

Urszula Grzybowska

Marek Karwański

Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie

PRZYKŁADY I PORÓWNANIE MODELI MACIERZY MIGRACJI STOSOWANYCH W ANALIZIE RYZYKA KREDYTOWEGO

Wprowadzenie

Od końca lat 80. środowiska bankowe dążyły do uporządkowania nie tylko procedur kredytowych, ale i metod kwantyfikacji ryzyka finansowego z nimi związanego. Proces zarządzania ryzykiem kredytowym powiązано z podstawowym celem, jakim była realizacja zrównoważonego wzrostu, zgodnego z założonymi wynikami finansowymi. Niezbędne stały się modele pozwalające na prawidłową wycenę ryzyka. Podstawą modeli są koszty generowane przez ryzyko, odzwierciedlane np. w spreadach wycen rynkowych. Początkowo dominowało podejście strukturalne – modelowano procesy zmian wartości aktywów i pasywów badanych kredytobiorców w ramach teorii Merton. Pozwalało to zdefiniować wielkość zwaną „odległością od defaultu” i powiązać ją z wartością kredytobiorcy. W latach 90. większą uwagę zwrócono na rolę systemów ratingowych mierzących „zdolność kredytową” i procesy zmian ratingów w czasie. Opis tych zmian wyrażano w postaci intensywności Λ

$$P(\text{default} \in [t, t + \Delta t] \mid H_t) \approx \lambda(t)\Delta t$$

gdzie H_t oznacza informację historyczną.

Za stosowaniem tych modeli przemawiają obserwacje wycen rynkowych klientów mających jednakowe ratingi [12]. Okazuje się, że można powiązać intensywność Λ bezpośrednio ze spreadami krzywych dochodowości obliczanych dla tych klas klientów, a co za tym idzie z ich rynkową wyceną.

Najprostszą metodą opisaną intensywności jest wprowadzenie elementów skończonej przestrzeni stanów łańcuchów Markowa [5; 9]. Procedury kwantyfikacji intensywności oparte zostały na obserwowanych macierzach przejścia (migracji) kredytobiorcy. Istnieje wiele metod estymacji macierzy migracji. Najczęściej używa się metod częstościowych opartych na bezpośrednich obserwacjach danych historycznych. Inną możliwością otwierają teorie statystyczne w ramach longitudinalnych modeli liniowych GLMM.

1. Cel i metoda badawcza

W niniejszej pracy porównujemy wpływ stosowania różnych estymatorów macierzy migracji na pomiar ryzyka w banku. Obecnie w praktyce stosuje się cztery modele: Model Mertona, CreditRisk+, CreditMetrics, Credit-Portfolio View. Ostatnie dwa z powyższych modeli oparte są na macierzach migracji uzyskiwanych na podstawie obserwacji częstości zdarzeń historycznych.

W krajach o rozwiniętej infrastrukturze odpowiednie estymatory macierzy migracji publikowane są przez zewnętrzne agencje ratingowe, np. S&P [20], Moody's [15; 16]. Dane te są wykorzystywane w bankach do modelowania prawdopodobieństw defaultów. Główną przeszkodą stosowania tych metod w Polsce jest brak odpowiednich danych. Liczba przedsiębiorstw ratowanych przez zewnętrzne agencje w naszym kraju jest niewielka. Banki muszą opierać się na swoich wewnętrznych modelach. Niestety, pojedyncze banki dysponują małą liczbą danych o defaultach. Dodatkowo dane historyczne są często niskiej jakości. Wiąże się to np. z brakiem spójnej definicji defaultu: klienci, którzy mają kłopoty ze spełnieniem warunków finansowych podejmują próby restrukturyzacji kredytów. Tymczasem bardzo często nie jest to uwidocznione w danych. W takich sytuacjach moment zajścia zdarzenia „default” nie może być precyzyjnie określony. Kolejnym elementem utrudniającym korzystanie z baz danych banku jest fakt, że wewnętrzne systemy ratingowe budowane są zazwyczaj opierając się na metodyce PIT (Point-in-Time), czyli dla konkretnego stanu gospodarki.

Z uwagi na powyższe uwarunkowania przyjęliśmy za celowe porównanie metod na podstawie danych generowanych sztucznie. Takie podejście obciążone jest innymi obciążeniami, z których najważniejsze jest to, że generator oparty jest na stacjonarnym rozkładzie wielomianowym, który rzadko występuje w tej postaci w praktyce. W rezultacie uzyskane wyniki nie powinny służyć do oceny modeli pod kątem dokładności dopasowania (goodness-of-fit), ale do stwierdzenia czy różnice pomiędzy modelami są rzeczywiście duże i do zdefiniowania warunków stosowalności tych modeli.

2. Wyznaczanie macierzy migracji na podstawie modeli łańcuchów Markowa

W pracy będziemy opierać się na ratingu zaproponowanym przez [15], obejmującym 8 stanów. Opis sposobu klasyfikacji kredytobiorcy do jednej z klas ratingowych oraz specyfikację klas można znaleźć w dyrektywach bazyelskich [2] lub w [18].

W spotykanych w literaturze tematu rozważaniach oraz w zastosowaniach modeli przyjmuje się, że zmiany ratingów można opisać za pomocą skończonego, jednorodnego łańcucha Markowa o macierzy przejścia $P = [p_{ij}]$ wyznaczonej na podstawie danych empirycznych jednym z kilku sposobów. Niestety, założenie jednorodności lub inaczej niezmienniczości w czasie nie jest zazwyczaj spełnione. Brak niezmienniczości w czasie zauważony już w [6; 7], spowodowany jest najczęściej czynnikami zewnętrznymi (np. okresy cyklu gospodarczego). Zaproponowany w [8] test niezmienniczości w czasie wymaga dostatecznie dużej próby dla każdego wyrazu macierzy, a jak wiadomo, migracje poza przekątną macierzy są stosunkowo nieliczne. Z tego też powodu elementy leżące na diagonalu są szacowane z dużą dokładnością, zaś elementy poza przekątną, z dużym błędem. Szczególną uwagę należy zwrócić na zera występujące w macierzach migracji. Zero oznacza brak albo niemożliwość migracji, a to z punktu widzenia zastosowań nie jest pożądane. Z punktu widzenia zastosowań w ocenie ryzyka kredytowego bardzo ważna jest ostatnia kolumna macierzy migracji, która przedstawia prawdopodobieństwa migracji do stanu niewypłacalności (default). Macierze przejścia stosowane do opisu migracji klientów są diagonalnie dominujące, nieujemne, stochastyczne (suma elementów w wierszu wynosi 1), mają największą wartość własną równą 1, ich pozostałe wartości własne są bliskie 1, posiadają stan pochłaniający (default).

Znanych jest kilka metod estymacji macierzy przejścia dla danych indywidualnych. Najczęściej stosowanymi metodami są: metoda kohort, metoda okresowa parametryczna (tzw. metoda duration) oraz metoda okresowa nieparametryczna (Nelsona-Aalena-Johansena), która nie wymaga założenia niezmienniczości w czasie. W pracy pokażemy, że macierze przejścia można także szacować wykorzystując longitudinalne uogólnione modele liniowe (GLMM).

2.1. Metoda Kohortowa

Niech n_{ij} oznacza liczbę elementów (kredytobiorców), które były w stanie i w okresie $t-1$ oraz w stanie j w okresie t . Możemy oszacować prawdopodobieństwo, że kredytobiorca znajdzie się w stanie j w okresie t pod warunkiem, że był w stanie i w okresie $t-1$, wykorzystując wzór

$$p_{ij} = \frac{n_{ij}}{\sum_j n_{ij}} \quad (1)$$

Stąd prawdopodobieństwo przejścia z dowolnego stanu i do stanu j jest równe stosunkowi liczby elementów n_{ij} , które przeszły ze stanu i do stanu j , do ilości wszystkich elementów $\sum_j n_{ij} = N_i$, które wyszły ze stanu i .

Metoda kohortowa [11; 13; 14] dla danych indywidualnych wymaga śledzenia losu każdego „klienta”. W algorytmie prawdopodobieństwa przejścia obliczane są na podstawie ratingów dla dwóch wybranych dat. Nie są brane pod uwagę zmiany ratingu między okresami. Metoda kohortowa jest metodą najczęściej stosowaną w praktyce.

2.2. Estymacja macierzy przejścia z uwzględnieniem T okresów

W opracowaniu [19] zaproponowano następujący estymator prawdopodobieństw przejścia z uwzględnieniem T okresów

$$p_{ij} = \frac{N_{ij}}{N_i} = \frac{\sum_{t=1}^T n_{ij}(t)}{\sum_{t=1}^T N_i(t)}, \text{ gdzie } N_i = \sum_j n_{ij} \quad (2)$$

zaś $N_i(t)$ jest wartością sumy dla okresu t .

Estymator ten w dalszej części pracy nazwiemy Plug-in, a macierz przejścia wyznaczoną według wzoru (2) oznaczmy przez PI.

2.3. Estymator Duration

W przeciwieństwie do metody kohortowej, algorytm estymacji „duration” wykorzystuje pełną historię ratingową [14; 17].

Przy założeniu niezmienniczości w czasie, prawdopodobieństwa przejścia mogą być opisane przy pomocy macierzy intensywności Λ . Macierz przejścia $P(t)$, dla dowolnego $t \geq 0$, może być wyznaczona według wzoru

$$P(t) = \exp(\Lambda(t)) = I + t\Lambda(t) + t^2 \frac{\Lambda^2(t)}{2!} + t^3 \frac{\Lambda^3(t)}{3!} + \dots \quad (3)$$

$t \geq 0$, gdzie wyrazy macierzy Λ spełniają warunek $\lambda_{ij} \geq 0$, dla $i \neq j$ oraz $\lambda_{ii} = -\sum_{j \neq i} \lambda_{ij}$. Estymator macierzy Λ jest dany wzorem

$$\lambda_{ij} = \frac{n_{ij}(T)}{\int_0^T Y_i(s) ds}$$

gdzie $Y_i(s)$ jest liczbą kredytobiorców w stanie i , w chwili s , zaś $n_{ij}(T)$ jest sumą przejść ze stanu i do j dla $i \neq j$ w czasie do T .

Podejście, które nie wymaga założenia niezmienniczości w czasie oparte jest na teorii Aalena-Johansena znanej także jako metoda Nelsona-Aalena. Estymator macierzy przejścia w okresie czasu od s do t , jest iloczynem macierzy danym wzorem

$$P(s, t) = \prod_{i=1}^m (I + \Delta \hat{A}(T_i))$$

gdzie wyrazy poza przekątną macierzy $\Delta \hat{A}(T_i)$ są postaci

$$a_{jk} = \frac{\Delta N_{jk}(T_i)}{Y_j(T_i)} \quad (4)$$

przy czym T_i oznacza skok (przedział czasowy) w okresie od s do t . $Y_j(T_i)$ jest liczbą kredytobiorców znajdujących się w stanie j na początku okresu, licznik: $\Delta N_{jk}(T_i)$ oznacza ilość przejść ze stanu j do k w okresie T_i , m jest liczbą dni, w których zdarzyła się przynajmniej jedna zmiana stanu [14; 17]. Suma wyrazów we wierszach równa się 0.

3. Zastosowanie Uogólnionych Mieszanych Modeli Liniowych (GLMM) do wyznaczanie macierzy migracji

Ponieważ prawdopodobieństwa przejścia $p_{ij} = P(Y_t = j | Y_{t-1} = i)$ można rozpatrywać z punktu widzenia statystyki jako zdarzenia powiązane (matched pairs), wydaje się, że naturalne byłoby zastosowanie modeli longitudinalnych GLMM. Modele te stanowią rozszerzenie uogólnionych modeli liniowych GLM [1]. W niniejszym opracowaniu wybraliśmy dwa typy modeli GLMM: model należący do klasy modeli brzegowych (Marginal Models) oraz model przejść (Transitional Models).

3.1. Modele Brzegowe (Marginal GLMM)

Modele brzegowe to klasa modeli należących do uogólnionych modeli liniowych, w których wartość średnią i wariancję definiuje się niezależnie. Niech funkcja gęstości opisująca prawdopodobieństwo $f(\cdot)$ będzie należała do jednoparametrycznej rodziny wykładniczej [1, 3]. W modelach brzegowych wariancja $Var(Y_{ij})$ zależy od wartości średniej brzegowej poprzez zadaną funkcję. Tak zdefiniowana klasa modeli nosi nazwę modeli brzegowych [1]. W niniejszej pracy do modelowania macierzy migracji (8 stanów w tym stan pochłaniający) wybrano model brzegowy, składający się z wartości średniej i wariancji równych sobie. Wartość średnia opisana jest równaniem, w którym zmienne egzogeniczne zależą od klas ratingowych

$$\log\{E(Y_{ij})\} = \alpha_i \cdot rating_i^t + \beta_j \cdot rating_j^{t-1} + \theta_{ij} \cdot factor_{ij} + \tau_{ij} \cdot \delta_{ij}$$

gdzie δ_{ij} oraz $factor_{ij}$ zależą od schematu ratingowego.

3.2. Modele Przejść (Transitional GLMM)

W modelach przejścia przyjmuje się założenia uogólnionych modeli liniowych z tym, że funkcja gęstości rozkładu $f(Y_{ij})$ jest warunkowa i zależy explicite od historii oraz dodatkowych zewnętrznych (egzogenicznych) zmiennych X_{ij} [1; 3]. Oznaczmy historię przez $H_{ij} = \{Y_{i1}, Y_{i2}, \dots, Y_{i,j-1}\}$. Wówczas rozkład $f(Y_{ij}|H_{ij})$ należy do klasy jednoparametrycznej rodziny wykładniczej. Warunkową średnią możemy przedstawić w postaci

$$g(E(Y_{ij}|H_{ij})) = X_{ij}\beta + \sum_{r=1}^s \alpha_r f_r(H_{ij})$$

gdzie funkcja łącząca $g(\cdot)$ oraz funkcje transformujące $f(\cdot)$ mają zadaną postać.

Na potrzeby niniejszej pracy do modelowania macierzy migracji (8 stanów w tym stan pochłaniający) wybraliśmy następujące równania, w których funkcje transformujące są identycznościowe, a zmienne egzogeniczne zależą od klas ratingowych

$$\log\{E(Y_{ij}|y_{ij;t-1})\} = \alpha_i \cdot rating_i^t + \beta_j \cdot rating_j^{t-1} + \gamma_{ij} y_{ij;t-1}$$

4. Generatory łańcuchów Markowa i ich znaczenie

Niezależnie od stosowanej metody estymacji, najkrótszym okresem, dla którego wyznacza się macierze przejścia jest jeden rok (okres). Dla krótszych przedziałów czasowych ilość migracji między stanami może być zbyt mała, aby uzyskane wyniki były wiarygodne. Mimo to w praktyce istnieje potrzeba wykorzystywania macierzy przejścia dla krótszych okresów. Narzędziem pozwalającym na wykorzystywanie macierzy przejścia $P(t)$ dla dowolnego $t \geq 0$, jest wyznaczenie generatora Q macierzy przejścia P takiego, że $P = \exp(Q)$. Wówczas podstawienie

$$P(t) = \exp(tQ) = I + tQ + \frac{(tQ)^2}{2!} + \frac{(tQ)^3}{3!} + \dots \quad (5)$$

daje macierz przejścia w dowolnym momencie $t \geq 0$. Innymi słowy wyznaczenie generatora Q macierzy przejścia jedno okresowej, a więc wyznaczonej dla czasu dyskretnego, pozwala na uzyskanie macierzy przejścia z czasem ciągłym [10].

Twierdzenie 1 [10]

Niech P będzie macierzą przejścia stopnia N .

Niech

$S = \max\{(a-1)^2 + b^2\}$; gdzie $a + ib$ ($a, b \in R$) jest wartością własną macierzy P . Załóżmy, że $S < 1$. Wówczas szereg

$$\tilde{Q} = (P - I) - \frac{(P - I)^2}{2} + \frac{(P - I)^3}{3} - \frac{(P - I)^4}{4} + \dots \quad (6)$$

jest zbieżny do macierzy \tilde{Q} takiej, że $\exp(\tilde{Q}) = P$.

W rozważanych w pracy przykładach wartości własne są rzeczywiste, zaś największa wartość własna jest równa 1. Stąd generatory można obliczyć wykorzystując powyższy wzór. Warto zauważyć, że w [10] i [17] podano wiele twierdzeń i kryteriów istnienia i jednoznaczności generatorów macierzy przejścia.

Twierdzenie 2 [10]

Założmy, że wyrazy na przekątnej macierzy P są większe od $1/2$, tj. $p_{ii} > 0,5$ dla każdego i . Wówczas $S < 1$, czyli szereg (6) jest zbieżny.

Ponieważ leżące poza przekątną wyrazy generatora \tilde{Q} mogą być ujemne, wymaga to wprowadzenia korekty, np. poprawki zdefiniowanej w [10]. Wyrazy generatora Q obliczamy jako modyfikację \tilde{Q} według wzoru

$$q_{ij} = \begin{cases} \max(\tilde{q}_{ij}, 0), & \text{dla } j \neq i \\ \tilde{q}_{ii} + \sum_{j \neq i} \min(\tilde{q}_{ij}, 0), & i = j \end{cases} \quad (7)$$

Modyfikacja oznacza, że ujemne wartości poza przekątną dodajemy do wyrazu leżącego na przekątnej i zastępujemy je zerami. Zastosowana poprawka pozwala na zachowanie podstawowych własności generatora.

Po wprowadzeniu poprawek według wzoru (7) wyznaczana jest według wzoru (5) macierz przejścia P , dla dowolnego $t \geq 0$.

5. Opis danych

Do analizy porównawczej macierzy migracji wykorzystane zostały dane wygenerowane na podstawie rzeczywistej macierzy migracji [15]*.

Tabela 1

Macierz migracji

	Aaa	Aa	A	Baa	Ba	B	Caa_C	D
Aaa	0,8933	0,1018	0,0036	0	0,0012	0	0	0
Aa	0,0086	0,8781	0,1065	0,0029	0,0019	0	0	0,0019
A	0	0,0153	0,9027	0,0658	0,0126	0,0027	0	0,0009
Baa	0	0,0052	0,0628	0,8356	0,0817	0,0126	0	0,0021
Ba	0,001	0	0,0029	0,0391	0,8418	0,1035	0,0039	0,0078
B	0	0,001	0,0019	0,0038	0,0596	0,8221	0,0298	0,0817
Caa_C	0	0	0	0,0138	0,0276	0,0741	0,6034	0,281
D	0	0	0	0	0	0	0	1

Źródło: [15].

Na jej podstawie wygenerowano 2000 hipotetycznych klientów z jednakowym prawdopodobieństwem w każdej klasie ratingowej („Aaa”, „Aa”, „A”, „Baa”, „Ba”, „B”, „Caa_C” oraz „D”), co miało odpowiadać schematowi badania typu case-control. Klasy ratingowe różnią się prawdopodobieństwem przejść. Następnie przeliczone zostały trajektorie 5 okresowe dla każdego klienta zgodnie z zadaną macierzą migracji. Dane te stanowiły bazę, na której szacowane były modele migracji.

* Zastosowanie opisanych metod na danych rzeczywistych wymaga spełnienia kilku warunków pozwalających na uznanie jakości danych za wystarczającą. Będzie to przedmiotem kolejnych badań.

Tabela 8

Macierz przejścia uzyskana za pomocą generatora dla metody GLMM (GLMM G)

	Aaa	Aa	A	Baa	Ba	B	Caa_C	D
Aaa	0,8527	0,0971	0,0276	0,0011	0,0188	0,0009	0,0004	0,0011
Aa	0,0378	0,8518	0,0718	0,0022	0,0214	0,0014	0,0005	0,0129
A	0,0006	0,0211	0,8925	0,0374	0,0256	0,0147	0,0011	0,0067
Baa	0,0008	0,0239	0,0604	0,7949	0,0629	0,0497	0,0033	0,0034
Ba	0,0067	0,0015	0,0122	0,0530	0,7930	0,0625	0,0322	0,0382
B	0,0003	0,0068	0,0168	0,0289	0,0489	0,7730	0,0578	0,0666
Caa_C	0,0006	0,0007	0,0025	0,0401	0,1175	0,0159	0,4361	0,2487
D	0	0	0	0	0	0	0	1,0000

Tabela 9

Macierz przejścia uzyskana za pomocą generatora dla jednorocznego estymatora Aalena-Nelsona (AN)

	Aaa	Aa	A	Baa	Ba	B	Caa_C	D
Aaa	0,9037	0,0769	0,0174	0,0008	0,0009	0	0	0
Aa	0,0064	0,8949	0,0805	0,0119	0,0041	0,0005	0	0,0013
A	0,0002	0,0125	0,9177	0,0466	0,0171	0,0048	0,0003	0,0005
Baa	0,0001	0,0048	0,0448	0,8724	0,0549	0,0179	0,0012	0,0035
Ba	0,0006	0,0008	0,0061	0,0243	0,8807	0,0606	0,0053	0,0211
B	0,0001	0,0006	0,0018	0,0053	0,0391	0,8657	0,0114	0,0756
Caa_C	0	0,0002	0,0015	0,0061	0,0169	0,0297	0,7801	0,165
D	0	0	0	0	0	0	0	1

7. Porównanie uzyskanych macierzy i wnioski

W pracy [11] przedstawiono przykłady metryk wykorzystywanych do porównywania macierzy przejścia obliczonych różnymi metodami, a także macierzy obliczonych dla różnych okresów obejmujących lata 1981-2002. Spośród wielu zaproponowanych metryk, wyróżniono metrykę opartą na SVD, czyli na średniej z wartości szczególnych macierzy mobilności $\tilde{P} = P - I$.

$$M_{SVD}(P) = \frac{\sum_{i=1}^N \sqrt{\lambda_i(\tilde{P}^T \tilde{P})}}{N} \quad (8)$$

gdzie λ_i są wartościami własnymi macierzy $\tilde{P}^T \tilde{P}$. Metryka oparta na wartościach szczególnych macierzy pozwala mierzyć „siłę migracji” macierzy przejścia. Im wyższa wartość metryki, tym większa mobilność.

Porównania wyznaczonych macierzy, a co za tym idzie porównania skuteczności metody estymacji macierzy, dokonano dwoma sposobami. Wyznaczono wartości własne macierzy przejścia, macierze mobilności oraz ich wartości szczególne i obliczono miary według wzorów przedstawionych w [11].

Tabela 10

Porównanie macierzy przejścia uzyskanych wybranymi metodami

	PI	PIG	GLMM	AN	GLMM G	BGLMM
MP(P) tr	0.1747	0.1751	0.2288	0.1264	0.2294	0.1747
MD(P) det	0.7594	0.7599	0.8682	0.6188	0.8670	0.7588
M2(P)	0.0229	0.0229	0.0279	0.0235	0.0279	0.0229
MSVD(P)	0.2010	0.2013	0.2467	0.3657	0.2467	0.2007

Wyznaczone miary pozwalają tylko częściowo porównać uzyskane macierze. Uzyskane wyniki zawarte w tabeli 10 pozwalają na stwierdzenie, że wyróżniającą się macierzą jest macierz AN. Macierz ta ma najwyższe wartości wyrazów na przekątnej (najniższa miara śladowa MP tr) oraz najwyższą M_{SVD} , czyli ilustruje największą mobilność. Warto zwrócić uwagę także na fakt, że macierz AN oraz macierze uzyskane za pomocą generatorów zawierają mniej elementów zerowych niż pozostałe macierze.

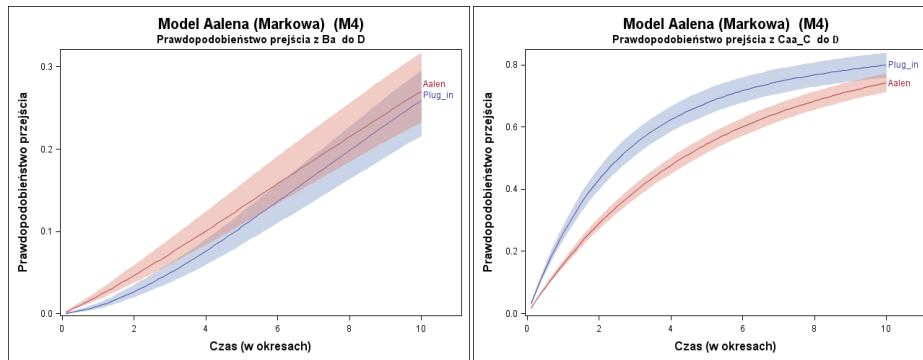
Jednocześnie porównywanie macierzy przejścia przy użyciu „miar odległościowych” nie przekłada się na wynik biznesowy. Z tego powodu proponujemy porównanie oparte na wyznaczeniu dla macierzy przejść generatorów macierzy, a następnie wyznaczenie prawdopodobieństw przejść w funkcji czasu. Dla celów biznesowych krytyczne znaczenia mają prawdopodobieństwa przejść z różnych stanów początkowych do stanu „default”.

W praktyce bankowej wartość instrumentów finansowych wchodzących w skład aktywów banku wyznacza się dyskontując prawdziwe oraz oczekiwane „przepływy pieniężne” przy użyciu rynkowych stóp procentowych. Ryzyko kredytowe wpływa na zmianę czynników dyskontowych poprzez dodanie pewnego przyrostu – spreadu. Wartość spreadu zależy od prawdopodobieństwa defaultu dla danego instrumentu i powinna zmieniać się w zależności od horyzontu czasowego. Stąd naturalną miarą oceny macierzy migracji w praktyce bankowej będzie wartość prawdopodobieństwa przejścia między stanami w funkcji czasu.

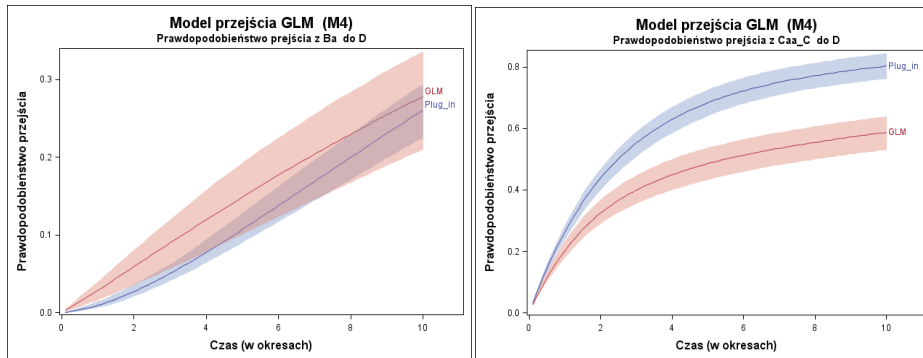
Z uwagi na wykorzystanie danych wygenerowanych sztucznie, prezentujemy porównania krzywych prawdopodobieństw przejść w zależności od horyzontu czasowego oraz testowanie hipotezy równości tych krzywych.

Na rys. 1, 2 przedstawione zostały prawdopodobieństwa przejścia z klas „Ba” i „Caa C” do stanu „default” w funkcji czasu. Oprócz wartości średniej prawdopodobieństw zaznaczone zostały przedziały ufności uzyskane metodą bootstrap.

Poszczególne metody dają inne rezultaty. Na podstawie wykresów można wyciągnąć wniosek, że różne modele mogą być optymalne dla różnych rozkładów. Modele bezpośrednio bazujące na podejściu Markowa nie dopuszczają włączenia zmiennych egzogenicznych i wykorzystują informacje o przejściach na podstawie „bezpośrednich zliczeń”. W praktyce bankowej strategii przyznawania kredytów, a co za tym idzie warunki, do których stosuje się modele, ulegają zmianie, stąd bardzo istotne jest dołączenie dodatkowych czynników do modeli. W ramach modeli statystycznych jest to możliwe poprzez odpowiednie zmienne egzogeniczne.



Rys. 1. Porównanie modelu Aalena i modelu Plug-in dla prawdopodobieństw przejścia z Ba do D oraz z Caa_C do D



Rys. 2. Porównanie modelu GLMM i modelu Plug-in dla prawdopodobieństw przejścia z Ba do D oraz z Caa_c do D

Literatura

1. Agresti A. (2002). *Categorical Data Analysis*. Wiley Series in Probability and Statistics.
2. Basel Committee on Banking Supervision *The Internal Ratings-Based Approach*. (2001). Consultative Document.
3. Diggle P. (2002). *Analysis of Longitudinal Data*. Oxford University Press, USA.
4. Efron B. and Tibshirani R.J. (1993). *An Introduction to the Bootstrap*. Chapman & Hall, New York.
5. Feller W. (1966). *Wstęp do rachunku prawdopodobieństwa*. PWN, Warszawa.
6. Frydman H., Kallberg J.G., Kao L.D. (1985). Testing the Adequacy of Markov Chain and Mover-Stayer Models as Representations of Credit Behavior. *Operations Research*, 33.
7. Frydman H. (1984). Maximum Likelihood Estimation in the Mover-Stayer Model. *Journal of the American Statistical Association*, 79.
8. Hóse S. Huschens S. Wania R. (2002). *Rating Migrations. Applied Quantitative Finance: Theory and Computational Tools*, Springer.
9. Iosifescu M. (1987). *Skończone Łącuchy Markowa*. WNT, Warszawa.
10. Israel R.B., Rosentahl J.S. Wei J.Z. (2001). Finding Generators for Markov Chains via Empirical Transition Matrices, with Applications to Credit Rating. *Mathematical Finance*, 11, 2.
11. Jafry Y., Schuermann T. (2004). Measurement, Estimation and Comparison of Credit Migration Matrices. *Journal of Banking and Finance*, 28, 11.
12. Jarrow R.A., Lando D., Turnbull S.M. (1997). A Markov Model for the Term Structure of Credit Risk Spreads. *Review of Financial Studies*, 10, 2.
13. Jones M.T. Estimating Markov Transition Matrices Using Proportions Data: An Application to Credit Risk. IMF Working Paper WP/05/219.
14. Lando D., Skodeberg T.M. (2002). Analyzing Rating Transitions and Rating Drift with Continuous Observations. *Journal of Banking and Finance*, 26.
15. Moody's Investors Service. (2000). Historical Default Rates of Corporate Bond Issuers, 1920-1999, 25.
16. Moody's. <http://www.moodys.com/>
17. Rachev S.T. Truuck S. (2009). *Rating Based Modeling of Credit Risk Theory and Application of Migration Matrices*. Academic Press.
18. Saunders A. (2001). *Metody pomiaru ryzyka kredytowego*. Oficyna Ekonomiczna, Kraków.
19. Schuermann T. Credit Migration Matrices w *Encyclopedia Quantitative Risk Analysis & Assessment*. <http://www.wiley.com/legacy/wileychi/risk/>
20. S&P. <http://www.standardandpoors.com/ratings/en/eu>

MODELS OF MIGRATION MATRICES USED IN CREDIT RISK. EXAMPLES AND COMPARISON

Summary

Credit risk models used in banks are based on probability models for occurrence of default. A vast class of the models used in practice (e.g., Credit Metrics) is based on the notion of intensity. In 1997 Jarrow applied Markov chain approach to analyze intensities. The key problem that arises is the selection of appropriate estimators. Within the Markov approach the most frequently used estimators of the migration matrix are cohort and duration estimators. Migration matrices can also be obtained with help of statistical longitudinal models (GLMM) in which states (rating classes) in discrete time points are regarded as matched pairs. In this paper we compare Markov chain models and GLMM models and the influence of their application on bank portfolio evaluation.

Magdalena Rogalska

Politechnika Lubelska

PROGNOZOWANIE CZASU TRWANIA AWARII KOPAREK KOŁOWYCH Z ZASTOSOWANIEM METOD SIECI NEURONOWYCH, REGRESJI WIELORAKIEJ I ARIMA CZĘŚĆ I

Wprowadzenie

Awarie koparek kołowych są zjawiskiem nagminnym. Z analizowanych danych wynika, że w ciągu 10 lat użytkowania jedna koparka wymaga nawet 527 napraw. Powoduje to, że czas wykonania zadania roboczego wydłuża się. Dodatkowy czas potrzebny na naprawy lub możliwość korzystania ze sprzętu zastępczego musi być przewidziany w harmonogramie budowy. Celem pracy jest wyznaczenie dodatkowego czasu potrzebnego na naprawy w określonym okresie użytkowania koparki. Dane do obliczeń uzyskano z bazy sprzętu budowlanego BMTI Sp z.o.o. w Pruszkowie. Wszystkie naprawy z okresu 9 lat są skatalogowane w formie elektronicznej. Znany jest koszt naprawy z podziałem na materiały, sprzęt i robociznę oraz czas naprawy i rodzaj awarii. Do analizy użyto danych dotyczących wszystkich 47 koparek kołowych będących własnością BMTI. Przygotowanie danych do obliczeń wykonano w następujących etapach:

1. Zagregowanie danych w okresy miesięczne – zsumowano dane z każdego miesiąca w odniesieniu do pojedynczych maszyn.

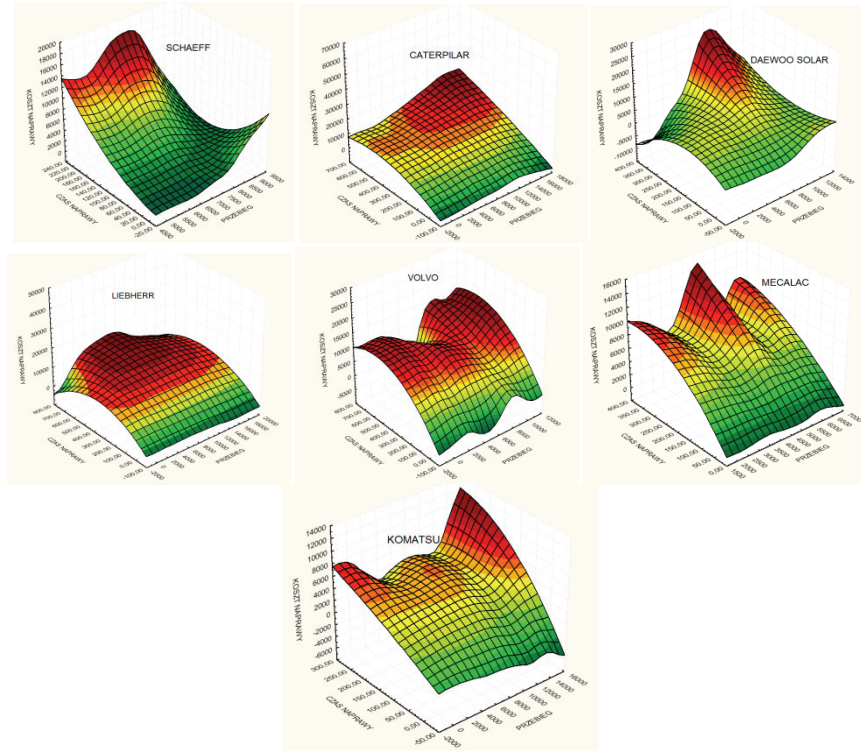
2. Analizowanie danych pod względem możliwości agregacji koparek ze względu na ich markę (analiza sieciami neuronowymi Kohonena, analiza drzew). Wykonano wykresy zależności kosztu i czasu naprawy w zależności od przebiegu maszyn. Wykresy zestawiono na rys. 1. Widać wyraźnie różnice w kształcie wykresów. Zatem istotne jest różnicowanie prognoz pod względem marki koparek.

3. Obliczenia z zastosowaniem zmiennej czas napraw koparki nie dały zadowalających efektów. Występują autokorelacje reszt w metodach regresji wielorakiej i ARIMA. W obliczeniach z użyciem sieci neuronowych jakość uczenia, testowania i walidacji jest w granicach 0,3-0,35.

4. Zmienną czas napraw koparki należy przekształcić w zmienną skumulowany czas napraw koparek. Wówczas zmienna ta posiada trend i zmienność sezonową. Znacznie lepiej nadaje się do prognozowania.

5. Etapem pierwszym obliczeń będzie prawidłowe prognozowanie czasu naprawy jednej koparki. Następnie prognozowanie czasu napraw jednej marki koparek i kolejno poszukiwanie modelu dla wielu marek koparek.

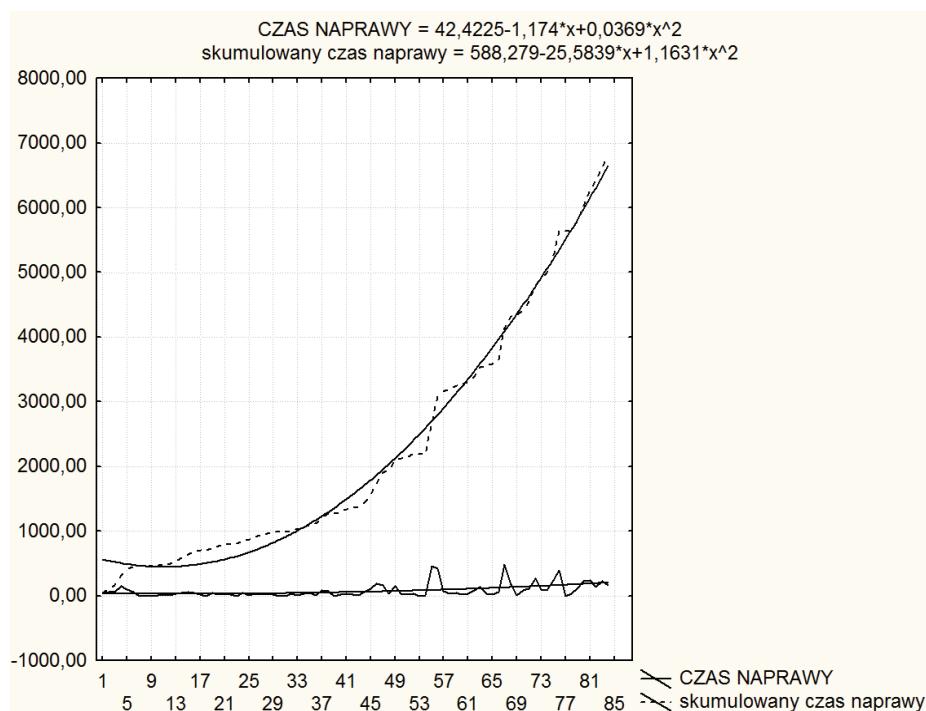
6. W części I pracy należy prawidłowo wyznaczyć modele do prognozowania czasu naprawy jednej koparki. Do analizy wybrano koparkę marki Liebherr L14.



Rys. 1. Wykresy zależności czasu i kosztu napraw koparek kołowych w zależności od ich przebiegu

1. Metoda Regresji Wielorakiej

Do prognozowania czasu napraw koparki kołowej L14 zastosowano metodę regresji wielorakiej. Jako zmienną zależną zastosowano skumulowany czas napraw koparki. Wykres zależności czasu napraw oraz skumulowanego czasu napraw koparki L14 od sierpnia 2001 do lipca 2008 przedstawiono na rys. 2.



Rys. 2. Wykres zależności czasu napraw oraz skumulowanego czasu napraw koparki L14 od sierpnia 2001 do lipca 2008. Na osi x oznaczono okresy odpowiadające kolejnym miesiącom

Wyraźnie widoczny jest trend wielomianowy. Arkusz wyjściowy zawiera zmienne zestawione w tabeli 1. Dekompozycję sezonową zrealizowano metodą $(1,0,-1)$. Metoda polega na tym, że wartość 1 przypisywana jest zmiennej sezonowej wówczas, gdy w zmiennej data jest ten sam miesiąc, np. dla przypadku pierwszego gdy zmienna v_1 to 2001.8 wówczas zmienna v_{43} sierpień przyjmuje wartość 1, a pozostałe zmienne sezonowe (inne miesiące) wartość 0. Przyrodki zawierające marzec zawsze dla wszystkich zmiennych v_{36} - v_{47} przyjmują wartość (-1) .

Tabela 1

Zestawienie zmiennych z oznaczeniami do prognozowania skumulowanego czasu napraw koparki kołowej L14

Zmienna	Nazwa zmiennej	Zmienna	Nazwa zmiennej
V1	Data	V9	Czas naprawy
V2	t	V10	Skumulowany czas naprawy
V3	t ²	V11	Opóźniony o 1 okres skumulowany czas naprawy (lag1)
V4	t ³	V12-V35	Opóźniony o odpowiednio od 2 do 25 okresów skumulowany czas naprawy (lag2,...,lag25)
V5	Marka	V36	Styczeń
V6	Numer koparki	V37-V47	Luty,...,grudzień
V7	Wiek	V48	Regresja R1
V8	Przebieg	V49	Reszty RR1=V10-V48

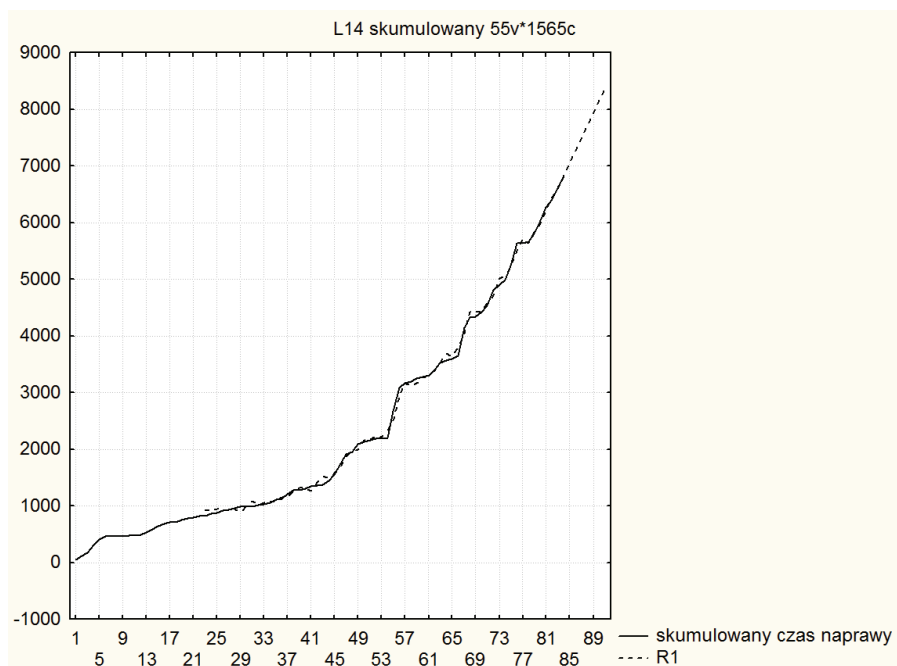
Do obliczeń zastosowano metodę regresji wielorakiej wstecznej. Otrzymano równanie regresyjne w postaci (1), podsumowanie regresji zmiennej zależnej v10 zamieszczono w tabeli 2, wykres zależności zmiennej zależnej v10 i prognozy R1(v10;v2,v3,v11,v12,v32,v37,v47) przedstawiono na rys. 3.

Tabela 2

Podsumowanie regresji model R1(v10;v2,v3,v11,v12,v32,v37,v47)

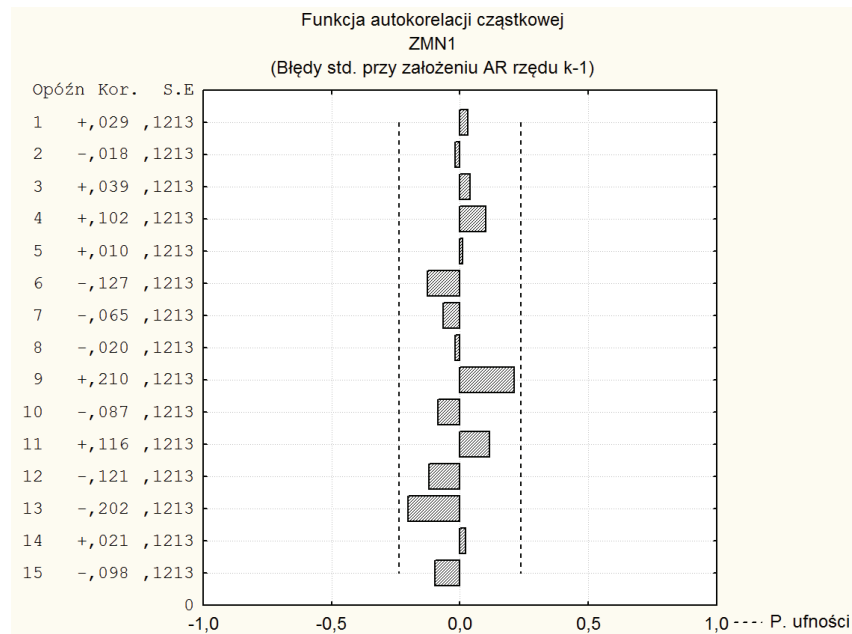
Podsumowanie regresji zmiennej zależnej: skumulowany czas naprawy (L14 skumulowany)						
N=62	R= ,99917516 R ² = ,99835099 Skoryg. R2= ,99813723 F(7,54)=4670,4 p<0,0000 Błąd standardowy estymacji: 79,086					
	b*	błąd standardowy z b*	b	błąd standardowy z b	t(54)	p
W. wolny			764,8996	185,2680	4,12861	0,000127
t	-0,322996	0,077654	-32,8052	7,8869	-4,15945	0,000115
t ²	0,818822	0,163879	0,7687	0,1538	4,99649	0,000006
lag1	0,978961	0,113035	1,0071	0,1163	8,66072	0,000000
lag2	-0,419328	0,108166	-0,4443	0,1146	-3,87671	0,000289
lag22	-0,064199	0,028930	-0,1300	0,0586	-2,21912	0,030701
m2	0,017942	0,006790	81,2009	30,7280	2,64257	0,010744
m12	-0,020629	0,006525	-93,3594	29,5287	-3,16166	0,002573

$$v_{10} = 906,7561 - 38,3627 \cdot v_2 + 0,8407 \cdot v_3 + 1,0048 \cdot v_{11} - 0,4475 \cdot v_{12} - 0,1718 \cdot v_{32} + 81,7995 \cdot v_{37} - 95,1304 \cdot v_{47} \quad (1)$$



Rys. 3. Wykres zależności skumulowanego czasu naprawy koparki kołowej L14 oraz prognozy uzyskanej metodą regresji R1($v_{10}; v_2, v_3, v_{11}, v_{12}, v_{32}, v_{37}, v_{47}$)

Celem sprawdzenia prawidłowości prognozy metodą regresji wielorakiej wykonano analizę korelacji cząstkowej reszt. Korelogram zobrazowano na rys. 4. Wskazuje on, że nie występuje autokorelacja reszt i model może być przyjęty do dalszych analiz. W tabeli 3 zestawiono wartości prognoz dla okresów od 85 do 90. Poddane będą one analizie błędów w dalszej części pracy.



Rys. 4. Funkcja autokorelacji cząstkowej reszt modelu R1(v10;v2,v3,v11,v12,v32,v37,v47)

Tabela 3

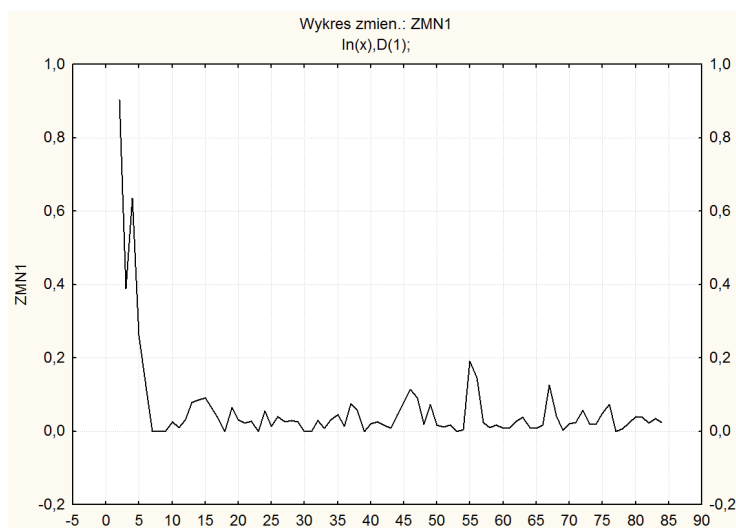
Prognoza modelu R1(v10;v2,v3,v11,v12,v32,v37,v47) skumulowanego czasu napraw koparki kołowej L14 wartości rzeczywiste

t	Data	Prognoza skumulowanego czasu napraw	Wartości rzeczywiste Skumulowanego czasu napraw
85	2008.08	6978,07	7054,30
86	2008.09	7257,22	7317,63
87	2008.10	7511,64	7589,30
88	2008.11	7764,70	7700,96
89	2008.12	7686,67	7850,96
90	2009.01	7963,75	8119,30

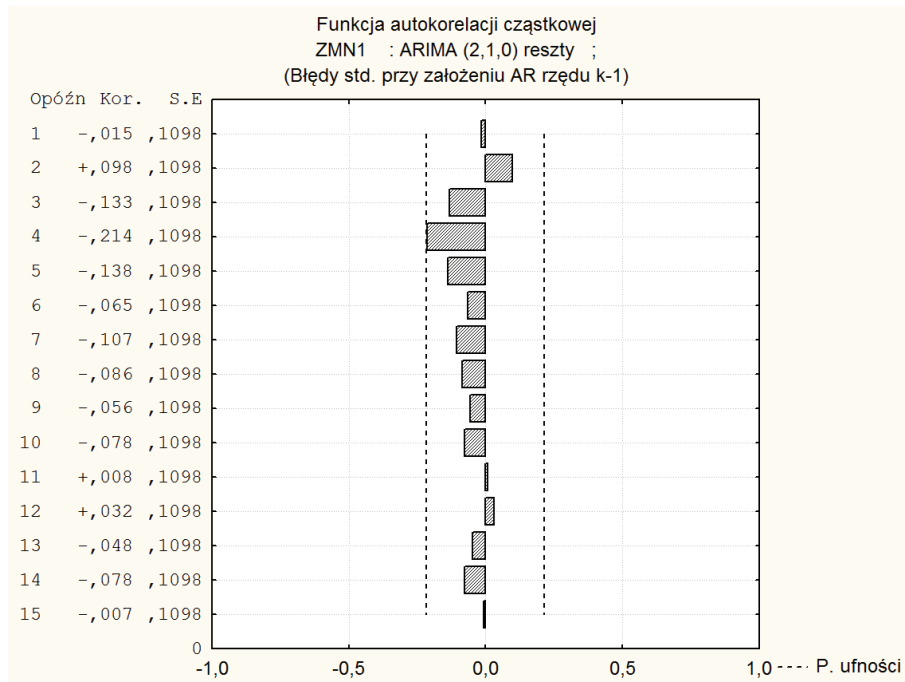
W równaniu regresji wielorakiej występuje zmienna v11, opóźniony o 1 okres skumulowany czas naprawy (lag1). Oznacza to, że przy wykorzystaniu tego modelu można prognozować czas napraw z wyprzedzeniem o 1 okres – tylko na 1 miesiąc do przodu. Model wymaga przygotowania arkusza kalkulacyjnego zawierającego 47 przekształconych danych, jest bardzo pracochłonny.

2. Metoda ARIMA

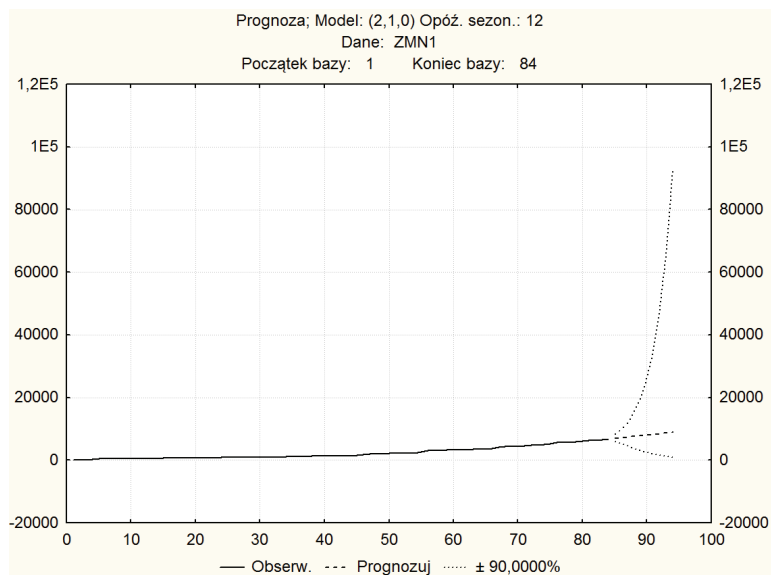
Szereg czasowy skumulowany czas napraw koparek kołowych poddano analizie ARIMA. Celem jest wyznaczenie prognozy na okresy od sierpnia 2008 do stycznia 2009 roku. Prawidłowość wyznaczenia prognozy sprawdzana jest poprzez funkcję autokorelacji cząstkowych reszt, jeśli nie ma autokorelacji reszt to model nadaje się do przyjęcia. W wyniku analizy wielu modeli przyjęto model ARIMA (2,1,0) jednokrotnie różnicowany i zlogarytmowany. Szereg czasowy po różnicowaniu i zlogarytmowaniu przedstawiono na rys. 5. Funkcję autokorelacji cząstkowej reszt modelu ARIMA (2,1,0) zobrazowano na rys. 6. Wartości prognozowane skumulowanego czasu napraw koparki L14 na okresy 85-90 zestawiono w tabeli 4. Wykres danych i prognozy ARIMA (2,1,0) dla szeregu przekształconego przedstawiono na rys. 7.



Rys. 5. Szereg czasowy skumulowany czas napraw koparki L14 po jednokrotnym różnicowaniu i zlogarytmowaniu



Rys. 6. Funkcja autokorelacji cząstkowej reszt modelu ARIMA (2,1,0)



Rys. 7. Wykres danych i prognozy ARIMA (2,1,0) szereg przekształcony

Tabela 4

Prognoza model ARIMA (2,1,0)

Nr obserwacji	Prognoza; Model: (2,1,0) Opóźnienie sezon.: 12 Dane: ZMN1 Początek bazy: 1 Koniec bazy: 84		
	prognoza	dolne 90,0000%	górne 90,0000%
85	7002,219	5945,762	8246,39
86	7193,568	5309,573	9746,06
87	7396,446	4550,231	12023,00
88	7602,225	3815,607	15146,69
89	7814,992	3123,707	19551,80
90	8033,149	2506,672	25743,89

Istnieje możliwość prognozowania skumulowanego czasu napraw koparek z wykorzystaniem metody ARIMA. W proponowanym modelu nie występuje autokorelacja reszt, zatem model może być przyjęty do dalszych analiz. Metoda ARIMA nie wymaga zastosowania predyktorów innych niż skumulowany czas napraw. Jest najłatwiejszą metodą z wszystkich możliwych, o ile zostaną wcześniej opanowane metody wyznaczania parametrów. Wyniki obliczeń uzyskanych metodą ARIMA zostaną poddane analizie błędów w 4 rozdziale pracy.

3. Sieci neuronowe

Analizowano wiele możliwości przyjmowania zmiennych wejściowych z arkusza kalkulacyjnego regresji wielorakiej. Zasadą podstawową jest przyjęcie modelu jak najbardziej prostego, spełniającego postulat maksimum jakości uczenia, testowania i walidacji. Modelami takimi okazały się modele, w których danymi wejściowymi były t , t^2 , t^3 oraz planowany przebieg maszyn. Zastosowano sieci MLP (nie znaleziono podstawy do stosowania sieci RBF). Podsumowanie aktywnych sieci MLP zestawiono w tabeli 5, a przewidywania dla danych od sierpnia 2008 do stycznia 2009 roku dla sieci MLP w tabeli 6.

Tabela 5

Podsumowanie aktywnych sieci MLP

Id sieci	Nazwa sieci	Jakość (uczenie)	Jakość (testowanie)	Jakość (validacja)
1	MLP 4-3-1	0,996851	0,998577	0,999205
2	MLP 4-3-1	0,996859	0,999091	0,998913
3	MLP 4-3-1	0,998019	0,999466	0,998989
4	MLP 4-3-1	0,996901	0,998452	0,998939
5	MLP 4-4-1	0,996619	0,998498	0,999080
	Błąd (uczenie)	Błąd (testowanie)	Błąd (validacja)	
1	10505,30	5067,755	5351,535	
2	10536,76	3063,102	6362,606	
3	6473,42	2278,636	5321,129	
4	10119,00	5195,530	5876,203	
5	11255,67	4661,459	4577,456	
	Algorytm uczenia	Funkcja błędu		Aktywacja (ukryte)
1	BFGS 14	SOS		Liniowa
2	BFGS 18	SOS		Tanh
3	BFGS 71	SOS		Tanh
4	BFGS 22	SOS		Liniowa
5	BFGS 12	SOS		Liniowa

Tabela 6

Przewidywania dla danych od sierpnia 2008 do stycznia 2009 roku
dla sieci MLP

Nr obserwacji	Przewidywania dla nowych danych (L14 skumulowany)				
	1.MLP 4-3-1	2.MLP 4-3-1	3.MLP 4-3-1	4.MLP 4-3-1	5.MLP 4-4-1
85	7017,745	6904,613	6914,752	7106,912	7035,355
86	7186,234	7069,923	7072,172	7297,861	7234,405
87	7356,023	7239,354	7235,043	7497,974	7439,126
88	7539,247	7422,733	7426,669	7733,309	7657,967
89	7712,691	7603,418	7598,918	7954,689	7875,057
90	7897,011	7797,953	7790,147	8205,764	8104,530

cd. tabeli 6

Nr obserwacji	Przewidywania dla nowych danych (L14 skumulowany)			
	t	t ²	t ³	PRZEBIEG
85	85,00000	7225,000	614125,0	18149,00
86	86,00000	7396,000	636056,0	18387,00
87	87,00000	7569,000	658503,0	18598,00
88	88,00000	7744,000	681472,0	18643,00
89	89,00000	7921,000	704969,0	18785,00
90	90,00000	8100,000	729000,0	18791,00

Istnieje możliwość prognozowania skumulowanego czasu napraw koparek z wykorzystaniem metody automatycznych sieci neuronowych. Jakość uczenia, testowania i walidacji osiąga wartości około 0,99. Daje to wysokie prawdopodobieństwo uzyskania wyniku MAPE mniejszego niż 5%, czyli bardzo dobrego. Danymi wejściowymi w proponowanych modelach są kolejne okresy i przewidywany przebieg maszyn (wartość znana z kosztorysu). Zatem istnieje możliwość prognozowania na wiele okresów do przodu. Wyniki uzyskanych obliczeń zostaną poddane analizie błędów w 4 rozdziale pracy.

4. Analiza wyników

W tabeli 7 zebrano wyniki obliczeń metodami regresji, ARIMA i sieci neuronowych. Na rys. 8 przedstawiono interpretację graficzną wyników. Będą one porównywane z wartościami liczbowymi rzeczywistymi, skumulowanego czasu napraw koparki L14, uzyskanymi w okresach od 85 do 90. Obliczane będą kolejno błędy dla różnych okresów (od jednego do sześciu). W ten sposób można ocenić na ile okresów w przód można postawić właściwą prognozę w analizowanym przypadku. Obliczone błędy zestawiono w tabeli 8, błędy MAPE zilustrowano dla poszczególnych prognozowanych okresów na rys. 9.

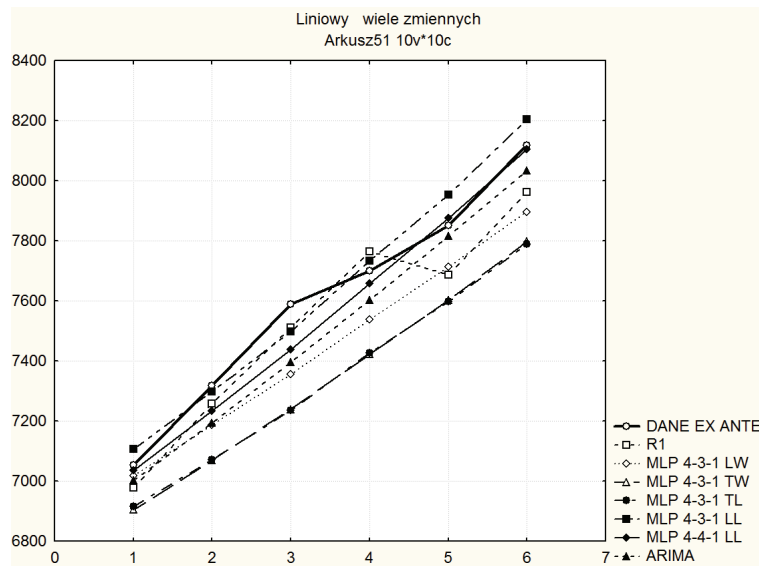
Tabela 7

Zestawienie wyników wartości prognozowanych i uzyskanych danych dla kolejnych okresów

Nr obserwacji	DANE	REGRESJA R1	1.MLP 4-3-1	2.MLP 4-3-1
85	7054,303	6978,0714	7017,745	6904,613
86	7317,636	7257,224	7186,234	7069,923
87	7589,303	7511,6403	7356,023	7239,354
88	7700,97	7764,7057	7539,247	7422,733
89	7850,97	7686,6724	7712,691	7603,418
90	8119,303	7963,7506	7897,011	7797,953

cd. tabeli 7

Nr obserwacji	3.MLP 4-3-1	4.MLP 4-3-1	5.MLP 4-4-1	ARIMA(2,1,0)
85	6914,752	7106,912	7035,355	7002,219
86	7072,172	7297,861	7234,405	7193,568
87	7235,043	7497,974	7439,126	7396,446
88	7426,669	7733,309	7657,967	7602,225
89	7598,918	7954,689	7875,057	7814,992
90	7790,147	8205,764	8104,530	8033,149



Rys. 8. Prognozowane wartości skumulowanego czasu awarii koparki L14 od sierpnia 2008 do stycznia 2009 w zestawieniu z wartościami rzeczywistymi (DANE)

Średni absolutny błąd procentowy obliczany jest zgodnie ze wzorem 2, wyniki obliczeń zestawiono w tabeli 8 i przedstawiono na rys. 9.

$$MAPE = \frac{1}{T-n} \sum_{i=T-n}^T \frac{|Y_i - Y_p|}{Y} \quad (2)$$

gdzie:

MAPE – średni absolutny procentowy błąd (mean absolute percentage error),

T – suma ilości okresów obliczeniowych i prognozowanych,

n – ilość okresów prognozowanych,

Y_i – wartość rzeczywista zmiennej w okresie I,

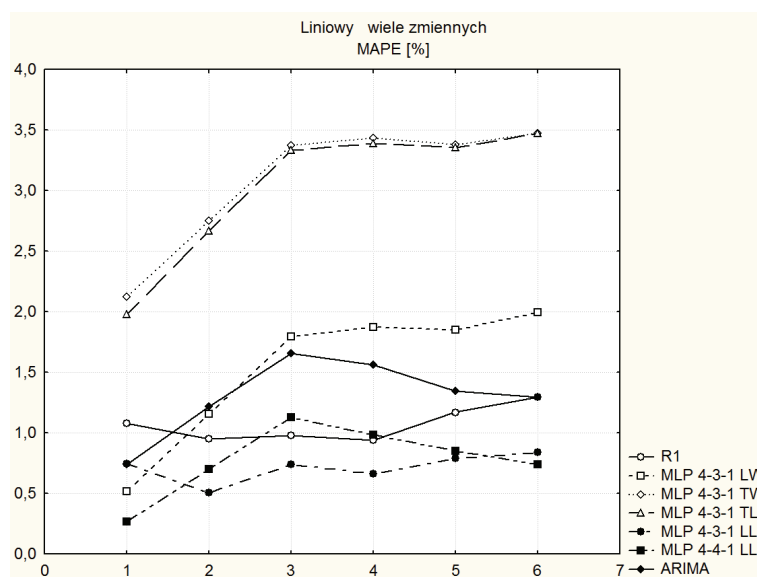
Y_p – wartość prognozowana zmiennej w okresie i.

Tabela 8

Zestawienie wyników błędu MAPE wartości prognozowanych i uzyskanych danych dla kolejnych okresów

Nr obserwacji	REGRESJA R1	1.MLP 4-3-1	2.MLP 4-3-1
85	1,080642	0,518235	2,121966
85-86	0,953108	1,156967	2,753563
85-87	0,976512	1,795910	3,372735
85-88	0,939293	1,871939	3,432803
85-89	1,169974	1,849809	3,376870
85-90	1,294285	1,997811	3,473701

Nr obserwacji	3.MLP 4-3-1	4.MLP 4-3-1	5.MLP 4-4-1	ARIMA(2,1,0)
85	1,978239	0,745773	0,268603	0,738337
85-86	2,666331	0,508010	0,703009	1,216907
85-87	3,333518	0,739803	1,128273	1,658329
85-88	3,390614	0,659836	0,985806	1,564308
85-89	3,354581	0,792090	0,850005	1,343099
85-90	3,471150	0,837555	0,738664	1,296100



Rys. 9. Błędy MAPE dla prognozowanych wartości skumulowanego czasu awarii koparki L14 od sierpnia 2008 do stycznia 2009

Wszystkie zaproponowane modele spełniają wymagania bardzo dobrego prognozowania. Dla wszystkich modeli średni absolutny błąd procentowy $MAPE < 5\%$. Najlepszy wynik uzyskano dla modelu sieci neuronowych MLP 4-3-1 LL, $MAPE < 1\%$.

5. Obliczenie opóźnień

Obliczenia prowadzone były dla zmiennej skumulowany czas napraw koparki. Należy powrócić do zmiennej wyjściowej czas napraw. Obliczone wartości zestawiono w tabeli 9.

Tabela 9

Zestawienie wyników wartości prognozowanych i uzyskanych danych dla kolejnych okresów [r-g]

DATA	DANE	REGRESJA R1	1.MLP 4-3-1	2.MLP 4-3-1
09.2008	238	279	168	165
10.2008	211	254	169	169
11.2008	45	253	183	183
12.2008	142	-78	173	180
01.2009	6	277	184	194
DATA	3.MLP 4-3-1	4.MLP 4-3-1	5.MLP 4-4-1	ARIMA(2,1,0)
09.2008	157	190	199	191
10.2008	162	200	204	202
11.2008	191	235	218	205
12.2008	172	221	217	212
01.2009	191	251	229	218

W metodzie regresji wielorakiej 12.2008 otrzymano wynik -78 . Jest to wartość nieprawidłowa. Pomimo poprawności statystycznej model nie nadaje się do przyjęcia, nie spełnia wymagań racjonalności. Model zostaje odrzucony na ostatnim etapie obliczeń.

Otrzymane wartości czasu napraw koparki są bardzo wysokie. Jest to 10 rok jej użytkowania. Należało się spodziewać tak długich przestojów potrzebnych na naprawy.

Podsumowanie

W harmonogramowaniu procesów budowlanych bardzo istotne jest wyznaczanie zapasów czasu. Tworzone są bufony czasu wyznaczane standardowo, np. Goldratt wyznacza bufor projektowy, który zawsze ma wartość 25% pierwotnie ustalonego czasu trwania procesu. Znajomość rzeczywistych wartości buforów czasu jest bardzo istotna. Mając rzeczywiste dane proces decyzyjny może osiągnąć wyższy poziom prawidłowości planowania. Dotychczas w budownictwie nie używano dużych baz danych. Jest to jednak możliwe, co wykazano w niniejszej pracy. Dane coraz częściej zbierane są przez firmy budowlane oraz przez firmy związane z budownictwem.

Kontynuacją niniejszej pracy będzie prognozowanie czasu awarii koparek kołowych z podziałem na marki.

Literatura

1. Cieślak M. (2001). Prognozowanie gospodarcze: metody i zastosowanie. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
2. Kot S., Jakubowski J., Sokołowski A. (2007). Statystyka. Difin, Warszawa.
3. Martyniak Z. (1997). Wstęp do inwentyki. Wydawnictwo Uczelniane, Kraków, s. 32.
4. Podręcznik internetowy STATISTICA. <http://www.statsoft.pl/textbook/sttimser.htm>
5. Skorupka D. (2004). Neural Networks in Risk Management of a Project. 2004 AACE International Transaction (CSC.1.51-CSC.1.57). The Association for the Advancement of Cost Engineering, USA, Washington.
6. Skorupka D. (2003). Risk Management in Building Projects. AACE International Transaction (CSC.1.91-CSC.1.96). The Association for the Advancement of Cost Engineering, USA, Orlando.
7. Stanisław A. (2006). Przystępny kurs statystyki z zastosowaniem STATISTICA PL na przykładach z medycyny. T 1. StatSoft Polska Sp. z o.o., Kraków.

**PREDICTING THE DURATION OF FAILURE WHEEL EXCAVATORS USING
NEURAL NETWORKS, MULTIPLE REGRESSION AND ARIMA METHODS.
PART 1**

Summary

The study analyzed the possibility of forecasting the time of failure wheeled excavators using the methods of multiple regression, ARIMA (Autoregressive Integrated Moving Average) and automated neural network. There were presented : the methodology for the preparation of data sheets, transformations of variables and selection of models in terms of statistical regularity of their use. The calculation results of forecasts were analyzed for periods from 85 to 90 by calculating the mean absolute percentage error (MAPE). Work presented the advantages and disadvantages of the proposed methods. The presented methodology is a new solution, not published, yet. There are plans to develop a method of generalization of computations.

Stanisław Walukiewicz

Institut Badań Systemowych PAN w Warszawie

TWIERDZENIE PITAGORASA W NAUKACH SPOŁECZNYCH

Wprowadzenie

Powszechnie wiadomo, że w gospodarce rynkowej w stanie równowagi ekonomicznej prawdziwa jest równość

$$\text{popyt} = \text{podaż} \quad (1)$$

Jest to przykład równości tu i teraz, gdyż obecnie nie jest ona prawdziwa np. na Kubie czy w Korei Północnej, a w czasach tzw. komuny nie obowiązywała w Polsce, gdy mieliśmy kartki na mięso i cukier. Zatem znak = ma znacznie węższe znaczenie w (1) niż np. w równości $2 + 3 = 5$, która jest prawdziwa zawsze i wszędzie w naszym realnie istniejącym świecie.

Zasadniczym celem opracowania jest pokazanie, że chociaż (1) jest powszechnie znane i opisane w tysiącach, a być może w milionach książek, artykułów i publikacji, to potraktowanie go jako równości (typu) tu i teraz pozwala sformułować kilka oryginalnych wniosków i uwag. Ściśle rzecz biorąc, (1) mówi, że zagregowana wartość popytu równa się tu teraz (zagregowanej) wartości podaży. Termin „wartość”, podobnie jak „rynek” odgrywa w naszych badaniach bardzo istotną rolę, dlatego w referacie podamy nowe i bardzo ogólne definicje obu tych pojęć. Następnie sformułujemy zasadę ortogonalności, która prezentowaliśmy na poprzedniej konferencji [9]. W konkluzji sformułujemy odpowiednik twierdzenia Pitagorasa w naukach społecznych, takich jak ekonomia, zarządzanie, socjologia, psychologia czy nauki polityczne.

1. Wartość i rynek

Wszyscy codziennie używamy takich pojęć jak „wartość” oraz „rynek” – i co więcej – pojęcia te mają coraz szersze znaczenie. Oprócz wartości materialnych i niematerialnych mówimy często o wartościach moralnych, artys-

tycznych, wartości życia ludzkiego itd. Podobnie, prócz powszechnie znanego rynku towarów i usług, mamy rynek emocji (np. sportowych), rynek bankowy, rynek firm sprzedawanych za symboliczną złotówkę, rynek wewnętrzny (wewnątrz danej firmy) itd. Zatem potrzebne nam są bardzo ogólne, szerokie definicje tych pojęć.

Termin „wartość” jest powszechnie używany i ma bardzo głęboki filozoficzny sens, podobnie jak pojęcie czasu czy jakości. Prawie każdy z nas miałby trudności w udzieleniu zwięzłej odpowiedzi na pytanie, co to jest „czas” lub „jakość”, natomiast każdy doskonale wie, co to jest brak czasu czy brak jakości. O ile w przypadku czasu i jakości taka wiedza zwykle wystarcza w codziennej praktyce, o tyle określenie wartości jako tego, co nie jest bezwartościowe, to tautologia, klasyczne „masło maślane”, które nie posuwa ani o krok naprzód naszych rozważań.

Definicja 1

Wartość to ekonomiczny ekwiwalent (równoważnik) wszystkiego, zwykle wyrażany w jednostkach monetarnych.

Jest to definicja typu tu i teraz. Mówi ona, że wszystko na tym świecie ma swoją wartość, swój ekonomiczny ekwiwalent, który jest wyznaczany tu i teraz i zwykle mierzony w pieniądzu. Słowo „zwykle” w poprzednim zdaniu należy rozumieć tak, że np. wartość absolwenta uczelni mierzy się ocenami w jego indeksie i na dyplomie, które są/powinny być uwzględniane w procedurze przyjmowania tego absolwenta do pracy. Zwykle w takiej procedurze wycenia się wartość kandydata w punktach, które później przelicza się na pieniądze (jego wynagrodzenie), co, jak pokażemy w następnym punkcie, jest wartością kapitału ludzkiego tej osoby na rynku wewnętrznym rozważanej firmy.

Definicję 1 można interpretować w następujący sposób. Każdy z nas doskonale wie, jak działa (klasyczna) waga szalkowa. Na przykład na jednej szalce kładziemy jabłko a na drugiej odpowiednie odważniki tak, aby waga była w równowadze. Wyobraźmy sobie teraz szalkową wagę wartości, która działa bardzo podobnie. Jeśli dane jabłko kosztuje tu i teraz złotówkę, to szalkowa waga wartości będzie w równowadze, gdy na jednej szalce położymy to jabłko a na drugiej jednoczłotową monetę lub dwie pięćdziesięciogroszówki lub pięć monet 20-groszowych itd. Zatem jeden złoty jest tu i teraz (ekonomicznym) równoważnikiem, tj. wartością danego jabłka. Zauważmy, że zwykle złotówka jest lżejsza niż typowe jabłko, a więc klasyczna waga szalkowa w tym przypadku nie będzie w fizycznej równowadze.

Z definicji 1 wynika, że dowolny materialny lub niematerialny element naszego świata, np. rzecz, idea (patent), talent piłkarza zawodowego itp. ma swoją wartość, swój ekwiwalent ekonomiczny mierzony tu i teraz w pieniądzach, który może się różnić od jego wartości określonej tam i wtedy. By uniknąć ewentualnych nieporozumień: autor nigdy nie twierdził i nie twierdzi, że wszystkie ekwiwalenty ekonomiczne istniejące tu i teraz są doskonałe i nie powinny być nigdy zmieniane. Podręcznik [10] daje teoretyczną podbudowę i praktyczne rady dla takich zmian, o ile są one potrzebne.

Jak wiemy, w gospodarce rynkowej z prawa popytu i podaży (1) wynika wartość życia ludzkiego (np. pasażera samolotu), wartość talentu piłkarza, wartość kompetencji, doświadczenia itp., np. prezesa wielkiej korporacji czy wartość atrakcyjnego wyglądu modelki. Zauważmy jeszcze, że wartości artystyczne (obrazu, rzeźby, utworu muzycznego itp.) są wyceniane na odpowiednio ukształtowanych (zdefiniowanych) rynkach. Podobnie wartości moralne danego autora czy filozofa są lub powinny być wyceniane tu i teraz, zgodnie z (1), poprzez jego wynagrodzenia, nakłady/sprzedaż książek czy honoraria za wykłady, odczyty itp. Możemy zatem podsumować nasze rozważania w formie bardzo ważnego wniosku.

Wniosek 1

Każda wartość jest wyznaczana zawsze, tylko i wyłącznie na odpowiednio zdefiniowanym realnym lub umownym rynku.

Inaczej rzecz ujmując, wartość to liczba jednostek monetarnych, które ktoś, jako wolny człowiek, gotów jest zapłacić w rzeczywistej lub umownej transakcji na odpowiednio zdefiniowanym rynku. Z wniosku 1 wynika, że w gospodarce rynkowej wartości czegokolwiek nie można określać poza realnym lub umownym rynkiem, który tu i teraz jest powszechnie uważany za odpowiednio zdefiniowany. Wniosek ten mówi, że wartość jest zawsze, a nie tu i teraz, definiowana na rzeczywistym lub umownym rynku. Zatem potrzebna jest nam bardzo ogólna definicja rynku, obejmująca rzeczywiście istniejące rynki, jak też rynki umowne, będące np. owocem teoretycznych rozważań.

Definicja 2

Rynek to reguły gry, które tu i teraz są powszechnie uważane za uczciwe, sprawiedliwe i adekwatne. Te reguły mówią, jak należy rozumieć prawo (1) o równowadze między popytem i podażą.

Jest to bardzo ważna definicja, która, podobnie jak definicja 1, po raz pierwszy została podana w podręczniku [10] i dlatego w następnym punkcie na wielu przykładach wyjaśnimy, jak należy ją rozumieć. Przykłady te dowodzą

tezy, że rynek jest wszędzie, że reguły gry rynkowej zmieniają się w czasie, że to co dokładnie opisuje rzeczywistość tu i teraz, nie musi być takim tam i wtedy. Między innymi, na przykładzie rynku emocji związanych z piłką nożną wyjaśnimy, dlaczego, naszym zdaniem, reguł gry rynkowej, uważanych za uczciwe i sprawiedliwe w Wielkiej Brytanii, nie udało się wprowadzić w Polsce.

2. Przykłady rynków

W tym punkcie korzystając z definicji 2 opiszemy rynki zarówno istniejące od stuleci, jak też te wynalezione (zdefiniowane) w ostatnich 30-40 latach. Świadomie używamy zwrotu „wynaleźć rynek”, gdyż jak się Czytelnik przekona właśnie wynalezienie reguł gry rynkowej, które tu teraz są powszechnie uważane za uczciwe, sprawiedliwe i odpowiednie, nie jest sprawą łatwą.

2.1. Powszechny rynek towarów i usług

Powszechny rynek towarów i usług ma reguły ukształtowane przez tysiącletnią praktykę, niemal od zarania ludzkości. Zatem organizatorem powszechnego rynku towarów i usług jest tradycja i zdrowy rozsądek. Te reguły w powszechnej opinii tu i teraz są uważane za uczciwe, sprawiedliwe i odpowiednie, a wszelkie odstępstwa od nich, np. oszustwa, korupcja itp., są wyjątkami, które je tylko dodatkowy raz potwierdzają. Rynek ten w początkowym stadium rozwoju był pewnym zgrupowaniem jarmarcznych (bazarowych) stoisk i właśnie jarmark, targ, bazar itp. weźmiemy jako punkt startu naszej analizy.

Tak rozumiany rynek tworzą aktorzy rynku, którzy dzielą się na sprzedawców lub aktorów (ryнку) po stronie podaży i kupujących – aktorów (ryнку) po stronie popytu. Ci ostatni mogą być aktywnymi uczestnikami rynku, tj. kupować lub też być pasywnymi jego obserwatorami czyli robić, mówiąc z angielska, window shopping. Natomiast aktorzy rynku po stronie podaży pełnią na nim aktywną rolę (sprzedają, reklamują, atrakcyjnie prezentują swoje towary/usługi itp.). Rynek jest rzeczywistym realnym rynkiem wtedy i tylko wtedy, kiedy istnieją na nim te dwie grupy aktorów. Zatem rynek bez potencjalnych/rzeczywistych kupujących nie jest rynkiem, a wystawą, która poniosła klęskę.

Te dwie grupy aktorów rozmawiają, a więc nawiązują w naszej terminologii relacje, zwykle relacje nieformalne [10]. Zatem niezwykle trudno wyobrazić sytuację, aby aktorem po stronie podaży była osoba głuchoniema. Przykład dawnego Stadionu Dziesięciolecia, nazwanego słusznie największym jarmarkiem Europy, gdzie do 2008 roku handlowali ludzi dosłownie z całego

świata, pokazuje, że ci aktorzy nie muszą wcale znać polskiego ani żadnych języków obcych. Jest to jeszcze jeden dowód na siłę przyciągania idei powszechnego rynku, która bez gromkich deklaracji, w codziennym trudzie dowodzi, że wszyscy ludzie są równi (na rynku).

Różny jest próg wejścia na rynek dla tych dwóch grup aktorów rynkowych. Zwykle wstęp na jarmark, targ itp. jest bezpłatny dla kupujących, czyli jest zerowy próg wejścia na rynek dla aktorów po stronie popytu. Natomiast sprzedawcy muszą wnieść pewne opłaty (placowe, opłaty za wynajęcie stoiska itp.). Zatem po stronie podaży mamy pewien, niezerowy próg wejścia na rynek. Zauważmy, że zerowy próg wejścia na rynek po stronie popytu wynika wprost z jego powszechności, z faktu, że tylko powszechny czyli popularny rynek gwarantuje rzeczywistych nabywców, bo aktywni aktorzy rynku po stronie popytu nie spadają z nieba, a biorą się tylko i wyłącznie z potencjalnych kupujących. Co więcej, powszechność rynku wymusza uczciwość jego reguł, gdyż sprzedawca wykonujący dziennie, powiedzmy, kilkadziesiąt transakcji, ryzykuje zbyt wiele oszukując jednego lub kilku klientów.

Reguły powszechnego rynku towarów i usług nie tylko mówią, jak należy rozumieć tu i teraz równowagę między popytem i podażą, czyli równanie (1), ale również zmuszają sprzedawcę do podawania uczciwej (prawdziwej) ceny potencjalnemu nabywcy. Z powszechności rynku wynika, że nabywca ma informację o aktualnych (tu i teraz) cenach i jest wielu sprzedawców na rynku. Jeśli dany sprzedawca poda zbyt wysoką cenę, to nabywca pójdzie do innego sprzedawcy. I odwrotnie, jeśli sprzedawca poda zbyt niską cenę, to nabywca z potencjalnego stanie się rzeczywistym i sprzedawca straci. Zatem w każdej sytuacji nieuczciwy sprzedawca jest karany i to reguły powszechnego rynku, a nie żadna religia czy zasady dobrego wychowania, wymuszają uczciwe zachowanie sprzedawcy w stosunku do potencjalnego nabywcy.

Warto zauważyć, że te reguły nie są zwykle nigdzie spisane, ani nie są zatwierdzane przez tzw. wyżej stojące organy. Co więcej, historia rozwoju gospodarczego dobitnie pokazuje, że administracyjne próby „poprawiania” reguł powszechnego rynku przynosiły zwykle więcej szkody niż pożytku. W istocie reguły te bazują na dwóch bardzo ogólnych założeniach.

Założenie 1. Podstawy powszechnego rynku towarów i usług

- Z1. Wszyscy aktorzy zarówno po stronie popytu, jak i podaży mają równy dostęp do informacji o rynku (ceny, warunki sprzedaży itp.).
- Z2. Próg wejścia na rynek dla wszystkich aktorów po stronie podaży jest taki sam, a dla aktorów po stronie popytu jest równy zero (nie istnieje).

Założenia te mówią, że na powszechnym rynku towarów i usług wszyscy są równi, jeżeli chodzi o dostęp do informacji i wstęp na ten rynek, czyli o rzeczywisty lub potencjalny udział w grze rynkowej.

W miarę rozwoju społeczno-gospodarczego powstają coraz to nowe rynki z coraz wyższymi progami wejścia. Na przykład, w naszej kulturze nie kupuje się nowych samochodów w jarmarcznych budach, a tylko u autoryzowanych sprzedawców, którzy mogli przekroczyć próg wejścia na rynek nowych samochodów (odpowiednie inwestycje, przeszkolenie, wiarygodność finansowa itp.). Zatem rynki wyrobów/usług wysokiej technologii (rynek samochodowy, rynek komputerów i oprogramowania, rynek usług bankowych itp.) charakteryzują się wysokimi progami wejścia dla aktorów po stronie podaży. Jest też rzeczą oczywistą, że w miarę powstawania rynków, na których handluje się coraz bardziej skomplikowanymi towarami/usługami, pojawiają się odstępstwa od założenia Z1 oraz Z2. Na przykład USA wprowadziły embargo na eksport wyrobów wysokiej technologii do niektórych krajów (Iran, Kuba, Korea Północna itd.). Wtedy dla tych krajów próg wejścia po stronie popytu na amerykański rynek wyrobów wysokich technologii jest nieskończenie wysoki. Podobnie jest z ograniczeniami na import pewnych towarów (np. mięsa) z niektórych krajów. Wtedy dla takich krajów próg wejścia po stronie podaży jest nieskończenie wysoki.

Najwyższą formą rozwoju powszechnego rynku towarów i usług jest rynek integracji gospodarczej, np. wspólny rynek Unii Europejskiej, na którym państwa członkowskie mają wiele naturalnych przywilejów w porównaniu z nie-członkami UE. Historia Unii Europejskiej jest w istocie historią rozwoju wspólnego rynku. Rozpoczęła się ona od Wspólnoty Węgla i Stali, wspólnego rynku 6 państw (Belgii, Francji, Holandii, Luksemburga, RFN oraz Włoch) obejmującego tylko te dwa surowce strategiczne. Dziś, w 2011 roku, UE liczy 27 państw i jest najpotężniejszą organizacją gospodarczą świata. Tworzą one wspólny rynek około pół miliarda konsumentów (aktorów tego rynku po stronie popytu), na którym, zgodnie z jego ideą, mogą być swobodnie, bez żadnych ograniczeń, wymieniane cztery podstawowe dobra: kapitał (w naszej terminologii kapitał finansowy), praca, towary i usługi. Wprawdzie codzienna praktyka dobitnie pokazuje, że realizacja tej idei nie jest sprawą łatwą, ale dwa fakty wymagają szczególnego podkreślenia:

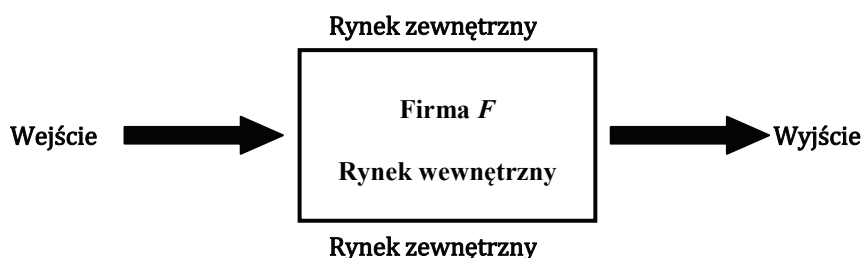
1. Jest wiele krajów aplikujących do UE, ale, jak dotąd, nikt z niej nie chce wystąpić.

2. Już od ponad 65 lat Europa, kontynent „od zawsze” targany wojnami i konfliktami narodowościowymi, żyje w pokoju i powiększa swój dobrobyt. W powszechnej opinii wkład wspólnego rynku UE, tej sieci formalnych i nieformalnych relacji między poszczególnymi państwami, firmami, ludźmi itp. w utrzymanie pokoju w Europie jest bardzo istotny.

Dotychczas mówiliśmy o powstawaniu nowych rynków w miarę rozwoju gospodarczo-społecznego. Jest oczywiste, że znikanie lub obumieranie rynków jest negacją lub odwrotną stroną procesu powstawania nowych rynków. Na początku ubiegłego wieku w Stanach Zjednoczonych istniał ogromny rynek brył lodowych, dostarczanych do domów przez bardzo rozbudowaną sieć dostaw. Wynalazek lodówki i jej upowszechnienie zlikwidowało ten rynek. Wielu Czytelników jest naoczniymi świadkami pojawienia się i zniknięcia rynku magnetowidów i magnetofonów taśmowych (szpulowych).

2.2. Rynek wewnętrzny

Rynek omówiony w poprzednim podpunkcie znajduje się na zewnątrz szeroko rozumianej firmy F , którą zdefiniowaliśmy w [10]. Jest to zatem rynek zewnętrzny w stosunku do firmy F . Samą firmę jako taką możemy potraktować jako rynek wewnętrzny, jako rynek umowny, stworzony specjalnie dla analizy firmy F , wnętrza prostokąta na rys. 1.



Rys. 1. Firma F jako rynek wewnętrzny

Na tym rynku zarząd/kierownictwo firmy F przydziela (umownie kupuje) pracowników na odpowiednie miejsca pracy/stanowiska tak, aby odnieść sukces na rynku zewnętrznym, na którym ta firma działa. Rezultatem tego umownego kupna jest wynagrodzenie za pracę w firmie F danego pracownika, co jest wartością jego kapitału ludzkiego na rynku wewnętrznym, wartością tego kapitału tu teraz [10]. Inaczej rzecz ujmując, pracownik sprzedaje swoją pracę, ściśle rzecz biorąc swoje możliwości świadczenia pracy na danym stanowisku, tj. swoje kompetencje, doświadczenie, talent itp. i za to otrzymuje wynagrodzenie, które wynika z działania prawa popytu i podaży (1) na rynku wewnętrznym.

Rynek wewnętrzny różni się od rynku zewnętrznego tym, że zwykle działanie prawa (1) na nim jest dodatkowo warunkowane tradycją, regulaminami, pisanymi/niepisanymi zasadami itp., obowiązującymi tylko w tej firmie. Z faktu, że firma F działa na wolnym rynku, w gospodarce rynkowej wynika, że jej pracownicy uważają tu i teraz reguły zatrudnienia, tj. reguły rynku wewnętrznego.

nego, za uczciwe, sprawiedliwe i adekwatne. Oznacza to też, że każdy pracownik podpisuje umowę o pracę w firmie F jako wolny człowiek, bez żadnego przymusu, nacisku itp.

Zatem aktorami na rynku wewnętrznym po stronie podaży są pracownicy firmy F , a po stronie popytu – kierownictwo tej firmy. Co więcej, kierownictwo firmy F jest równocześnie organizatorem rynku wewnętrznego. Pracownicy oferujący swoją pracę na danym stanowisku tworzą wewnętrzny rynek pracy (dla danego stanowiska), a kierownictwo firmy F występuje jako potencjalny nabywca na tym rynku. Jeśli ten nabywca wybierze pracownika na dane stanowisko, to podpisuje z nim umowę o pracę (na tym stanowisku) i płaci za tę pracę wynagrodzenie. Jeśli kierownictwo firmy F nie znajdzie wśród pracowników tej firmy odpowiedniego kandydata na dane stanowisko, to zwykle rozpoczyna poszukiwanie takiego kandydata na zewnętrznym (w stosunku do firmy F) rynku pracy. Zatem w każdym z tych dwóch przypadków kandydat podpisując umowę o pracę zgadza się na to, że zasady rynku wewnętrznego są uczciwe, sprawiedliwe i odpowiednie, co jest istotą definicji 2.

3. Rynek emocji sportowych

Sport jest bardzo wymierną dziedziną życia i doskonałym przykładem dla nas, jak mierzyć lub szacować to, co na pierwszy rzut oka wydaje się absolutnie niemierzalne. Przykładowo, w skokach narciarskich spopularyzowanych przez Adama Małysza, zawodnicy są oceniani za długość skoku i styl. Początkujący kibic może mieć wątpliwości, że o ile można zmierzyć długość skoku, to czy można obiektywnie ocenić jego styl (jakość)? Okazuje się, że można, i co więcej oceny te ostatnio uwzględniają warunki, w jakich skok został wykonany (siła, kierunek wiatru itp.). Miliony kibiców oglądających skoki narciarskie uważa te oceny za sprawiedliwe, uczciwe i adekwatnie opisujące wysiłek i klasę skoczka, co jest istotą definicji 2. W tym punkcie na przykładzie koszykówki, siatkówki i piłki nożnej pokażemy jak działa rynek emocji (sportowych), który zdefiniujemy tak:

Definicja 3

Na rynku emocji (sportowych) jego organizator sprzedaje emocje kibicom.

Zatem organizator rynku emocji jest aktorem po stronie podaży, a kibice – aktorami po stronie popytu. Jak zobaczymy dalej na przykładzie tych trzech dyscyplin sportowych, organizator proponuje kibicom emocje (obejrzenie zawodów) za odpowiednią opłatą (bilet wstępu, opłata za korzystanie z telewizji itp.), wynikającą z działania prawa popytu i podaży (1) na rynku emocji, działania tu i teraz. Kibice mogą albo pasywnie oglądać zapowiedzi zawodów, np. na plakatach, w Internecie itp. (porównaj z window shopping w podpunkcie 2.1),

albo kupić bilety czy zapłacić abonament telewizji kablowej i być wtedy aktywnymi aktorami na rynku emocji po stronie popytu. I jeszcze uwaga: wszystkie opinie w tym punkcie są opiniami autora, który ogląda sport zwykle w telewizji.

3.1. Koszykówka

W powszechnej opinii NBA National Basketball Association jest przykładem dobrego organizatora rozgrywek ligi profesjonalnej koszykówki w USA i związanego z nimi rynku emocji. Między innymi NBA ustala zasady sprzedaży/zakupu profesjonalnych koszykarzy przez kluby. Z pewną przesadą można powiedzieć, że handel koszykarzami różni się od handlu niewolnikami tym, że ceny są o niebo wyższe, a koszykarzom podczas testów medycznych zagląda się nie tylko w zęby. NBA ustala limit pieniędzy, jakie klub może wydać rocznie na zakup nowych koszykarzy. W przypadku przekroczenia tego limitu klub płaci NBA bardzo wysoki podatek i pieniądze uzyskane tą drogą są wykorzystywane na szkolenie młodych koszykarzy. Limit wprowadzono, by uniknąć sytuacji, gdy bogaty klub kupuje najpierw najlepszych i najdroższych koszykarzy, a potem wygrywa (prawie) wszystkie mecze, co drastycznie obniża emocje z nimi związane i tym samym niszczy rynek emocji sportowych.

NBA wymaga, aby każda umowa między koszykarzem a jego klubem była jawna i transparentna. Koszykarzem NBA można zostać tylko po przejściu przez tak zwany draft – testy dla kandydatów na koszykarzy NBA. Po takich testach sporządza się ranking kandydatów, poczynając od najlepszego. Zakup najlepszych kandydatów jest proponowany w pierwszej kolejności najsłabszym klubom, które zajęły ostatnie miejsca w tabeli rozgrywek po zakończeniu ubiegłego sezonu. W postępowaniu tym chodzi o sportowe wzmocnienie słabszych klubów, aby mecze były jak najbardziej wyrównane, by dostarczały kibicom maksimum emocji.

NBA nie tylko reguluje zasady handlu koszykarzami, ale też modyfikuje/zmienia przepisy gry w koszykówkę tak, aby gra była ciekawa zarówno dla kibiców bezpośrednio oglądających zawody, jak też, a może przede wszystkim, dla widzów. Wszystkie zasady i regulaminy są spisane, jawne i ściśle egzekwowane. Relacje między sędzią a zawodnikiem mogą być tylko formalne i zgodne z przepisami. Koszykówka jest sportem kontaktowym, w którym zawodnicy walczą bezpośrednio ze sobą, na małej przestrzeni w ogromnym stresie, gdy emocje sięgają zenitu, co kibice bardzo lubią. Rola sędziego sprowadza się do pilnowania, aby była to nawet ostra walka, ale zawsze walka sportowa w ramach przepisów. Na przykład krytykowanie przez zawodnika decyzji sędziego podczas meczu jest karane jako przewinienie techniczne (dwa dodatkowe rzuty wolne dla przeciwników i potem oni posiadają piłkę). Dwa przewinienia techniczne tego samego zawodnika w trakcie jednego meczu skutkują jego wykluczeniem (wyrzuceniem) z gry. Również po meczu zawodnik nie może publicznie (w telewizji, prasie itp.) krytykować decyzji sędziów, gdyż za

to wykroczenie grożą kary finansowe liczone w grubych tysiącach dolarów. W przepisach tego typu chodzi o autorytet sędziego jako funkcjonariusza NBA, którego decyzje są niezaskarżalne i nie podlegają apelacji. Oczywiście sędzia jest człowiekiem i może się pomylić, a sędziowie którym to się zdarza zbyt często, są eliminowani przez NBA, aby reguły gry na rynku emocji były zawsze uczciwe, sprawiedliwe i adekwatne, zgodnie z istotą definicji 2.

Koszykówka jest sportem, w którym nie ma remisów, co oznacza, że w każdym meczu lub jego w kolejnych dogrywkach musi być wyłoniony zwycięzca. Ponieważ poziomy sportowe drużyn są bardzo wyrównane, to często dochodzi do niezwykle emocjonujących końcówek, gdy jeden rzut do kosza przesądza o zwycięstwie lub porażce. Przykładowo, dwie sekundy do końca regulaminowego czasu gry, to w koszykówce wieczność. Zwykle drużyna posiadająca piłkę bierze wtedy czas (przerwę), by ustalić ostatnią akcję. Chociaż na parkiecie w każdej z drużyn gra po pięciu koszykarzy i mecz to porównanie tu i teraz kapitałów społecznych tych drużyn [10] (współpracy między zawodnikami i ich współpracy z trenerem, wzajemnego zaufania, itp.), to rzut ostatniej szansy wykonuje jeden zawodnik, a jego wynik zależy od jego kapitału ludzkiego. Wynik tego rzutu zależy od wielu różnych rzeczy, takich jak profesjonalizm rzucającego, jego odporność na stres itp., a w końcu może zależeć też od łutu szczęścia, a szczęście, jak wiadomo, sprzyja lepszym. Historia koszykówki zna wiele takich przypadków, gdy równo z syreną kończącą zawody trafiano do kosza z ponad 20 metrów, lub w innych niewyobrażalnych sytuacjach.

Koszykówka to sport zespołowy i od współpracy zawodników w drużynie, od ich wzajemnego zrozumienia, zaufania itp. zależy sukces lub porażka w każdym meczu. Wiadomo, że meczów nie wygrywa „zlepek” nawet największych gwiazd koszykówki, z których „każda ciągnie w swoją stronę”. Zatem drużyną nie może być luźny zbiór pojedynczych graczy (kapitałów ludzkich, w naszej terminologii – patrz [10]). Gwiazdor musi chcieć i umieć, jak mówią sprawozdawcy „podzielić się piłką” (podać ją koledze, znajdującemu się na dobrej pozycji). Piękno koszykówki, jak zresztą każdego sportu zespołowego, polega na tym, że umiejętnie łączy on wysoki kapitał społeczny (współpraca, zaufanie, solidarność itp.) z wartościowym kapitałem ludzkim (talent, poświęcenie, odporność na stres itp.).

Podsumowując, NBA jest dobrym organizatorem rynku emocji (sportowych), bo udało mu się stworzyć reguły gry, które wszyscy aktorzy tego rynku (miliony widzów rocznie na trybunach i miliardy przed telewizorami na całym świecie oraz zawodnicy sędziowie, działacze itp.) uważają za uczciwe, sprawiedliwe i adekwatne, co jest istotą definicji 2. Zauważmy ogromne zróżnicowanie ekonomiczne aktorów na rynku emocji. Na jednym biegunie mamy koszykarzy NBA, którzy zarabiają bardzo dobrze, posiadają zwykle po kilka domów, kilkanaście samochodów i mają tzw. wino, kobiety i śpiew. Na drugim biegunie mamy kibiców koszykówki w biednym kraju np. w Polsce lub na Litwie, dla których miesięczny abonament telewizji kablowej jest istotną pozycją

w rodzinnym budżecie. Jest rzeczą wysoce zastanawiającą, co sprawia, że ci tak bogaci koszykarze wylewają wiadra potu na treningach i ryzykują swoje zdrowie (kontuzje) na meczach? Zdaniem autora, motorem postępowania koszykarzy nie są głównie pieniądze, chociaż „kasa” zawsze się liczy, ale potrzeba uznania, która jest naturalną potrzebą każdego człowieka [10].

NBA wynalazło reguły rynku emocji (patrz definicja 2), na którym uznanie milionów kibiców dla talentu, pracy, poświęcenia itp. danego koszykarza, uznanie wyrażane tu i teraz na każdym meczu, jest zdaniem tego koszykarza uczciwe, sprawiedliwe i adekwatnie go oceniające. Co więcej koszykarz „łaknie (go) jak kania dżdżu”. Gdyby było inaczej, to koszykarz zakończyłby karierę. Bezstronny obserwator musi przyznać, że na meczach NBA kibice oceniają nie rasę, religię, narodowość itp. poszczególnych koszykarzy, ale to, mówiąc ogólnie, jak pięknie oni grają. A jest co podziwiać, obserwując męczyznę o wadze 120 kg i wzroście 210 cm poruszającego się z gracją i zwinnością baletnicy. Zdaniem autora, rynek emocji NBA jest miejscem, gdzie ekonomia i piękno podają sobie rękę.

Oczywiście rynek emocji NBA jest żywym tworem, ciągle modyfikowanym w miarę potrzeb, na którym trzeba codziennie rozwiązywać życiowe problemy. Obecnie (wiosna 2011) na rynku NBA narasta konflikt o zarobki koszykarzy. W trosce o przetrwanie klubów najsłabszych ekonomicznie, NBA ogranicza procentowo część przychodów klubu, które można wypłacać koszykarzom. Koszykarze, oczywiście, chcą ten procent (udział) zwiększyć (to jeszcze jeden dowód na to, że „kasa” się liczy). Podobne spory w przeszłości prowadziły nieraz do kilkumiesięcznego lokautu NBA (odłożenia początku rozgrywek w danym sezonie o kilka miesięcy), ale w końcu zawsze kończyły się kompromisem.

3.2. Siatkówka

Wybraliśmy tę dyscyplinę, aby omówić przypadek, gdy nie udało się stworzyć reguł rynku emocji, które aktorzy tego rynku zgodnie z istotą definicji 2 uważaliby za uczciwe, sprawiedliwe i adekwatne.

Mistrzostwa Świata w Siatkówce Mężczyzn w 2010 roku we Włoszech zostały zorganizowane przez włoską i światową federację tego sportu jako organizatorów rynku emocji na tym turnieju. Podział uczestników na grupy i zasady awansu do dalszych rozgrywek zostały tak zaprojektowane, że stwarzały łatwiejszą drogę do finału Włochom i Brazylii. Co więcej, na początku Mistrzostw opłacało się przegrać mecz, bo potem droga do finału mogła być łatwiejsza. Zasady te powszechnie oceniono jako nieuczciwe i niesprawiedliwe, czemu kibice dawali wyraz bucząc podczas wielu meczów. Następne Mistrzostwa Świata będą rozegrane według nowych, miejmy nadzieję, sprawiedliwych zasad (reguł rynku emocji).

3.3. Piłka nożna

Angielska Premiership, liga najlepszych angielskich zawodowych klubów piłki nożnej, jest powszechnie uważana za jedną z najlepiej zorganizowanych lig sportowych na świecie zarówno w sensie emocji kibiców, jak też w sensie biznesowym. Jeszcze w latach 50. XX wieku, piłka nożna w Anglii była powszechnie traktowana jako sport klasy robotniczej, by nie powiedzieć motłochu. Do historii sportu lub raczej zezwierżenia kibiców piłkarskich przeszły wypadki na Stadionie Heysel w Brukseli w 1985 roku, kiedy to w trakcie meczu pomiędzy włoskim Juventusem a angielskim Liverpooliem zginęło 39 osób. W odpowiedzi rząd Margaret Thatcher wydał bardzo ostre przepisy i wyeliminował chuligaństwo i bandytyzm ze stadionów piłkarskich w Wielkiej Brytanii. Po zaprowadzeniu porządku na stadionach, wyraźnie wzrosły wpływy klubów piłkarskich i to ze wszystkich źródeł (sprzedaż biletów i kart wstępu, reklamy w mediach i na stadionach, opłaty za prawa transmisji telewizyjnych, sprzedaż klubowych gadżetów, takich jak koszulki, emblematy itp.). Powstał w ten sposób nowy, ogromny rynek, który nazwaliśmy rynkiem emocji, gdyż to emocje kibiców są jego siłą napędową. O skali tego rynku może świadczyć fakt, że wpływy 20 największych klubów piłkarskich świata przekroczyły w 2005 roku 2 miliardy funtów brytyjskich i ciągle rosną.

Powyższy przykład wybraliśmy świadomie, by pokazać, że dobrze zorganizowany rynek emocji może rozwiązać wiele problemów społecznych i przyczynić się do rozwoju ekonomicznego kraju. W tym kontekście rozwiązywany przez dziesięciolecia problem chuligaństwa i bandytyzmu na polskich stadionach, jak też problem korupcji (kupowania meczów) w polskim piłkarstwie, to zdaniem autora, dwie strony tej samej monety. To przykład niemocy, by powiedzieć dosadniej, impotencji decyzyjnej, typowo polskiego, „jakoś to będzie” lub „chcieliśmy dobrze, a wyszło jak zawsze”. Pomimo zmiany ustroju, powszechnej demokratyzacji itp. brak jest w Polsce odważnych, którzy zbudowaliby rynek emocji piłkarskich w Polsce.

4. Rynek relacji

Jak wiemy, w naszym świecie są tylko relacje formalne i nieformalne i choć nie są one rozłączne, co praktycznie oznacza, że nie możemy oddzielić jednych relacji od drugich (patrz [9] oraz [10]), to wyjątkowo teraz ze względów metodologicznych, omówimy najpierw rynek relacji formalnych, a potem rynek relacji nieformalnych.

4.1. Rynek relacji formalnych

Relacje formalne wygodnie jest badać na dwóch różnych poziomach: w szeroko rozumianej firmie *F* lub na poziomie kraju (regionu), tj. w megafirmie MF (patrz [10]).

W typowej firmie przemysłowej lub usługowej relacje formalne (ich realizacja w praktyce) są regulowane zwykle wewnętrznymi regulaminami, tradycją, pisanymi oraz niepisanymi zasadami itp. W [10] omówiliśmy relację formalną między przełożonym (szefem) a podwładnym, nazwaną tam relacją podwładności lub krótko podwładnością. Jest to najważniejsza relacja formalna w typowej firmie przemysłowej/usługowej wynikająca ze stosunku pracy, z umowy o pracę zawartej między kierownictwem firmy a danym pracownikiem. Za realizację relacji formalnych pracownicy otrzymują wynagrodzenie (pensje, premie, nagrody itp.), zgodnie z regułami gry na rynku wewnętrznym danej firmy, co opisaliśmy w podpunkcie 2.2. Zatem możemy mówić o rynku relacji formalnych w danej firmie, którego organizatorem jest jej kierownictwo, ustalające wewnętrzne regulaminy (np. regulamin wynagradzania), zasady, przepisy itp., regulujące pracę/działanie tego rynku. To szeroko rozumiane kierownictwo firmy, a ściślej rzecz biorąc przełożeni, występują na rynku relacji formalnych po stronie popytu (chcą, aby dane relacje formalne były w praktyce analizowanej firmy realizowane) a pracownicy (podwładni) występują po stronie podaży, tj. są aktorami tego rynku po stronie podaży. Z faktu, że każdy pracownik, jako wolna i świadoma osoba podpisał umowę o pracę, tj. zgodził się na realizację w praktyce określonych relacji formalnych, wynika jego opinia, że reguły gry na tym konkretnym rynku relacji formalnych są uczciwe, sprawiedliwe i adekwatne, co jest istotą definicji 2.

W życiu publicznym (w megafirmie MF) rynek relacji formalnych jest regulowany aktami normatywnymi takimi jak konstytucja, kodeksy (np. kodeks ruchu drogowego, kodeks karny itd.), regulaminy, rozporządzenia itp. lub też przez wieloletnią tradycję, na przykład relacje formalne między proboszczem a jego parafianami. Z tych aktów normatywnych wynika między innymi obowiązek płacenia podatków, co można należy rozumieć jako interpretację prawa (1) na rynku relacji formalnych w danym kraju. Za pieniądze z podatków państwo (kierownictwo megafirmy MF) gwarantuje obywatelowi (podatnikowi) bezpieczeństwo, szkolnictwo, infrastrukturę (np. drogową) itp. Zatem, podobnie jak w przypadku firmy *F*, demokratycznie wybrana władza jest organizatorem rynku relacji formalnych i występuje na nim po stronie popytu, a obywatele po stronie podaży. Z aktu wyborczego wynika zgoda obywateli na konkretną władzę publiczną i ich opinia, że tu i teraz, ogólnie rzecz biorąc, reguły gry na rynku relacji formalnych w danej megafirmie MF są uczciwe, sprawiedliwe i odpowiednie.

4.2. Rynek relacji nieformalnych

Jako wprowadzenie do studiów nad relacjami nieformalnymi rozważmy dwie zaprzyjaźnione rodziny A oraz B. Możemy je potraktować jako pewien wyizolowany wycinek rzeczywistości, taki (mały) rynek relacji nieformalnych. Wtedy te dwie rodziny są równocześnie organizatorami i jedynymi aktorami na tym rynku. Organizatorami w tym sensie, że to one ustalają reguły, zwykle niepisane, obowiązujące na tym rynku. Na przykład, jeśli rodzina A zaprosi B na obiad do wystawnej restauracji, to rodzina A w tej chwili działa po stronie podaży (oferuje obiad w restauracji), a rodzina B po stronie popytu (może to zaproszenie przyjąć lub też jakoś się wymówić). Zwykle rodzina A oczekuje rewanżu, że po pewnym czasie B zaprosi A na podobny obiad i wtedy rodziny zamienią się rolami: rodzina B wystąpi po stronie podaży, natomiast A – po stronie popytu. Gdyby w rewanżu rodzina B zaprosiła A do baru mlecznego, to rodzina A nie może podać B do sądu i zwykle wtedy taka przyjaźń się kończy a ten rynek relacji nieformalnych znika, mimo gorących zapewnień B, że jest to ostatni bar mleczny w III/IV RP (niepotrzebne skreślić).

Ta historyjka pozwala nam zdefiniować rynek emocji nieformalnych.

Definicja 4

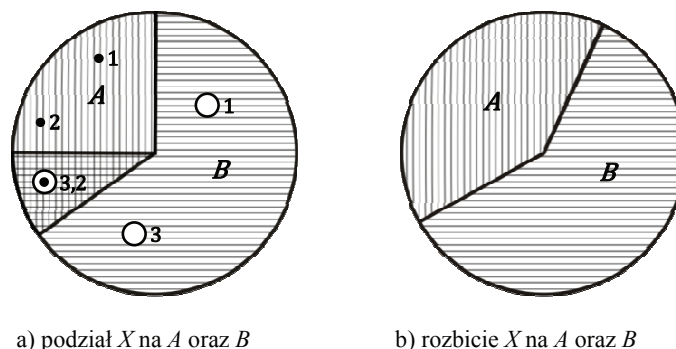
Wszyscy aktorzy rynku relacji nieformalnych definiują lub modyfikują jego reguły, są zatem jego organizatorami, jak również wymieniają się rolami, tj. występują raz po stronie podaży, a raz po stronie popytu.

Oczywiście, bezzasadne jest wymaganie wymiany na przemian ról po stronie popytu i po stronie podaży. Podobnie altruizm (np. rodzina A zaprasza zawsze B na obiady) jest wyjątkiem, potwierdzającym regułę. Już z definicji 4 Czytelnik może wywnioskować, dlaczego badanie rynku relacji nieformalnych jest tak trudne.

5. Istota zasady ortogonalności

By przybliżyć istotę zasady ortogonalności, rozważmy wszystkie, ale to absolutnie wszystkie wartości danej firmy F w chwili t . W [9] pokazaliśmy, że wygodnie jest czas t podzielić na trzy okresy: „dziś” podejmujemy decyzje na podstawie informacji z „wczoraj”, po to, aby odnieść sukces „jutro”. Inaczej mówiąc, analizujemy wycinek rzeczywistości X (wszystkie wartości firmy F) w chwili t . Fakt, że analizujemy wszystkie wartości, będziemy na rysunkach oznaczać za pomocą koła. Założmy, że analiza wszystkich wartości tego wycinka rzeczywistości jest dla nas zbyt skomplikowana i dlatego decydujemy się podzielić X na dwie formy (kategorie, pojęcia, wymiary itp.) A oraz B . Wtedy

możliwe są tylko dwa przypadki przedstawione na rys. 2: albo forma A , zakreskowana pionowo, zachodzi na formę B , zakreskowaną poziomo, co przedstawiono na rys. 2a jako część koła zakreskowaną w kratkę, albo jak na rys. 2b, formy te są rozłączne, tworząc rozbicie X na A oraz B . Różnicę między podziałem a rozbiciem można zobrazować następującym przykładem: jeżeli talerz upuszczony na podłogę rozbija się, to mamy jego rozbicie na co najmniej dwie części, a nie podział. Inaczej mówiąc, każde rozbicie jest podziałem, ale nie każdy podział jest rozbiem. Nieraz rozbicie jest nazywane podziałem rozłącznym.



Rys. 2. Różnica między podziałem a rozbiem

Założmy dalej, że wyznaczamy wartość najpierw formy A , dodając wartości jej poszczególnych elementów (pozycji bilansowych) oznaczonych czarnymi kółkami, a później formy B , dodając wartości elementów oznaczonych białymi kółkami. Na rys. 2a drugi element formy B pokrywa się, jest tożsamy, z trzecim elementem A , a więc mamy tutaj przykład naruszenia podstawowej zasady rachunkowości, która mówi, że każdy element z analizowanego wycinka rzeczywistości jest uwzględniany w bilansie (analizie, wycenie itp.) jeden i tylko jeden raz. Oczywiście, taki przypadek nie może zaistnieć na rys. 2b, gdy formy są rozłączne. W naukach społecznych, takich jak: ekonomia, zarządzanie, rachunkowość, socjologia czy nauki polityczne, nie potrafimy dziś przedstawić analizowanego wycinka rzeczywistości X jako rys. 2a albo 2b, a więc trzeba to postępowanie opisać werbalnie (słowami), na przykład w formie zasady.

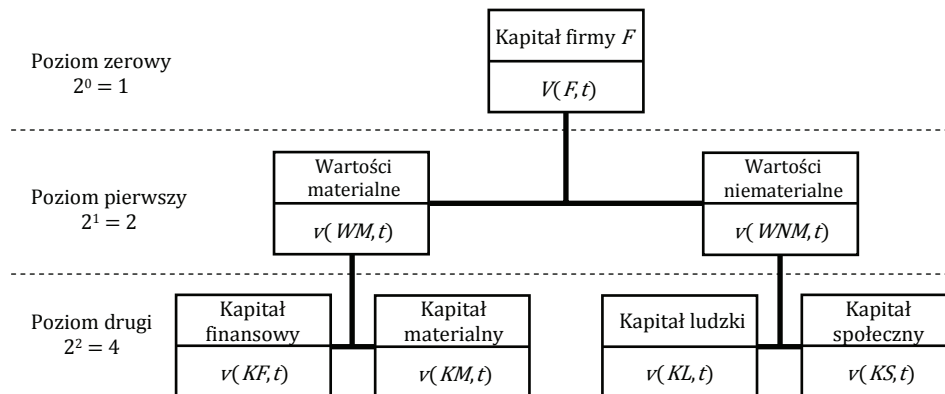
Definicja 5. Zasada ortogonalności

Dwa pojęcia (formy, kategorie, wymiary, koncepcje, procesy itp.) A oraz B są ortogonalne lub rozłączne wtedy i tylko wtedy, kiedy istnieje obiektywna, prosta, jednowymiarowa reguła decyzyjna typu tak-nie, pozwalająca zdecydować o przynależności dowolnego elementu/obiektu z rozważanego wycinka rzeczywistości X albo do A , albo do B .

Omówimy teraz cztery warunki, jakie nałożyliśmy na regułę decyzyjną w zasadzie ortogonalności.

Wymaganie, aby reguła decyzyjna była obiektywna oznacza, że wynik jej stosowania nie zależy ani od osoby stosującej tę regułę, ani też od czasu i miejsca, gdzie to zachodzi. W naszym rozumieniu reguła decyzyjna jest prosta, jeżeli można ją zdefiniować w jednym lub dwu zdaniach w potocznie używanym języku, bez odwoływania się do specjalistycznej terminologii. Na przykład, niech X będzie bilansem danej firmy sporządzanym przez księgowych. Wtedy nie jest prostą reguła decyzyjna opisana na, powiedzmy, dziesięciu stronach, której zrozumienie wymaga studiowania podręczników akademickich. Podobne założenia są podstawą wymagań, aby reguła decyzyjna była jednowymiarowa i typu tak-nie. Kontynuując przykład z księgowymi, zdaniem autora, dzisiaj i w dającej się przewidzieć przyszłości, trudno jest wymagać od nich stosowania analizy wielokryterialnej (wielowymiarowej) czy też rachunku zbiorów rozmytych.

W [9] (patrz również rozdział 2 oraz 3 w [10]) stosując zasadę ortogonalności pokazaliśmy, że wartość danej firmy F można zawsze rozbić na wartości materialne i niematerialne. Co więcej, te pierwsze można rozbić na kapitał finansowy i kapitał materialny (rzeczowy) rozważanej firmy, natomiast wartości niematerialne firmy F można rozbić na jej kapitał ludzki i kapitał społeczny. Mamy zatem następującą strukturę (układ) wartości/kapitałów, przedstawioną na rys. 3.



Rys 3. Rozbicie kapitału (wartości) firmy F na cztery różne formy

Z naszych rozważań wynika, iż cztery wyżej zdefiniowane formy kapitału firmy F nie mają elementów wspólnych, tj. są rozłączne lub ortogonalne, możemy zatem dodawać wartości odpowiadających im kapitałów. Udowodniliśmy w ten sposób zasadniczy rezultat naszych badań, który sformułujemy jako następujący lemat:

Lemat 1

Dla dowolnej firmy F jej wartość $V(F,t)$ w danej chwili t jest równa sumie wartości jej czterech kapitałów, tj.

$$V(F, t) = v(KF, t) + v(KM, t) + v(KL, t) + v(KS, t) \quad (2)$$

dla każdego t z jej „wczoraj“, „dziś” oraz „jutro”.

Definicja 6

Zależność (2) nazywamy równaniem fundamentalnym i jest to równość typu tu i teraz.

Równanie fundamentalne mówi, że w gospodarce rynkowej, w stanie równowagi, gdy popyt równoważy podaż, gdy obowiązuje prawo (1), wartość firmy w dowolnej chwili t z jej „wczoraj”, „dziś” oraz „jutro”, jest równa sumie wartości czterech i tylko czterech form kapitału wyznaczonych dla tej chwili, a mianowicie kapitału finansowego, materialnego, ludzkiego oraz społecznego. Zależność (2) nazwaliśmy równaniem fundamentalnym, gdyż jest ono podstawą teoretyczną, fundamentem naszych badań nad kapitałem ludzkim i kapitałem społecznym (patrz [10] oraz [4-9]). Badania te są intensywnie prowadzone w ostatnich 10-15 latach (patrz [1-3] oraz [11]).

Jak wiemy [9], kapitał społeczny tworzą formalne i nieformalne relacje między pracownikami firmy F . Relacja jest funkcją dwóch argumentów/zmiennych, a więc, aby zaistniała taka relacja, firma F musi zatrudniać co najmniej dwie osoby. Możemy więc sformułować następujący lemat:

Lemat 2

W jednoosobowej firmie nie ma kapitału społecznego, tj. $v(KS, t) = 0$ dla każdego t .

Inaczej rzecz ujmując, kapitał społeczny jest tam, gdzie są relacje formalne i/lub nieformalne między co najmniej dwiema (różnymi) osobami, nośnikami kapitału ludzkiego [10]. Ponieważ w firmie jednoosobowej, z definicji, pracuje/jest zatrudniona tylko jedna osoba, jej właściciel, to w tej firmie (wewnątrz tej firmy) nie może istnieć kapitał społeczny. Oznacza to, że wartość kapitału społecznego tej firmy równa się zero.

Wynik ten został opublikowany po raz pierwszy w marcu 2006 roku [4] i wzbudził spore kontrowersje. Krytycy tego rezultatu uważali, że skoro sukces jednoosobowej firmy istotnie zależy od relacji jej właściciela z klientami, włączając w to jego/jej relacje towarzyskie z klientami, to taka firma ma niezerowy kapitał społeczny. Błąd tego rozumowania polega na braku precyzji w definicji kapitału społecznego. Jeżeli mówimy o kapitale społecznym firmy F , to formalne i/lub nieformalne relacje, z których on się składa, muszą być

wewnątrz tej firmy. Fakt, na ile właściciel tej firmy jest, mówiąc po angielsku, social ze swoimi klientami, uwzględniamy w wycenie/szacowaniu jego/jej kapitału ludzkiego, a więc tu nic nie ginie.

Należy z całą mocą podkreślić, że nie jest to zwykły zabieg techniczny przrzućcia danej pozycji bilansowej z jednego rozdziału bilansu (kapitał społeczny) do drugiego (kapitał ludzki). W analizie jednoosobowej firmy F ta zaleta właściciela jest cechą pojedynczej istoty ludzkiej, właśnie tego nośnika kapitału ludzkiego, a więc jest to element (składowa) tego i tylko tego kapitału.

6. Twierdzenie Pitagorasa w naukach społecznych

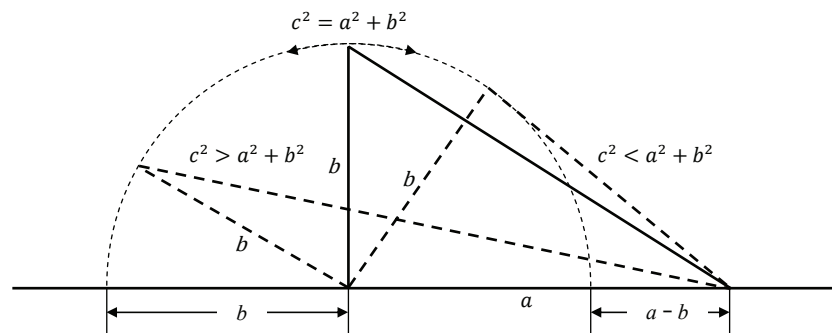
W tym punkcie pokażemy, że z lematu 2 wynikają twierdzenia podobne do twierdzenia Pitagorasa, doskonale znanego ze szkoły średniej. Jak wiadomo, trójkąt można zadać/określić na wiele różnych sposobów, np. podając boki a oraz b i kąt α między nimi zawarty. Wtedy bok c tego trójkąta jest jednoznacznie określony, tj. jego długość można zawsze obliczyć. Istnieje wiele równoważnych sformułowań twierdzenia Pitagorasa, z których my wybierzemy następujące sformułowanie. Jego graficzną interpretację przedstawiono na rys. 4.

Twierdzenie Pitagorasa

1. Dla $\alpha = 90^\circ$ istnieje jeden i tylko jeden trójkąt prostokątny i wtedy $a^2 + b^2 = c^2$.

2. Dla $\alpha > 90^\circ$ istnieje nieskończenie wiele trójkątów rozwartokątnych i wtedy $a^2 + b^2 < c^2$.

3. Dla $\alpha < 90^\circ$ istnieje nieskończenie wiele trójkątów ostrokątnych i wtedy $a^2 + b^2 > c^2$.



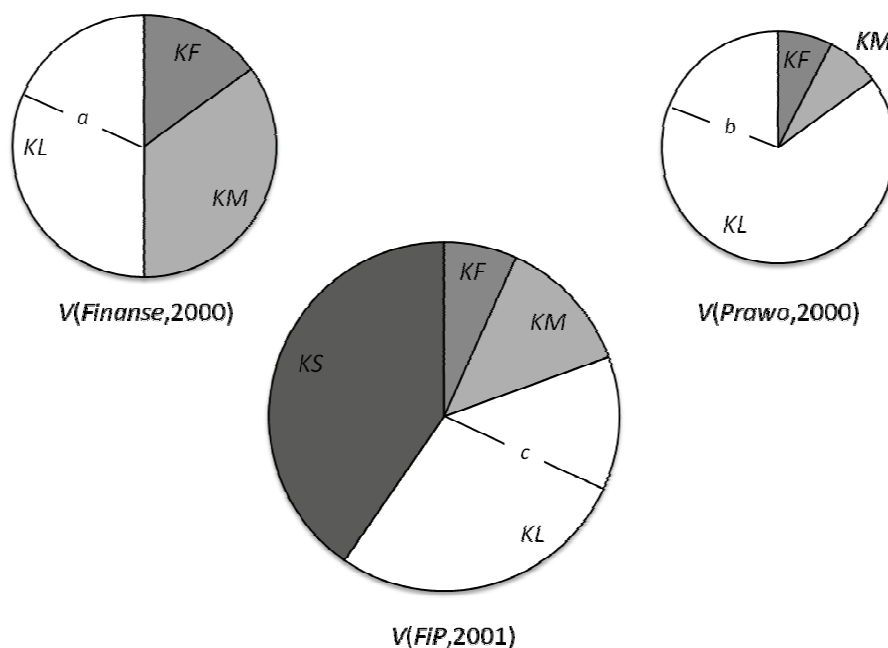
Rys. 4. Graficzna interpretacja twierdzenia Pitagorasa

Każde z twierdzeń analogicznych do twierdzenia Pitagorasa zostanie wprowadzone za pomocą przykładu, opisującego badany wycinek rzeczywistości, gdzie tu i teraz popyt równoważy podaż (1), skąd wynika równanie fundamentalne (2) i lemat 2.

6.1. Ekonomia i zarządzanie

Dwaj właściciele jednoosobowych firm *Finanse* oraz *Prawo* postanowili na początku 2001 roku połączyć swoje wysiłki i utworzyć dwuosobową firmę *Finanse i Prawo*, w skrócie *FiP*. Na rys. 5 przedstawiono wartości tych jednoosobowych firm przed ich połączeniem, pod koniec 2000 roku. Pola kół o promieniach odpowiednio a oraz b są proporcjonalne do wartości tych firm. Niech K będzie współczynnikiem proporcjonalności.

Zgodnie z lematem 2, firmy te nie miały wtedy kapitału społecznego, a więc na ich wartości składały się kapitał finansowy, materialny i ludzki. Z tego rysunku wynika, że firma *Prawo*, tj. jej właściciel, była biedna jak mysz kościelna, gdyż posiadała znikomy kapitał finansowy i materialny i prawie całą jej wartość stanowił kapitał ludzki właściciela (jego wiedza prawnicza, doświadczenie, urok osobisty itd.).



Rys. 5. Relacje między kapitałami łączących się firm

Z chwilą połączenia firm, na początku 2001 roku, w dwuosobowej firmie FiP pojawił się kapitał społeczny, tj. $v(KS, FiP, 2001) = d > 0$. Ponieważ to połączenie było ekonomicznie uzasadnione, to wystąpił efekt synergii, a mianowicie, wartość FiP była istotnie (ostro) większa niż suma prosta wartości tworzących ją firm

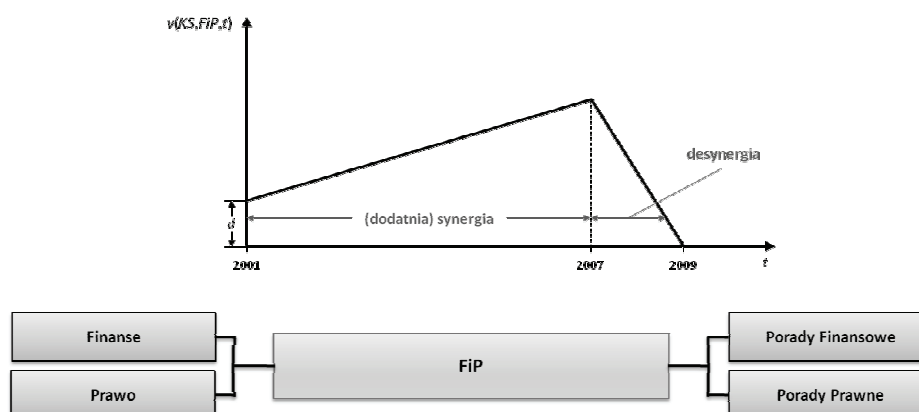
$$V(FiP, 2001) > V(Finanse, 2000) + V(Prawo, 2000)$$

Zauważmy, że z uwagi na wspomnianą synergię pole koła odpowiadającego firmie FiP jest większe niż suma pól kół dwóch tworzących ją firm, czyli

$$K\pi c^2 > K\pi a^2 + K\pi b^2$$

Początkowo firma FiP świetnie się rozwijała, rosła jej wartość oraz wartość jej kapitału społecznego, co przedstawiono na rys. 6, ale w 2007 roku wspólnicy zaczęli się kłócić i to coraz ostrzej, a jej kapitał społeczny, tj. jego wartość, zaczął maleć. Mamy wtedy do czynienia ze zjawiskiem de-synergii, jako zaprzeczenie (negację) opisanego wyżej zjawiska synergii. W końcu, w 2009 roku firma FiP zbankrutowała, rozpadła się na dwie jednoosobowe firmy Porady Finansowe oraz Porady Prawne. Wtedy, jak wynika z lematu 2, wartość kapitału społecznego tej firmy była równa zero, tj. $v(KS, FiP, 2009) = 0$. Gdy wspólnicy kłócili się, to do zera zmalął nie tylko kapitał społeczny, ale również pogarszała się sytuacja finansowa firmy FiP. Pomimo sprzedaży wszystkiego, co składało się na kapitał materialny firmy (meble, komputery, itp.), co można było sprzedać, wpadła ona w długi, zatem jej kapitał finansowy stał się ujemny, tj. $v(KF, FiP, 2009) < 0$. Prócz tego FiP musiała zapłacić czynsz za wynajmowane pomieszczenia biurowe o jeden miesiąc dłużej niż okres wynajmu, czyli jej kapitał materialny stał się również ujemny, tj. $v(KM, FiP, 2009) < 0$.

Ze względów metodologicznych przyjęliśmy, że kapitał społeczny – $v(KS, FiP, t)$ na rys. 6 rósł i malął liniowo. Rysunek ten ilustruje dobrze znaną życiową prawdę, że zgoda buduje (powoli), a niezgoda rujnuje (szybko).



Rys. 6. Zmiana wartości kapitału społecznego firmy FiP w latach 2001-2009

Możemy teraz sformułować twierdzenie Pitagorasa w ekonomii i zarządzaniu:

1. Istnie tylko jedna i tylko jedna forma niezależności ekonomicznej lub ortogonalności dwóch szeroko rozumianych firm.

2. Istnieje nieskończenie wiele form synergii (współpraca ekonomiczna, kooperacja biznesowa itp.).

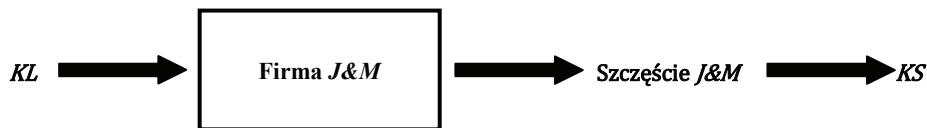
3. Istnieje nieskończenie wiele form desynergii (wojny ekonomiczne, spory kompetencyjne itp.).

Łatwo sprawdzić, że sformułowane wyżej twierdzenie zachodzi również w przypadku dwóch dowolnych państw, (krajów), tj. megafirm MF w naszej terminologii. Zatem istnieje analog twierdzenia Pitagorasa w naukach politycznych.

6.2. Socjologia i psychologia

Zasadniczym celem jest tu pokazanie na przykładzie, jak należy stosować lemat 2 w analizie kapitału ludzkiego i społecznego. W sposób całkowicie zamierzony wybraliśmy szczęście (małżeńskie) i miłość jako przedmiot tej analizy, by pokazać, że nasza teoria pozwala spojrzeć na powszechnie znane fakty z nieco innej perspektywy. To nowe spojrzenie świadczy o sile tej teorii, że pozwala ona analizować tak ulotne i nieokreślone zjawiska jak szczęście lub miłość. Analizę tę prowadzimy przy kilku upraszczających założeniach, które pozwalają lepiej przedstawić istotę rzeczy. Czynimy je świadomie, gdyż jest to opracowanie naukowe, a nie poradnik dla prowadzących kąciki złamanych serc w prasie kobiecej.

Rozważmy małżeństwo Jasia i Małgosi jako firmę dwuosobową (w skrócie J&M) przedstawioną na rys. 7, której celem istnienia/aktywności jest szczęście (małżeńskie). Z tego rysunku wynika, że firma J&M transformuje/przetwarza cztery formy kapitału na wejściu w szczęście na wyjściu. W tym punkcie będziemy analizowali zależność kapitału społecznego na wyjściu systemu (firmy) J&M od kapitału ludzkiego na jej wejściu. By uprościć tę analizę, ograniczymy kapitał społeczny (wyjście) do tylko jednej jego składowej, jaką jest w tym przypadku szczęście (małżeńskie), a wszystkie inne jego składowe świadomie pomijamy. Podobnie postępujemy z wejściem i ograniczamy kapitał ludzki do tylko jednej jego składowej – KL – miłości do osoby przeciwnej płci.



Rys. 7. Małżeństwo jako firma dwuosobowa J&M

Historia firmy J&M rozpoczyna się w dniu ślubu (\hat{S}) Jasia i Małgosi. Dla każdego t jej kapitał ludzki jest sumą ich kapitałów ludzkich

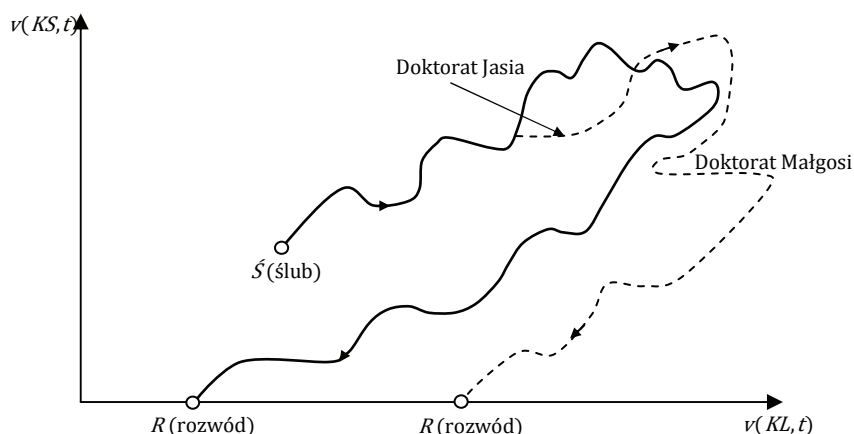
$$v(KL, J\&M, t) = v(KL, Jaś, t) + v(KL, Małgosia, t)$$

Możemy tak zrobić, ponieważ Jaś i Małgosia to dwie różne osoby i ich kapitały ludzkie są ortogonalne zgodnie z zasadą ortogonalności (definicja 5). Ponieważ młodzi znali się przed ślubem, to zarówno kapitał ludzki jak i kapitał społeczny firmy J&M w dniu ich ślubu był dodatni, tj.

$$v(KL, J\&M, t = \hat{S}) > 0 \text{ oraz } v(KS, J\&M, t = \hat{S}) > 0$$

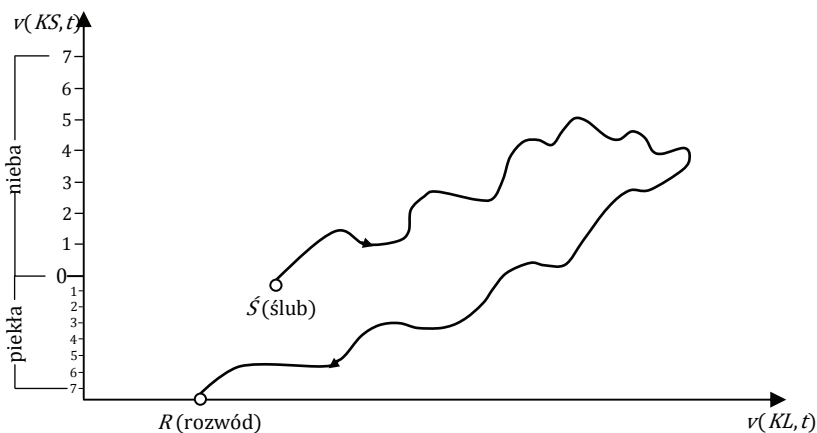
co widać na rys. 8, gdzie przedstawiono zależność (wartości) kapitału społecznego, tj. wyjścia systemu (firmy) J&M od (wartości) kapitału ludzkiego na wejściu tego systemu. Po ślubie młodzi byli szczęśliwi, rozmawiali o „górach i chmurach, o błocie i złocie”, a więc ich kapitały ludzki i społeczny, to znaczy ich wartości, rosły. Nikt nie wie dlaczego w pewnym momencie zaczęli się kłócić i to coraz ostrzej, z biciem talerzy, niszczeniem mebli itd. Z powodu tych kłótni ich kapitał ludzki i społeczny zaczął maleć, podobnie jak ich kapitał materialny i finansowy, bo wizyty u lekarzy, psychologów, prawników itp. dużo kosztują.

W dniu R nasi bohaterowie się rozwiedli, firma J&M przestała istnieć i rozpadła się na dwie jednoosobowe firmy „Jaś z odzysku” i „Małgosia z odzysku”. Zgodnie z lematem 2 kapitał społeczny J&M w dniu R miał wartość zero, ale już jej kapitał ludzki, jak też kapitały ludzkie dwóch nowo powstałych firm jednoosobowych były w tym dniu dodatnie (patrz rys. 8) Potwierdzeniem tego jest fakt, że ludzie rozwiedzeni wstępują w kolejne związki małżeńskie. Linią przerywaną pokazano na tym rysunku jak doktoraty Jasia i Małgosi mogły wpływać na ich szczęście małżeńskie.



Rys. 8. Zależność kapitału społecznego od kapitału ludzkiego w firmie J&M

Czytelnik zapewne zauważył, jak wiele możemy powiedzieć o wzajemnych zależnościach pomiędzy szczęściem małżeńskim (skutek, wyjście) a miłością (przyczyna, wejście), chociaż dziś nie wiem jak i w czym je mierzyć. Jeśli szczytem szczęścia jest „być w siódmym niebie”, a jego dnem jest „siódme nieszczęście (piekło)”, to można zaproponować, aby mierzyć szczęście tak, jak na rys. 9.



Rys. 9. Proponowane miary kapitału społecznego (szczęścia) w firmie J&M

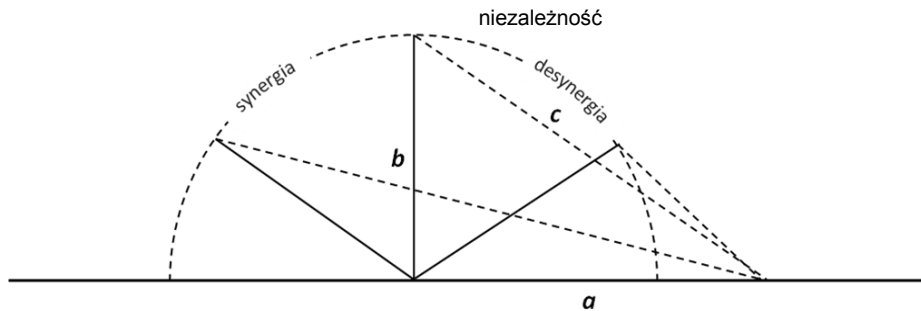
Z rysunku tego wynika, że, jak to zwykle w życiu bywa, Jaś i Małgosia mieli jeszcze daleko do „siódmego nieba”, a rozwód to coś znacznie gorszego niż „siódme nieszczęście”. Zgodnie z ludową mądrością, że „nieszczęścia

chodzą parami”, odległości między sąsiednimi „nieszczęściami” są znacznie mniejsze niż odległości między sąsiednimi „niebami”. Jest to też zgodne z powszechnym odczuciem, że „strata bardziej boli, niż zysk cieszy”.

Podobnie jak w poprzednim podpunkcie sformułujemy twierdzenie Pitagorasa w psychologii i socjologii:

1. Istnieje tylko jedna i tylko jedna forma niezależności lub ortogonalności dwóch samodzielnych istot ludzkich.
2. Istnieje nieskończenie wiele form synergii (miłość, przyjaźń, współpraca itp.).
3. Istnieje nieskończenie wiele form desynergii (konflikty, kłótnie, spory itp.).

Rysunek 10 jest graficzną interpretacją twierdzenia Pitagorasa w naukach społecznych. W podręczniku [10] pokazaliśmy bliski związek wielkiego twierdzenia Fermata z zasadą ortogonalności (definicja 5). Dwa powyższe twierdzenia również pokazują ten związek i tym samym mogą być traktowane jako jeszcze jedna interpretacja graficzna tej zasady.



Rys. 10. Graficzna interpretacja Twierdzenia Pitagorasa w naukach społecznych

Podsumowanie

Ten artykuł można traktować jako początek nowego działu matematyki, który proponujemy nazwać matematyką relacji tu i teraz lub w skrócie matematyką titów. Jak pokazaliśmy, potraktowanie powszechnie znanej prawdy, że w gospodarce rynkowej popyt równa się podaży, jako relacji (równości) tu i teraz dało wiele ciekawych i oryginalnych wniosków. W powszechnej opinii prawdziwa matematyka rozpoczęła się od twierdzenia Pitagorasa, które ma bardzo głęboki sens filozoficzny i estetyczny. Twierdzenie to mówi, że to co w naszym życiu jest piękne (racjonalne, proste, ortogonalne, rozłączne itp.) ma elegancką postać matematyczną. Ktoś może powiedzieć, że Krzywa Wieża w Pizie jest też piękna, ale to jest wyjątek, który tu i teraz potwierdza poprzednie zdanie.

Matematyka tytułów ma swój odpowiednik twierdzenia Pitagorasa, podobnie jak teoria liczb, teoria prawdopodobieństwa czy statystyka. Autor jest gorącym zwolennikiem tezy, że nauka, jako poszukiwanie prawdy, jest jedna, a podział na dyscypliny, takie jak matematyka, ekonomia czy psychologia, acz dziś nieunikniony, poszedł w wielu przypadkach zbyt daleko, nieraz ocierając się o granice absurdu. W tym kontekście możemy spojrzeć na naukę jako poszukiwanie reguł bądź to reguł decyzyjnych, takich jak w zasadzie ortogonalności (definicja 5), które pozwalają nam lepiej opisać i zrozumieć świat albo reguł gry (rynkowej), które pozwalają nam rozsądniej ten świat tu i teraz zorganizować (patrz definicja 2).

Literatura

1. Edvinsson L. and Malone M.S. (1997). *Intellectual Capital. The Proven Way to Establish your Company's Real Value by Measuring its Hidden Brainpower*. HaperBusiess, London.
2. Li P.P. (2007). Social Tie, Social Capital, and Social Behavior: Toward an Integrative Model of Informal Exchange. *Asia Pacific J. Management*, 24, s. 227-246.
3. Pawar M. (2006). Socialcapital? *The Social Science Journal*, 43, s. 211-226.
4. Walukiewicz S. (2006). *Systems Analysis of Social Capital at the firm Level*. Working Paper WP-1-2006, Systems Research Institute, Warsaw.
5. Walukiewicz S. (2006). Trzy modele do analizy kapitału społecznego. W: BOS 2006 – Wiedza systemowa. Red. J. Stachowicz, A. Straszak, S. Walukiewicz. IBS PAN, Warszawa, s. 25-40.
6. Walukiewicz S. (2007). Four Forms of Capita and Proximity. Working Paper WP-3-2007, Systems Research Institute, Warsaw.
7. Walukiewicz S. (2008). Piękno liczby cztery (w naukach społecznych). Working Paper WP-2-2008, Instytut Badań Systemowych PAN, Warszawa.
8. Walukiewicz S. (2008). The Dimensionality of Capital and Proximity. *Proceedings of ERSA 2008*. Liverpool, August 27-30.
9. Walukiewicz S. (2010). Zasada ortogonalności I przykłady jej zastosowań. W: *Modelowanie preferencji a ryzyko '09*. Red. T. Trzaskalik. AE, Katowice, s. 279-302.
10. Walukiewicz S. (2010). *Kapitał ludzki*. Skrypt akademicki. Instytut Badań Systemowych PAN, Warszawa.
11. Young G.K. (2007). *A Survey on Intangible Capital*. CEI Working Paper Series, No. 2007-10, Hitotsubashi University, Tokyo, Japan.

MATHEMATICS OF HERE AND NOW RELATIONS***Summary**

Everyone knows that in the market economy under equilibrium conditions:

$$\text{Demand} = \text{Supply} \quad (1)$$

This equality is an example of a here and now relations as it does not hold true, for instance, in North Korea and Cuba nowadays and it did not in Europe during the Second World War. So the same sign (=) has in (1) much narrower sense than in for $2+3=5$ which holds true always and everywhere.

We will study here (1) in detail as a base for mathematics of here and now relations. In fact, (1) says that the (aggregated) value of demand equals the value of supply here and now. Using here and now relations we provide a very general definitions of “value” and “market” notions. From (1) we derive the Fundamental Equation [4] saying that the value of a broadly defined company equals here and now the sum of four and only four its capitals: financial, physical, human and social. We also propose a very interesting theorem in analogy to the Theorem of Pythagoras.

* This study was sponsored through a grant UDA-POKL.04.02.00-00-083/08-00 “Human and Social Capital as new Academic Subjects”, awarded by the Ministry of Science and Higher Education of Poland.

Aneta Anna Wiktorzak

Institut Badań Systemowych PAN w Warszawie

Państwowa Wyższa Szkoła Informatyki i Przedsiębiorczości w Łomży

METODY POMIARU OSIĄGNIĘĆ NA KOLEJNYCH SZCZEBLACH EDUKACJI

Wprowadzenie

Proces kształtowania kapitału ludzkiego zaczyna się już w momencie narodzin i trwa praktycznie przez całe życie. Nie ulega jednak wątpliwości, że edukacja szkolna w największym stopniu wpływa na jego rozwój. To właśnie szkoła już od najmłodszych lat powinna zachęcać do powiększania wiedzy. Edukacja szkolna rozumiana jest przez nas jako złożony proces, który rozpoczyna się w szkole podstawowej, trwa w gimnazjum i szkole średniej, a swój koniec ma na uczelni.

Celem opracowania jest zwrócenie szczególnej uwagi na wkład szkół i uczelni w rozwój kapitału ludzkiego danej osoby oraz opis metod pomiaru wartości kapitału ludzkiego. Metody te wykorzystują wyniki państwowych egzaminów zewnętrznych w szkołach oraz wyniki na studiach liczone w punktach ECTS (European Credit Transfer System) – Europejskiego Systemu Transferu Punktów. W opracowaniu podajemy również krótką charakterystykę i opis działania sztucznej sieci neuronowej, którą wykorzystano w obliczeniach i analizie danych. Omówiono w skrócie regresję liniową, jako jedną z metod analizy współzależności zjawisk masowych. Na koniec przedstawimy analizę wyników 156 osobowej grupy studentów/uczniów, na przykładzie której pokażemy, jak ta teoria powinna być stosowana w praktyce.

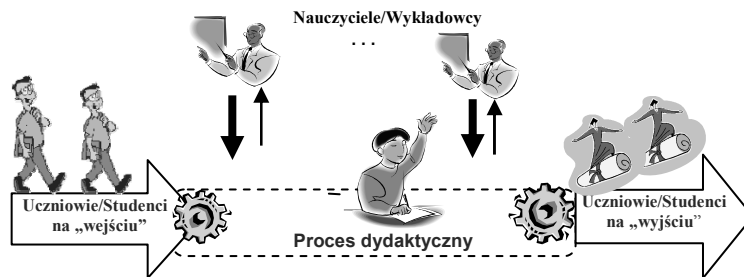
1. Proces kształtowania kapitału ludzkiego

Pojęcie kapitał ludzki (human capital) pojawiło się po raz pierwszy jako przedmiot naukowych dyskusji w 1975 roku za sprawą noblisty z zakresu ekonomii Gary'ego S. Beckera [1]. W polskim piśmiennictwie funkcjonowało ono najpierw jako społeczny koszt pracy żywej, a użyte zostało po raz pierwszy przez Domańskiego [2], który zdefiniował je jako „[...] zasób wiedzy,

umiejętności, zdrowia i energii witalnej, zawarty w danym społeczeństwie/narodzie”. W opracowaniu przyjmujemy definicję, że kapitał ludzki to zasób wiedzy, umiejętności, kompetencji, zdrowia i energii witalnej itp. zawarty w każdym człowieku traktowanym, jako oddzielna istota ludzka [13; 15]. Określa on między innymi zdolności tej istoty do pracy, zdolność do adaptacji do zmian zachodzących w jej otoczeniu oraz potrzebę podejmowania wyzwań i poszukiwania nowych rozwiązań. Tak rozwijany kapitał ludzki rozwijany jest przez całe życie.

Kapitał ludzki ucznia to wszystkie, ale to absolutnie wszystkie, zasoby niematerialne kojarzone tu i teraz z danym uczniem, jako samodzielną istotą ludzką [13]. W analizie kapitału ludzkiego danego ucznia wyróżniamy: szeroko rozumianą wiedzę, umiejętności, zdolności, talent, zdrowie, nastawienie do życia i otoczenia.

Do analizy i szacowania wartości kapitału ludzkiego ucznia/studenta wykorzystamy Wirtualną Taśmę Producyjną (WTP) zaproponowana po raz pierwszy w 2006 roku przez Walukiewicza [9]. Na danej WTP uczniowie/studenci uczą się od nauczycieli/wykładowców poszczególnych przedmiotów w określonej kolejności, zakresie, obciążeniu dydaktycznym itp. Zatem na danej WTP realizuje się proces dydaktyczny, tak jak to pokazano na rys. 1.



Rys. 1. WTP dla procesu dydaktycznego

Należy z całą mocą podkreślić, że uczniowie/studenci są traktowani na WTP jako istoty ludzkie, które czują, przeżywają itp. WTP pozwala spojrzeć z nowej perspektywy na całą złożoność procesu edukacyjno-wychowawczego.

Niech $v(KL, S_i, t_k)$ oznacza wartość kapitału ludzkiego ucznia/studenta S_i w momencie zakończenia pewnego etapu nauki np. na koniec szkoły średniej, czy szkoły gimnazjalnej. Natomiast $v(KL, S_i, t_0)$ oznacza wartość kapitału ludzkiego ucznia/studenta S_i w momencie rozpoczęcia pewnego etapu nauki np. na początku szkoły średniej, czy w momencie rozpoczęcia nauki na studiach. Bezwzględny przyrost wartości kapitału ludzkiego ucznia/studenta S_i , oznaczony jako V_b , to różnica wartości tego kapitału na wyjściu i wejściu WTP realizującej jeden z etapów procesu edukacyjnego

$$V_b(KL) = v(KL, S_i, t_k) - v(KL, S_i, t_0)$$

Miara ta ma stosunkowo małą wartość poznawczą i w praktyce korzystamy ze względnych miar przyrostu wartości kapitału ludzkiego $V(KL)$, które mówią, jak dany uczeń/student (ściśle mówiąc przyrost/ubytek wartości jego kapitału ludzkiego) wygląda na tle klasy, grupy, szkoły, uczelni, regionu czy kraju. Miara ta zostanie rozwinięta w dalszej części opracowania.

Dziś mamy małe szanse na to, aby wartość kapitału ludzkiego ucznia/studenta była mierzona w jednostkach monetarnych, gdyż nie ma potrzeby i przyzwolenia społecznego na taką zmianę. Obecnie w Polsce jest ona mierzona niemal zawsze w stopniach, od jedynki do szóstki, z wyjątkiem szkół wyższych, gdzie obowiązuje 4-stopniowa skala ocen od dwójki do piątki i punkty ECTS. Niezależnie od tego w jakich jednostkach będziemy mierzyli wartość kapitału ludzkiego danego ucznia/studenta na wejściu i wyjściu WTP (w stopniach, punktach, procentach itp.), to można pokazać, że dla dostatecznie dużego n rozkład $v(KL, S_i, t)$ można aproksymować rozkładem normalnym lub rozkładem Gaussa, gdzie n jest liczebnością danej populacji.

2. Pomiar kapitału ludzkiego na kolejnych stopniach edukacji

Wykształcenie stanowi istotny element kształtowania wartości kapitału ludzkiego. W związku z tym, nie powinien dziwić nas fakt, że przy próbie pomiaru wartości kapitału ludzkiego będziemy w głównej mierze zwracać uwagę na wyniki kształcenia. W naszych badaniach wykorzystamy wyniki egzaminów zewnętrznych. Dopiero teraz pojawiła się szansa kompleksowej analizy zmian poziomu pozyskiwanej wiedzy i umiejętności na poszczególnych szczeblach edukacji, a co za tym idzie zmian w podejściu do szacowania wartości kapitału ludzkiego poczynając od ucznia szkoły podstawowej po studenta szkoły wyższej. Egzaminy zewnętrzne, a właściwie sposób myślenia, z jakiego one wyrosły, stopniowo wywierały coraz większy wpływ na szkoły, instytucje edukacyjne, nauczycieli, uczniów, rodziców. W artykule stawimy nawet tezę, że znaczenie tego sposobu myślenia i jego wpływ na system edukacji rośnie wraz ze świadomością znaczenia budowania kapitału ludzkiego ucznia, studenta czy obywatela. System egzaminów zewnętrznych spowodował tak głębokie zmiany, że w praktyce mamy do czynienia z kształtowaniem się nowego, jakościowo innego podejścia do edukacji, a tym samym do badań nad możliwościami pomiaru kapitału ludzkiego.

2.1. Interpretacja wyników egzaminów

Najpierw opiszemy system egzaminacyjny w Polsce, tj. jego kolejne szczeble. W punkcie tym również wyjaśniamy sposób przeliczania osiągnięć na studiach w systemie ECTS, obowiązującym na uczelniach wyższych. Tabela 1 przedstawia najważniejsze cechy systemu egzaminowania zewnętrznego na kolejnych stopniach edukacji po: szkole podstawowej, szkole gimnazjalnej i szkole średniej oraz sposób oceniania studentów z wykorzystaniem punktów ECTS.

Tabela 1

System egzaminów zewnętrznych w Polsce

Szkoła	Egzamin	Od roku	Forma	Punkty
Podstawowa	Szóstoklasisty	2002	Jeden egzamin pisemny	Max 40
Gimnazjum	Egzamin gimnazjalny	2002	Trzy egzaminy pisemne*:	Max 150
Ponad-gimnazjalna	Matura	2005	Trzy przedmioty obowiązkowe**:	Max 170
Studia	Egzaminy i zaliczenia		Egzaminy, zaliczenia, laboratoria itp.	Max 300 pkt. 60 pkt. ECTS na rok***

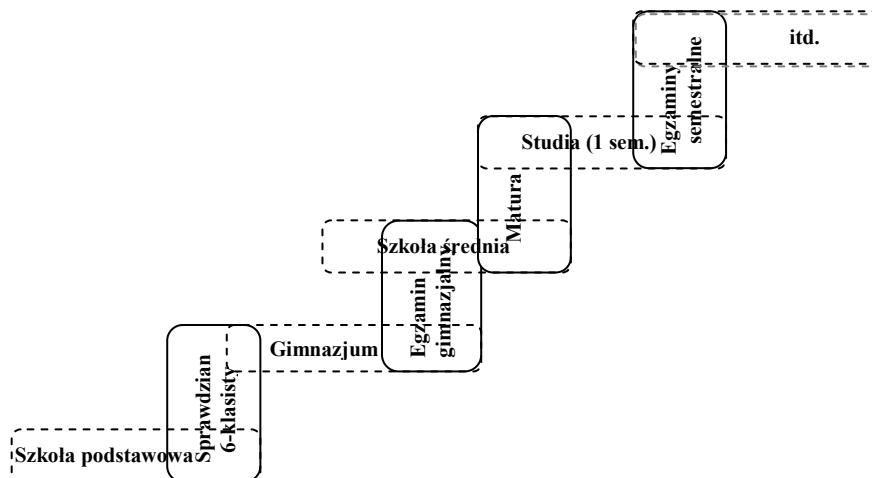
* Od 2009 roku na egzaminie gimnazjalnym uczniowie zdają trzecią część – językową, również za 50 pkt.

** W naszych badaniach brane są pod uwagę tylko przedmioty obowiązkowe, wyniki części pisemnej, na poziomie podstawowym.

*** Wszystkie egzaminy w sesji zdane na ocenę bardzo dobrą razy 30 pkt. ECTS dają maksymalnie 150 pkt. w semestrze, czyli 300 pkt. w roku akademickim.

Należy podkreślić, że wyniki uzyskane przez ucznia/studenta na wyjściu (na koniec danego szczebla edukacji) są jednocześnie danymi wejściowymi na kolejnym stopniu kształcenia. Na przykład wynik uzyskany na egzaminie szóstoklasisty są danymi wejściowymi do procesu kształcenia w gimnazjum, jak również są danymi wejściowymi w analizie wyników egzaminu gimnazjalnego (dane wyjściowe). Kolejno wyniki z egzaminu gimnazjalnego są danymi wejściowymi w procesie kształcenia w szkole średniej i są podstawą do analizy wyników maturalnych. Wyniki jakie uczeń uzyskał na maturze są danymi wejściowymi do analizy wyników uzyskiwanych przez studentów na studiach.

Idąc za myślą Walukiewicza [13] możemy sobie wyobrazić taką uogólnioną wirtualną taśmę produkcyjną, gdzie „produkty” z jednej taśmy przechodzą na kolejną. Przejście przez wszystkie fragmenty tej taśmy kojarzymy z przejściem ucznia/studenta przez kolejne poziomy edukacji od szkoły podstawowej, przez gimnazjum, szkołę średnią do studiów (rys. 2).



Rys. 2. Wirtualna taśma produkcyjna w całym procesie edukacyjnym

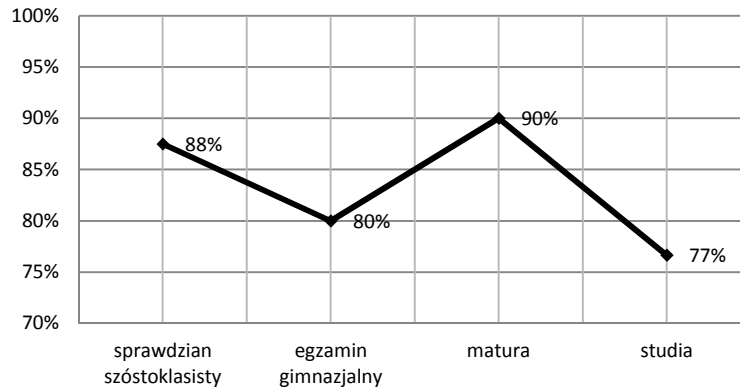
Wyniki uzyskiwane przez uczniów/studentów wykorzystamy do szacowania wartości kapitału ludzkiego wiedząc, że wiedza i umiejętności są jednym z najważniejszych jego składników.

3. Opis eksperymentu

W próbie badawczej wykorzystano wyniki 156 uczniów/studentów. Najpierw zostały przygotowane i opracowane dane dotyczące wyników uzyskanych na I roku studiów przez studentów Państwowej Wyższej Szkole Informatyki i Przedsiębiorczości w Łomży w roku akademickim 2009/2010. Następnie dane te zostały scalone z wynikami uzyskanymi przez tych studentów we wcześniejszych poziomach edukacji. W tym momencie niezbędna była pomoc OKE w Łomży, która przygotowała dane, dla poszczególnych studentów, podając ich wyniki z egzaminu maturalnego, gimnazjalnego i szóstoklasisty. Należy podkreślić fakt, że byli to studenci po pierwszym roku studiów, którzy rocznikowo, jako pierwsi przeszli przez cały system egzaminowania zewnętrznego w Polsce.

Wszystkie wyniki egzaminów analizowane są według jednego wzoru, tzn. wynik uzyskany przez danego ucznia/studenta jest przeliczany na udział procentowy w wyniku maksymalnym. Na przykład: uczeń Jan Kowalski (JK) na sprawdzianie szóstoklasisty uzyskał 35 punktów na 40 punktów maksymalnie możliwych, czyli ten pierwszy egzamin zdał na 88%. Na egzaminie gimnazjalnym ten sam uczeń otrzymał w sumie 80 punktów (45 punktów z części

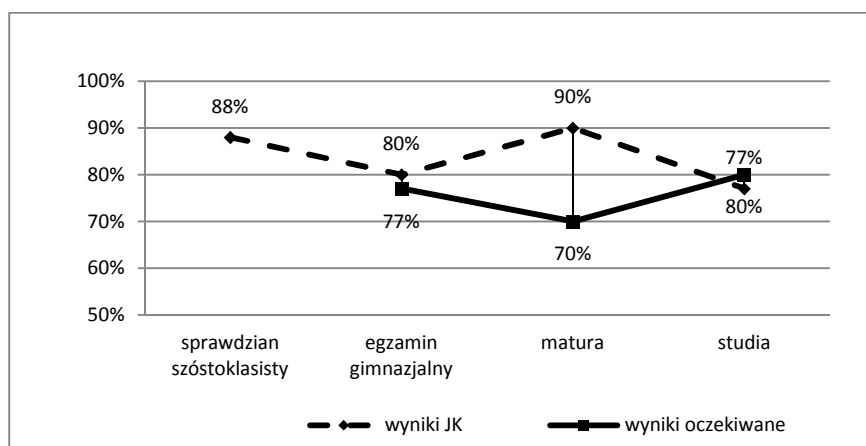
humanistycznej i 35 punktów z części matematyczno-przyrodniczej) na 100 punktów możliwych, czyli zdał na 80%. Na maturze natomiast JK otrzymał w sumie 153 punkty (z języka polskiego 64 punkty, z języka obcego 45 punktów, z przedmiotu obowiązkowego 44 punkty) na 170 maksymalnie możliwych do uzyskania punktów, czyli zdał na 90%. Natomiast na I roku studiów ten student z możliwych do uzyskania 300 punktów zdobył w sumie 230, czyli zdał na 77% (rys. 3).



Rys. 3. Wyniki JK na kolejnych egzaminach w %

W pomiarze wartości kapitału ludzkiego będziemy nie tylko wykorzystywali zebrane wyniki od szkoły podstawowej po studia, ale będziemy je również porównywać z wynikami uzyskiwanym przez uczniów/studentów całej badanej grupy. Sam wynik surowy, punktowy lub procentowy danego ucznia/studenta, nie pokazuje skali pracy, wysiłku jaki wniósł on w budowanie swojego kapitału ludzkiego, dopiero porównanie z wynikami przewidywanymi dla grupy, koleżanek i kolegów danej osoby, pokazuje nam właściwy przyrost jego kapitału ludzkiego.

Rozważmy jeszcze raz przykład JK opisany powyżej, z tym że teraz porównamy jego osiągnięcia z wynikami grupy 156 jego rówieśników (rys. 4). Wyniki analizowane na rys. 4 to rezultat regresji liniowej, o którym mówimy w punkcie 3.1.



Rys. 4. Przyrosty wartości kapitału ludzkiego JK

Z analizy tego prostego przykładu wynika, że JK egzamin gimnazjalny napisał na 80%, natomiast wynik oczekiwany wyniósł 77%. Wynik ucznia na egzaminie okazał się lepszy niż wynik oczekiwany, który został wyliczony na podstawie wyników egzaminacyjnych badanej grupy. Wynik wyższy niż wynik oczekiwany wskazuje na przyrost wartości kapitału ludzkiego tego ucznia, w danym okresie nauki szkolnej. Janek Kowalski lepiej, bardziej efektywniej wykorzystał czas nauki w szkole, lepiej niż jego koledzy pracował on nad budowaniem swojego kapitału ludzkiego. W szkole średniej widzimy znowu wyraźny wzrost powyżej oczekiwań (wynik maturalny to 90%, wynik oczekiwany to 70%). Bardzo dobry wynik maturalny wskazuje na dalsze inwestowanie we własny kapitał ludzki JK. Na I roku studiów JK zdał egzaminy na 77% (wartość oczekiwana 80%), czyli jego poziom przyrost kapitału ludzkiego był niższy w porównaniu do przyrostów kapitału ludzkiego pozostałych w grupie studentów I roku.

3.1. Szacowanie wartości oczekiwanych kapitału ludzkiego za pomocą regresji liniowej

Celem badania jest stwierdzenie, czy między badanymi zmiennymi (wynikami na wejściu i wynikami na wyjściu) zachodzi jakaś zależność, a jeśli tak, to jaka jest jej siła, kształt i kierunek. Inaczej rzecz ujmując pytamy jaka jest między nimi współzależność. Będziemy zatem ustalać jak zmieni się, średnio biorąc, wynik egzaminacyjny na wyjściu Y w zależności od wartości wyniku

egzaminacyjnego na wejściu X . Badanie korelacyjne ma sens jedynie wtedy, gdy założymy, że między zmiennymi istnieje więź przyczynowo-skutkowa, czyli że wyniki wyższego szczebla nauki są skutkiem wypracowanego wcześniej wyniku niższego szczebla – przyczyny.

Celem badań jest zatem analiza jakościowa i ilościowa związku (współzależności) między przyczyną i skutkiem, między wynikami uzyskiwanymi przez uczniów/studentów na kolejnych szczeblach edukacji. Zależność ta będzie oczywiście jednostronna, gdyż trudno jest sobie wyobrazić, że wynik uzyskany na wyższym szczeblu mógłby wpłynąć na wynik niższego szczebla edukacji. Zawsze będzie to zależność jednokierunkowa pomiędzy wynikiem niższego szczebla (wcześniejszym), a kolejnym, czyli wyższego szczebla. Kierunek zależności korelacyjnej jest od wyniku szóstoklasisty do egzaminu gimnazjalisty i kolejno od wyniku gimnazjalnego do maturalnego, i dalej od maturalnego do wyniku uzyskanego na pierwszym roku studiów

$$v(KL, S_i, t_{sp}) \rightarrow v(KL, S_i, t_{gim}) \rightarrow v(KL, S_i, t_{mat}) \rightarrow v(KL, S_i, t_{st})$$

gdzie:

- $v(KL, S_i, t_{sp})$ – wartość KL ucznia na koniec szkoły podstawowej i równocześnie początkowa wartość KL ucznia w gimnazjum,
- $v(KL, S_i, t_{gim})$ – wartość KL ucznia na koniec gimnazjum i początkowa wartość KL ucznia w szkole średniej,
- $v(KL, S_i, t_{mat})$ – wartość KL ucznia na koniec szkoły średniej i początkowa wartość KL studenta na studiach,
- $v(KL, S_i, t_{st})$ – wartość KL studenta po pierwszym roku studiów.

W celu zbadania stopnia zależności pomiędzy zmiennymi zależnymi i niezależnymi posłużymy się współczynnikiem korelacji i funkcją regresji, czyli określimy siłę tej zależności oraz jakiej zmiany zmiennej zależnej należy oczekiwać przy zmianie o jeden zmiennej niezależnej.

Współczynnik korelacji liniowej Pearsona r_{xy} jest miernikiem siły związku liniowego między dwiema cechami mierzalnymi, czyli jednostkowym przyrostom jednej zmiennej (przyczyny – wyniki uzyskane na niższym szczeblu) towarzyszy, średnio, stały przyrost drugiej zmiennej (skutki – wyniki uzyskane na wyższym szczeblu). Współczynnik korelacji liniowej Pearsona jest ściśle powiązany z kowariancją i średnimi odchyleniami od średniej arytmetycznej. Jak wiadomo ze statystyki, kowariancja jest średnią arytmetyczną iloczynu odchyleń wartości X i Y od ich średnich arytmetycznych i wyznacza się według wzoru

$$cov(x, y) = cov(y, x) = \frac{1}{n} \sum (x - \bar{x})(y_i - \bar{y})$$

Kowariancja pomiędzy wynikami na poszczególnych stopniach edukacji dla badanej populacji wynosi

$$\text{cov}(x_{sp}, y_{gim}) = 0,011669$$

$$\text{cov}(x_{gim}, y_{mat}) = 0,009119$$

$$\text{cov}(x_{mat}, y_{st}) = 0,006341414$$

gdzie:

x_{sp} – wyniki uzyskane przez uczniów na egzaminie szóstoklasisty,

$x_{gim} = y_{gim}$ – wyniki uzyskane przez uczniów na egzaminie gim.,

$x_{mat} = y_{mat}$ – wyniki uzyskane przez uczniów na maturze,

y_{st} – wyniki uzyskane przez studentów na I roku studiów.

Kowariancja obrazuje następujące informacje o związku korelacyjnym: $\text{cov}(x, y) = 0$ – brak zależności korelacyjnej, $\text{cov}(x, y) < 0$ – ujemna zależność korelacyjna, $\text{cov}(x, y) > 0$ – dodatnia zależność korelacyjna. W naszym przypadku dane wykazują dodatni związek funkcyjny pomiędzy wynikami na wejściu a wynikami na wyjściu. Zależność wyników uzyskiwanych na wyższym szczeblu edukacji pozostają w dodatniej zależności korelacyjnej z wynikami na niższym szczeblu edukacji.

Współczynnik korelacji liniowej Pearsona wyznacza natężenie i kierunek współzależności liniowej dwóch zmiennych losowych X i Y .

$$r_{xy} = r_{yx} = \frac{\text{cov}(x, y)}{s(x)s(y)}$$

gdzie $\text{cov}(x, y)$ jest kowariancją pomiędzy zmiennymi X i Y , $s(x)$ i $s(y)$ to odpowiednio odchylenia standardowe tych zmiennych.

Dla badanej populacji współczynniki korelacji liniowej Pearsona odpowiednio wynoszą

$$r_{x_{sp}y_{gim}} = 0,664783714$$

$$r_{x_{gim}y_{mat}} = 0,537098584$$

$$r_{x_{mat}y_{st}} = 0,498154746$$

Współczynnik korelacji liniowej Pearsona jest miarą unormowaną i przyjmuje wartości z przedziału od -1 do $+1$. Orientacyjnie przyjmuje się, że korelacja między dwiema cechami jest niewyraźna, jeżeli $r_{xy} \leq 0,3$, średnia, jeżeli $0,3 < r_{xy} \leq 0,5$ i wyraźna, jeżeli $r_{xy} > 0,5$. Z naszej analizy wynika, że w dwóch przypadkach ta zależność jest dodatnia i wyraźna, największa dla zależności wyników gimnazjalnych od wyników egzaminu szóstoklasisty, a średnią zależność odnotowano przy relacji wyników uzyskanych przez studentów na I roku studiów a wynikami maturalnymi.

Kwadrat współczynnika korelacji nazywamy współczynnikiem determinacji (określoności). Współczynnik determinacji informuje o tym, jaka część zmian zmiennej objaśnianej (skutek – wyjście WTP) jest wyjaśniona przez zmiany zmiennej objaśniającej (przyczyna – wejście WTP)

$$\begin{aligned} (r_{x_{sp}y_{gim}})^2 &= 0,441937386 \\ (r_{x_{gim}y_{mat}})^2 &= 0,288474889 \\ (r_{x_{mat}y_{st}})^2 &= 0,248158151 \end{aligned}$$

Oznacza to, że wyniki gimnazjalne w 44% są wyjaśnione (objaśnione) na podstawie wyników szóstoklasisty, w 28% maturalne objaśnione gimnazjalnymi i odpowiedni w tylko 24% wyników z I roku studiów jest objaśniona wynikami maturalnymi.

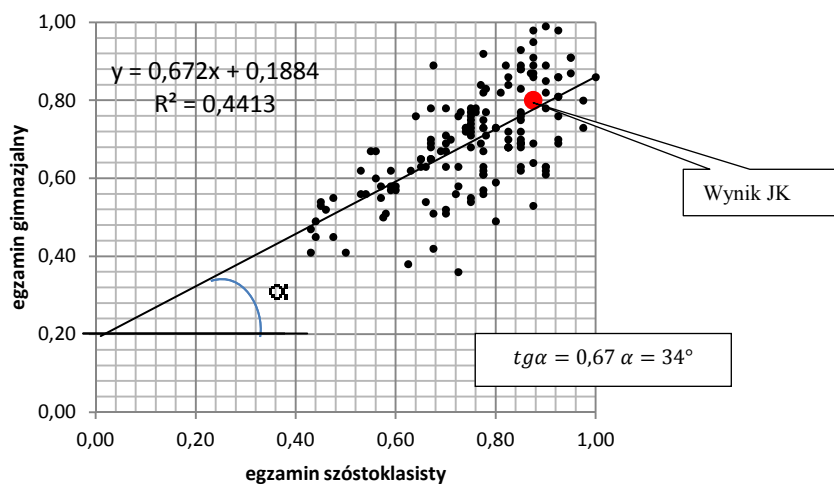
Funkcja regresji to analityczny wyraz przyporządkowania średnich wartości zmiennej objaśnianej (zależnej) konkretnym wartościom zmiennych objaśniających (niezależnych). My funkcję regresji wykorzystamy do graficznej analizy zależności wyników egzaminów wyższego szczebla od uzyskanych wyników na niższym szczeblu. W każdej funkcji regresji można wyróżnić następujące elementy składowe: zmienną objaśnianą (zależną), zmienną objaśniającą, typ związku funkcyjnego, parametry strukturalne oraz składnik losowy. Ogólna postać funkcji regresji liniowej: $y = ax + b$, gdzie: a, b – parametry liniowej funkcji regresji Y względem X .

Szacowanie parametrów strukturalnych funkcji regresji odbywa się metodą najmniejszych kwadratów. W przypadku badanej populacji otrzymujemy

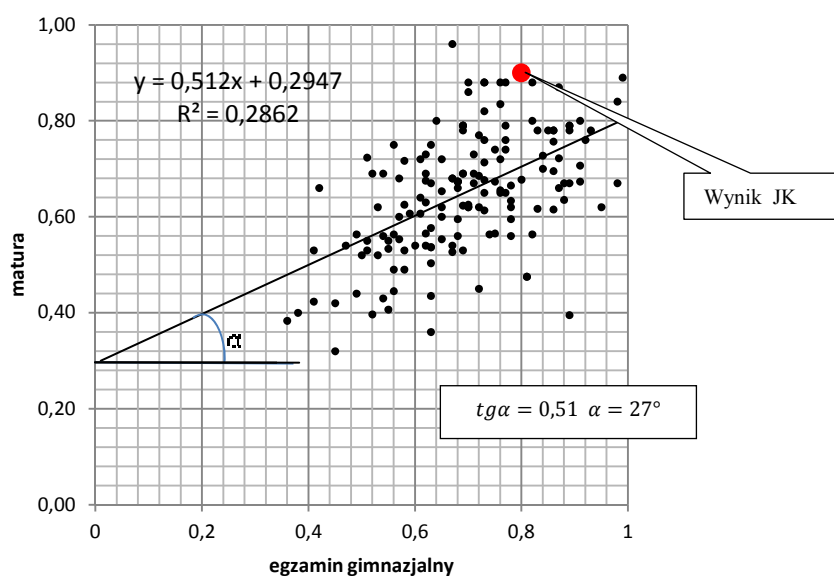
$$\begin{aligned} y &= 0,6734x + 0,1876 & a &= 0,6734, b = 0,1876 \\ y &= 0,5128x + 0,2939 & a &= 0,5128, b = 0,2939 \\ y &= 0,3912x + 0,4067 & a &= 0,3912, b = 0,4067 \end{aligned}$$

Parametry a i b nazywamy współczynnikami regresji liniowej. Parametr a odpowiada na pytanie, jaki jest przeciętny przyrost wartości zmiennej zależnej na jednostkę przyrostu wartości zmiennej niezależnej, natomiast b jest wartością stałą.

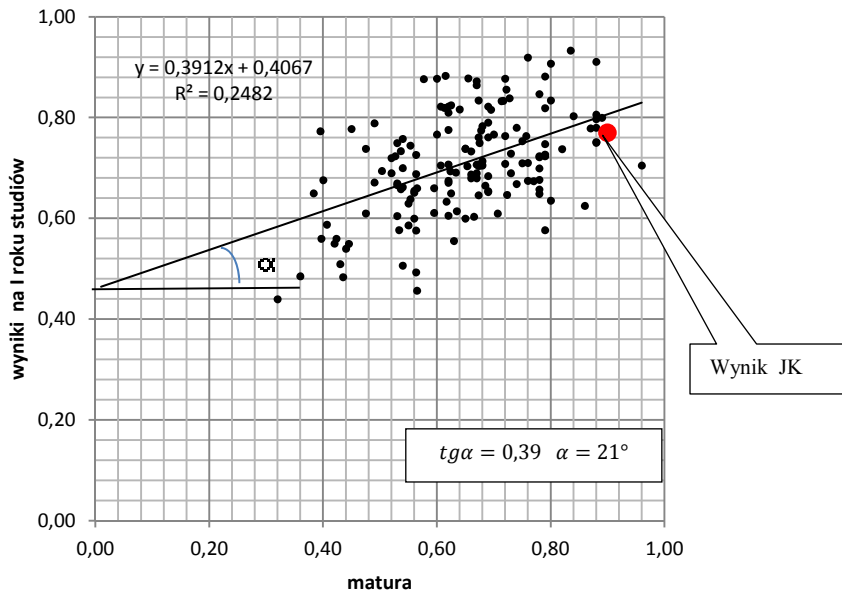
W pierwszej zależności, gdzie zmienną zależną jest wynik gimnazjalny, a zmienną niezależną wynik szóstoklasisty, $a = 0,6734$, co oznacza, że wzrost oceny szóstoklasisty o 1% powoduje średni wzrost oceny gimnazjalnej o około 0,67% (rys. 5). W drugiej zależności, gdzie zmienną zależną jest wynik maturalny, a zmienną niezależną wynik gimnazjalny, $a = 0,5128$, co oznacza, że wzrost oceny gimnazjalnej o 1% powoduje średni wzrost oceny maturalnej o około 0,51% (rys. 6). W trzeciej zależności, gdzie zmienną zależną jest wynik I roku studiów, a zmienną niezależną wynik maturalny, $a = 0,3912$, co oznacza, że wzrost oceny maturalnej o 1% powoduje średni wzrost oceny na I roku studiów o około 0,39% (rys. 7).



Rys. 5. Wykres zależności wyniku egzaminu gimnazjalnego od wyniku szóstoklasisty



Rys. 6. Wykres zależności wyniku egzaminu maturalnego od wyniku gimnazjalnego

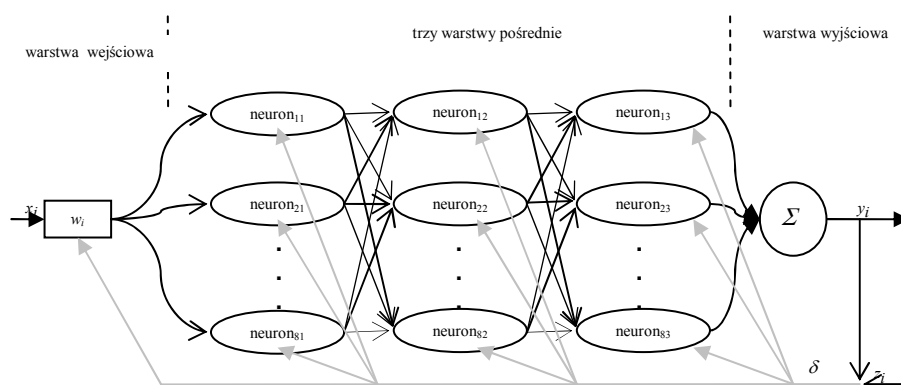


Rys. 7. Wykres zależności wyniku na I roku studiów od wyniku maturalnego

Teraz przyjrzyjmy się dokładnie kątom nachylenia liniowych regresji do osi X (rys. 5-7). Kąt α jest kątem nachylenia prostej regresji Y względem osi odciętych X , a $tg \alpha = a$. W naszym przypadku kąt nachylenia prostej regresji względem osi odciętych X maleje, wraz z przejściem z jednego szczebla edukacji na kolejny. Kąt nachylenia regresji wyniku gimnazjalnego od wyniku szóstoklasisty wynosi około 34° i kolejno kąt nachylenia regresji wyniku maturalnego od gimnazjalnego wynosi 27° , natomiast kąt nachylenia regresji wyników na I roku studiów względem wyniku maturalnego wynosi 21° . Oznacza to, że wraz z przejściem na wyższy poziom edukacji (na kolejny odcinek WTP) obniżają się wyniki egzaminacyjne (wyjściowe) bardzo dobrych uczniów/studentów.

3.2. Szacowanie wartości oczekiwanej kapitału ludzkiego za pomocą sztucznej sieci neuronowej

W kolejnym kroku naszych badań zaproponowano model sztucznej sieci neuronowej do szacowania wartości kapitału ludzkiego. W obliczeniach zastosowano wielowarstwową jednokierunkową sieć neuronową, której model przedstawiono na rys. 8.

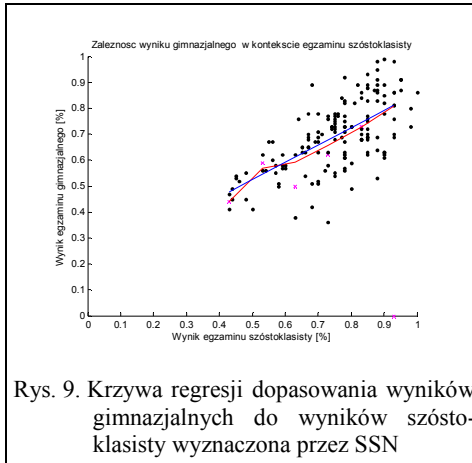


Rys. 8. Model sieci neuronowej do szacowania $V(KL)$

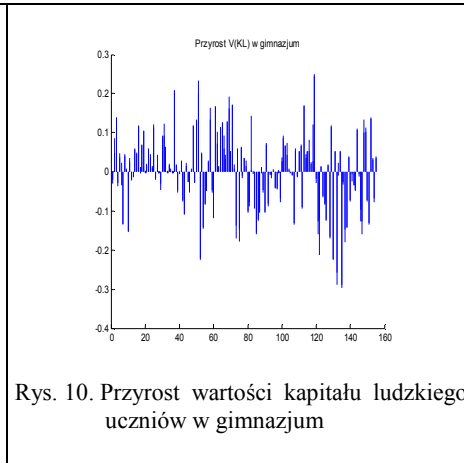
Sieć składa się z warstwy wejściowej, w której podawane są sygnały odpowiadające danym wejściowym x_i , poziom kapitału ludzkiego ucznia/studenta na wejściu danej WTP, trzech warstw pośrednich, w których sieć trenowana jest na ośmiu neuronach w każdej z nich oraz z warstwy wyjściowej z wynikiem y_i , poziom kapitału ludzkiego ucznia/studenta na wyjściu WTP. W modelu tym zastosowano w pierwszej warstwie nieliniową funkcję aktywacji (sigmoidalną), w pozostałych warstwach funkcje liniowe. Zadaniem sztucznej sieci neuronowej jest wyliczenie przyrostu wartości kapitału ludzkiego $V(KL)$ oraz narysowanie krzywej regresji – zależności wyników na kolejnym szczeblu edukacji od wyniku wcześniejszego/poprzedniego. Krzywa ta nie jest linią prostą, tak jak to było w regresji liniowej i wykazuje większe dopasowywanie się do średnich wyników egzaminacyjnych.

W procesie uczenia sieci wykorzystano metodę wstecznej propagacji błędów, której algorytm opiera się na sprowadzeniu wartości funkcji błędu sieci. Podstawą do jego obliczenia stanowił błąd średniokwadratowy MSE. Wygenerowano wykresy korelacji oraz wykresy „wydajności” (performance) w programie MATLAB 2009a. Na podstawie przeprowadzonych analiz dla wszystkich 156 uczniów/studentów w 3 zestawach testowych otrzymano 6 wykresów przedstawiających zależność pomiędzy wartościami na wyjściu (output), a wartościami przewidywanymi (target). Otrzymano tym samym krzywe regresji kawałkami liniowej. Wykresy te uzyskano dla zbioru danych uczących, walidacyjnych, testowych oraz wszystkich łącznie. Poniżej przedstawiono wynikowe wykresy dla wszystkich zestawów testowych (rys. 9-14).

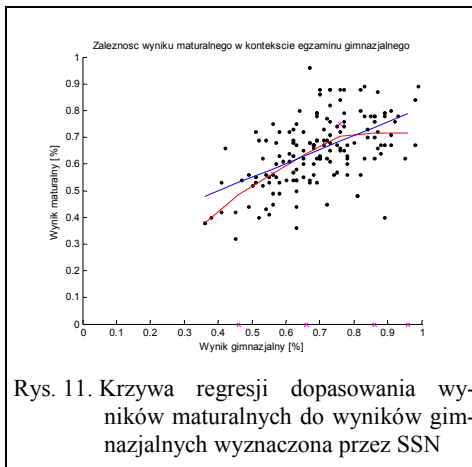
Ogólna idea polega na zastąpieniu regresji liniowej wielowarstwową siecią neuronową. Sieć na wejściu dostaje wynik niższego szczebla, a wartością oczekiwaną na wyjściu jest wynik z egzaminu wyższego szczebla edukacji. Sieć trenujemy podając jej kolejno każdą z obserwacji i pozwalając jej na takie dobranie współczynników wag, aby jak najlepiej dostosowała się do danych. Po wytrenowaniu, sieć będzie potrafiła wytypować wynik oczekiwany.



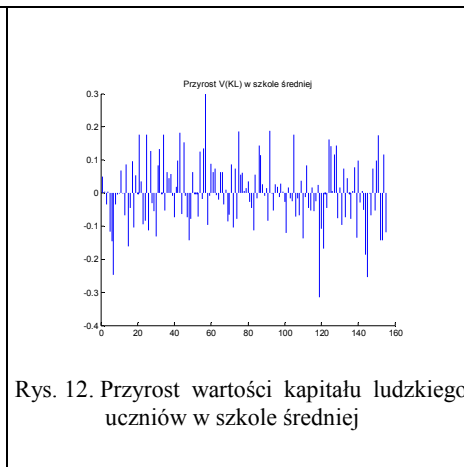
Rys. 9. Krzywa regresji dopasowania wyników gimnazjalnych do wyników szóstoklasisty wyznaczona przez SSN



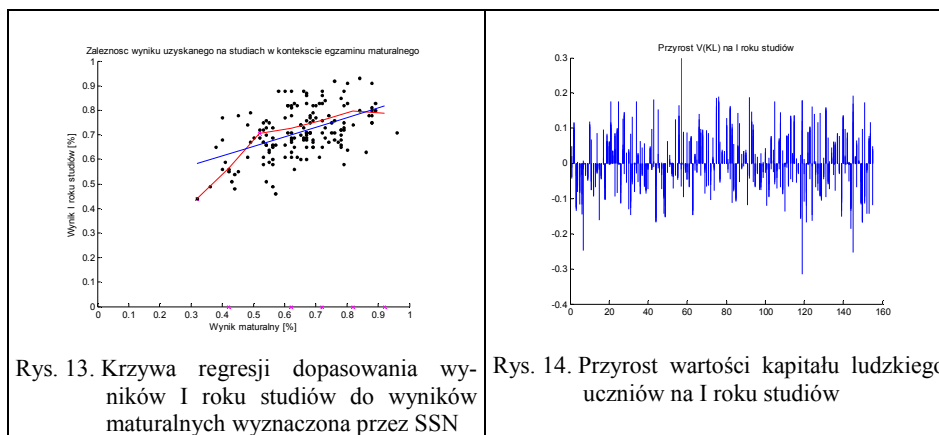
Rys. 10. Przyrost wartości kapitału ludzkiego uczniów w gimnazjum



Rys. 11. Krzywa regresji dopasowania wyników maturalnych do wyników gimnazjalnych wyznaczona przez SSN



Rys. 12. Przyrost wartości kapitału ludzkiego uczniów w szkole średniej



Rys. 13. Krzywa regresji dopasowania wyników I roku studiów do wyników maturalnych wyznaczona przez SSN

Rys. 14. Przyrost wartości kapitału ludzkiego uczniów na I roku studiów

Widać, że sieć bardziej stara się dostosować do danych, zauważalny jest ruch krzywej w kierunku średnich wartości wyników egzaminacyjnych. Nieliniowa funkcja aktywacji inaczej premiuje odległości bliższe, a inaczej dalsze. Efektem ubocznym jest to, że wynik jednak jest dużo bardziej nieprzewidywalny – w zasadzie jedynie określenie odpowiednio dużej liczby cykli uczących może nam zapewnić powtarzalność wyników, a wartość graniczna będzie różna dla różnych zbiorów danych. Ogólna tendencja została zachowana – jeśli uczeń miał dodatni przyrost wartości $V(KL)$ obliczony za pomocą regresji liniowej, to również przy użyciu sieci neuronowej wyznaczony został dodatni $V(KL)$.

Mimo to, że wytrenowana sieć neuronowa dała lepsze wyniki dopasowania wyników w poszczególnych zestawach korelacyjnych, to musimy pamiętać, że metoda wyliczania przyrostów wartości kapitału ludzkiego z wykorzystaniem SSN jest dużo bardziej skomplikowana i pracochłonna, a różnica w wynikach jest mało istotna (tabela 2).

Tabela 2

Porównanie wyników uzyskanych przez SSN i RL

Regresja wyników	MSE	RBS	$\sum V(KL)$ SSN	$\sum V(KL)$ RL
Gimnazjalne od szóstoklasisty	0,00092	0,100262	-0,00046	0,00265
Maturalne od gimnazjalnych	0,00012	0,108099	0,00964	0,00406
I rok studiów od maturalnych	0,00059	0,087256	0,05159	0,00065

Przy mniejszych błędach pracy sztucznej sieci neuronowej uzyskujemy lepsze dopasowanie krzywej regresji do wyników.

Podsumowanie

Bardzo ciekawym spostrzeżeniem jest to, że wraz z kolejnymi przejściami przez szczeble edukacji prosta regresja coraz bardziej nachyla się do osi X . Nie można tego wyraźnie zaobserwować w sieciach neuronowych, dlatego że krzywa regresji jest kawałkami liniowa. Interpretacja wyników uzyskanych przy pomocy sieci neuronowych wykorzystujących nieliniowe funkcje aktywacji jest trudnym zadaniem. Problemem jest tu brak dodatkowych danych – na wynik egzaminów składa się wiele czynników. Zmniejszenie kąta nachylenia może oznaczać, że zależność wyników na coraz wyższych szczeblach w mniejszym stopniu zależy od wyników na wejściu. Z doświadczenia autorki wynika, że nie jest to związane z faktycznym spadkiem wiedzy uczniów/studentów, wręcz przeciwnie. Na te odnotowane słabsze wyniki może wpływać wiele czynników, np. trudna interpretacja wyników egzaminów, przede wszystkim maturalnych, brak spójności w przeprowadzanych egzaminach zewnętrznych, uczenie pod egzamin, brak motywacji do lepszej pracy uczniów/studentów itp.

Mimo tych trudności, powinniśmy próbować mierzyć wartość kapitału ludzkiego oraz społecznego i tym samym wypełniać lukę między wartością rynkową a wartością księgową firmy. Nie da się zarządzać czymś, czego nie można zmierzyć. Znając wartości kapitału ludzkiego i społecznego lepiej będziemy rozumieli niefinansowe i niematerialne aktywa firmy, szkoły, uczelnie.

Literatura

1. Becker G.S. (1975). Human Capital. NBER, New York.
2. Domański S.R. (1993). Kapitał ludzki i wzrost gospodarczy. PWN, Warszawa.
3. Rutkowski L. (2009). Metody i techniki sztucznej inteligencji. PWN, Warszawa.
4. Kasperski M. (2003). Sztuczna inteligencja. Helion, Gliwice.
5. Niemierko B. (2004). Diagnostyka edukacyjna. Teoria i praktyka. Z okazji dziesiątej konferencji. Kraków.
6. Nowiński M. (1998). Prognozowanie przy użyciu sieci neuronowych. W: Metody i zastosowania badań operacyjnych, część I. Red. T. Trzaskalik. AE, Katowice.
7. Tadeusiewicz R., Gąciarz T., Borowik B., Leper B. (2007). Odkrywanie właściwości sieci neuronowych przy użyciu programów w języku C#. Wydawnictwo PAU.
8. Tadeusiewicz R. (1999). Elementarne wprowadzenie do techniki sieci neuronowych z przykładowymi programami. Akademicka Oficyna Wydawnicza PLJ, Warszawa.

9. Walukiewicz S. (2006). Systems Analysis of Social Capital at the Firm Level, Working Paper WP-1-2006. Systems Research Institute, Warsaw.
10. Walukiewicz S., Wiktorzak A.A. (2008). The Virtual Production Line as a New Model in Research on Education. Referat wygłoszony na TSCF Conference, Malta.
11. Walukiewicz S. (2008). Piękno liczby cztery (w naukach społecznych). IBS PAN, Warszawa.
12. Walukiewicz S. (2008). The Dimensionality of Capital and Proximity. Working Paper, System Research Institute, Warsaw.
13. Walukiewicz S. (2010). Kapitał ludzki, skrypt akademicki. IBS PAN, Warszawa.
14. Wiktorzak A.A. (2008). Budowa kapitału ludzkiego i społecznego na przykładzie szkoły ponadgimnazjalnej. Uczenie się i egzamin w oczach nauczyciela. XIV KKDE, Opole.
15. Wiktorzak A.A. (2009). Zastosowanie sztucznych sieci neuronowych do pomiaru kapitału ludzkiego. W: Analiza Systemowa w finansach i zarządzaniu. Wybrane problemy. Tom 11. Red. J. Hołubca. IBS PAN, Warszawa.
16. Wiktorzak A.A. (2009). Wirtualna Taśma Produkcyjna w badaniach edukacyjnych. XV Konferencja Diagnostyki Edukacyjnej. Kielce.
17. Wiktorzak A.A. (2009). Obliczenia inteligentne a kapitał społeczny szkoły. XV Konferencja Diagnostyki Edukacyjnej. Kielce.

METHODS FOR MEASURING ACHIEVEMENT ACROSS EDUCATION LEVELS

Summary

This paper presents a thesis that human capital is the most general measure of student achievement across learning stages. We discuss methods to measure/estimate its value, provide a definition of human capital of the student and describe stages of building its stocks. We present role of Polish educational system in it and discuss two key methods of HC value assessment: by linear regression or by artificial neural networks. We present results of extensive experiment whose principal objective was to compare practicality of either. The experiment involved 156 students whose performance was measured at each education level – from primary through secondary school through high school to the first year of college.

In final part we offer conclusions regarding utility of this type of research in assessing overall value of a company, school or university.