

## Rozdział 1

### PROGRAMOWANIE LINIOWE

#### 1.2 Ćwiczenia komputerowe

##### Ćwiczenie 1.1

Wykorzystując program SIMP.EXE, znaleźć rozwiązanie optymalne zadania:

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 + x_3 &\rightarrow \max \\x_1 + 2x_2 + x_3 &\leq 16 \\2x_1 + x_2 + x_3 &\geq 4 \\x_1 + x_2 + 2x_3 &= 5 \\x_1, x_2, x_3 &\geq 0\end{aligned}$$

Przeanalizować istnienie rozwiązań alternatywnych, przeprowadzić analizę wrażliwości rozwiązania.

##### *Rozwiązanie*

Z głównego menu systemu "Badania Operacyjne z Komputerem Wersja 2.01 (2007)" wybieramy opcję 'Programowanie liniowe' (program SIMP.EXE). W podmenu wybieramy opcję 'Prymalna metoda simpleks', po czym postępujemy zgodnie z poniższymi instrukcjami.

##### 1. Wprowadzenie nowego zadania

◀ ↵

Rodzaj zadania:

Maksymalizacja Minimalizacja ☺<sup>1</sup>

◀ ↵

☺<sup>1</sup> Ponieważ maksymalizujemy funkcję celu, dlatego potwierdzamy podświetlaną opcję klawiszem ↵. Zadanie minimalizacji wybieramy za pomocą klawiszy → i ↵.

Liczba zmiennych ☺<sup>2</sup>

◀ 3 ↵

☺<sup>2</sup> Wprowadzamy zadanie w postaci bezpośrednio odpowiadającej modelowi matematycznemu. W razie potrzeby dodatkowe zmienne bilansujące i sztuczne wprowadzone będą później.

Liczba ograniczeń ☺<sup>3</sup>

◀ 3 ↵

☺<sup>3</sup> W programie SIMP.EXE przyjmuje się, że wszystkie zmienne są nieujemne, dlatego nie wprowadzamy dodatkowo warunków nieujemności zmiennych.

Współczynniki funkcji celu

◀ 1 ↵ 1 ↵ 1 ↵

Pierwszy warunek ograniczający

◀ 1 ↵ 2 ↵ 1 ↵ ↵ ☺<sup>4</sup> 16 ↵

Drugi warunek ograniczający

◀ 2 ↵ 1 ↵ 1 ↵ ↑ > ☺<sup>5</sup> 4 ↵

Trzeci warunek ograniczający

◀ 1 ↵ 1 ↵ 2 ↵ = ☺<sup>5</sup> 5 ↵

Podaj nazwę pliku ☺<sup>6</sup>

◀ ↵

#### 4. Rozwiązanie zadania

◀ ↓ ↓ ↓ ↵

#### Rozwiązywanie zadania

1. Tryb konwersacyjny

◀ ↵

*Sprowadzanie zadania do postaci bazowej*

Czy zadanie jest w dopuszczalnej postaci bazowej? Tak Nie

◀ → ↵ ☺<sup>7</sup>

Wybierz ograniczenie

◀ ↵ ☺<sup>8</sup>

W jaki sposób przekształcisz ograniczenie

1. Dodanie zmiennej bilansującej

◀ ↵ ☺<sup>9</sup>

Czy zadanie jest w dopuszczalnej postaci bazowej? Tak Nie

◀ → ↵ ☺<sup>7</sup>

Wybierz ograniczenie

◀ ↓ ↵

W jaki sposób przekształcisz ograniczenie

☺<sup>4</sup> Zwrot nierówności podpowiadanej przez program jest zgodny ze zwrotem nierówności występującej w ograniczeniu.

☺<sup>5</sup> Do wprowadzenia symboli  $\leq$ ,  $=$  i  $\geq$  nie trzeba wykorzystywać klawisza ↵.

☺<sup>6</sup> Akceptujemy zaproponowaną przez program nazwę pliku, w którym zapisane będzie rozpatrywane zadanie. Możliwe jest zapisanie zadania pod inną ośmioznakową nazwą.

☺<sup>7</sup> Wprowadzone zadanie przekształcamy w taki sposób, by otrzymać dopuszczalną postać bazową.

☺<sup>8</sup> Wybieramy pierwsze ograniczenie.

☺<sup>9</sup> Warunek ograniczający jest w postaci nierówności typu  $\leq$ , dlatego do lewej strony tej nierówności, trzeba dodać zmienną bilansującą.

2. Odjęcie zmiennej bilansującej

◀ ↓ ↵ ☺<sup>10</sup>

☺<sup>10</sup> Ograniczenie jest w postaci nierówności typu  $\geq$ , dlatego od lewej strony tego warunku odejmujemy zmienną bilansującą.

Czy zadanie jest w dopuszczalnej postaci bazowej? Tak Nie

◀ → ↵ ☺<sup>7</sup>

Wybierz ograniczenie

◀ ↵

W jaki sposób przekształcisz ograniczenie

3. Dodanie zmiennej sztucznej

◀ → ↵ ☺<sup>11</sup>

☺<sup>11</sup>. W tym ograniczeniu do lewej strony równania należy dodać zmienną sztuczną.

Czy zadanie jest w dopuszczalnej postaci bazowej? Tak Nie

◀ → ↵ ☺<sup>7</sup>

Wybierz ograniczenie

◀ ↓ ↵

W jaki sposób przekształcisz ograniczenie

3. Dodanie zmiennej sztucznej

◀ → ↵ ☺<sup>11</sup>

Czy zadanie jest w dopuszczalnej postaci bazowej? Tak Nie

◀ ↵ ☺<sup>7</sup>

Czy chcesz podać wartość M? Tak Nie ☺<sup>12</sup>

◀ ← ↵

☺<sup>12</sup> Możemy nie określać wartości M. Program dobierze odpowiednio dużą wartość.

Podaj wartość M. (min. wartość = 100)

◀ 100 ↵ ☺<sup>13</sup>

☺<sup>13</sup> Wprowadzamy podpowiadaną przez program minimalną wartość  $M = 100$ .

### Iteracja 1

Czy rozpatrywane rozwiązanie jest optymalne?

Tak Nie  
◀ → ↵ ☺<sup>14</sup>

☺<sup>14</sup> Wśród wskaźników optymalności jest przynajmniej jedna liczba dodatnia, więc na podstawie kryterium optymalności rozwiązanie nie jest optymalne

Wybierz zmienną wprowadzaną do bazy

◀ ↵ ☺<sup>15</sup>

☺<sup>15</sup> Zgodnie z kryterium wejścia metody simpleks, do bazy wprowadzamy zmienną  $x_1$ . Zauważmy, że moglibyśmy również wprowadzić zmienną  $x_3$ , dla której wartość wskaźnika optymalności jest taka sama jak dla

Czy wybrana zmienna wskazuje na nieograniczoność funkcji celu? Tak Nie

◀ → ↙ ☺<sup>16</sup>

zmiennej  $x_1$ .

☺<sup>16</sup> Wśród składowych kolumny, odpowiadającej zmiennej wprowadzanej do bazy, jest przynajmniej jedna liczba dodatnia, więc na podstawie analizy wartości liczb tworzących tę kolumnę nie ma podstaw przypuszczać, że funkcja celu jest nieograniczona.

Wybierz zmienną opuszczającą bazę

◀ ↓ ↙ ☺<sup>17</sup>

☺<sup>17</sup> Zgodnie z kryterium wyjścia wybieramy zmienną, dla której odpowiadający jej iloraz składowej wektora ograniczeń przez odpowiednią składową kolumny odpowiadającej zmiennej wprowadzanej do bazy, macierzy współczynników jest najmniejszy.

### Iteracja 2

Czy rozpatrywane rozwiązanie jest optymalne?

Tak Nie

◀ → ↙ ☺<sup>14</sup>

Wybierz zmienną wprowadzaną do bazy

◀ → → ↙ ☺<sup>18</sup>

☺<sup>18</sup> Do nowej bazy wprowadzamy tę zmienną zgodnie z kryterium wejścia, dla której wartość wskaźnika optymalności jest największa.

Czy wybrana zmienna wskazuje na nieograniczoność funkcji celu? Tak Nie

◀ → ↙ ☺<sup>16</sup>

Wybierz zmienną opuszczającą bazę

◀ ↓ ↓ ↙ ☺<sup>17</sup>

### Iteracja 3

Czy rozpatrywane rozwiązanie jest optymalne?

Tak Nie

◀ → ↙ ☺<sup>14</sup>

Wybierz zmienną wprowadzaną do bazy

◀ → ↙ ☺<sup>18</sup>

Czy wybrana zmienna wskazuje na nieograniczoność funkcji celu? Tak Nie

◀ → ↙ ☺<sup>16</sup>

Wybierz zmienną opuszczającą bazę

◀ ↓ ↙ ☺<sup>17</sup>

#### Iteracja 4

Czy rozpatrywane rozwiązanie jest optymalne?

Tak Nie

◀ → ↵ ☺<sup>14</sup>

Wybierz zmienną wprowadzaną do bazy

◀ → → → → ↵ ☺<sup>18</sup>

Czy wybrana zmienna wskazuje na nieograniczoność funkcji celu? Tak Nie

◀ → ↵ ☺<sup>16</sup>

Wybierz zmienną opuszczającą bazę

◀ ↓ ↓ ↵ ☺<sup>17</sup>

#### Iteracja 5

Czy rozpatrywane rozwiązanie jest optymalne?

Tak Nie

◀ ↵ ☺<sup>19</sup>

☺<sup>19</sup> Wszystkie wskaźniki optymalności są niedodatnie, więc zgodnie z kryterium optymalności rozwiązanie jest optymalne.

#### Rozwiązanie optymalne

Czy zadanie początkowe jest sprzeczne?

Tak Nie

◀ → ↵ ☺<sup>20</sup>

☺<sup>20</sup> Żadna ze zmiennych sztucznych nie jest zmienną bazową w rozwiązaniu optymalnym, stąd zadanie wyjściowe ma rozwiązanie optymalne.

2. Dokładne rozwiązanie

◀ ↓ ↵

Podaj liczbę miejsc dziesiętnych

◀ 2 ☺<sup>21</sup>

◀ ↵

☺<sup>21</sup> Istnieje możliwość zapoznania się z rozwiązaniem optymalnym z dokładnością od 0 do 9 miejsc po przecinku.

#### Wyznaczanie rozwiązania alternatywnego ☺<sup>22</sup>

☺<sup>22</sup> Rozwiązania alternatywne istnieją wówczas, gdy przynajmniej jeden wskaźnik optymalności dla zmiennych niebazowych jest równy 0.

1. Rozwiązania alternatywne

◀ ↵

Wybierz zmienną wprowadzaną do bazy

◀ ↵ ☺<sup>23</sup>

☺<sup>23</sup> Ze względu na to, że wskaźnik optymalności przy niebazowej zmiennej  $x_1$  w rozwiązaniu optymalnym jest równy 0, istnieje alternatywne bazowe rozwiązanie

optymalne. Otrzymamy je, wprowadzając do bazy zmienną  $x_1$ .

Wybierz zmienną usuwaną z bazy

◀ ↓ ↵ ☺<sup>24</sup>

☺<sup>24</sup> Tylko jeden współczynnik wybranej kolumny jest dodatni, stąd z bazy usuwamy odpowiadającą mu zmienną  $x_2$ .

### Analiza wrażliwości

#### 3. Analiza wrażliwości

◀ ↓ ↓ ↵  
◀ ☺<sup>25</sup> ↓ ☺<sup>26</sup> ↓ ☺<sup>27</sup> ↓ ☺<sup>28</sup> ↓ ☺<sup>29</sup> ↓ ☺<sup>30</sup> ↵

☺<sup>25</sup> Rozwiązanie optymalne nie jest wrażliwe na zmiany pierwszego współczynnika funkcji celu w zakresie od 1 do  $+\infty$ .

☺<sup>26</sup> Rozwiązanie optymalne nie jest wrażliwe na zmiany drugiego współczynnika funkcji celu w zakresie od  $-\infty$  do 1.

☺<sup>27</sup> Rozwiązanie optymalne nie jest wrażliwe na zmiany trzeciego współczynnika funkcji celu w zakresie od  $-\infty$  do 2.

☺<sup>28</sup> Rozwiązanie optymalne nie jest wrażliwe na zmiany pierwszego wyrazu wolnego w zakresie od 5 do  $+\infty$ .

☺<sup>29</sup> Rozwiązanie optymalne nie jest wrażliwe na zmiany drugiego wyrazu wolnego w zakresie od 0 do 10.

☺<sup>30</sup> Rozwiązanie optymalne nie jest wrażliwe na zmiany trzeciego wyrazu wolnego w zakresie od 2 do 16.

#### 4. Powrót do głównego menu

◀ ↓ ↓ ↓ ↵

### 5. Przeglądanie rozwiązania

◀ ↓ ↵

#### 1. Zestawienie pełne – wszystkie iteracje ☺<sup>31</sup>

◀ ↵ ↓ ... ↓ Esc  
◀ ↵

☺<sup>31</sup> W zestawieniu pełnym znajdują się dane wejściowe, tablice simpleksowe ze wszystkich iteracji, a także analiza wrażliwości oraz informacja o ewentualnych rozwiązaniach alternatywnych.

#### 2. Zestawienie skrócone ☺<sup>32</sup>

◀ ↓ ↵ ↓ ... ↓ Esc

☺<sup>32</sup> W zestawieniu skróconym znajdują się dane wejściowe, rozwiązanie optymalne, a także analiza wrażliwości oraz informacja o ewentualnych rozwiązaniach alternatywnych.

#### 0. Powrót do wyboru problemu

◀ 0 ↵ ☺<sup>33</sup>

☺<sup>33</sup> Kończymy działanie programu SIMP.EXE.

## Ćwiczenie 1.2

Wykorzystując program SIMP.EXE, znaleźć wszystkie rozwiązania alternatywne następującego zadania programowania liniowego:

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 + x_3 &\rightarrow \min \\ -x_1 + 2x_2 &\leq 4 \\ x_1 + x_2 - x_3 &\leq 2 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 &= 8 \\ x_1, x_2, x_3 &\geq 0\end{aligned}$$

### Rozwiązanie

Z głównego menu systemu "Badania Operacyjne z Komputerem Wersja 2.01 (2007)" wybieramy opcję 'Programowanie liniowe'. W podmenu wybieramy opcję 'Primalna metoda simpleks' (program SIMP.EXE), po czym postępujemy zgodnie z poniższymi instrukcjami.

#### 1. Wprowadzenie nowego zadania

◀ ↵

Rodzaj zadania:

Maksymalizacja Minimalizacja

◀ → ↵

Liczba zmiennych

◀ 3 ↵

Liczba ograniczeń

◀ 3 ↵

Współczynniki funkcji celu

◀ 1 ↵ 2 ↵ 1 ↵

Pierwszy warunek ograniczający

◀ -1 ↵ 2 ↵ 0 ↵ ↵ 4 ↵

Drugi warunek ograniczający

◀ 1 ↵ 1 ↵ -1 ↵ ↵ 2 ↵

Trzeci warunek ograniczający

◀ 1 ↵ 2 ↵ 1 ↵ = 8 ↵

Podaj nazwę pliku

◀ ↵

#### 4. Rozwiązanie zadania

◀ ↓ ↓ ↓ ↵

## Rozwiązywanie zadania

### 3. Rozwiązanie końcowe

◀    ↓    ↓    ↵

**Rozwiązanie optymalne** ☺<sup>34</sup>

☺<sup>34</sup> Otrzymaliśmy pierwsze rozwiązanie optymalne rozpatrywanego problemu, rozwiązanie, w którym zmiennymi bazowymi są zmienne:  $x_1 = 1.14$ ,  $x_2 = 2.57$ ,  $x_3 = 1.71$ .

### 1. Rozwiązania alternatywne

◀    ↵☺<sup>22</sup>

Wybierz zmienną wprowadzaną do bazy

◀    →    →    →    ↵☺<sup>35</sup>

☺<sup>35</sup> Ze względu na to, że wskaźnik optymalności przy zmiennej niebazowej  $x_4$  w rozwiązaniu optymalnym jest równy 0, istnieje alternatywne bazowe rozwiązanie optymalne. Otrzymamy je, wprowadzając do bazy zmienną  $x_4$ .

Wybierz zmienną opuszczającą bazę

◀    ↵☺<sup>36</sup>

☺<sup>36</sup> Wyboru zmiennej usuwanej z bazy dokonujemy zgodnie z kryterium wyjścia prymalnej metody simpleks. Tylko jeden współczynnik wybranej kolumny jest dodatni, stąd z bazy usuwamy odpowiadającą mu zmienną  $x_2$ .

**Rozwiązanie optymalne** ☺<sup>37</sup>

☺<sup>37</sup> W otrzymanym alternatywnym bazowym rozwiązaniu optymalnym zmiennymi bazowymi są zmienne:  $x_1 = 5$ ,  $x_3 = 3$ ,  $x_4 = 9$ .

### 1. Rozwiązania alternatywne

◀    ↵☺<sup>38</sup>

☺<sup>38</sup> Ponieważ wskaźniki przy kolejnych zmiennych niebazowych  $x_2$  i  $x_5$  są także równe zero, mogą istnieć kolejne rozwiązania alternatywne.

Wybierz zmienną wprowadzaną do bazy

◀    →    →    →    →    ↵☺<sup>39</sup>

☺<sup>39</sup> Wskaźnik optymalności przy zmiennej niebazowej  $x_5$  w rozwiązaniu optymalnym jest równy 0, istnieje więc kolejne alternatywne bazowe rozwiązanie optymalne. Otrzymamy je, wprowadzając do bazy zmienną  $x_5$ .

Wybierz zmienną opuszczającą bazę

◀    ↓    ↵☺<sup>40</sup>

☺<sup>40</sup> Zgodnie z kryterium wyjścia prymalnej metody simpleks minimalny iloraz otrzymujemy dla zmiennej  $x_1$ , stąd z bazy usuwamy tę zmienną.

**Rozwiązanie optymalne** ☺<sup>41</sup>

☺<sup>41</sup> W otrzymanym alternatywnym bazowym rozwiązaniu optymalnym zmiennymi bazowymi są zmienne:  $x_3 = 8$ ,  $x_4 = 4$ ,  $x_5 = 10$ .

### 1. Rozwiązania alternatywne

◀    ↵



Wybierz zmienną wprowadzaną do bazy

◀ → ↵ ☺<sup>42</sup>

☺<sup>42</sup> Wskaźnik optymalności przy zmiennej niebazowej  $x_2$  w rozwiązaniu optymalnym jest równy 0, istnieje więc kolejne alternatywne bazowe rozwiązanie optymalne. Otrzymamy je, wprowadzając do bazy zmienną  $x_5$ .

Wybierz zmienną opuszczającą bazę

◀ ↵ ☺<sup>43</sup>

☺<sup>43</sup> Zgodnie z kryterium wyjścia prymalnej metody simpleks, minimalny iloraz otrzymujemy dla zmiennej  $x_4$ , stąd z bazy usuwamy tę zmienną.

**Rozwiązanie optymalne** ☺<sup>44</sup>

☺<sup>44</sup> W otrzymanym alternatywnym rozwiązaniu optymalnym zmiennymi bazowymi są zmienne:  $x_2 = 2$ ,  $x_3 = 4$ ,  $x_5 = 4$ .

4. Powrót do głównego menu ☺<sup>45</sup>

◀ ↓ ↓ ↓ ↵

☺<sup>45</sup> Wyczerpaliśmy wszystkie możliwe kombinacje zmiennych, dla których wskaźnik optymalności wynosi 0, dlatego nie ma już więcej rozwiązań alternatywnych.

**0. Powrót do wyboru problemu**

◀ 0 ↵ ☺<sup>33</sup>

## Ćwiczenie 1.3

Wykorzystując program DUAL.EXE, rozwiązać następujące zadanie dualną metodą simpleks:

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 + x_3 &\rightarrow \max \\x_1 + 2x_2 + x_3 &\leq 16 \\2x_1 + x_2 + x_3 &\geq 4 \\x_1 + x_2 + 2x_3 &= 5 \\x_1, x_2, x_3 &\geq 0\end{aligned}$$

Przeanalizować istnienie rozwiązań alternatywnych, zbadać wrażliwość rozwiązania.

### Rozwiązanie

Z głównego menu systemu "Badania Operacyjne z Komputerem Wersja 2.01 (2007)" wybieramy opcję 'Programowanie liniowe'. W podmenu wybieramy opcję 'Dualna metoda simpleks' (program DUAL.EXE), po czym postępujemy zgodnie z poniższymi instrukcjami.

**1. Wprowadzenie nowego zadania**

◀ ↵

Rodzaj zadania:

Maksymalizacja Minimalizacja ☺<sup>46</sup>

◀ ↵

☺<sup>46</sup> Rozpatrujemy zadanie maksymalizacji, dlatego potwierdzamy podświetlaną opcję klawiszem ↵.

Liczba zmiennych ☺<sup>47</sup>

◀ 3 ↵

☺<sup>47</sup> Wprowadzamy zadanie w postaci bezpośrednio odpowiadającej modelowi

matematycznemu. W razie potrzeby dodatkowe zmienne bilansujące i sztuczne wprowadzone będą później.

Liczba ograniczeń ☺<sup>48</sup>

◀ 3 ↵

☺<sup>48</sup> W programie DUAL.EXE przyjmuje się, że wszystkie zmienne są nieujemne, dlatego też nie wprowadzamy dodatkowych warunków nieujemności.

Współczynniki funkcji celu

◀ 1 ↵ 1 ↵ 1 ↵

Pierwszy warunek ograniczający

◀ 1 ↵ 2 ↵ 1 ↵ ↵ 16 ↵

Drugi warunek ograniczający

◀ 2 ↵ 1 ↵ 1 ↵ ↵ ↵ 4 ↵

Trzeci warunek ograniczający

◀ 1 ↵ 1 ↵ 2 ↵ = 5 ↵

Podaj nazwę pliku ☺<sup>49</sup>

◀ ↵

☺<sup>49</sup> Akceptujemy zaproponowaną przez program nazwę pliku, w którym zapisane będzie rozpatrywane zadanie. Możliwe jest zapisanie zadania pod inną ośmioznakową nazwą.

#### 4. Rozwiązanie zadania

◀ ↓ ↓ ↓ ↵

##### *Rozwiązywanie zadania*

1. Tryb konwersacyjny

◀ ↵

##### *Sprowadzanie zadania do postaci bazowej*

Czy zadanie jest postaci bazowej? Tak Nie

◀ → ↵ ☺<sup>50</sup>

☺<sup>50</sup> Rozwiązywane zadanie sprowadzamy do postaci bazowej (niekoniecznie dopuszczalnej).

Wybierz ograniczenie

◀ ↵ ☺<sup>51</sup>

☺<sup>51</sup> Wybieramy kolejne ograniczenie.

W jaki sposób przekształcisz ograniczenie

1. Dodanie zmiennej bilansującej

◀ ↵ ☺<sup>9</sup>

Czy zadanie jest w postaci bazowej? Tak Nie

◀ → ↵ ☺<sup>7</sup>

Wybierz ograniczenie

◀ ↓ ↵ ☺<sup>51</sup>

W jaki sposób przekształcisz ograniczenie

2. Odjęcie zmiennej bilansującej

◀ ↓ ↵ ☺<sup>10</sup>

Czy zadanie jest w postaci bazowej? Tak Nie

◀ → ↵ ☺<sup>7</sup>

Wybierz ograniczenie

◀ ↵ ☺<sup>51</sup>

W jaki sposób przekształcisz ograniczenie

3. Podzielenie stron równania

◀ ↓ ↓ ↵ ☺<sup>52</sup>

☺<sup>52</sup> Przez podzielenie obu stron równania przez współczynnik stojący przy zmiennej bilansującej drugie równanie, możemy uzyskać zmienną bazową.

Wybierz element przez który należy podzielić strony równania

◀ → → → → ↵ ☺<sup>53</sup>

☺<sup>53</sup> Wybieramy element, przez który podzielimy obydwie strony równania tak, by w efekcie uzyskać zmienną bazową.

Czy zadanie jest w postaci bazowej? Tak Nie

◀ → ↵ ☺<sup>7</sup>

Wybierz ograniczenie

◀ ↓ ↵ ☺<sup>51</sup>

W jaki sposób przekształcisz ograniczenie ?

4. Zamiana na nierówności ☺<sup>54</sup>

◀ ↓ ↓ ↓ ↵

☺<sup>54</sup> Ostatnie ograniczenie jest w postaci równości:

$$x_1 + x_2 + 2x_3 = 5$$

Jest ono równoważne układowi dwu ograniczeń nierównościowych :

$$x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 5$$

$$x_1 + x_2 + 2x_3 \geq 5$$

Bilansując te ograniczenia oraz mnożąc drugie z nich przez  $-1$ , uzyskujemy układ równań ze zmiennymi, które mogą pełnić rolę zmiennych bazowych :

$$x_1 + x_2 + 2x_3 + x_6 = 5$$

$$-x_1 - x_2 - 2x_3 + x_7 = -5$$

Czy zadanie jest w postaci bazowej? Tak Nie

◀ → ↵ ☺<sup>7</sup>

Wybierz ograniczenie

◀ ↵ ☺<sup>51</sup>

W jaki sposób przekształcisz ograniczenie

1. Dodanie zmiennej bilansującej

◀ ↵ ☺<sup>9</sup>

Czy zadanie jest w postaci bazowej? Tak Nie

◀ → ↵ ☺<sup>7</sup>

Wybierz ograniczenie

◀ ↓ ↵ ☺<sup>51</sup>

W jaki sposób przekształcisz ograniczenie

2.Odjęcie zmiennej bilansującej

◀ ↓ ↵ ☺<sup>10</sup>

Czy zadanie jest w postaci bazowej? Tak Nie

◀ → ↵ ☺<sup>7</sup>

Wybierz ograniczenie

◀ ↵ ☺<sup>51</sup>

W jaki sposób przekształcisz ograniczenie

3.Podzielenie stron równania

◀ ↓ ↓ ↵ ☺<sup>52</sup>

Czy zadanie jest w postaci bazowej? Tak Nie

◀ ↵ ☺<sup>55</sup>

☺<sup>55</sup> Otrzymaliśmy bazową postać zadania. Nie jest ona ani optymalna (wskaźniki optymalności są dodatnie), ani dopuszczalna.

### ***Sprowadzanie zadania do postaci bazowej optymalnej***

Czy jest konieczne dołączenie sztucznego ograniczenia Tak Nie ☺<sup>56</sup>

◀ ↵

☺<sup>56</sup> W dualnej metodzie simpleks startujemy od bazy optymalnej. Ponieważ otrzymana postać zadania nie ma tej własności, niezbędne jest zastosowanie metody sztucznego ograniczenia.

Podaj współczynniki sztucznego ograniczenia

☺<sup>57</sup>

◀ 1 1 1 ↵ ↵ ↵ ↵ 1 = M

☺<sup>57</sup> Sztuczne ograniczenie jest w postaci sumy zmiennych niebazowych, zbilansowanych dodatkową zmienną do pewnej dużej wartości M.

Czy chcesz podać wartość M ? Tak Nie ☺<sup>58</sup>

◀ ← ↵

☺<sup>58</sup> Możemy nie określać wartości M. Program sam dobierze odpowiednią wartość.

Podaj wartość M.(min. wartość = 1600) ☺<sup>59</sup>

◀ 1600 ↵

☺<sup>59</sup> Wprowadzamy podpowiadaną przez program minimalną wartość M = 1600.

### ***Wyznaczanie pierwszego bazowego rozwiązania optymalnego***

Wybierz zmienną opuszczającą bazę

◀ ↵ ☺<sup>60</sup>

☺<sup>60</sup> Program wykonuje jednokrotną wymianę bazy. Zmienną wprowadzaną do bazy jest

zmienna o najmniejszym współczynniku w funkcji celu. Zmienną usuwaną z bazy jest zmienna  $x_8$  bilansująca sztuczne ograniczenie.

### Iteracja 1

Czy rozpatrywane rozwiązanie jest dopuszczalne? Tak Nie  
◀ → ↵ ☺<sup>61</sup>

☺<sup>61</sup> Ponieważ wektor ograniczeń zawiera elementy mniejsze od zera, zgodnie z kryterium dopuszczalności otrzymane rozwiązanie nie jest jeszcze dopuszczalne.

Wybierz zmienną opuszczającą bazę  
◀ ↓ ↓ ↵ ☺<sup>62</sup>

☺<sup>62</sup> Zgodnie z kryterium wyjścia dla dualnej metody simpleks jako zmienną opuszczającą bazę wybieramy tę zmienną bazową, dla której odpowiadający jej wyraz wolny jest najmniejszy.

Czy wybrana zmienna wskazuje na sprzeczność zadania? Tak Nie  
◀ → ↵ ☺<sup>63</sup>

☺<sup>63</sup> Elementy wiersza spełniającego kryterium wyjścia nie mogą być wszystkie dodatnie. Sytuacja taka nie zachodzi. Gdyby jednak wystąpiła, wskazywałoby to na sprzeczność zadania.

Wybierz zmienną wprowadzaną do bazy  
◀ ↓ ↓ ↵ ☺<sup>64</sup>

☺<sup>64</sup> Zgodnie z kryterium wejścia dualnej metody simpleks obliczamy ilorazy wskaźników optymalności oraz elementów wiersza zmiennej bazowej wybranej do usunięcia, ale tylko te, które są mniejsze od zera. Do bazy wprowadzamy tę zmienną niebazową, dla której wartość bezwzględna ilorazu jest najmniejsza.

### Iteracja 2

Czy rozpatrywane rozwiązanie jest dopuszczalne? Tak Nie  
◀ ↵ ☺<sup>65</sup>

☺<sup>65</sup> Ponieważ wszystkie składowe wektora wyrazów wolnych są nieujemne, uzyskaliśmy rozwiązanie dopuszczalne.

### Rozwiązanie dopuszczalne

Czy zadanie początkowe posiada nieograniczoną funkcję celu? Tak Nie ☺<sup>66</sup>  
◀ → ↵

☺<sup>66</sup> Ponieważ zmienna bilansująca sztuczne ograniczenie jest zmienną bazową, wynika stąd, że rozpatrywane zadanie ma ograniczoną funkcję celu.

## Rozwiązanie dopuszczalne

### Wyznaczanie rozwiązania alternatywnego ☺<sup>67</sup>

☺<sup>67</sup> Optymalne alternatywne rozwiązanie wyznaczamy w taki sam sposób jak w prymalnej metodzie simpleks.

#### 1. Rozwiązania alternatywne

◀ ↵

#### Wybierz zmienną wprowadzaną do bazy

◀ ↵ ☺<sup>68</sup>

☺<sup>68</sup> Ze względu na to, że wskaźnik optymalności przy zmiennej  $x_2$  niebazowej w rozwiązaniu optymalnym jest równy 0, istnieje alternatywne bazowe rozwiązanie optymalne. Otrzymamy je, wprowadzając do bazy zmienną  $x_2$ .

#### Wybierz zmienną opuszczającą bazę

◀ ↓ ↓ ↓ ↓ ↵ ☺<sup>69</sup>

☺<sup>69</sup> Przy wyborze zmiennej usuwanej z bazy wykorzystamy kryterium wyjścia prymalnej metody simpleks.

## Analiza wrażliwości

### 3. Analiza wrażliwości

◀ ↓ ↓ ↵  
◀ ☺<sup>70</sup> ↓ ☺<sup>71</sup> ↓ ☺<sup>72</sup> ↵

☺<sup>70</sup> Rozwiązanie optymalne nie jest wrażliwe na zmiany pierwszego współczynnika funkcji celu w zakresie od  $-\infty$  do 1.

☺<sup>71</sup> Rozwiązanie optymalne nie jest wrażliwe na zmiany drugiego współczynnika funkcji celu w zakresie od 1 do  $+\infty$ .

☺<sup>72</sup> Rozwiązanie optymalne nie jest wrażliwe na zmiany trzeciego współczynnika funkcji celu w zakresie od  $-\infty$  do 2.

#### 4. Powrót do głównego menu

◀ ↓ ↓ ↓ ↵

### 5. Przeglądanie rozwiązania

◀ ↓ ↵

#### 1. Zestawienie pełne - wszystkie iteracje ☺<sup>73</sup>

◀ ↵ ↓ ... ↓ Esc  
◀ ↵

☺<sup>73</sup> Zestawienie pełne zawiera dane wejściowe rozwiązywanego zadania, a także przebieg wszystkich iteracji, wyniki końcowe, analizę wrażliwości oraz informację o istnieniu rozwiązań alternatywnych.

#### 2. Zestawienie skrócone ☺<sup>74</sup>

◀ ↓ ↵ ↓ ... ↓ Esc

☺<sup>74</sup> W zestawieniu skróconym znajdują się dane wejściowe i wyniki końcowe.

#### 0. Powrót do wyboru problemu

◀ 0 ↵ ☺<sup>75</sup>

☺<sup>75</sup> Kończymy działanie programu DUAL.EXE.

## Ćwiczenie 1.4

Wykorzystując program PARAM.EXE, rozwiązać parametrycznie zadanie programowania liniowego:

$$\begin{aligned}(2 + 3t) x_1 + (3 - t) x_2 &\rightarrow \max \\ 2x_1 + 2x_2 &\leq 14 \\ x_1 + 2x_2 &\leq 8 \\ 4x_1 &\leq 16 \\ x_1, x_2 &\geq 0\end{aligned}$$

### Rozwiązanie

Z głównego menu systemu "Badania Operacyjne z Komputerem Wersja 2.01 (2007)" wybieramy opcję 'Programowanie liniowe'. W podmenu wybieramy opcję 'Parametryczne programowanie liniowe' (program PARAM.EXE), po czym postępujemy zgodnie z poniższymi instrukcjami.

#### 1. Wprowadzenie nowego zadania

◀ ↵

Rodzaj zadania:

Maksymalizacja Minimalizacja ☺<sup>76</sup>

◀ ↵

☺<sup>76</sup> Rozwiązujemy zadanie maksymalizacji, dlatego potwierdzamy podświetlaną opcję klawiszem ↵. Zadanie minimalizacji wybieramy za pomocą klawiszy → i ↵.

Parametryzacja:

Funkcji Celu Wyrazu Wolnego ☺<sup>77</sup>

◀ ↵

☺<sup>77</sup> Wybieramy parametryzację funkcji celu.

Liczba zmiennych ☺<sup>78</sup>

◀ 2 ↵

☺<sup>78</sup> Wprowadzamy zadanie w postaci bezpośrednio odpowiadającej modelowi matematycznemu. W razie potrzeby dodatkowe zmienne bilansujące i sztuczne wprowadzone będą później.

Liczba ograniczeń ☺<sup>79</sup>

◀ 3 ↵

☺<sup>79</sup> W programie PARAM.EXE przyjmuje się, że wszystkie zmienne są nieujemne, dlatego nie wprowadzamy dodatkowo warunków nieujemności.

Współczynniki funkcji celu ☺<sup>80</sup>

◀ 2 ↵ 3 ↵

☺<sup>80</sup> Wprowadzamy współczynniki w funkcji celu niezależne od parametru.

Współczynniki zależne od parametru t w funkcji celu

◀ 3 ↵ -1 ↵ ☺<sup>81</sup>

☺<sup>81</sup> Wprowadzamy współczynniki zależne od parametru t.

Pierwszy warunek ograniczający

◀ 2 ↵ 2 ↵ ↵ 14 ↵

Drugi warunek ograniczający

◀ 1 ↵ 2 ↵ ↵ 8 ↵

Trzeci warunek ograniczający

◀ 4 ↵ ↵ ↵ 16 ↵

Podaj nazwę pliku ☺<sup>82</sup>

◀ ↵

☺<sup>82</sup> Akceptujemy zaproponowaną przez program nazwę pliku, w którym będzie zapisane rozpatrywane zadanie. Możliwe jest zapisanie zadania pod inną, dowolną ośmioznakową nazwą.

#### 4. Rozwiązanie zadania

◀ ↓ ↓ ↓ ↵

#### Rozwiązywanie zadania

1. Tryb konwersacyjny

◀ ↵ ☺<sup>8</sup>

Podaj początkową wartość parametru t ☺<sup>83</sup>

◀ ↵

☺<sup>83</sup> Jako wartość początkową możemy wybrać dowolną liczbę rzeczywistą. Akceptujemy zaproponowaną przez program początkową wartość parametru  $t = 0$ .

#### Iteracja 1

Określ wartości t, dla których rozwiązanie pozostaje optymalne ☺<sup>84</sup>

◀ -1.5 ↵ 0.5 ↵ ↑ < ↵

◀ -0.13 ↵ -0.88 ↵ ↑ < ↵

☺<sup>84</sup> Aby rozwiązanie pozostało optymalne, zgodnie z kryterium optymalności prymalnej metody simpleks dla zadania maksymalizacji, niebazowe wskaźniki optymalności muszą pozostać niedodatnie. Odpowiedni układ równań przyjmie postać :

$$-1.5t + 0.5t \leq 0$$

$$-0.13t - 0.88t \leq 0$$

Wartości t, dla których rozwiązanie pozostaje optymalne ☺<sup>85</sup>

◀ ↵

☺<sup>85</sup> Rozpatrywane rozwiązanie, w którym zmiennymi bazowymi są zmienne  $x_1, x_2, x_3$ , pozostaje rozwiązaniem optymalnym dla t z przedziału  $[-0.143, 3]$ .

#### Iteracja 2

Wybierz zmienną wprowadzaną do bazy ☺<sup>86</sup>

◀ → → → ↵

☺<sup>86</sup> Wprowadzamy do bazy zmienną niebazową, dla której wskaźnik optymalności jest równy 0. Istnieje możliwość uzyskania w ten sposób alternatywnego bazowego rozwiązania optymalnego.



Czy wybrana zmienna wskazuje na nieograniczoność funkcji celu? Tak Nie ☺<sup>87</sup>

◀ → ↵

☺<sup>87</sup> Badanie przeprowadzamy w taki sam sposób jak w algorytmie prymalnej metody simpleks.

Wybierz zmienna opuszczającą bazę

◀ ↓ ↵ ☺<sup>88</sup>

☺<sup>88</sup> Stosujemy kryterium wyjścia prymalnej metody simpleks.

Określ wartości  $t$ , dla których rozwiązanie pozostaje optymalne ☺<sup>89</sup>

◀ 3 ↵ -1 ↵ ↑ < ↵

◀ -0.5 ↵ -0.75 ↵ ↑ < ↵

☺<sup>89</sup> Warunki wyznaczające przedział optymalności otrzymanego rozwiązania ze względu na parametr  $t$  mają postać:

$$\begin{aligned} 3t - t &\leq 0 \\ -0.5t - 0.75t &\leq 0 \end{aligned}$$

Wartości  $t$ , dla których rozwiązanie pozostaje optymalne ☺<sup>90</sup>

◀ ↵

☺<sup>90</sup> Na podstawie rozwiązania powyższego układu nierówności możemy stwierdzić, że rozpatrywane rozwiązanie, w którym zmiennymi bazowymi są zmienne  $x_1, x_3, x_4$ , pozostaje rozwiązaniem optymalnym dla  $t$  z przedziału  $[3, +\infty)$ .

**Przygotowanie do iteracji 3**  
(Rozwiązanie z iteracji 1) ☺<sup>91</sup>

◀ ↵

☺<sup>91</sup> Powracamy do przedziału uzyskanego w pierwszej iteracji.

### Iteracja 3

Wybierz zmienną wprowadzaną do bazy ☺<sup>86</sup>

◀ → → → → ↵

Czy wybrana zmienna wskazuje na nieograniczoność funkcji celu? Tak Nie ☺<sup>87</sup>

◀ → ↵

Wybierz zmienna opuszczającą bazę

◀ ↓ ↓ ↵ ☺<sup>88</sup>

Określ wartości  $t$ , dla których rozwiązanie pozostaje optymalne ☺<sup>92</sup>

◀ 0.5 ↵ 3.5 ↵ ↑ < ↵

◀ -1.5 ↵ 0.5 ↵ ↑ < ↵

☺<sup>92</sup> Zapisujemy warunki wyznaczające przedział optymalności otrzymanego rozwiązania ze względu na parametr  $t$  w postaci:

$$\begin{aligned} 0.5t + 3.5t &\leq 0 \\ -1.5t + 0.5t &\leq 0 \end{aligned}$$

Wartości  $t$ , dla których rozwiązanie pozostaje optymalne ☺<sup>93</sup>

◀ ↵

☺<sup>93</sup> Na podstawie rozwiązanie powyższego układu nierówności możemy stwierdzić, że rozpatrywane rozwiązanie. W którym zmiennymi bazowymi są zmienne  $x_2, x_3, x_5$ , pozostaje rozwiązaniem optymalnym dla  $t$

z przedziału  $(-\infty, -0.143]$ .

### Przedziały zmienności parametru $t$ ☺<sup>94</sup>

◀ <F2> ☺<sup>95</sup> Esc  
◀ ↓ <F2> ☺<sup>95</sup> Esc  
◀ ↵ ...

### 5. Przeglądanie rozwiązania

◀ ↓ ↵

#### 1. Zestawienie pełne – wszystkie iteracje ☺<sup>96</sup>

◀ ↵ ↓ ... ↓ Esc  
◀ ↵

#### 2. Zestawienie skrócone ☺<sup>97</sup>

◀ ↓ ↵ ↓ ... ↓ Esc

### 0. Powrót do wyboru problemu

◀ 0 ↵ ☺<sup>98</sup>

☺<sup>94</sup> Otrzymaliśmy zestawienie przedziałów, w których zadanie ma rozwiązania optymalne. Mamy trzy różne rozwiązania optymalne: dla  $t \leq -0.143$ , dla  $-0.143 \leq t \leq 3$  oraz dla  $t \geq 3$ .

☺<sup>95</sup> Wciskając klawisz <F2>, możemy uzyskać dokładniejsze dane dotyczące rozwiązania w kolejnym przedziale. Są wartości wskaźników optymalności zależne i niezależne od parametru dla zmiennych oraz ich wartości w przedziale.

☺<sup>96</sup> W zestawieniu pełnym znajdują się dane wejściowe, przebieg obliczeń w postaci otrzymanych rozwiązań w kolejnych iteracjach, układy nierówności wyznaczających przedział parametru  $t$  w bieżącym rozwiązaniu optymalnym, oraz wyniki końcowe.

☺<sup>97</sup> W zestawieniu skróconym znajdują się dane wejściowe i wyniki końcowe.

☺<sup>98</sup> Kończymy działanie programu PARAM.EXE.

## Ćwiczenie 1.5

Wykorzystując program PARAM.EXE, rozwiązać parametrycznie zadanie programowania liniowego:

$$\begin{aligned} 2x_1 + 3x_2 &\rightarrow \max \\ 2x_1 + 2x_2 &\leq 14 - 9t \\ x_1 + 2x_2 &\leq 8 - 4t \\ 4x_1 &\leq 16 + 8t \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

### Rozwiązanie

Z głównego menu systemu "Badania Operacyjne z Komputerem Wersja 2.01 (2007)" wybieramy opcję 'Programowanie liniowe'. W podmenu wybieramy opcję 'Parametryczne programowanie liniowe' (program PARAM.EXE), po czym postępujemy zgodnie z poniższymi instrukcjami.

### 1. Wprowadzenie nowego zadania

◀ ↵

Rodzaj zadania:  
Maksymalizacja Minimalizacja

◀ ↵

Parametryzacja:  
Funkcji celu Wyrazu Wolnego ☺<sup>99</sup>

◀ → ↵

☺<sup>99</sup> Wybieramy parametryzację wyrazu wolnego.

Liczba zmiennych

◀ 2 ↵

Liczba ograniczeń ☺<sup>79</sup>

◀ 3 ↵

Współczynniki funkcji celu

◀ 2 ↵ 3 ↵

Pierwszy warunek ograniczający

◀ 2 ↵ 2 ↵ ↵ 14 ☺<sup>100</sup> ↵ - 9 ☺<sup>101</sup> ↵

☺<sup>100</sup> Wprowadzamy element niezależny od parametru w wyrazie wolnym.

Drugi warunek ograniczający

◀ 1 ↵ 2 ↵ ↵ 8 ☺<sup>100</sup> ↵ - 4 ☺<sup>101</sup> ↵

☺<sup>101</sup> Wprowadzamy współczynnik prawej strony warunku ograniczającego zależny od parametru t.

Trzeci warunek ograniczający

◀ 4 ↵ ↵ ↵ 16 ☺<sup>100</sup> ↵ 8 ☺<sup>101</sup> ↵

Podaj nazwę pliku

◀ ↵

#### 4. Rozwiązanie zadania

◀ ↓ ↓ ↓ ↵

#### Rozwiązanie zadania

1. Tryb konwersacyjny

◀ ↵

Podaj początkową wartość parametru t ☺<sup>102</sup>

◀ ↵

☺<sup>102</sup> Jako wartość początkową możemy wybrać dowolną liczbę rzeczywistą. Akceptujemy zaproponowaną przez program początkową wartość parametru t = 0.

**Iteracja 1** ☺<sup>103</sup>

☺<sup>103</sup> W kolejnych iteracjach będziemy znajdowali kolejne przedziały, którym odpowiada to sama baza dopuszczalna i optymalna. Przed pierwszą iteracją wykonywana jest operacja wymiany bazy opisana w podręczniku.

Określ wartości t, dla których rozwiązanie pozostaje dopuszczalne ☺<sup>104</sup>

◀ 2 ↵ - 7 ↵ ↑ > ↵

☺<sup>104</sup> Korzystając z faktu, iż rozwiązanie optymalne musi być rozwiązaniem

◀ 2 ↙ -3 ↙ ⤴ > ↘  
 ▶ 4 ↘ 2 ↘ ⤴ > ↘

dopuszczalnym, a takie jest, gdy wyrazy wolne są większe lub równe zero, zapisujemy warunki wyznaczające przedział dopuszczalności otrzymanego rozwiązania ze względu na parametr  $t$ . Mają one postać:

$$\begin{aligned} 2 - 7t &\geq 0 \\ 2 - 3t &\geq 0 \\ 4 + 2t &\geq 0 \end{aligned}$$

Wartości  $t$ , dla których rozwiązanie pozostaje dopuszczalne ☺<sup>105</sup>

◀ ↘

☺<sup>105</sup> Rozpatrywane rozwiązanie, w którym zmiennymi bazowymi są zmienne  $x_1, x_2, x_3$ , pozostaje rozwiązaniem dopuszczalnym dla  $t$  z przedziału  $[-2, 0.286]$ .

### Iteracja 2

Wybierz zmienną opuszczającą bazę

◀ ↘ ☺<sup>106</sup>

☺<sup>106</sup> Stosujemy kryterium wyjścia dualnej metody simpleks.

Czy wybrana zmienna wskazuje na sprzeczność zadania? Tak Nie ☺<sup>107</sup>

◀ → ↘

☺<sup>107</sup> Ponieważ istnieją elementy w wybranym wierszu mniejsze od zera, więc wybrany wiersz nie wskazuje na sprzeczność zadania.

Wybierz zmienną wprowadzaną do bazy

◀ ↓ ↓ ↓ ↓ ↘ ☺<sup>108</sup>

☺<sup>108</sup> Stosujemy kryterium wejścia dualnej metody simpleks.

Określ wartości  $t$ , dla których rozwiązanie pozostaje dopuszczalne ☺<sup>109</sup>

◀ -8 ↘ 28 ↘ ⤴ > ↘  
 ▶ 1 ↘ 0.5 ↘ ⤴ > ↘  
 ▶ 6 ↘ -5 ↘ ⤴ > ↘

☺<sup>109</sup> Warunki wyznaczające przedział dopuszczalności otrzymanego rozwiązania ze względu na parametr  $t$  mają postać:

$$\begin{aligned} -8 + 28t &\geq 0 \\ 1 + 0.5t &\geq 0 \\ 6 - 5t &\geq 0 \end{aligned}$$

Wartości  $t$ , dla których rozwiązanie pozostaje dopuszczalne ☺<sup>110</sup>

◀ ↘

☺<sup>110</sup> Rozpatrywane rozwiązanie, w którym zmiennymi bazowymi są zmienne  $x_1, x_2, x_5$ , pozostaje rozwiązaniem dopuszczalnym dla  $t$  z przedziału  $[0.286, 1.2]$ .

### Iteracja 3

Wybierz zmienną opuszczającą bazę ☺<sup>106</sup>

◀ ↓ ↓ ↘

Czy wybrana zmienna wskazuje na sprzeczność zadania? Tak Nie ☺<sup>107</sup>

◀ → ↘

Wybierz zmienną wprowadzaną do bazy

◀ ↓ ↓ ↓ ↘ ☺<sup>108</sup>

Określ wartości  $t$ , dla których rozwiązanie pozostaje dopuszczalne ☺<sup>111</sup>

◀ 16 ↘ 8 ↘ ⤴ > ↘  
 ▶ 7 ↘ -4.5 ↘ ⤴ > ↘

☺<sup>111</sup> Warunki wyznaczające przedział dopuszczalności otrzymanego rozwiązania ze względu na parametr  $t$  mają postać:

◀ -6 ↵ 5 ↵ ⬆ > ↵

$$\begin{aligned}16 + 8t &\geq 0 \\ 7 - 4.5t &\geq 0 \\ -6 + 5t &\geq 0\end{aligned}$$

Wartości  $t$ , dla których rozwiązanie pozostaje dopuszczalne ☺<sup>112</sup>

◀ ↵

☺<sup>112</sup> Rozpatrywane rozwiązanie, w którym zmiennymi bazowymi są zmienne  $x_2, x_4, x_5$ , pozostaje rozwiązaniem dopuszczalnym dla  $t$  z przedziału  $[1.2, 1.556]$ .

#### Iteracja 4

Wybierz zmienną opuszczającą bazę ☺<sup>106</sup>

◀ ↓ ↵

Czy wybrana zmienna wskazuje na sprzeczność zadania? Tak Nie ☺<sup>113</sup>

◀ ↵

☺<sup>113</sup> W wybranym wierszu nie istnieją elementy mniejsze od zera, sytuacja ta wskazuje na sprzeczność zadania.

Zadanie jest sprzeczne dla parametru  $t > 1.556$

◀ ↵

#### Przygotowanie do iteracji 5 (rozwiązanie z iteracji 1) ☺<sup>114</sup>

◀ ↵

☺<sup>114</sup> Powracamy do pierwszego przedziału, wyznaczonego z wykorzystaniem początkowej wartości parametru.

#### Iteracja 5

Wybierz zmienną opuszczającą bazę ☺<sup>106</sup>

◀ ↓ ↓ ↵

Czy wybrana zmienna wskazuje na sprzeczność zadania? Tak Nie ☺<sup>113</sup>

◀ ↵

Zadanie jest sprzeczne dla parametru  
 $t < -2.00000$

◀ ↵

#### Przedziały zmienności parametru $t$ ☺<sup>115</sup>

☺<sup>115</sup> Otrzymaliśmy zestawienie przedziałów, w których zadanie ma rozwiązania dopuszczalne. Mamy trzy przedziały parametru  $t$ , w których zadanie ma rozwiązanie dopuszczalne:

$$\text{dla } -2 \leq t \leq 0.286$$

$$\text{dla } 0.286 \leq t \leq 1.2$$

$$\text{dla } 1.2 \leq t \leq 1.556$$

Dla parametru  $t < -2$  i dla  $t > 1.556$  zadanie jest sprzeczne.

◀ <F2> ☺<sup>116</sup> Esc

◀ ↓ <F2> ☺<sup>116</sup> Esc

...

◀ ↵

☺<sup>116</sup> Wcisnąc klawisz <F2>, możemy uzyskać dane dotyczące rozwiązania w kolejnym przedziale. Są wartości współczynników oraz informacje o zmiennych zadania.

#### 5. Przeglądanie rozwiązania

◀ ↓ ↵

1. Zestawienie pełne – wszystkie iteracje ☺<sup>117</sup>      ☺<sup>117</sup> Zestawienie pełne zawiera dane wejściowe rozwiązywanego zadania, przebieg iteracji oraz wyniki końcowe.  
 ◀    ↵    ↓    ...    ↓    Esc

2. Zestawienie skrócone ☺<sup>118</sup>      ☺<sup>118</sup> W zestawieniu skróconym znajdują się dane wejściowe i wyniki końcowe.  
 ◀    ↓    ↵    ↓    ...    ↓    Esc

### 0. Powrót do wyboru problemu

◀    0    ↵ ☺<sup>98</sup>

## Ćwiczenie 1.6

Wykorzystując tryb rozwiązywania końcowego programu SIMP.EXE, rozwiązać zadanie otrzymane jako model matematyczny w przykładzie 1.18, opisanym w podręczniku "Wprowadzenie do badań operacyjnych z komputerem".

### Rozwiązanie

W przykładzie 1.18 otrzymaliśmy model w postaci :

$$\begin{aligned}
 0.9 x_1 + 0.1 x_3 + 0.2 x_4 + 0.3 x_5 + 0.7 x_6 &\rightarrow \min \\
 x_1 + x_2 + 2x_3 + x_5 &= 100 \\
 x_1 + 2x_4 + 2x_5 + x_6 &= 100 \\
 x_1 + 3x_2 + x_3 + 2x_4 + 3x_6 &= 100 \\
 x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 &\geq 0
 \end{aligned}$$

Z głównego menu systemu "Badania Operacyjne z Komputerem Wersja 2.01 (2007)" wybieramy opcję 'Programowanie liniowe'. W podmenu wybieramy opcję 'Primalna metoda simpleks' (program SIMP.EXE), po czym postępujemy zgodnie z poniższymi instrukcjami.

### 1. Wprowadzenie nowego zadania

◀    ↵

Rodzaj zadania:

Maksymalizacja Minimalizacja

◀    →    ↵

Liczba zmiennych

◀    6 ↵

Liczba ograniczeń

◀    3 ↵

Współczynniki funkcji celu

◀    0.9 ↵ ↵ 0.1 ↵ 0.2 ↵ 0.3 ↵ 0.7 ↵

Pierwszy warunek ograniczający

◀    1 ↵ 1 ↵ 2 ↵ ↵ 1 ↵ ↵ = 100 ↵

Drugi warunek ograniczający

◀    1 ↵ ↵ ↵ 2 ↵ 2 ↵ 1 ↵ = 100 ↵

Trzeci warunek ograniczający

◀ 1 ↵ 3 ↵ 1 ↵ 2 ↵ ↵ 3 ↵ = 100 ↵

Podaj nazwę pliku

◀ ↵

#### 4. Rozwiązanie zadania

◀ ↓ ↓ ↓ ↵

#### *Rozwiązywanie zadania*

3. Rozwiązanie końcowe

◀ ↓ ↓ ↵

4. Powrót do głównego menu

◀ ↓ ↓ ↵

#### 5. Przeglądanie rozwiązania ☺<sup>119</sup>

◀ ↓ ↵

☺<sup>119</sup> Istnieje możliwość zapoznania się z bardziej szczegółowymi wynikami zapisanymi w zestawieniach przez wybór opcji 'Przeglądanie rozwiązania' w menu głównym programu SIMP.EXE.

1. Zestawienie pełne – wszystkie iteracje ☺<sup>120</sup>

◀ ↵ ↓ ... ↓ Esc  
◀ ↵

☺<sup>120</sup> W zestawieniu pełnym znajdują się dane wejściowe, tablice simpleksowe ze wszystkich iteracji, a także analiza wrażliwości oraz informacja o ewentualnych rozwiązaniach alternatywnych.

2. Zestawienie skrócone ☺<sup>121</sup>

◀ ↓ ↵ ↓ ... ↓ Esc

☺<sup>121</sup> W zestawieniu skróconym są przedstawione dane wejściowe, rozwiązanie optymalne, a także analiza wrażliwości oraz informacja o ewentualnych rozwiązaniach alternatywnych.

0. Powrót do wyboru problemu

◀ 0 ↵ ☺<sup>33</sup>

## Ćwiczenie 1.7

Wykorzystując tryb rozwiązywania końcowego programu DUAL.EXE, rozwiązać zadanie otrzymane jako model matematyczny w przykładzie 1.19, opisanym w podręczniku "Wprowadzenie do badań operacyjnych z komputerem".

### Rozwiązanie

Otrzymany w przykładzie 1.19 model ma postać:

$$\begin{aligned} 1800 x_1 + 2200 x_2 + 1300 x_3 + 1500 x_4 &\rightarrow \min \\ 50x_1 + 20x_2 + 30x_3 &\geq 1000 \\ 20x_1 + 20x_3 + 10x_4 &\geq 800 \\ 10x_1 + 30x_2 + 10x_3 + 20x_4 &\geq 1150 \\ 10x_1 + 30x_2 + 10x_3 + 20x_4 &\leq 1170 \\ x_2 &\geq 20 \\ x_1 - 1.5x_3 &= 0 \\ x_3 &\leq 30 \\ x_1, x_2, x_3, x_4 &\geq 0 \end{aligned}$$

Z głównego menu systemu "Badania Operacyjne z Komputerem Wersja 2.01 (2007)" wybieramy opcję 'Programowanie liniowe'. W podmenu wybieramy opcję 'Dualna metoda simpleks' (program DUAL.EXE), po czym postępujemy zgodnie z poniższymi instrukcjami.

### 1. Wprowadzenie nowego zadania

◀ ↵

Rodzaj zadania:

Maksymalizacja Minimalizacja

◀ → ↵

Liczba zmiennych

◀ 4 ↵

Liczba ograniczeń

◀ 7 ↵

Współczynniki funkcji celu

◀ 1800 ↵ 2200 ↵ 1300 ↵ 1500 ↵

Pierwszy warunek ograniczający

◀ 50 ↵ 20 ↵ 30 ↵ ↵ ↑ > 1000 ↵

Drugi warunek ograniczający

◀ 20 ↵ ↵ 20 ↵ 10 ↵ ↑ > 800 ↵

Trzeci warunek ograniczający

◀ 10 ↵ 30 ↵ 10 ↵ 20 ↵ ↑ > 1150 ↵

Czwarty warunek ograniczający

◀ 10 ↵ 30 ↵ 10 ↵ 20 ↵ ↵ 1170 ↵

Piąty warunek ograniczający

◀ ↵ 1 ↵ ↵ ↵ ↑ > 20 ↵



Szósty warunek ograniczający

◀ 1 ↵ ↵ - 1.50 ↵ ↵ = 0 ↵

Siódmy warunek ograniczający

◀ ↵ ↵ 1 ↵ ↵ ↵ 30 ↵

Podaj nazwę pliku

◀ ↵

#### 4. Rozwiązanie zadania

◀ ↓ ↓ ↓ ↵

#### Rozwiązywanie zadania

3. Rozwiązanie końcowe

◀ ↓ ↓ ↵

**Rozwiązanie dopuszczalne** ☺<sup>121</sup>

☺<sup>121</sup> Otrzymane rozwiązanie dopuszczalne jest zarazem rozwiązaniem optymalnym zadania prymalnego na podstawie twierdzenia o dualności.

1. Dokładne rozwiązanie

◀ ↵

Podaj liczbę miejsc dziesiętnych

◀ 2 ☺<sup>122</sup>

◀ ↵

☺<sup>122</sup> Istnieje możliwość zapoznania się z rozwiązaniem optymalnym z dokładnością od 0 do 9 miejsc po przecinku.

3. Powrót do głównego menu

◀ ↓ ↓ ↵

#### 5. Przeglądanie rozwiązania

◀ ↓ ↵

1. Zestawienie pełne - wszystkie iteracje ☺<sup>123</sup>

◀ ↵ ↓ ... ↓ Esc

◀ ↵

☺<sup>123</sup> W zestawieniu pełnym znajdują się dane wejściowe, tablice simpleksowe ze wszystkich iteracji, a także analiza wrażliwości.

2. Zestawienie skrócone ☺<sup>124</sup>

◀ ↓ ↵ ↓ ... ↓ Esc

☺<sup>124</sup> W zestawieniu skróconym znajdują się dane wejściowe, rozwiązanie optymalne, a także analiza wrażliwości.

0. Powrót do wyboru problemu

◀ 0 ↵

## Ćwiczenie 1.8

Wykorzystując tryb rozwiązywania końcowego programu PARAM.EXE, rozwiązać zadanie otrzymane jako model matematyczny w przykładzie 1.20, opisanym w podręczniku "Wprowadzenie do badań operacyjnych z komputerem".

### Rozwiązanie

W przykładzie 1.20 otrzymano model matematyczny w postaci:

$$(1+t)x_1 + (2+t)x_2 + (1+t)x_3 + (3+t)x_4 + (4+t)x_5 + (5+t)x_6 + (3+t)x_7 + (2+t)x_8 \rightarrow \max$$

$$3x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 4x_4 + 3x_5 + 5x_6 + 2x_7 + 3x_8 \leq 500$$

$$2x_1 + 3x_2 + x_3 + 4x_4 + 2x_5 + 2x_6 + x_7 + 3x_8 \leq 400$$

$$2x_1 + x_2 + x_3 + 4x_4 + 3x_5 + 2x_7 + 4x_8 \leq 350$$

$$2x_1 + x_2 + 2x_3 + 2x_4 + x_5 + 2x_6 + 2x_7 + x_8 \leq 450$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8 \geq 0$$

Z głównego menu systemu "Badania Operacyjne z Komputerem Wersja 2.01 (2007)" wybieramy opcję 'Programowanie liniowe'. W podmenu wybieramy opcję 'Parametryczne programowanie liniowe' (program PARAM.EXE), po czym postępujemy zgodnie z poniższymi instrukcjami.

#### 1. Wprowadzenie nowego zadania

◀ ↵

Rodzaj zadania:

Maksymalizacja Minimalizacja

◀ ↵

Parametryzacja:

Funkcji Celu Wyrazu Wolnego

◀ ↵

Liczba zmiennych

◀ 8 ↵

Liczba ograniczeń

◀ 4 ↵

Współczynniki funkcji celu

◀ 1 ↵ 2 ↵ 1 ↵ 3 ↵ 4 ↵ 5 ↵  
3 ↵ 2 ↵

Współczynniki zależne od parametru t w funkcji celu

◀ 1 ↵ 1 ↵ 1 ↵ 1 ↵ 1 ↵ 1 ↵  
1 ↵ 1 ↵

Pierwszy warunek ograniczający

◀ 3 ↵ 2 ↵ 5 ↵ 4 ↵ 3 ↵ 5 ↵  
2 ↵ 3 ↵ ↵ 500 ↵

Drugi warunek ograniczający

◀ 2 ↵ 3 ↵ 1 ↵ 4 ↵ 2 ↵ 2 ↵  
1 ↵ 3 ↵ ↵ 400 ↵

Trzeci warunek ograniczający

◀ 2 ↵ 1 ↵ 1 ↵ 4 ↵ 3 ↵ ↵  
2 ↵ 4 ↵ ↵ 350 ↵

Czwarty warunek ograniczający

◀ 2 ↵ 1 ↵ 2 ↵ 2 ↵ 1 ↵ 2 ↵  
2 ↵ 1 ↵ ↵ 450 ↵

Podaj nazwę pliku

◀ ↵

#### 4. Rozwiązanie zadania

◀ ↓ ↓ ↓ ↵

#### Rozwiązywanie zadania

3. Rozwiązanie końcowe ☺<sup>125</sup>

◀ ↵

☺<sup>125</sup> Ponieważ liczba zmiennych jest większą niż pięć, dostępna jest jedynie opcja '3. Rozwiązanie końcowe'.

*Przedziały zmienności parametru t* ☺<sup>126</sup>

◀ <F2> ☺<sup>95</sup> Esc  
◀ ↓ <F2> ☺<sup>95</sup> Esc  
◀ ...  
◀ ↵

☺<sup>126</sup> Otrzymaliśmy zestawienie przedziałów, w których zadanie ma rozwiązania optymalne.

#### 5. Przeglądanie rozwiązania

◀ ↓ ↵

1. Zestawienie pełne – wszystkie iteracje ☺<sup>127</sup>

◀ ↵ ↓ ... ↓ Esc  
◀ ↵

☺<sup>127</sup> W zestawieniu pełnym znajdują się dane wejściowe, przebieg obliczeń w postaci otrzymanych rozwiązań w kolejnych iteracjach, układy nierówności wyznaczających przedział parametru t w bieżącym rozwiązaniu optymalnym oraz wyniki końcowe.

2. Zestawienie skrócone ☺<sup>128</sup>

◀ ↓ ↵ ↓ ... ↓ Esc

☺<sup>128</sup> W zestawieniu skróconym znajdują się dane wejściowe i wyniki końcowe.

#### 0. Powrót do wyboru problemu

◀ 0 ↵