

Rozdział 6

PROGRAMOWANIE WYPUKŁE I KWADRATOWE

6.2 Ćwiczenia komputerowe

Ćwiczenie 6.1

Wykorzystując program KWADRAT.EXE, rozwiązać następujące zadanie:

$$\begin{aligned} 10x_1 + 25x_2 - 10x_1^2 - 4x_1x_2 - x_2^2 &\rightarrow \max \\ x_1 + 2x_2 &\leq 10 \\ x_1 + x_2 &\leq 9 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

Rozwiązanie

Z głównego menu systemu "Badania Operacyjne z Komputerem Wersja 2.01 (2007)" wybieramy opcję 'Programowanie kwadratowe', po czym postępujemy zgodnie z poniższymi instrukcjami.

1. Wprowadzenie nowego zadania

◀ ↵

Liczba warunków ograniczających ☺¹

◀ 2 ↵

☺¹ Wprowadzamy liczbę ograniczeń zadania pierwotnego. W programie KWADRAT.EXE przyjmujemy, że wszystkie zmienne są dodatnie lub równe zero, tak więc nie musimy dodatkowo wprowadzać warunków na nieujemność zmiennych.

Liczba zmiennych ☺²

◀ 2 ↵

☺² Wprowadzamy liczbę zmiennych zadania pierwotnego.

Macierz formy kwadratowej i wektor funkcji liniowej ☺³

◀ 10 ↵ 2 ↵ 10 ↵
2 ↵ 1 ↵ 25 ↵

☺³ W rozpatrywanym przypadku macierz formy kwadratowej **C**, oraz wektor funkcji liniowej **p**, mają postać :

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 10 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{p} = [10 \quad 25]$$

Ograniczenia

◀ 1 ↵ 2 ↵ 10 ↵
1 ↵ 1 ↵ 9 ↵

Podaj nazwę pliku ☺⁴

◀ ↵

☺⁴ Akceptujemy zaproponowaną przez program nazwę pliku, w którym zapisane będzie rozpatrywane zadanie. Możliwe jest zapisanie zadania pod dowolną, inną ośmioznakową

nazwą.

4. Rozwiązanie zadania

◀ ↓ ↓ ↓ ↓

Rozwiązanie zadania

1. Tryb konwersacyjny

◀ ↓

Formułowanie zadania zastępczego ☺⁵

☺⁵ Wprowadzamy zadanie zastępcze:

$$w_1 + w_2 \rightarrow \min$$

$$x_1 + 2x_2 + x_1^d = 10$$

$$x_1 + x_2 + x_2^d = 9$$

$$20x_1 + 4x_2 + y_1 + y_2 - y_1^d + w_1 = 10$$

$$4x_1 + 2x_2 + 2y_1 + y_2 - y_2^d + w_2 = 25$$

$$x_1, x_2, x_1^d, x_2^d, y_1, y_2, y_1^d, y_2^d, w_1, w_2 \geq 0$$

Ilość ograniczeń

◀ 4 ↓

Ilość zmiennych (dla poszczególnych typów)

◀ 2 2 2 2 ↓ 2

Współczynniki funkcji celu

◀ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓
↓ ↓ 1 ↓ 1 ↓ ☺⁵

Macierz ograniczeń i wektor wyrazów wolnych

Pierwsze ograniczenie zadania zastępczego ☺⁵

◀ 1 ↓ 2 ↓ 1 ↓ ↓ ↓ ↓
↓ ↓ ↓ ↓ 10 ↓

Drugie ograniczenie zadania zastępczego ☺⁵

◀ 1 ↓ 1 ↓ 0 ↓ 1 ↓ ↓ ↓
↓ ↓ ↓ ↓ 9 ↓

Trzecie ograniczenie zadania zastępczego ☺⁵

◀ 20 ↓ 4 ↓ ↓ ↓ 1 ↓ 1 ↓
-1 ↓ ↓ 1 ↓ ↓ 10 ↓

Czwarte ograniczenie zadania zastępczego ☺⁵

◀ 4 ↓ 2 ↓ ↓ ↓ 2 ↓ 1 ↓
↓ -1 ↓ ↓ 1 ↓ 25 ↓

Podaj zmienną bazową dla ograniczenia nr 1

◀ → → ↓

Podaj zmienną bazową dla ograniczenia nr 2

◀ → → → ↓

Podaj zmienną bazową dla ograniczenia nr 3

◀ → → → → → →
→ → ↓

Podaj zmienną bazową dla ograniczenia nr 4

◀ → → → → → →
→ → → ↵
◀ ↵

Iteracja 1

Czy rozwiązanie jest optymalne Tak Nie

◀ → (Nie) ↵ ☹⁶

☹⁶ Otrzymane rozwiązanie nie jest optymalne, ponieważ istnieją wskaźniki optymalności mniejsze od zera.

Wybierz zmienną wprowadzaną do bazy

◀ ↵ ☹⁷

☹⁷ Próbujemy wprowadzić do bazy zmienną dla której wskaźnik optymalności jest najmniejszy.

Czy twój wybór był prawidłowy Tak Nie

◀ (Tak) ↵ ☹⁸

☹⁸ Zmienna komplementarna do zmiennej wprowadzonej do bazy jest niebazowa. Oznacza to, że wybór był prawidłowy.

Wybierz zmienną usuwaną z bazy

◀ ↓ ↓ ↵ ☹⁹

☹⁹ Zmienną usuwaną z bazy wybieramy zgodnie z kryterium wyjścia prymalnej metody simpleks.

Iteracja 2

Czy rozwiązanie jest optymalne Tak Nie

◀ → (Nie) ↵ ☹⁶

Wybierz zmienną wprowadzaną do bazy

◀ ↓ ↓ ↓ ↓ ↵ ☹⁷

Czy twój wybór był prawidłowy Tak Nie

◀ → (Nie) ↵ ☹¹⁰

☹¹⁰ Zmienna komplementarna do rozpatrywanej zmiennej jest zmienną bazową, ponadto nie ma możliwości usunięcia jej z bazy. Dlatego też wprowadzenie rozpatrywanej zmiennej do bazy nie jest możliwe.

Czy rozwiązanie jest optymalne Tak Nie

◀ → (Nie) ↵ ☹⁶

Wybierz zmienną wprowadzaną do bazy

◀ ↓ ↵ ☹⁷

Czy twój wybór był prawidłowy Tak Nie

◀ (Tak) ↵ ☹⁸

Wybierz zmienną usuwaną z bazy

◀ ↓ ↓ ↵ ☹⁹

Iteracja 3

Czy rozwiązanie jest optymalne Tak Nie

◀ → (Nie) ↵ ☹⁶

Wybierz zmienną wprowadzaną do bazy

◀ ↓ ↓ ↓ ↓ ↵ ☹⁷

Czy twój wybór był prawidłowy Tak Nie

◀ → (Nie) ↵ ☹¹⁰

Czy rozwiązanie jest optymalne Tak Nie

◀ → (Nie) ↵ ☹⁶

Wybierz zmienną wprowadzaną do bazy

◀ ↓ ↓ ↓ ↓ ↵ ☹⁷

Czy twój wybór był prawidłowy Tak Nie

◀ → (Nie) ↵ ☹¹⁰

Czy rozwiązanie jest optymalne Tak Nie

◀ → (Nie) ↵ ☹⁶

Wybierz zmienną wprowadzaną do bazy

◀ ↓ ↓ ↓ ↓ ↵ ☹⁷

Czy twój wybór był prawidłowy Tak Nie

◀ (Tak) ↵ ☺⁸

Wybierz zmienną usuwaną z bazy

◀ ↵ ☺⁹

Iteracja 4

Czy rozwiązanie jest optymalne Tak Nie

◀ → (Nie) ↵ ☹⁶

Wybierz zmienną wprowadzaną do bazy

◀ ↵ ☹⁷

Czy twój wybór był prawidłowy Tak Nie

◀ → (Nie) ↵ ☹¹⁰

Czy rozwiązanie jest optymalne Tak Nie

◀ → (Nie) ↵ ☹⁶

Wybierz zmienną wprowadzaną do bazy

◀ ↓ ↓ ↓ ↵ ☹⁷

Czy twój wybór był prawidłowy Tak Nie

◀ (Tak) ↵ ☺⁸

Wybierz zmienną usuwaną z bazy
◀ ↓ ↓ ↓ ↵ ☺⁹

Iteracja 5

Czy rozwiązanie jest optymalne Tak Nie
◀ (Tak) ↵ ☺¹¹

☺¹¹ Wszystkie wskaźniki optymalności są nieujemne, czyli otrzymaliśmy rozwiązanie optymalne zadania zastępczego.

Rozwiązanie zadania zastępczego

Czy istnieje rozwiązanie zadania programowania kwadratowego Tak Nie ☺¹²
◀ (Tak) ↵

☺¹² Ponieważ wszystkie zmienne sztuczne 'w' zostały usunięte z bazy w trakcie rozwiązywania zadania zastępczego, istnieje rozwiązanie zadania początkowego.

Rozwiązanie optymalne

◀ ↵

5.Przeglądanie rozwiązania

◀ ↓ ↵

1.Zestawienie pełne – wszystkie iteracje ☺¹³
◀ ↵ ↓ ... ↓ Esc
◀ ↵

☺¹³ W zestawieniu pełnym znajdują się dane wejściowe, wyniki cząstkowe wszystkich iteracji oraz wyniki końcowe.

2.Zestawienie skrócone ☺¹⁴
◀ ↓ ↵ ↓ ... ↓ Esc

☺¹⁴ W zestawieniu skróconym znajdują się dane wejściowe i wyniki końcowe.

0.Powrót do wyboru problemu

◀ 0 ↵ ☺¹⁵

☺¹⁵ Kończymy działanie programu KWADRAT.EXE.

Ćwiczenie 6.2

Wykorzystując program KWADRAT.EXE, rozwiązać następujące zadanie:

$$\begin{aligned} 10x_1 + 25x_2 - 10x_1^2 - 4x_1x_2 - x_2^2 &\rightarrow \max \\ x_1 + 2x_2 &\leq 10 \\ -x_1 - x_2 &\leq -9 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

Rozwiązanie

Z głównego menu systemu "Badania Operacyjne z Komputerem Wersja 2.01 (2007)" wybieramy opcję 'Programowanie kwadratowe', po czym postępujemy zgodnie z poniższymi instrukcjami.

2.Wczytanie zadania z pliku ☺¹⁶
◀ ↓ ↵

☺¹⁶ Wczytujemy zadanie wprowadzone w ćwiczeniu 6.1.

◀ ↵ ☺¹⁷

☺¹⁷ Wczytujemy plik ZADANIE.Z60

◀ ↵
◀ ↵

3. Edycja zadania ☺¹⁸

◀ ↓ ↵

◀ ↵ ↵ ↵ ↵ ↵ ↵ ↵ ↵ ↵ ☺¹⁹

◀ ↵ ↵ ↵
- 1 ↵ - 1 ↵ - 9 ↵ ☺²⁰

Podaj nazwę pliku ☺²¹

◀ ZAD ↵

4. Rozwiązanie zadania

◀ ↓ ↵

Rozwiązywanie zadania

1. Tryb konwersacyjny

◀ ↵

Formułowanie zadania zastępczego ☺²²

Ilość ograniczeń

◀ 4 ↵

Ilość zmiennych (dla poszczególnych typów)

◀ 2 2 2 2 1 ☺²³ 2

Współczynniki funkcji celu

◀ ↵ ↵ ↵ ↵ ↵ ↵
↵ ↵ 1 ↵ 1 ↵ 1 ↵ ☺²²

Macierz ograniczeń i wektor wyrazów wolnych
Pierwsze ograniczenie zadania zastępczego ☺²²

◀ 1 ↵ 2 ↵ 1 ↵ ↵ ↵ ↵
↵ ↵ ↵ ↵ ↵ 10 ↵

Drugie ograniczenie zadania zastępczego ☺²²

◀ 1 ↵ 1 ↵ 0 ↵ -1 ↵ ↵ ↵
↵ ↵ 1 ↵ ↵ ↵ 9 ↵

Trzecie ograniczenie zadania zastępczego ☺²²

◀ 20 ↵ 4 ↵ ↵ ↵ 1 ↵ -1 ↵
- 1 ↵ ↵ ↵ 1 ↵ ↵ 10 ↵

zawierający dane podobnego zadania programowania kwadratowego.

☺¹⁸ Za pomocą opcji pozwalającej na edycję wprowadzimy różnice między zadaniami.

☺¹⁹ Akceptujemy dane dotyczące funkcji celu oraz ograniczeń.

☺²⁰ Wprowadzamy zmiany występujące w drugim ograniczeniu.

☺²¹ Zadanie zapisujemy w pliku o nazwie ZAD.Z60.

☺²² Wprowadzamy zadanie zastępcze w postaci:

$$\begin{aligned} v_1 + w_1 + w_2 &\rightarrow \min \\ x_1 + 2x_2 + x_1^d &= 10 \\ x_1 + x_2 - x_2^d + v_1 &= 9 \\ 20x_1 + 4x_2 + y_1 - y_2 - y_1^d + w_1 &= 10 \\ 4x_1 + 2x_2 + 2y_1 - y_2 - y_2^d + w_2 &= 25 \\ x_1, x_2, x_1^d, x_2^d, y_1, y_2, y_1^d, y_2^d, v_1, w_1, w_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

☺²³ Wprowadzamy dodatkową zmienną sztuczną.

Czwarte ograniczenie zadania zastępczego ☺²²

◀ 4 ↵ 2 ↵ ↵ ↵ 2 ↵ -1 ↵
↵ -1 ↵ ↵ ↵ 1 ↵ 25 ↵

Podaj zmienną bazową dla ograniczenia nr 1

◀ → → ↵

Podaj zmienną bazową dla ograniczenia nr 2

◀ → → → → → →
→ → ↵

Podaj zmienną bazową dla ograniczenia nr 3

◀ → → → → → →
→ → → ↵

Podaj zmienną bazową dla ograniczenia nr 4

◀ → → → → → →
→ → → → ↵
◀ ↵

Iteracja 1

Czy rozwiązanie jest optymalne Tak Nie

◀ → (Nie) ↵ ☺²⁴

☺²⁴ Otrzymane rozwiązanie nie jest optymalne, ponieważ istnieją wskaźniki optymalności mniejsze od zera.

Wybierz zmienną wprowadzaną do bazy

◀ ↵ ☺²⁵

☺²⁵ Próbujemy wprowadzić do bazy zmienną, dla której wskaźnik optymalności jest najmniejszy.

Czy twój wybór był prawidłowy Tak Nie

◀ (Tak) ↵ ☺²⁶

☺²⁶ Zmienna komplementarna do zmiennej wprowadzonej do bazy jest niebazowa, czyli równa zero.

Wybierz zmienną usuwaną z bazy

◀ ↓ ↓ ↵ ☺²⁷

☺²⁷ Zmienną usuwaną z bazy wybieramy zgodnie z kryterium wyjścia standardowego algorytmu simpleks.

Iteracja 2

Czy rozwiązanie jest optymalne Tak Nie

◀ → (Nie) ↵ ☺²⁴

Wybierz zmienną wprowadzaną do bazy

◀ ↓ ↵ ☺²⁵

Czy twój wybór był prawidłowy Tak Nie

◀ (Tak) ↵ ☺²⁶

Wybierz zmienną usuwaną z bazy

◀ ↓ ↓ ↵ ☺²⁷

Iteracja 3

Czy rozwiązanie jest optymalne Tak Nie

◀ → (Nie) ↵ ☺²⁴

Wybierz zmienną wprowadzaną do bazy

◀ ↓ ↓ ↓ ↓ ↵ ☺²⁵

Czy twój wybór był prawidłowy Tak Nie

◀ → (Nie) ↵ ☺²⁸

Czy rozwiązanie jest optymalne Tak Nie

◀ → (Nie) ↵ ☺²⁴

Wybierz zmienną wprowadzaną do bazy

◀ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↵ ☺²⁵

Czy twój wybór był prawidłowy Tak Nie

◀ (Tak) ↵ ☺²⁶

Wybierz zmienną usuwaną z bazy

◀ ↵ ☺²⁷

Iteracja 4

Czy rozwiązanie jest optymalne Tak Nie

◀ → (Nie) ↵ ☺²⁴

Wybierz zmienną wprowadzaną do bazy

◀ ↵ ☺²⁵

Czy twój wybór był prawidłowy Tak Nie

◀ → (Nie) ↵ ☺²⁸

Czy rozwiązanie jest optymalne Tak Nie

◀ → (Nie) ↵ ☺²⁴

Wybierz zmienną wprowadzaną do bazy

◀ ↓ ↓ ↓ ↵ ☺²⁵

Czy twój wybór był prawidłowy Tak Nie

◀ (Tak) ↵ ☺²⁶

Wybierz zmienną usuwaną z bazy

◀ ↓ ↓ ↓ ↵ ☺²⁷

Iteracja 5

Czy rozwiązanie jest optymalne Tak Nie

◀ → (Nie) ↵ ☺²⁴

Wybierz zmienną wprowadzaną do bazy

◀ ↵ ☺²⁵

Czy twój wybór był prawidłowy Tak Nie

◀ → (Nie) ↵ ☺²⁸

☺²⁸ Zmienna komplementarna do rozpatrywanej zmiennej jest zmienną bazową, ponadto nie ma możliwości usunięcia jej z bazy. Dlatego też wprowadzenie rozpatrywanej zmiennej do bazy nie jest możliwe.

Czy rozwiązanie jest optymalne Tak Nie

◀ → (Nie) ↵ ☺²⁴

Wybierz zmienną wprowadzaną do bazy

◀ ↓ ↓ ↓ ↓ ↵ ☺²⁹

Czy twój wybór był prawidłowy Tak Nie

◀ (Tak) ↵ ☺²⁶

Wybierz zmienną usuwaną z bazy

◀ ↵ ☺²⁷

Iteracja 6

Czy rozwiązanie jest optymalne Tak Nie

◀ → (Nie) ↵ ☺²⁴

Wybierz zmienną wprowadzaną do bazy

◀ ↵ ☺²⁵

Czy twój wybór był prawidłowy Tak Nie

◀ (Tak) ↵ ☺²⁶

Wybierz zmienną usuwaną z bazy

◀ ↓ ↵ ☺²⁷

Iteracja 7

Czy rozwiązanie jest optymalne Tak Nie

◀ (Tak) ↵ ☺³⁰

Rozwiązanie zadania zastępczego

Czy istnieje rozwiązanie zadania programowania kwadratowego Tak Nie ☺³¹

◀ (Tak) ↵

Rozwiązanie optymalne

◀ ↵

5.Przeglądanie rozwiązania

◀ ↓ ↵

1.Zestawienie pełne – wszystkie iteracje ☺³²

◀ ↵ ↓ ... ↓ Esc

◀ ↵

2.Zestawienie skrócone ☺³³

◀ ↓ ↵ ↓ ... ↓ Esc

0.Powrót do wyboru problemu

◀ 0 ↵ ☺¹⁵

☺²⁹ Próbuje wprowadzić do bazy zmienną, dla której wskaźnik optymalności jest równy zero.

☺³⁰ Wszystkie wskaźniki optymalności są nieujemne, czyli otrzymaliśmy rozwiązanie optymalne zadania zastępczego.

☺³¹ Ponieważ zmienne sztuczne 'w' i 'v' zostały usunięte z bazy w trakcie rozwiązywania zadania zastępczego, istnieje rozwiązanie zadania początkowego.

☺³² W zestawieniu pełnym znajdują się dane wejściowe, wyniki cząstkowe wszystkich iteracji oraz wyniki końcowe.

☺³³ W zestawieniu skróconym znajdują się dane wejściowe i wyniki końcowe.

Ćwiczenie 6.3

Wykorzystując tryb rozwiązania końcowego programu KWADRAT.EXE, rozwiązać zadanie otrzymane jako model matematyczny w przykładzie 6.5.

Rozwiązanie

W przykładzie 6.5 otrzymaliśmy model w postaci:

$$\begin{aligned} & 11.4312 x_1^2 + 2.3402 x_1 x_2 + 0.2464 x_1 x_3 + 3.3238 x_1 x_4 + 4.0508 x_1 x_5 \\ & + 7.7723 x_2^2 + 0.9966 x_2 x_3 + 2.2748 x_2 x_4 + 3.4112 x_2 x_5 \\ & + 5.1598 x_3^2 - 2.6188 x_3 x_4 - 1.2614 x_3 x_5 \\ & + 20.2858 x_4^2 + 4.5648 x_4 x_5 + 4.3189 x_5^2 \rightarrow \min \\ & -0.94 x_1 - 1.20 x_2 + 0.02 x_3 - 0.81 x_4 - 0.45 x_5 \leq -1 \\ & x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 \leq 1 \\ & -x_1 - x_2 - x_3 - x_4 - x_5 \leq -1 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0 \end{aligned}$$

Forma kwadratowa tak sformułowanego modelu ma postać:

$$\begin{bmatrix} 11,4312 & 1,1701 & 0,1232 & 1,6619 & 2,0254 \\ 1,1701 & 7,7723 & 0,4983 & 1,1374 & 1,7056 \\ 0,1232 & 0,4983 & 5,1598 & -1,3094 & -0,6307 \\ 1,6619 & 1,1374 & -1,3094 & 20,2858 & 2,2824 \\ 2,0254 & 1,7056 & -0,6307 & 2,2824 & 4,3189 \end{bmatrix}$$

Z głównego menu systemu "Badania Operacyjne z Komputerem Wersja 2.01 (2007)" wybieramy opcję 'Programowanie kwadratowe', po czym postępujemy zgodnie z poniższymi instrukcjami.

1. Wprowadzenie nowego zadania

◀ ↵

Liczba warunków ograniczających

◀ 3 ↵

Liczba zmiennych

◀ 5 ↵

Macierz formy kwadratowej i wektor f. liniowej

◀ 11.4312 ↵ 1.1701 ↵ 0.1232 ↵

1.6619 ↵ 2.0254 ↵ 0 ↵

◀ 1.1701 ↵ 7.7723 ↵ 0.4983 ↵

1.1374 ↵ 1.7056 ↵ 0 ↵

◀ 0.1232 ↵ 0.4983 ↵ 5.1598 ↵

-1.3094 ↵ -0.6307 ↵ 0 ↵

◀ 1.6619 ↵ 1.1374 ↵ -1.3094 ↵

20.2858 ↵ 2.2824 ↵ 0 ↵

◀ 2.0254 ↵ 1.7056 ↵ -0.6307 ↵

2.2824 ↵ 4.3189 ↵ 0 ↵

Ograniczenia

◀ -0.94 ↵ -1.20 ↵ 0.02 ↵

-0.81 ↵ -0.45 ↵ -1 ↵

◀ 1 ↵ 1 ↵ 1 ↵

1 ↵ 1 ↵ 1 ↵

◀ - 1 ↵ - 1 ↵ - 1 ↵
- 1 ↵ - 1 ↵ - 1 ↵

Podaj nazwę pliku

◀ ↵

4. Rozwiązanie zadania

◀ ↓ ↓ ↓ ↵

Rozwiązywanie zadania

3. Rozwiązanie końcowe

◀ ↓ ↓ ↵

Rozwiązanie optymalne

◀ ↵

5. Przeglądanie rozwiązania

◀ ↓ ↵

1. Zestawienie pełne – wszystkie iteracje ☺³⁴

◀ ↵ ↓ ... ↓ Esc

◀ ↵

☺³⁴ W zestawieniu pełnym znajdują się dane wejściowe, wyniki cząstkowe wszystkich iteracji oraz wyniki końcowe.

2. Zestawienie skrócone ☺³⁵

◀ ↓ ↵ ↓ ... ↓ Esc

☺³⁵ W zestawieniu skróconym znajdują się dane wejściowe oraz wyniki końcowe.

0. Powrót do wyboru problemu

◀ 0 ↵ ☺¹⁵