

Rozdział 4

METODY WIELOKRYTERIALNE

4.3. ZADANIA

Wykorzystując tryb konwersacyjny programu INTERAKT.EXE, rozwiązać zadania:

Zadanie 4.1

cel	x_1	x_2		
1	1	0	→	max
2	0	1	→	max
ograniczenia				
1	1	1	≤	10
	0	0		ograniczenie dolne
	1000	1000		ograniczenie górne

Rozwiązać zadanie, przyjmując, że wartość pierwszego celu ma być zbliżona do 80% wartości optymalnej (pierwszej wartości optymistycznej), a wartość drugiego celu ma być nie mniejsza od 4.

Zadanie 4.2

cel	x_1	x_2		
1	5	7	→	max
2	0	1	→	max
ograniczenia				
1	1	5	≤	51
	0	0		ograniczenie dolne
	1000	1000		ograniczenie górne

Rozwiązać zadanie, przyjmując, że wartość drugiego celu ma być nie mniejsza niż 50% wartości optymalnej (pierwszej wartości optymistycznej). Ponadto cel pierwszy ma być jak najbliżej wartości równej 100.

Zadanie 4.3

cel	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄		
1	1	0	0	0	→	max
2	0	1	0	0	→	max
3	0	1	1	1	→	max
4	1	1	1	1	→	max
ograniczenia						
1	1	1	1	1	≤	100
	0	0	0	0		ograniczenie dolne
	1000	1000	1000	1000		ograniczenie górne

Rozwiązać zadanie, przyjmując, że wartości celów mają być zbliżone do:

- 50 w przypadku 1 celu,
- 40 w przypadku 2 celu,
- 60 dla 3 celu,
- 100 dla 4 celu.

Wykorzystując tryb konwersacyjny programu GOAL.EXE, rozwiązać zadania:

Zadanie 4.4

cel	x ₁	x ₂	x ₃			y(+)	y(-)	P
1	3	3	2	≥	100	0	3	1
2	0	3	1	=	70	3	2	1
3	1	0	1	≤	80	5	0	1
ograniczenia								
1	1	2	-1	≤	45			
2	1	-1	2	≥	30			
3	1	2	1	=	15			
	0	0	0					ograniczenie dolne
	1000	1000	1000					ograniczenie górne

Czy rozwiązanie ulegnie zmianie, jeżeli przyjmiemy następującą hierarchię celów:

1)

nr celu	priorytet
1	1
2	2
3	3

2)

nr celu	priorytet
1	2
2	2
3	1

Zadanie 4.5

cel	x_1	x_2			$y(+)$	$y(-)$	P
1	5	7	=	100	1	1	1
2	0	1	=	7	1	1	1
ograniczenia							
1	1	5	≤	51			
	0	0			ograniczenie dolne		
	1000	1000			ograniczenie górne		

Czy rozwiązanie ulegnie zmianie, jeżeli przyjmimy następującą hierarchię celów:

nr celu	priorytet
1	1
2	2

Zadanie 4.6

cel	x_1	x_2			$y(+)$	$y(-)$	P
1	14	20	≥	2000	0	1	1
2	1	0	≥	10	0	1	1
3	0	1	≥	10	0	1	1
ograniczenia							
1	1	2	≤	60			
2	3	3	≤	120			
	0	0			ograniczenie dolne		
	1000	1000			ograniczenie górne		

Czy rozwiązanie ulegnie zmianie, jeżeli przyjmimy następującą hierarchię celów:

nr celu	priorytet
1	1
2	2
3	2

Zadanie 4.7

cel	x_1	x_2	x_3	x_4			$y(+)$	$y(-)$	P
1	1	2	-1	-1	≤	45	1	0	1
2	1	-2	1	0	=	20	1	1	1
3	1	2	1	1	≥	22	0	1	1
4	1	1	1	1	=	62	1	1	1
ograniczenia									
1	1	2	2	0	≤	10			
	0	0	0	0			ograniczenie dolne		
	1000	1000	1000	1000			ograniczenie górne		

Czy rozwiązanie ulegnie zmianie, jeżeli przyjmimy następującą hierarchię celów:

nr celu	priorytet
1	2
2	3
3	3
4	1

Zadanie 4.8

cel	x_1	x_2	x_3	x_4		$y(+)$	$y(-)$	P	
1	2	-1	-1	1	\geq	45	0	2	1
2	1	1	-1	1	\geq	20	0	3	1
3	1	3	1	2	\leq	22	5	0	1
4	1	2	1	1	$=$	62	2	4	1
ograniczenia									
1	1	2	1	0	\leq	50			
2	1	1	2	0	\leq	70			
	0	0	0	0			ograniczenie dolne		
	1000	1000	1000	1000			ograniczenie górne		

Czy rozwiązanie ulegnie zmianie, jeżeli przyjmimy następującą hierarchię celów:

nr celu	priorytet
1	1
2	2
3	3
4	4

Dla sformułowanych poniżej problemów zbudować model matematyczny i rozwiązać otrzymane zadanie za pomocą programów INTERAKT.EXE oraz GOAL. EXE.

Zadanie 4.9

Firma techniczna miesza trzy surowce, tak aby wytworzyć dwa produkty: dodatek do paliwa (DP) oraz rozpuszczalnik (R). Każda tona DP składa się z 2/5 t surowca 1 i 3/5 t surowca 3. Tona R składa się z 1/2 t surowca 1, 1/5 t surowca 2 i 3/10 t surowca 3. Produkcja firmy jest ograniczona z uwagi na ograniczone ilości surowców. W obecnym cyklu produkcyjnym firma posiada następujące zapasy poszczególnych surowców: surowiec 1 20 t; surowiec 2 5 t; surowiec 3 21 t. Właściciel firmy chce osiągnąć następujące równoważne cele:

Cel 1: wytworzenie co najmniej 30 t produktu DP.

Cel 2: wytworzenie co najmniej 15 t produktu R.

Czy możliwe jest osiągnięcie obydwu celów równocześnie? Wyjaśnić odpowiedź.

1) Sformułować i rozwiązać odpowiednie zadanie programowania celowego. Jaki wpływ na rozwiązanie będzie miał warunek, że cel 1 jest dwukrotnie ważniejszy niż cel 2?

2) Traktując cele jako równoważne, zbudować zadanie programowania interaktywnego i rozwiązać je zgodnie z powyższymi postulatami.

Zadanie 4.10

Firma doradztwa finansowego ma za zadanie stworzyć portfel inwestycyjny dla nowego klienta. Początkowo klient chciałby, aby jego portfel był ograniczony do akcji dwóch firm A i B (tablica 4.1).

Akcje	Cena 1 akcji (w zł)	Oceniany zwrot (w zł)
A	50	6
B	100	10

Tablica 4.1

Klient chce zainwestować 50 000 zł i określił następujące cele:

Cel 1: osiągnąć roczną stopę zwrotu równą co najmniej 9%.

Cel 2: ograniczyć inwestycje w B (są to ryzykowne akcje) do nie więcej niż 60% wartości portfela.

- 1) Sformułować i rozwiązać odpowiednie zadanie programowania celowego.
- 2) Traktując cele jako równoważne, zbudować zadanie programowania interaktywnego i rozwiązać je zgodnie z powyższymi postulatami.

Zadanie 4.11

Fabryka samochodów wprowadziła na rynek nowy model luksusowego samochodu. Jako część kampanii reklamowej dział marketingu fabryki postanowił wysłać indywidualne zaproszenia na jazdy próbne do dwóch grup klientów: obecnych właścicieli jednego z luksusowych modeli produkowanych przez fabrykę (grupa 1) oraz właścicieli luksusowych samochodów produkowanych przez konkurenta (grupa 2). Koszt opracowania i wysłania indywidualnego zaproszenia szacowany jest na 1 zł/list. Na podstawie wcześniejszych doświadczeń dział marketingu ocenia, że 25% klientów z grupy 1 i 10% klientów z grupy 2 odpowie na zaproszenie i zgodzi się na jazdę próbną. Celami tak zaprojektowanej kampanii reklamowej są:

Cel 1: osiągnięcie co najmniej 10 000 jazd próbnych z klientami z grupy 1.

Cel 2: osiągnięcie co najmniej 5 000 jazd próbnych z klientami z grupy 2.

Cel 3: ograniczenie wydatków na kampanię reklamową do 70 000 zł.

Należy uwzględnić ograniczenie wydatków na kampanię reklamową do 70 000zł.

1) Zakładając, że cele 1 i 2 są pierwszego priorytetu, a zatem są ważniejsze niż cel 3, zbudować i rozwiązać model programowania celowego. Jak zmieni się rozwiązanie, jeśli zarząd firmy uzna, że skontaktowanie się z klientami z grupy 2 jest dwukrotnie ważniejsze niż z grupy 1 (a obydwa cele są w dalszym ciągu ważniejsze niż cel 3)?

2) Traktując cele jako równoważne, zbudować zadanie programowania interaktywnego i rozwiązać je zgodnie z powyższymi postulatami.

Zadanie 4.12

Kierownik działu stara się określić najlepszą lokalizację nowej drukarki w pomieszczeniu, gdzie stoją trzy inne drukarki. Istniejące drukarki są zlokalizowane następująco (posługując się współrzędnymi x_1 , x_2):

drukarka 1: $x_1 = 1$ $x_2 = 7$,

drukarka 2: $x_1 = 5$ $x_2 = 9$,

drukarka 3: $x_1 = 6$ $x_2 = 2$.

1) Zbudować zadanie programowania celowego, które będzie minimalizowało odległość nowej drukarki od trzech pozostałych. Odległość ta ma być mierzona „po trójkącie”, co oznacza, że jeśli np. nowa drukarka jest zlokalizowana w punkcie o współrzędnych $x_1 = 3$ $x_2 = 5$, to jej odległość od drukarki 1 jest równa $|3-1|+|5-7|=4$.

2) Przy powyższych założeniach zbudować i rozwiązać zadanie programowania interaktywnego.

Zadanie 4.13

Firma gastronomiczna rozważa możliwość lokalizacji nowej restauracji, tak aby restauracja ta była atrakcyjna dla klientów z trzech pobliskich osiedli. Zakładając, że (x_1, x_2) to współrzędne każdego z osiedli na mapie miasta, położenie tych osiedli można określić następująco:

osiedle 1: $x_1 = 2$ $x_2 = 8$,

osiedle 2: $x_1 = 6$ $x_2 = 6$,

osiedle 3: $x_1 = 1$ $x_2 = 1$.

Jeśli nowa restauracja jest zlokalizowana w punkcie $x_1 = 3$, $x_2 = 2$, to byłaby ona położona w odległości $|3-1|+|2-1| = 3$ km od osiedla 3 (odległość mierzona jest jako suma różnic wschód-zachód i północ-południe pomiędzy współrzędnymi).

1) Sformułować i rozwiązać zadanie programowania celowego, które pomoże tak zlokalizować restaurację, że jej odległość od trzech osiedli będzie jak najmniejsza.

2) Sformułować i rozwiązać odpowiednie zadanie programowania interaktywnego.

3) Wiemy, że osiedle 1 jest czterokrotnie większe niż osiedle 3, oraz że osiedle 2 jest dwukrotnie większe niż osiedle 3. Właściciel firmy uważa, że odległość restauracji od osiedla powinna być proporcjonalna do liczby jego mieszkańców. Zbudować i rozwiązać zadania programowania celowego i interaktywnego, które biorą pod uwagę powyższe założenie.

Zadanie 4.14

Głównymi produktami pewnej fabryki są dwa wyroby typu O100 i O150. Dyrekcja chce zaplanować produkcję tych wyrobów na dwa najbliższe miesiące (styczeń i luty), zakładając, że wyrób O100 wymaga 3 godzin produkcji, a wyrób O150 5 godzin. Fabryka otrzymała zamówienia do realizacji w styczniu i lutym, przedstawione w tablicy 4.2.

Model	Styczeń	Luty
O100	850	600
O150	1500	1500

Tablica 4.2

Zapasy produkcyjne pod koniec grudnia wynoszą: 150 wyrobów O100 i 500 wyrobów O150. W grudniu fabryka zużyła 6000 godzin na produkcję tych wyrobów. Dla właściciela fabryki celem o pierwszorzędym znaczeniu jest zaspokojenie popytu na wyroby typu O150. Drugim co do ważności celem jest zaspokojenie popytu na wyroby typu O100. Właściciel nie chciałby takiego planu produkcji, z którym związana jest wysoka fluktuacja pracowników

z miesiąca na miesiąc. Można to zinterpretować jako cel opracowania takiego planu produkcyjnego, aby wielkość czasu poświęcanego na produkcję wyrobów wahała się z miesiąca na miesiąc w granicach 1000 godzin. Jednakże fluktuacja liczby pracowników ma dla właściciela mniejsze znaczenie niż dwa uprzednio sformułowane cele.

1) Traktując cele jako równoważne, zbudować zadanie programowania interaktywnego i rozwiązać je zgodnie z powyższymi postulatami.

2) Przedstawić plan produkcji najlepiej spełniający cele sformułowane przez właściciela fabryki za pomocą programowania celowego.

3) W jaki sposób zmieni się plan produkcji z punktu 2), jeśli właściciel fabryki zażąda, aby na koniec lutego w magazynach znajdował się zapas 150 sztuk wyrobów każdego typu?

4) Zmodyfikować plan produkcji z punktu 2), uwzględniając warunek, że magazyny mogą pomieścić 210 sztuk każdego typu wyrobu.

5) Czy plan produkcji z punktu 2) ulegnie zmianie, jeżeli ograniczenie fluktuacji pracowników zostanie potraktowane jako główny priorytet właściciela fabryki?