennych wykazało, że PKB województwa świętokrzyskiego zależy od PKB województwa śląskiego oraz że wartość dodana brutto w budownictwie w województwie śląskim zależy od wartości dodanej brutto w budownictwie w województwie łódzkim.

## Literatura

Barczak A.S., Biolik J. (1999): *Podstawy ekonometrii*. AE, Katowice.

Kusideł E. (2000): *Modele wektorowo-autoregresyjne VAR, metodologia i zastosowanie*. Wydawnictwo Absolwent, Łódź.

Kufel T. (2011): *Ekonometria. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem programu GRETL*. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.

Maddala G.S. (2006): *Ekonometria*. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.

Ostasiewicz S., Rusnak Z., Siedlecka U. (2001): *Statystyka, elementy teorii i zadania*. AE, Wrocław.

*Rocznik Statystyczny Województw (2000-2009)*. GUS, Warszawa.

[www.stat.gov.pl](http://www.stat.gov.pl)

## **ANALYSIS OF THE GROSS DOMESTIC PRODUCT AND GROSS VALUE ADDED BY ACTIVITY IN THE SILESIA PROVINCE COMPARED TO NEIGHBORING PROVINCES**

### **Summary**

In the following study were compared to the GDP and gross value added of Silesia province and the neighboring provinces. Gross domestic product and gross value added are important indicators which talking about the state of the economy of a country or region. Since the gross domestic product of the province is highly dependent on the number of its inhabitants, was also examined as developed as GDP over the period per 1 inhabitant.

The gross value added was analysed both in total, as well as in the conversion on 1 the employed and on account of different kinds of activity. Since the classification of data has changed, due to the availability of the data extracted three types of activity:

- agriculture, hunting, forestry and fishing,
- industry,
- construction.

In the following shows how developed the GDP of selected regions on the background of the country.

In the last part was examined the relationship between GDP and gross value added between the Silesian province and neighboring provinces. To investigate these relationships the author used the Vector Autoregression model (VAR).

In conclusion summary the author pointed at associations occurring between the Silesian province and neighboring provinces on account of inspected indicators. The author also pointed at relations which are occurring between examined variables in individual provinces, and consequently different pace of development of individual provinces.

**Rafał Piszczek**

## **PROGNOZOWANIE BANKRUCTWA Z ZASTOSOWANIEM MODELU LOGITOWEGO**

---

### **Wprowadzenie**

Model upadłości umożliwia wczesne rozpoznanie zagrożenia oraz uruchomienie odpowiednich procesów naprawczych z odpowiednim wyprzedzeniem czasowym. Poprawnie zbudowany model daje zarządzającym firmą możliwość podjęcia działań restrukturyzacyjnych. Działania takie mogą prowadzić do trwałej poprawy sytuacji finansowej i pozycji rynkowej firmy, mogą przynieść tylko tymczasową poprawę lub być działaniami nieskutecznymi prowadzącymi ostatecznie do upadłości. Do budowy modelu zastosowano analizę logitową, wykorzystując dane finansowe z opóźnieniem do trzech lat przed upadłością. Autor pracy w ramach swoich badań podjął się również przygotowania modelu upadłości opierającego się częściowo na połączonej bazie danych spółek notowanych na Giełdzie Papierów Wartościowych oraz innych spółek akcyjnych i spółek z ograniczoną odpowiedzialnością (dane pozyskane z publikacji Monitora Polskiego B). Podstawą budowy modeli były dane pozyskane z raportów finansowych spółek. Baza danych zawierała przedsiębiorstwa zagrożone upadłością bądź upadłe do 6 lat wstecz (dane z lat 2004-2009). Projekt jest kontynuacją badań prowadzonych przez autora w poprzednich latach. Obecne opracowanie zostało istotnie wzbogacone o nowe i zaktualizowane dane, zbiór został zwiększony do 212 podmiotów (w tym 102 spółki zagrożone lub upadłe). Poza estymacją modelu opracowanie odpowiada także na pytanie, czy model oszacowany na spółkach zarejestrowanych w jednym/kilku województwach da się przenieść na inne regiony Polski. Zgodnie z założeniem, iż większość dużych podmiotów działa w całym kraju i jest objęta tymi samymi regulacjami formalnoprawnymi i podatkowymi, hipoteza ta wydaje się być uzasadniona.

Estymacji modeli dokonano z wykorzystaniem SPSS 14.0 oraz Statistica 8.0 – moduł Data Miner.

### **Specyfikacja modelu**

Opierając się na danych dla spółek śląskich, oszacowano model logit (z metodą doboru Walda). Dokonano podziału zbioru na:

- zbiór uczący (składający się z 171 spółek spoza województwa śląskiego),
- zbiór testowy (w zbiorze zawarto 41 spółek województwa śląskiego).

Zgodnie z powyższą klasyfikacją zbioru, estymacji modelu logitowego dokonano na zbiorze uczącym spółek spoza śląska, sprawdzając na zbiorze testowym skuteczność modelu. Należy mieć na uwadze pewne wady takiego postępowania polegające na tym, że populacje, dla których jest szacowany model oraz populacja, dla której model jest testowany, są różne. Należy jednak zwrócić uwagę, że większość spółek w bazie ma zasięg działalności co najmniej ogólnopolski. W związku z tym można uznać, iż zaprezentowane podejście podziału nie jest obciążone istotnym błędem.

Rozważając dobór techniki prognozowania upadłości, należy stwierdzić (Hołda, 2006, s. 95), iż najbardziej powszechne metody prognozowania upadłości opierają się na modelach dyskryminacyjnych (30%) oraz na modelu logitowym (20%), a co dziesiąty model jest oparty na sieci neuronowej. Występuje także spory odsetek w grupie pozostałej (33% to takie metody, jak klasyczna analiza wskaźnikowa, teoria chaosu, algorytmy genetyczne).

## Dane statystyczne

Etapem stanowiącym o sukcesie projektu badawczego jest zbiór danych statystycznych. Kluczowe dwa elementy zbioru danych to:

1. Obiekty. Obiekty poddane analizie to spółki akcyjne i spółki z ograniczoną odpowiedzialnością. Zbiór danych podzielono na spółki spoza śląska (oznaczając je jako próba ucząca) oraz spółki z regionu śląska (próba testowa). Spółki z siedzibą na Śląsku to 19 spółek upadłych lub zagrożonych oraz 22 spółki zdrowe. Szczegółowe zestawienia zawiera tabela 1.
2. Cechy statystyczne. Zgromadzona przez autora baza danych zawiera około dwa tysiące zmiennych, które w procesie doboru zostały zredukowane do zbioru zmiennych istotnie wpływających na złą kondycję finansową spółek. Wyeliminowano zmienne o niskiej zmienności oraz zmienne niewpływające na zmienną objaśnianą.

Tabela 1

Lokalizacja terytorialna podmiotów w bazie danych

Województwo	Status spółki		Ogółem
	spółki zdrowe	spółki zagrożone lub upadłe	
1	2	3	4
Dolnośląskie	8	2	10
Kujawsko-pomorskie	5	0	5
Lubelskie	2	10	12

cd. tabeli 1

1	2	3	4
Łódzkie	0	2	2
Małopolskie	15	3	18
Mazowieckie	27	25	52
Opolskie	3	0	3
Podkarpackie	0	5	5
Podlaskie	0	3	3
Pomorskie	8	9	17
Śląskie	22	19	41
Świętokrzyskie	6	8	14
Warmińsko-mazurskie	3	0	3
Wielkopolskie	9	14	23
Zachodniopomorskie	2	2	4
Ogółem	110	102	212

Analizując oficjalne komunikaty spółek (analizie poddano komunikaty od 2005 roku), do bazy włączono następujące grupy spółek:

1. Spółki zagrożone (102 spółki), zdefiniowane jako:  
spółki upadłe – spółki, w których ogłoszono upadłość,  
spółki zagrożone – podmioty, w których ogłoszono otwarcie postępowania układowego.
2. Spółki w dobrej kondycji finansowej (110 spółek).

Za moment zakwalifikowania spółki do rejestru spółek zagrożonych uznano datę otwarcia postępowania upadłościowego lub datę ogłoszenia upadłości. Baza spółek zagrożonych nie jest zatem jednoznaczna z ogłoszeniem upadłości przez spółkę (część podmiotów pomyślnie przeszła proces restrukturyzacji).

Opierając się na zbiorze spółek upadłych bądź zagrożonych upadłością, subiektywnie dobrano spółki w dobrej kondycji finansowej do grupy niebankructów. Fakt, że przedsiębiorstwo nie jest zagrożone, stwierdzano na podstawie analizy sprawozdań finansowych. Podstawowe kryteria, jakimi się kierowano w trakcie doboru spółek:

Kryterium doboru spółki z tej samej branży,

Kryterium doboru spółki na podstawie analizy wysokości aktywów – dążono do tego, aby wysokość aktywów zdrowego odpowiednika dobranej do próby była zbliżona do spółki zagrożonej (upadłej).

Dążąc od ustalenia wyprzedzenia czasowego, z jakim pojawiają się pierwsze symptomy zagrożenia upadłością, z którym należy rozważać decyzje naprawcze w przedsiębiorstwie, dane gromadzono na cztery lata wstecz przed ogłoszeniem upadłości (lub przed postępowaniem). Dane spółki upadłej w roku  $t$  są gromadzone do okresu  $t-3$ . Do modelu pobrano dane roczne. Model logit nie wymaga doboru proporcjonalnego w relacji 50:50, dobierając spółki dążono jednak do

uzyskania przybliżonej wielkości prób. Dobór proporcjonalny nie jest jednak rozwiązaniem optymalnym. Zgodnie z literaturą (Hołda, 2006, s. 131), w sytuacji, w której do modelu wykorzystuje się próby, których struktura ilościowa różni się istotnie od struktury populacji generalnej, pojawia się problem obciążenia estymatorów. W omawianym przypadku autor dąży do stworzenia sztucznej próby zbilansowanej (dążąc do rozkładu 50% spółek upadłych/zagrożonych i 50% spółek niezagrożonych upadłością). W takiej sytuacji jest zalecane korygowanie wyrazu wolnego w związku z niezbilansowaniem próby. W przypadku modelu logit następuje obniżenie efektywności prognozy na skutek niezbilansowania próby.

Dla niektórych spółek nie zdołano dobrać przedsiębiorstw w tej samej branży i o podobnej charakterystyce wysokości aktywów. W kilku spółkach dobrano więcej niż jednego odpowiednika.

Przygotowany w projekcie zbiór danych statystycznych to zbiór 212 spółek oraz około dwóch tysięcy cech statystycznych, których podstawą są dane finansowe (na podstawie bilansu bilans). Z tego zbioru wybrano spółki zarejestrowane w województwie śląskim (41 podmiotów). W bazie rejestrowano dane do 3 lat wstecz przed upadłością przedsiębiorstwa (lub zgłoszeniem go do upadłości). W spółce „dobieranej”, będącej w dobrej kondycji ekonomicznej, dążono do gromadzenia danych w analogicznych okresach czasowych.

Cechy statystyczne w bazie danych podzielono na dwie grupy (rejestrowano dane sprawozdań rocznych):

1. Dane w postaci bezwzględnej: bilans, rachunek zysków i strat, rachunek przepływów pieniężnych. Danych z tego zbioru nie brano bezpośrednio pod uwagę w trakcie modelowania, są one jednak podstawą do analizy wskaźnikowej i znalazły się w bazie danych projektu.
2. Dane w postaci wskaźników podzielonych na kategorie – zgodnie z tabelą 2.

Każda cecha statystyczna była rejestrowana na podstawie danych finansowych spółek z wyprzedzeniem czasowym od 1 roku do 3 lat. W niniejszym projekcie badawczym w zbiorze zmiennych objaśniających ujęto wskaźniki zgodnie z poniższym zestawieniem.

#### **WSKAŹNIKI ZYSKOWNOŚCI:**

1. Marża zysku brutto ze sprzedaży
2. Marża zysku operacyjnego
3. Marża zysku brutto
4. Marża zysku netto
5. Stopa zwrotu z kapitału własnego
6. Stopa zwrotu z aktywów
7. Wskaźnik rentowności kapitału własnego  $ROE = \text{zysk netto} / \text{kapitał własny}$  (wskaźnik 2)

8. Wskaźnik rentowności aktywów =  $\text{zysk netto} / \text{aktywa}$  (wskaźnik 3)
9. Stopa nadwyżki finansowej =  $(\text{zysk netto} + \text{amortyzacja}) / \text{sprzedaż netto}$  (wskaźnik 8)
10. Rentowność sprzedaży =  $\text{wynik na działalności operacyjnej} / \text{przychody netto ze sprzedaży}$  (wskaźnik 9)

**WSKAŹNIKI PŁYNNOŚCI:**

1. Kapitał pracujący
2. Wskaźnik płynności bieżącej
3. Wskaźnik płynności szybkiej
4. Wskaźnik podwyższonej płynności
5. Wskaźnik pokrycia aktywów kapitałami własnymi =  $\text{kapitał własny} / \text{aktywa ogółem}$  (wskaźnik 1)
6. Udział aktywów trwałych w zobowiązaniach długoterminowych =  $\text{aktywa trwałe} / \text{zobowiązania długoterminowe}$  (wskaźnik 10)
7. Wskaźnik poziomu kosztów =  $\text{koszty ogółem} / \text{przychody ogółem}$

**WSKAŹNIKI AKTYWNOŚCI:**

1. Rotacja należności
2. Rotacja zapasów
3. Cykl operacyjny
4. Rotacja zobowiązań
5. Cykl konwersji gotówki
6. Rotacja aktywów obrotowych
7. Rotacja aktywów

**WSKAŹNIKI ZADŁUŻENIA:**

1. Wskaźnik pokrycia majątku
2. Stopa zadłużenia
3. Wskaźnik obsługi zadłużenia
4. Dług/EBITDA
5. Wskaźnik pokrycia straty z lat ubiegłych zyskiem bieżącym =  $\text{zysk bieżący} / \text{strata z lat ubiegłych}$  (wskaźnik 4)
6. Wskaźnik natychmiastowej wymagalności =  $(\text{aktywa bieżące} - \text{zapasy} - \text{należności}) / \text{zobowiązania bieżące}$  (wskaźnik 5)
7. Wskaźnik długu (zadłużenia długoterminowego) =  $\text{zobowiązania długoterminowe} / \text{kapitał własny}$  (wskaźnik 6)
8. Wskaźnik ogólnego zadłużenia aktywów =  $\text{zobowiązania ogółem} / \text{aktywa}$  (wskaźnik 7)

## Estymacja i weryfikacja modelu

Dążąc do uzyskania kompletnego zbioru danych, do modelu włączono tylko wskaźniki i przyrosty, w których nie zanotowano braków danych w żadnej ze spółek. Zmienną zależną modelu oznaczoną jako upadłość zdefiniowano następująco:

0 – spółka w dobrej kondycji finansowej.

1 – spółka upadła (do grupy zaliczono spółki zagrożone i upadłe).

W opracowaniu ustalono podstawowe charakterystyki statystyczne poszczególnych grup. Przed przystąpieniem do estymacji modelu opracowano wstępny zbiór zmiennych istotnie odróżniających grupę spółek w dobrej kondycji finansowej od spółek upadłych lub zagrożonych. Opracowanie zbioru oparto na prostym teście t-Studenta, potwierdzając wyniki testem U. Manna-Whitneya. Wyniki testu dla zmiennych istotnie różnicujących dwie badane grupy zawarto w tabeli 2, natomiast szczegółowe statystyki poszczególnych wskaźników zawarto w załączniku. Wskaźniki te są podstawą do estymacji modelu logitowego. Dodatkowo rozpatrzenia wymaga zagadnienie współliniowości zmiennych egzogenicznych w modelu.

Tabela 2

Statystyki testu t-Studenta

Zmienna	t	P
1	2	3
Przychody netto z sprzedaży produktów towarów i materiałów T1	2,702	0,007
Zysk strata z działalności operacyjnej T3	4,781	0,000
Zysk strata z działalności operacyjnej T2	5,057	0,000
Zysk strata z działalności operacyjnej T1	5,34	0,000
Zysk strata brutto T2	3,086	0,002
Zysk strata brutto T1	3,114	0,002
Zysk strata netto T2	3,455	0,001
Zysk strata netto T1	3,451	0,001
Przeływ netto T2	3,061	0,002
działalności operacyjnej T3	5,032	0,000
działalności operacyjnej T2	3,177	0,002
działalności inwestycyjnej T2	-2,594	0,010
działalności finansowej T2	2,64	0,009
Kapitał własny T1	7,008	0,000
Wartość sięgowa na jedną akcję T3	5,343	0,000
Wartość sięgowa na jedną akcję T2	7,612	0,000
Wartość sięgowa na jedną akcję T1	11,278	0,000
Zysk strata na jedną akcję T3	5,011	0,000
Zysk strata na jedną akcję T2	7,419	0,000
Zysk strata na jedną akcję T1	8,123	0,000
I. Kapitał własny T1	7,008	0,000
I. Przychody netto z sprzedaży produktów towarów i materiałów T1	2,702	0,007
VI. Zysk strata na sprzedaż T3	6,507	0,000

cd. tabeli 2

1	2	3
VI.ZyskstratanasprzedażyT2	3,825	0,000
VI.ZyskstratanasprzedażyT1	3,59	0,000
VII.PozostałeprzychodyoperacyjneT3	-4,082	0,000
IX.ZyskstratazdziałalnościoperacyjnejT3	4,781	0,000
IX.ZyskstratazdziałalnościoperacyjnejT2	5,057	0,000
IX.ZyskstratazdziałalnościoperacyjnejT1	5,34	0,000
XI.KosztyfinansoweT3	-3,701	0,000
XI.KosztyfinansoweT2	-2,734	0,007
XIII.ZyskstratazdziałalnościogospodarczejT2	3,108	0,002
XIII.ZyskstratazdziałalnościogospodarczejT1	3,122	0,002
XVII.ZyskstratabruttoT2	3,086	0,002
XVII.ZyskstratabruttoT1	3,114	0,002
XXII.ZyskstratanettoT2	3,455	0,001
XXII.ZyskstratanettoT1	3,451	0,001
A.PrzepływyśrodkówpieniężnychzdziałalnościoperacyjnejT3	5,032	0,000
A.PrzepływyśrodkówpieniężnychzdziałalnościoperacyjnejT2	3,177	0,002
B.PrzepływyśrodkówpieniężnychzdziałalnościinwestycyjnejT2	-2,594	0,010
C.PrzepływyśrodkówpieniężnychzdziałalnościfinansowejT2	2,64	0,009
D.PrzepływypieniężnenettoT2	3,061	0,002
MarżazyskubruttozesprzedażyT1	2,539	0,012
StopazwrotuzaktywówT3	7,034	0,000
StopazwrotuzaktywówT2	9,346	0,000
KapitałpracującyT1	5,267	0,000
Wskaźnikpodwyższonej płynnościT1	4,306	0,000
WskaźnikpokryciamajątkuT3	6,601	0,000
WskaźnikpokryciamajątkuT2	8,985	0,000
StopazadłużeniaT3	-4,957	0,000
StopazadłużeniaT2	-6,617	0,000
StopazadłużeniaT1	-8,316	0,000
WskaźnikobsługizadłużeniaT3	8,39	0,000
WskaźnikobsługizadłużeniaT2	5,142	0,000
wsk1T3	4,957	0,000
wsk1T2	6,617	0,000
wsk1T1	8,316	0,000
wsk2T3	3,292	0,001
wsk3T3	7,034	0,000
wsk3T2	9,346	0,000
wsk3T1	5,184	0,000
wsk7T3	5,535	0,000
wsk7T2	7,862	0,000
wsk7T1	11,088	0,000
wsk9T2	3,302	0,001
wsk9T1	2,735	0,007

## Model logit

Na podstawie danych testu istotności (zgodnie z tabelą 2) dokonano estymacji modelu logit. W celu ustalenia możliwości klasyfikacyjnych i predykcyjnych

modelu wyodrębniono grupę uczącą i grupę testową (przedsiębiorstwa zarejestrowane na terenie województwa śląskiego). Model oszacowano na grupie uczącej, co pozwala ustalić zdolności klasyfikacyjne, natomiast zdolność predykcyjną ustalono na grupie testowej.

Dobór zmiennych do modelu oparto na metodzie selekcji postępującej: iloraz wiarygodności. W wyniku tej operacji do modelu wprowadzono zmienne objaśniające:

Wartość księgową na jedną akcję t-1.

Stopa zadłużenia t-1.

Wskaźnik ogólnego zadłużenia aktywów t-2.

Wyniki estymacji parametrów przedstawia tabela 3.

Tabela 3

Wyniki estymacji modelu logit dla zbioru uczącego – metoda selekcji postępującej Walda

Zmienne objaśniające	B	Błąd standardowy	Wald	df	Istotność	Exp(B)
Wartość księgową na jedną akcję t-1	-0,79	0,29	7,27	1	0,007	0,453
Stopa zadłużenia t-1	23,73	7,76	9,35	1	0,002	2E+10
Wskaźnik ogólnego zadłużenia aktywów t-2	2,97	1,09	7,40	1	0,007	19,536
Stała	-16,62	5,58	8,86	1	0,003	0,00

Istotność testu Hosmera-Lemeshowa uzyskano na poziomie  $p = 0,98$ . Współczynnik determinacji R kwadrat Nagelkerke'a wyniósł 0,95. Test zbiorowy współczynników modelu dał istotność modelu na poziomie  $p < 0,001$ . Model należy zatem uznać za istotny statystycznie. Tabela klasyfikacji opracowana na zbiorze uczącym wskazuje, że model logit opierający się na trzech wskaźnikach jest w stanie rozpoznać prawidłowo około 99% spółek (test na zbiorze uczącym). Szczegóły zawarto w tabeli 4.

Tabela 4

Tabela klasyfikacji na zbiorze uczącym (model logit oparty na zbiorze uczącym)

Obserwowane		Przewidywane		% poprawnych klasyfikacji
		spółki zdrowe	spółki zagrożone lub upadłe	
	Spółki zdrowe	88	0	100%
	Spółki zagrożone lub upadłe	2	81	98%
				99%

## Testowanie modelu upadłości na próbie testowej

Opierając się na wskaźnikach oraz modelu logit, oszacowano model prognozowania upadłości. Podstawą analizy jest podział zbioru danych na dwa podzbiory:

1. **Zbiór uczący** – zbiór zawiera 171 spółek, 83 podmioty z grupy zagrożonych lub upadłych oraz 88 podmiotów z grupy zdrowych. W zbiorze umieszczono wszystkie spółki spoza województwa śląskiego.
2. **Zbiór testowy** – zbiór składa się z 41 spółek z siedzibą w województwie śląskim (19 spółek z grupy upadłe i zagrożone oraz 22 spółki o poprawnej kondycji finansowej).

Wyniki na zbiorze testowym potwierdzają, że model ma dobre zdolności predykcyjne. Układ na podstawie 3 zmiennych (2 opóźnione o jeden okres i 1 opóźniona o 2 okresy) pozwala na uzyskanie 90% poprawnie sklasyfikowanych podmiotów.

Tabela 5

Tabela klasyfikacji na zbiorze testowym (model logit, 41 spółek województwa śląskiego)

Obserwowane	Przewidywane			% poprawnych klasyfikacji
	spółki zdrowe	spółki zagrożone lub upadłe		
Spółki zdrowe	20	2		91%
Spółki zagrożone lub upadłe	2	17		89%
		Ogółem		90%

## Podsumowanie

Celem badania była analiza przydatności modelu logit do prognozowania upadłości przedsiębiorstw, a w szczególności analiza przydatności tej metody w warunkach polskich. Analizie poddano 212 spółek, z których 102 to przedsiębiorstwa upadłe lub zagrożone upadłością (dane z lat 2004-2009). W wyniku estymacji modelu na próbie uczącej oraz weryfikacji na próbie testowej przedsiębiorstw województwa śląskiego należy stwierdzić, że model logit daje zadowalające rezultaty. Procent poprawnej klasyfikacji na zbiorze uczącym wyniósł 99%, na zbiorze testowym (spółek śląskich) wskaźnik ten był nieco niższy, uzyskując jednak wartość 90%. Wyniki modelu świadczą zatem także o tym, iż zasady działalności przedsiębiorstwa i wskaźniki finansowe determinujące poprawne funkcjonowanie przedsiębiorstwa nie są zależne od regionu kraju. Jednocześnie należy zwrócić uwagę na fakt, iż opóźnienia czasowe zmiennych do 3 lat wstecz nie znalazły odzwierciedlenia w ostatecznym zbiorze zmiennych w modelu.

Kluczowe zmienne diagnostyczne uzyskane w modelu są następujące:

1. Wartość księgową na jedną akcję t-1.
2. Stopa zadłużenia t-1.
3. Wskaźnik ogólnego zadłużenia aktywów t-2.

## Załącznik

Zmienna gdzie: T1 – opóźnienie o 1 okres T2 – opóźnienie o 2 okresy T3 – opóźnienie o 3 okresy	Status spółki	N	Średnia	Odchylenie standardowe
1	2	3	4	5
Przychody netto z sprzedaży produktów i towarów i materiałów T1	Spółki zdrowe	110	294658,8	353108,5
	Spółki zagrożone lub upadłe	102	139678,3	476975,5
	Spółki zagrożone lub upadłe	102	-913,518	27049,35
Zysk strata z działalności operacyjnej T3	Spółki zdrowe	110	13471,72	18431,25
	Spółki zagrożone lub upadłe	102	1541,998	17848,7
Zysk strata z działalności operacyjnej T2	Spółki zdrowe	110	21980,28	54439,82
	Spółki zagrożone lub upadłe	102	-7834,91	25041,84
Zysk strata z działalności operacyjnej T1	Spółki zdrowe	110	22778,84	67336,13
	Spółki zagrożone lub upadłe	102	-27088,3	68582,28
	Spółki zagrożone lub upadłe	102	-13989,1	60659,34
Zysk strata brutto T2	Spółki zdrowe	110	19633,36	53497,89
	Spółki zagrożone lub upadłe	102	-27052,1	148636,5
Zysk strata brutto T1	Spółki zdrowe	110	22664,95	69019,81
	Spółki zagrożone lub upadłe	102	-145606	562348,8
	Spółki zagrożone lub upadłe	102	-2814,09	45906,03
Zysk strata netto T2	Spółki zdrowe	110	14869,52	43322,34
	Spółki zagrożone lub upadłe	102	-32761,1	137444,4
Zysk strata netto T1	Spółki zdrowe	110	17301,29	55767,37
	Spółki zagrożone lub upadłe	102	-119964	413222
	Spółki zagrożone lub upadłe	102	-4205,67	22482,07
Przepływ netto T2	Spółki zdrowe	110	3099,682	19100,89
	Spółki zagrożone lub upadłe	102	-6169,49	24806,01
działalności operacyjnej T3	Spółki zdrowe	110	13259,93	21677,92
	Spółki zagrożone lub upadłe	102	-2914,63	25094,33
działalności operacyjnej T2	Spółki zdrowe	110	17229,03	43368,96
	Spółki zagrożone lub upadłe	102	-3435,97	51255,23
	Spółki zdrowe	110	-24576,1	60593,75
działalności inwestycyjnej T2	Spółki zdrowe	110	3029,627	92219,67
	Spółki zagrożone lub upadłe	102	10446,78	48202,36
działalności finansowej T2	Spółki zdrowe	110	10446,78	48202,36
	Spółki zagrożone lub upadłe	102	-5763,15	40507,12
Kapitał własny T1	Spółki zdrowe	110	134507,1	177798,6
	Spółki zagrożone lub upadłe	102	-8217,29	107385
	Spółki zagrożone lub upadłe	102	8,97451	16,39406
Wartość sięgowa jednej akcji T3	Spółki zdrowe	110	19,33727	15,89134
	Spółki zagrożone lub upadłe	102	8,046078	14,79571
Wartość sięgowa jednej akcji T2	Spółki zdrowe	110	21,91455	18,49179
	Spółki zagrożone lub upadłe	102	3,569608	16,43492
Wartość sięgowa jednej akcji T1	Spółki zdrowe	110	22,89727	21,53437
	Spółki zagrożone lub upadłe	102	-5,71765	14,41999
	Spółki zagrożone lub upadłe	102	-4,00588	14,81887
Zysk strata jednej akcji T3	Spółki zdrowe	110	2,084545	3,14754
	Spółki zagrożone lub upadłe	102	-0,65294	4,705899
Zysk strata jednej akcji T2	Spółki zdrowe	110	2,621818	6,324677

cd. załącznika

1	2	3	4	5
	Spółki zagrożone lub upadłe	102	-3,92157	6,513955
ZyskstratanajednąakcjęT1	Spółki zdrowe	110	2,574545	8,500712
	Spółki zagrożone lub upadłe	102	-9,15392	12,30489
I.KapitałwłasnyT1	Spółki zdrowe	110	134507,1	177798,6
	Spółki zagrożone lub upadłe	102	-8217,29	107385
I.Przychodynettozesprzedażypr oduktówtowarówimateria- łówT1	Spółki zdrowe	110	294658,8	353108,5
	Spółki zagrożone lub upadłe	102	139678,3	476975,5
	Spółki zagrożone lub upadłe	102	2626,742	16306,45
VI.ZyskstratanasprzedażyT3	Spółki zdrowe	110	14626,74	18264,01
	Spółki zagrożone lub upadłe	102	-583,061	15529,13
VI.ZyskstratanasprzedażyT2	Spółki zdrowe	110	19431,36	52616,67
	Spółki zagrożone lub upadłe	102	-1390,2	16526,95
VI.ZyskstratanasprzedażyT1	Spółki zdrowe	110	22647,54	67797,9
	Spółki zagrożone lub upadłe	102	-3726,45	31277,23
	Spółki zagrożone lub upadłe	102	5162,828	6117,706
VII.Pozostałeprzychodyoperac yjneT3	Spółki zdrowe	110	2660,245	4194,679
	Spółki zagrożone lub upadłe	102	12431,12	24728,01
	Spółki zagrożone lub upadłe	102	-913,518	27049,35
IX.Zyskstratazdziałalnościoper acyjnejT3	Spółki zdrowe	110	13471,72	18431,25
	Spółki zagrożone lub upadłe	102	1541,998	17848,7
IX.Zyskstratazdziałalnościoper acyjnejT2	Spółki zdrowe	110	21980,28	54439,82
	Spółki zagrożone lub upadłe	102	-7834,91	25041,84
IX.Zyskstratazdziałalnościoper acyjnejT1	Spółki zdrowe	110	22778,84	67336,13
	Spółki zagrożone lub upadłe	102	-27088,3	68582,28
XI.KosztyfinansoweT3	Spółki zdrowe	110	5617,382	10277,1
	Spółki zagrożone lub upadłe	102	17324,87	31422,77
XI.KosztyfinansoweT2	Spółki zdrowe	110	7035,973	10533,19
	Spółki zagrożone lub upadłe	102	53992,99	179810,5
	Spółki zagrożone lub upadłe	102	-14256,9	60595,83
XIII.Zyskstratazdziałalnościog podarczejT2	Spółki zdrowe	110	19623,42	53495,28
	Spółki zagrożone lub upadłe	102	-27383,1	148581,3
XIII.Zyskstratazdziałalnościog podarczejT1	Spółki zdrowe	110	22666,43	69019,69
	Spółki zagrożone lub upadłe	102	-146045	562245,7
	Spółki zagrożone lub upadłe	102	-13989,1	60659,34
XVII.ZyskstratabruttoT2	Spółki zdrowe	110	19633,36	53497,89
	Spółki zagrożone lub upadłe	102	-27052,1	148636,5
XVII.ZyskstratabruttoT1	Spółki zdrowe	110	22664,95	69019,81
	Spółki zagrożone lub upadłe	102	-145606	562348,8
	Spółki zagrożone lub upadłe	102	-2814,09	45906,03
XXII.ZyskstratanettoT2	Spółki zdrowe	110	14869,52	43322,34
	Spółki zagrożone lub upadłe	102	-32761,1	137444,4
XXII.ZyskstratanettoT1	Spółki zdrowe	110	17301,29	55767,37
	Spółki zagrożone lub upadłe	102	-119964	413222
A.Przepływyśrodkówpieniężny chzdziałalnościoperacyjnejT3	Spółki zdrowe	110	13259,93	21677,92
	Spółki zagrożone lub upadłe	102	-2914,63	25094,33

cd. załącznika

1	2	3	4	5
A.PrzepływyśrodkówpieniężnychdziałalnościoperacyjnejT2	Spółki zdrowe	110	17229,03	43368,96
	Spółki zagrożone lub upadłe	102	-3435,97	51255,23
B.PrzepływyśrodkówpieniężnychdziałalnościinwestycyjnejT2	Spółki zdrowe	110	-24576,1	60593,75
	Spółki zagrożone lub upadłe	102	3029,627	92219,67
C.PrzepływyśrodkówpieniężnychdziałalnościfinansowejT2	Spółki zdrowe	110	10446,78	48202,36
	Spółki zagrożone lub upadłe	102	-5763,15	40507,12
	Spółki zagrożone lub upadłe	102	-4205,67	22482,07
D.Przepływy pieniądza nettoT2	Spółki zdrowe	110	3099,682	19100,89
	Spółki zagrożone lub upadłe	102	-6169,49	24806,01
MarżazyskubruttozesprzedazyT1	Spółki zdrowe	110	0,195455	0,115247
	Spółki zagrożone lub upadłe	102	0,090196	0,418036
	Spółki zagrożone lub upadłe	102	-0,03922	0,289129
	Spółki zagrożone lub upadłe	102	-0,07549	0,264177
StopazwrotuzaktywówT3	Spółki zdrowe	110	0,05	0,066014
	Spółki zagrożone lub upadłe	102	-0,09608	0,206777
StopazwrotuzaktywówT2	Spółki zdrowe	110	0,044545	0,07368
	Spółki zagrożone lub upadłe	102	-0,25196	0,323878
	Spółki zagrożone lub upadłe	102	-20212,6	103110,5
KapitałpracującyT1	Spółki zdrowe	110	38327,02	70360,49
	Spółki zagrożone lub upadłe	102	-40437,7	138790,2
Wskaźnikpodwyższonej płynnościT1	Spółki zdrowe	110	0,643636	1,311105
	Spółki zagrożone lub upadłe	102	0,080392	0,167118
	Spółki zagrożone lub upadłe	102	0,595098	1,202751
WskaźnikpokryciamajątkuT3	Spółki zdrowe	110	1,548182	0,929509
	Spółki zagrożone lub upadłe	102	0,496078	1,364828
WskaźnikpokryciamajątkuT2	Spółki zdrowe	110	1,566364	1,121948
	Spółki zagrożone lub upadłe	102	-0,24608	1,765997
	Spółki zagrożone lub upadłe	102	0,790196	0,688593
StopazadłużeniaT3	Spółki zdrowe	110	0,450909	0,201255
	Spółki zagrożone lub upadłe	102	0,905882	0,939857
StopazadłużeniaT2	Spółki zdrowe	110	0,454545	0,185055
	Spółki zagrożone lub upadłe	102	1,141176	1,071443
StopazadłużeniaT1	Spółki zdrowe	110	0,444545	0,178468
	Spółki zagrożone lub upadłe	102	2,113725	2,097431
	Spółki zagrożone lub upadłe	102	1,591176	3,632284
WskaźnikobsługizadłużeniaT3	Spółki zdrowe	110	5,962727	6,616658
	Spółki zagrożone lub upadłe	102	0,210784	2,113929
WskaźnikobsługizadłużeniaT2	Spółki zdrowe	110	7,310909	15,27882
	Spółki zagrożone lub upadłe	102	-0,52745	1,941019
	Spółki zagrożone lub upadłe	102	0,209804	0,688593
wsk1T3	Spółki zdrowe	110	0,549091	0,201255
	Spółki zagrożone lub upadłe	102	0,094118	0,939857
wsk1T2	Spółki zdrowe	110	0,545455	0,185055
	Spółki zagrożone lub upadłe	102	-0,14118	1,071443
wsk1T1	Spółki zdrowe	110	0,555455	0,178468
	Spółki zagrożone lub upadłe	102	-1,11373	2,097431
	Spółki zagrożone lub upadłe	102	-0,01961	0,617892
wsk2T3	Spółki zdrowe	110	0,113636	0,104467

cd. załącznika

1	2	3	4	5
	Spółki zagrożone lub upadłe	102	-0,52941	2,046131
	Spółki zagrożone lub upadłe	102	-0,07549	0,264177
wsk3T3	Spółki zdrowe	110	0,05	0,066014
	Spółki zagrożone lub upadłe	102	-0,09608	0,206777
wsk3T2	Spółki zdrowe	110	0,044545	0,07368
	Spółki zagrożone lub upadłe	102	-0,25196	0,323878
wsk3T1	Spółki zdrowe	110	0,035455	0,074914
	Spółki zagrożone lub upadłe	102	-0,81176	1,71258
wsk7T3	Spółki zdrowe	110	2,88	1,86399
	Spółki zagrożone lub upadłe	102	1,679412	1,194736
wsk7T2	Spółki zdrowe	110	2,704545	1,682145
	Spółki zagrożone lub upadłe	102	1,301961	0,669857
wsk7T1	Spółki zdrowe	110	2,79	1,687838
	Spółki zagrożone lub upadłe	102	0,851961	0,535979
	Spółki zagrożone lub upadłe	102	-0,03922	0,289129
wsk9T2	Spółki zdrowe	110	0,056364	0,080739
	Spółki zagrożone lub upadłe	102	-1,01471	3,402049
wsk9T1	Spółki zdrowe	110	0,066364	0,100711
	Spółki zagrożone lub upadłe	102	-3,06569	12,01428

## Literatura

- Aldrich J.H., Nelson F.D. (1984): *Linear Probability, Logit and Probit Models*. Sage Publications Inc.
- Cieślak M. (1997): *Prognozowanie gospodarcze. Metody i zastosowania*. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- Cramer J.S. (2003): *Logit Models from Economics and Other Fields*. Cambridge University Press.
- Daganzo C. (1979): *Multinomial Probit*. Academic Press, New York.
- Dunis Ch.L., Laws J., Naim P. (2003): *Applied Quantitative Methods for Trading and Investment*. John Wiley & Sons Ltd., West Sussex England.
- Gewke J.F., Keane M.P., Runkle D.E. (1994): *Statistical Interference in the Multinomial Multiperiod Probit Model*. Federal Reserve Bank of Minneapolis, Research Department Staff Report 177.
- Gruszczyński M. (2002): *Modele i prognozy zmiennych jakościowych w finansach i bankowości*. SGH, Warszawa.
- Hadasik D. (1998): *Upadłość przedsiębiorstwa i metody jej prognozowania*. AE, Poznań.
- Hausman J.A., Lo A.W., MacKinlay A.C. (1991): *An Ordered Probit Analysis of Transaction Stock Prices*. Cambridge National Bureau of Economic Research.

- 
- Hołda A. (2001): *Prognozowanie bankructwa jednostki w warunkach gospodarki polskiej z wykorzystaniem funkcji dyskryminacyjnej* ZH. „Rachunkowość” 2001, nr 5.
- Hołda A. (2006): *Zasada kontynuacji działalności i prognozowanie upadłości w polskich realiach gospodarczych*. AE, Kraków.
- Hołda A., Micherda B. (2007): *Kontynuacja działalności jednostki i modele ostrzegające przed upadłością*. Krajowa Izba Biegłych Rewidentów, Warszawa.
- Korol T., Prusak B. (2005): *Upadłość przedsiębiorstw a wykorzystanie sztucznej inteligencji*. CeDeWu, Warszawa.
- Long J.S. (1997): *Regression Models for Categorical and Limited Dependent Variables*. Sage Publications Inc.
- Maddala G.S. (1994): *Limited-dependent and Qualitative Variables in Econometrics*. Cambridge University Press.
- Nowak E. (1998): *Prognozowanie gospodarcze*. Helion, Warszawa.
- Nowak E. (1998): *Prognozowanie gospodarcze. Metody, modele, zastosowania, przykład*. Placet, Warszawa.
- Pawłowski Z. (1980): *Ekonometria*. PWN, Warszawa.
- Powers D.A., Yu Xie (2000): *Statistical Methods for Categorical Data Analysis*. Academic Press San Diego, California.
- Ratner B. (2003): *Statistical Modelling and Analysis for Database Marketing: Effective Techniques for Mining Big Data*. Chapman & Hall/CRC.
- Small K.A., Browstone D. (1982): *Efficient Estimation of Nested Logit Models: An Application to Trip Timing*. Princeton University, New Jersey.
- Liao T.F. (1994): *Interpreting Probability Models. Logit, Probit, and Other Generalized Linear Models*. Series: *Quantitative Applications in the Social Sciences*. Sage Publications, Thousand Oaks, California.

---

---

## APPLICATION OF LOGIT MODEL IN BANKRUPTCY FORECASTING

### Summary

The logit function was applied to predict bankruptcy among polish private companies. Effective and up to date scoring model gives the company management and economic environment. The model was estimated on the basis of 212 subjects (102 companies in the "bankruptcy" group). The data was from years 2005-2009. The sample was divided into two groups: learning and testing (proportion: 80:20). The results revealed, that the estimated logit model correctly classify 90% of the subjects in the testing group.