

Zarządzanie projektami

Tadeusz Trzaskalik

7.1. Wprowadzenie

Słowa kluczowe

Projekt

Sieć czynności

Czynność bezpośrednio poprzedzająca

Zdarzenie, zdarzenie początkowe, zdarzenie końcowe

Właściwa numeracja zdarzeń

Czas trwania czynności

Metoda ścieżki krytycznej CPM

Krok do przodu

Krok do tyłu

Rezerwy czynności

Harmonogram czasowo-optimalny

Harmonogram ASAP

Harmonogram ALAP

7.1. Wprowadzenie

Słowa kluczowe (c.d.)

Zasoby środków

Czynności i zdarzenia pozorne

Analiza czasowo-kosztowa

Czas normalny

Czas realizacji przyspieszonej, maksymalne przyspieszenie

Koszt normalny

Koszt realizacji przyspieszonej

Koszt przyspieszenia o jednostkę czasu

Minimalizacja kosztu przyspieszenia przy zadanym czasie dyrektywnym

Minimalizacja czasu przy zadanym koszcie

7.1. Wprowadzenie

Słowa kluczowe (c.d.)

Metoda PERT

Oszacowanie czasu trwania czynności

Czas optymistyczny

Czas pesymistyczny

Czas najbardziej prawdopodobny

Oczekiwany czas realizacji projektu i jego wariancja

Prawdopodobieństwo realizacji projektu w zadanym czasie

Czas realizacji projektu z zadanym prawdopodobieństwem

7.2. Konstrukcja sieci czynności

Projekt

Projekt to zadanie do wykonania, składające się z wyodrębnionych czynności, które powinny być zrealizowane w określonej kolejności i w ustalonym czasie

7.2. Konstrukcja sieci czynności

7.2.1. Kolejność realizacji czynności (1/2)

Przykład 7.1

Lista czynności:

- A** - opracowanie założeń konstrukcyjnych,
- B** - analiza propozycji uruchomienia nowej produkcji,
- C** - sporządzenie projektów technicznych podzespołów,
- D** - zamówienie materiałów,
- E** - analiza popytu,
- F** - budowa prototypu,
- G** - sporządzenie dokumentacji,
- H** - pierwsza partia produkcji seryjnej,

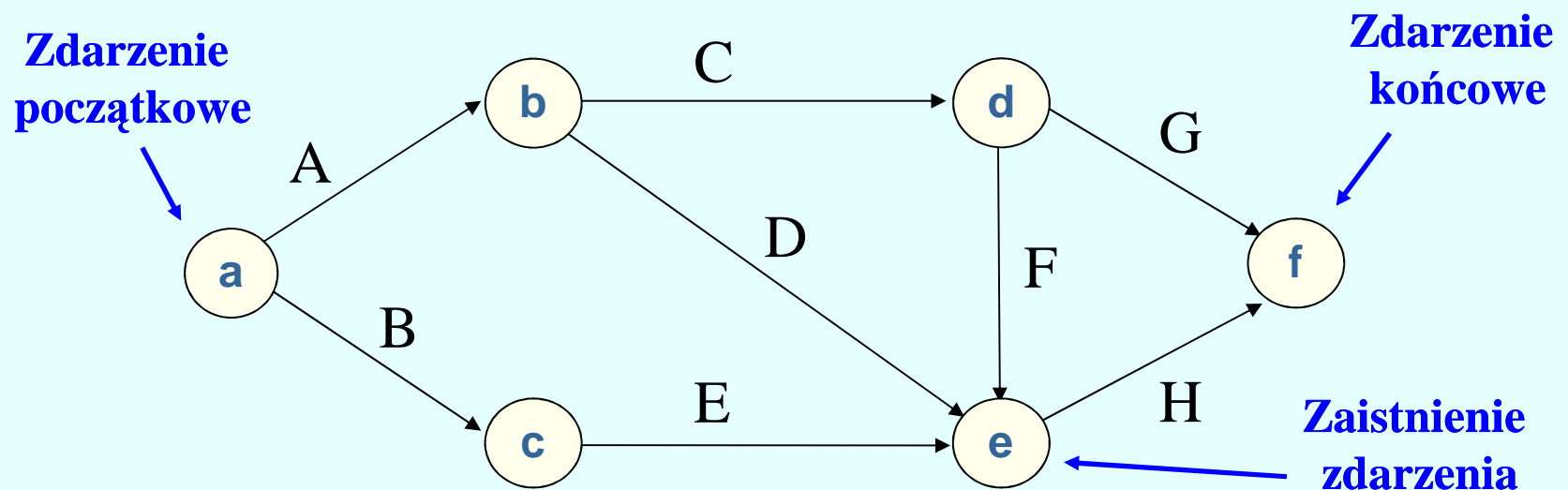
Czynność	Czynność bezpośrednio poprzedzająca	Czas trwania
A	-	5
B	-	7
C	A	6
D	A	8
E	B	3
F	C	4
G	C	2
H	E, D, F	5

7.2. Konstrukcja sieci czynności

7.2.1. Kolejność realizacji czynności (2/2)

Konstrukcja sieci czynności

Czynność	Czynność bezpośrednio poprzedzająca
A	-
B	-
C	A
D	A
E	B
F	C
G	C
H	E, D, F

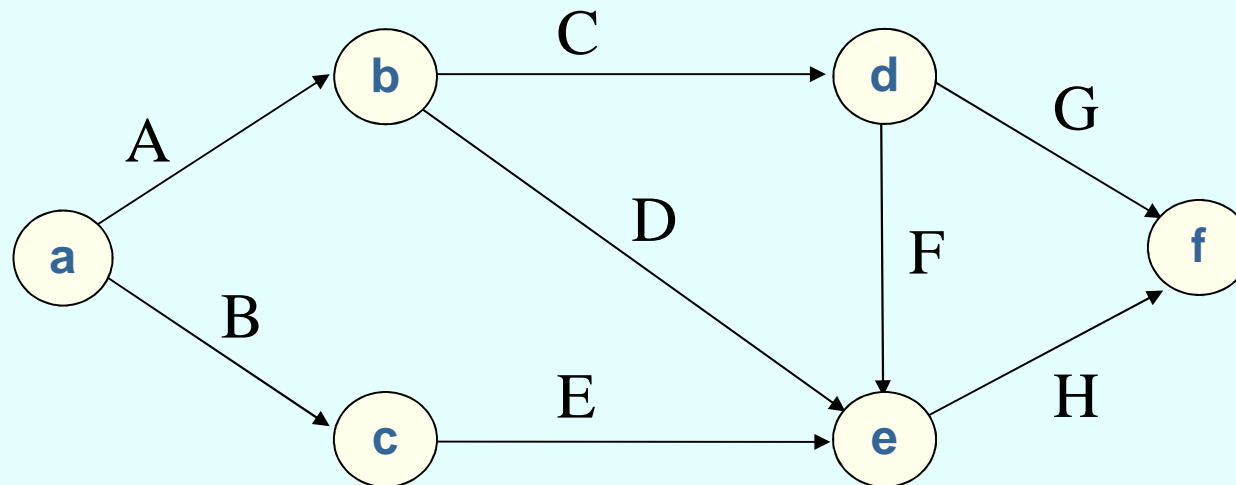


7.2. Konstrukcja sieci czynności

7.2.2. Właściwa numeracja zdarzeń (1/6)

Przebieg obliczeń

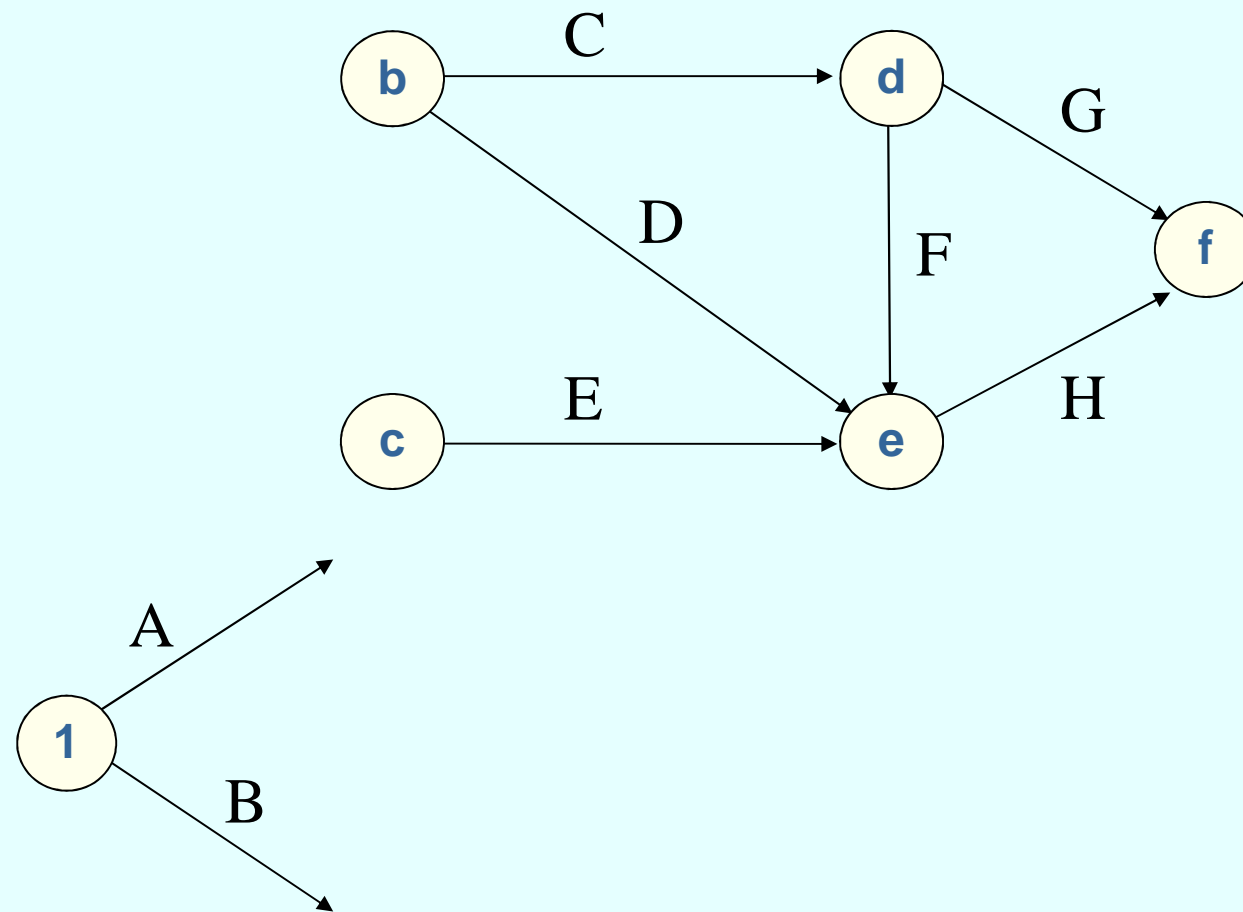
Numer zdarzenia początkującego dowolną czynność jest mniejszy od numeru zdarzenia kończącego tę czynność.



7.2. Konstrukcja sieci czynności

7.2.2. Właściwa numeracja zdarzeń (2/6)

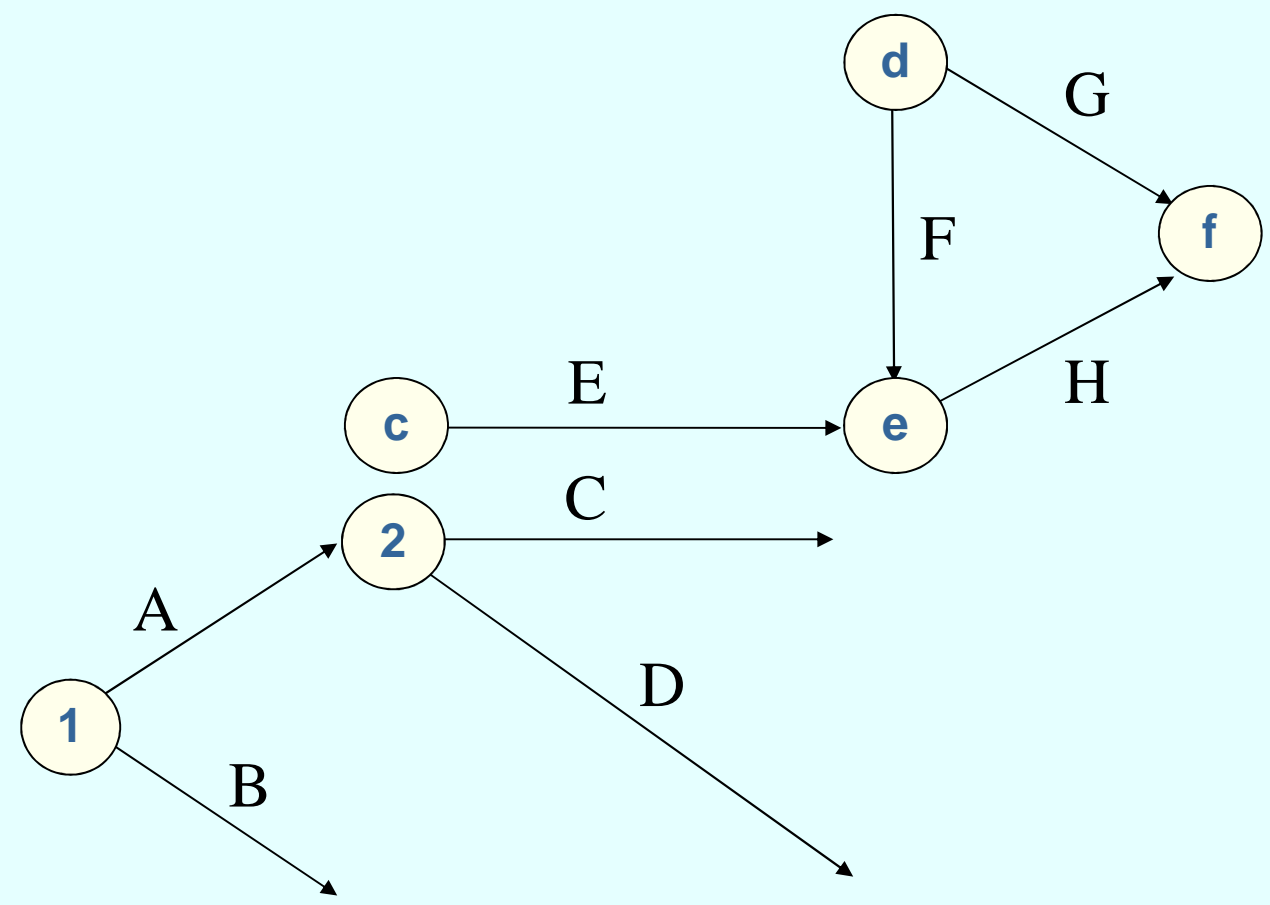
Przebieg obliczeń (c.d.)



7.2. Konstrukcja sieci czynności

7.2.2. Właściwa numeracja zdarzeń (3/6)

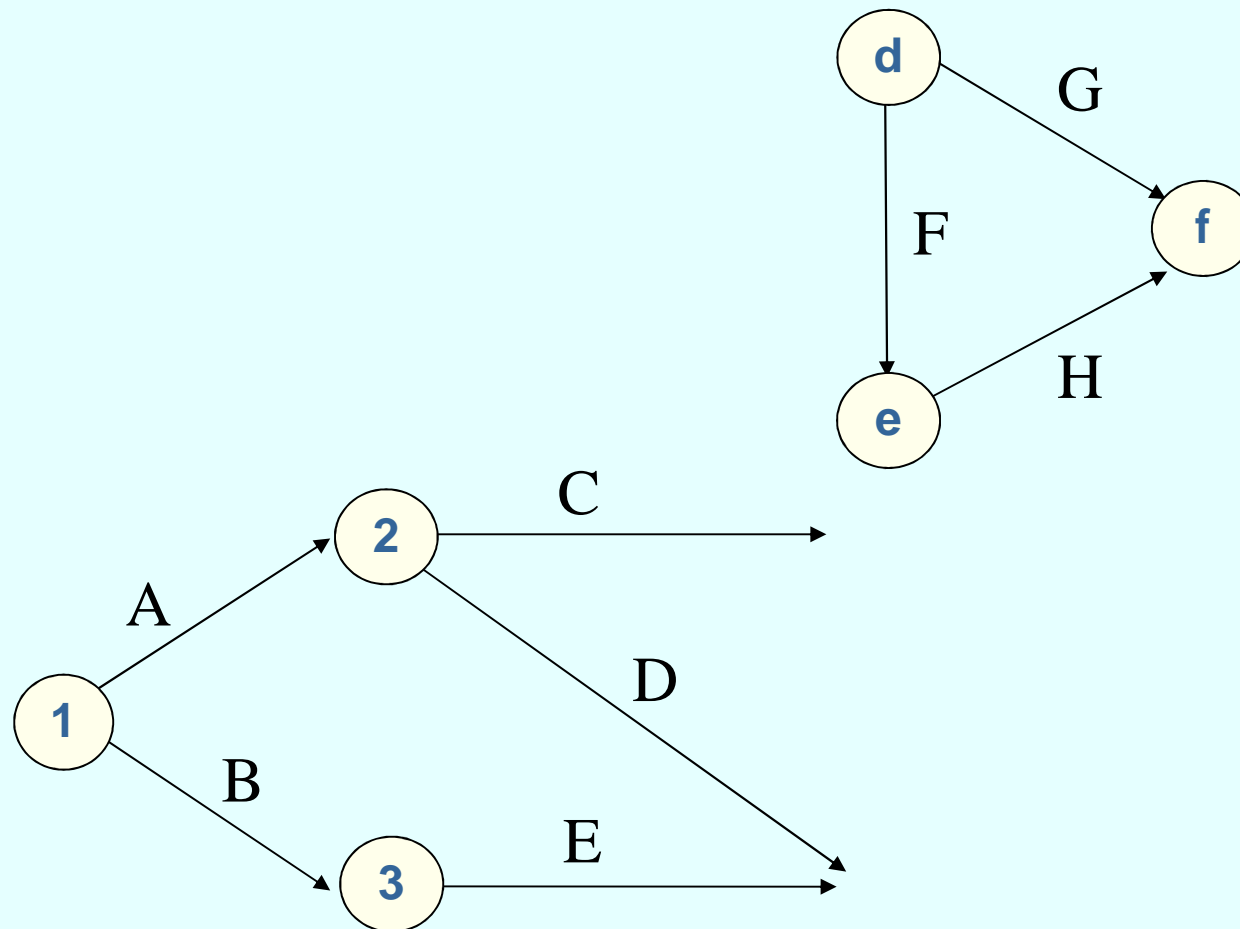
Przebieg obliczeń (c.d.)



7.2. Konstrukcja sieci czynności

7.2.2. Właściwa numeracja zdarzeń (4/6)

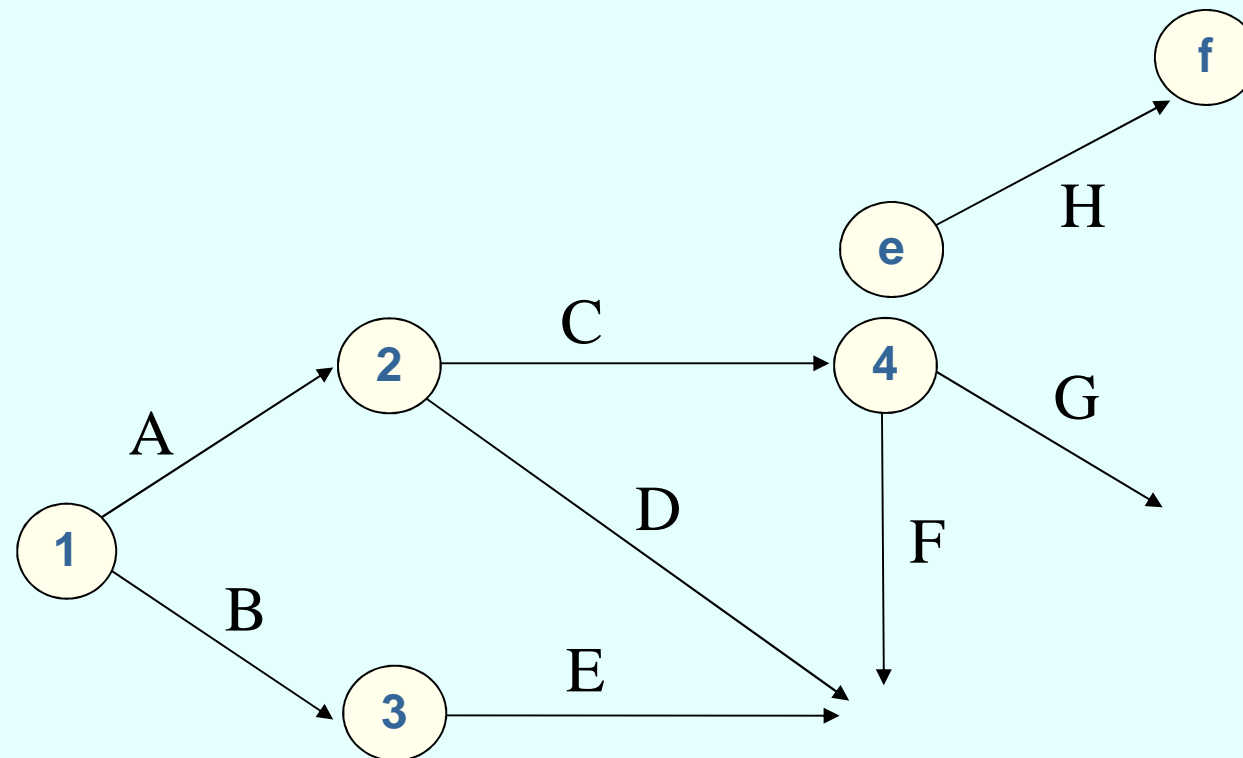
Przebieg obliczeń (c.d.)



7.2. Konstrukcja sieci czynności

7.2.1. Właściwa numeracja zdrazeń (5/6)

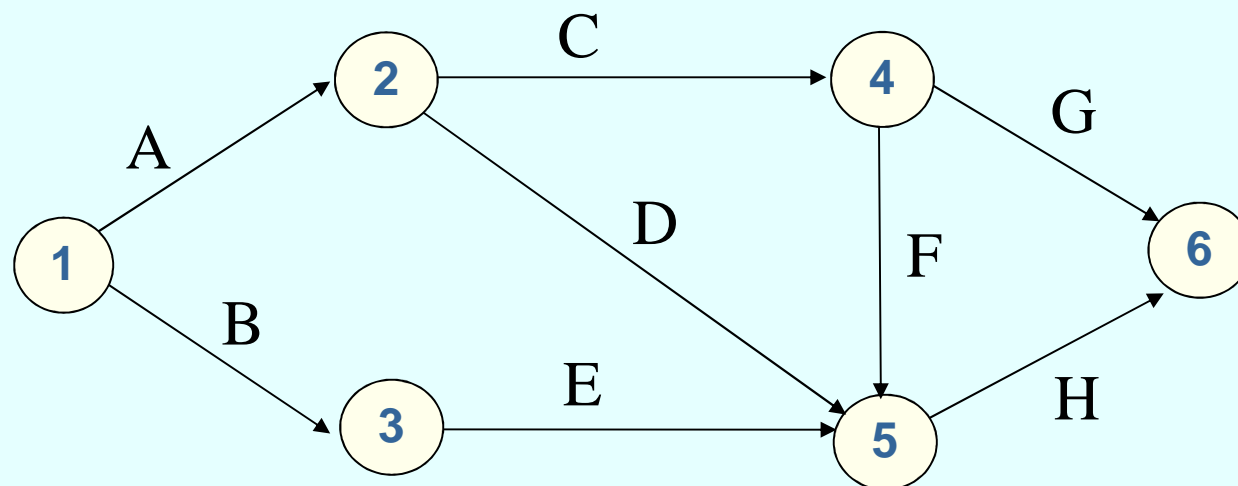
Przebieg obliczeń (c.d.)



7.2. Konstrukcja sieci czynności

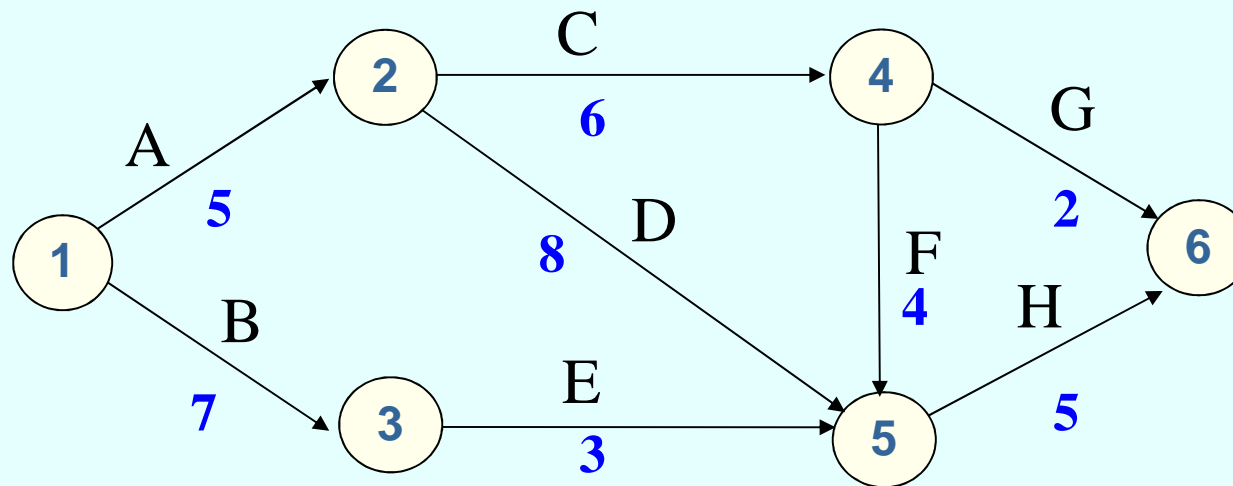
7.2.1. Właściwa numeracja zdarzeń (6/6)

Przebieg obliczeń (c.d.)



7.3. Metoda ścieżki krytycznej

Podstawowe pojęcia



	Ścieżka	Czas przejścia
	A C G	13
Ścieżka krytyczna →	A C F H	20 ← Czas krytyczny
	A D H	18
	B E H	15

7.3. Metoda ścieżki krytycznej

Sformułowanie zadania

1. Jaki jest najkrótszy czas realizacji projektu (czas krytyczny)?
2. Jaki jest optymalny harmonogram realizacji projektu, określający najwcześniejsze i najpóźniejsze momenty rozpoczęcia i zakończenia czynności tak, aby czas realizacji projektu był najkrótszy?
3. Które czynności są „krytyczne” i nie mogą być opóźnione, by nie opóźnić realizacji całego projektu?
4. W jakim stopniu czynności niekrytyczne mogą być opóźnione, aby pomimo ich opóźnienia projekt został zrealizowany w najkrótszym możliwym czasie?

7.3. Metoda ścieżki krytycznej

7.3.1. Krok do przodu (1/2)

Momenty najwcześniejsze

- ES** - najwcześniejszy moment rozpoczęcia danej czynności (Earliest Start)
- EF** - najwcześniejszy moment zakończenia danej czynności (Earliest Finish)
- t** - czas realizacji rozpatrywanej czynności

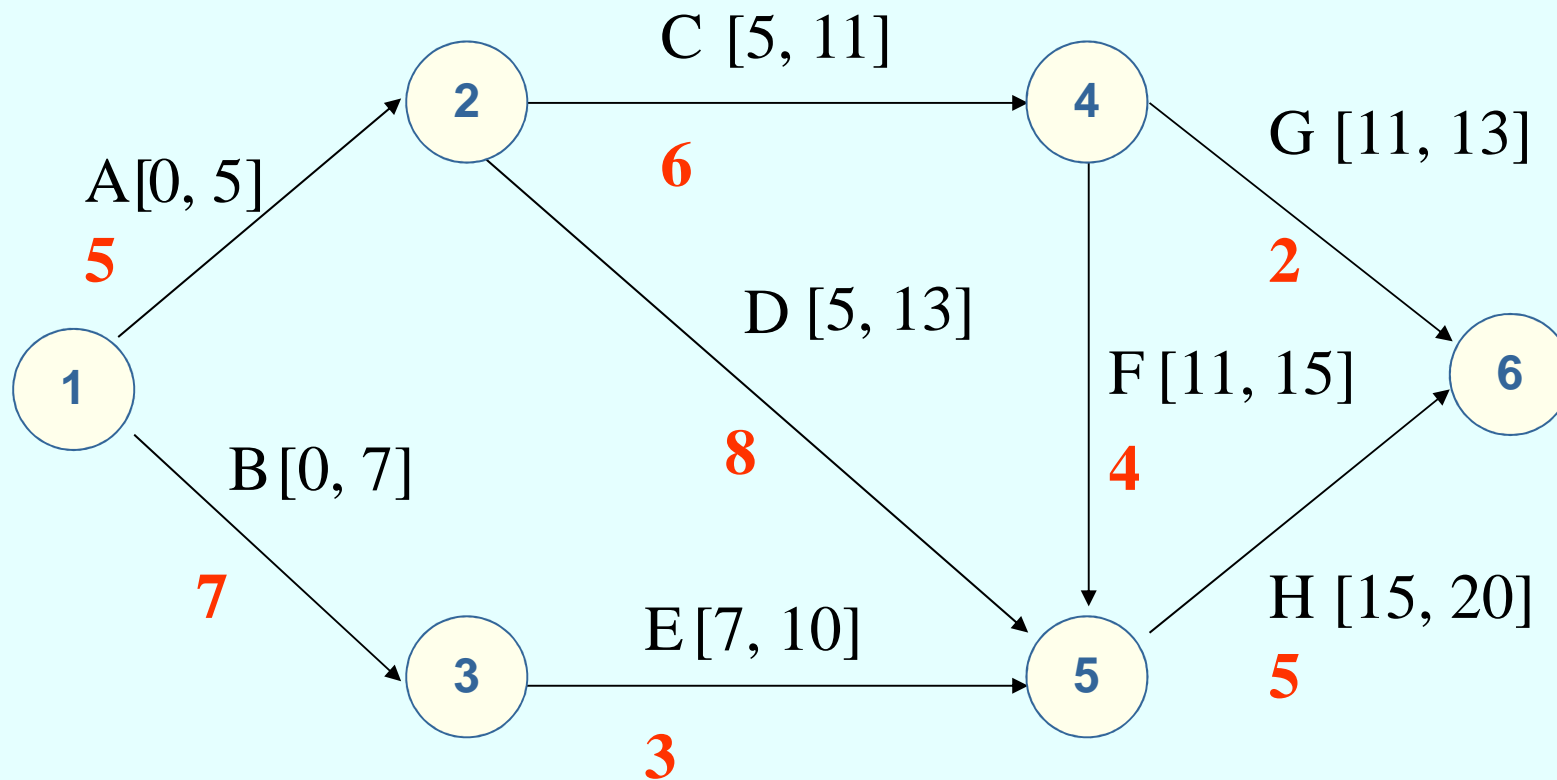
$$\mathbf{EF = ES + t}$$

7.3. Metoda ścieżki krytycznej

7.3.1. Krok do przodu (2/2)

Momenty najwcześniejsze (c.d.)

$$EF = ES + t$$



7.3. Metoda ścieżki krytycznej

7.3.2. Krok do tyłu (1/2)

Momenty najpóźniejsze

LS - najpóźniejszy moment rozpoczęcia danej czynności (Latest Start)

LF - najpóźniejszy moment zakończenia danej czynności (Latest Finish)

t - czas realizacji rozpatrywanej czynności

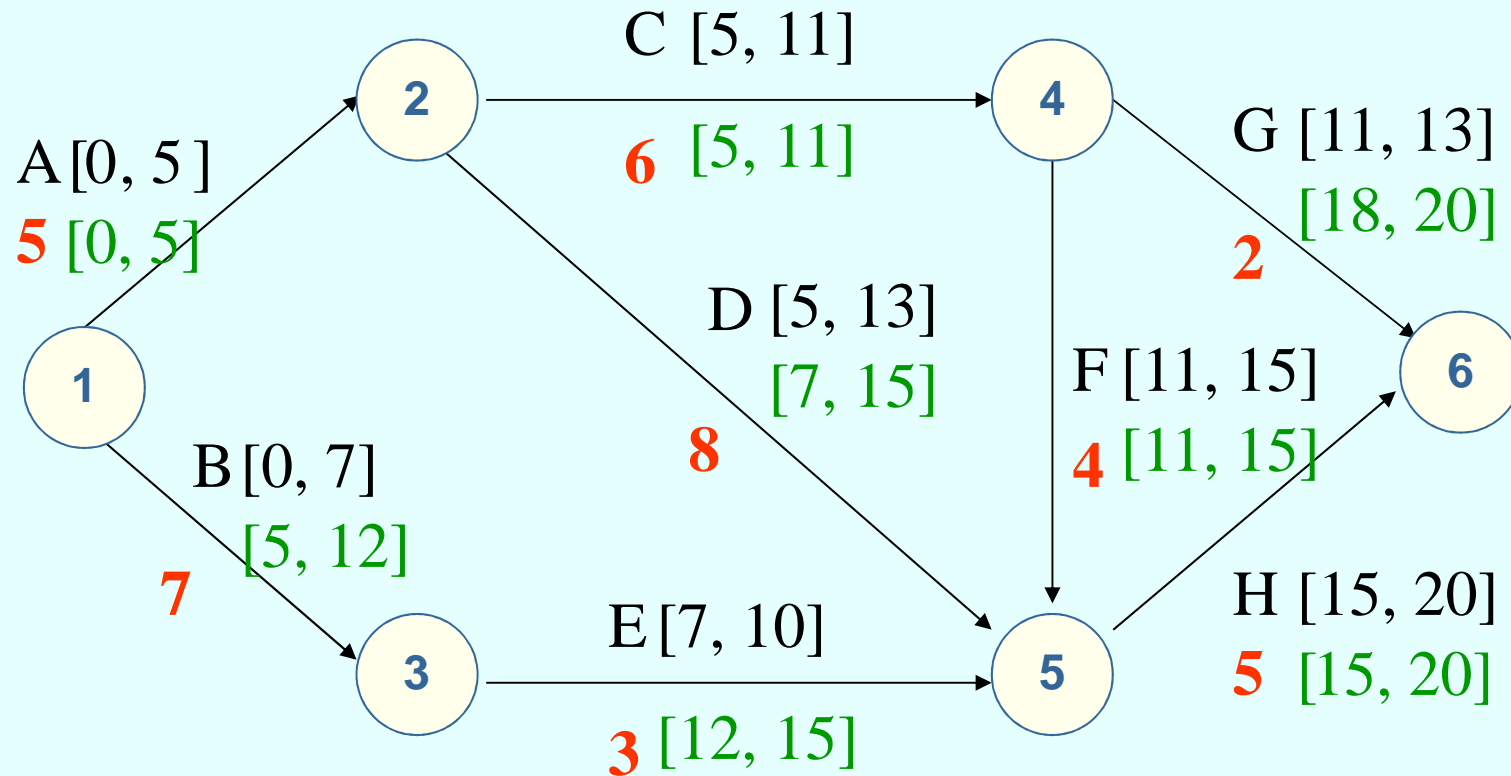
$$\mathbf{LS = LF - t}$$

7.3. Metoda ścieżki krytycznej

7.3.2. Krok do tyłu (2/2)

Momenty najpóźniejsze (c.d.)

$$LS = LF - t$$

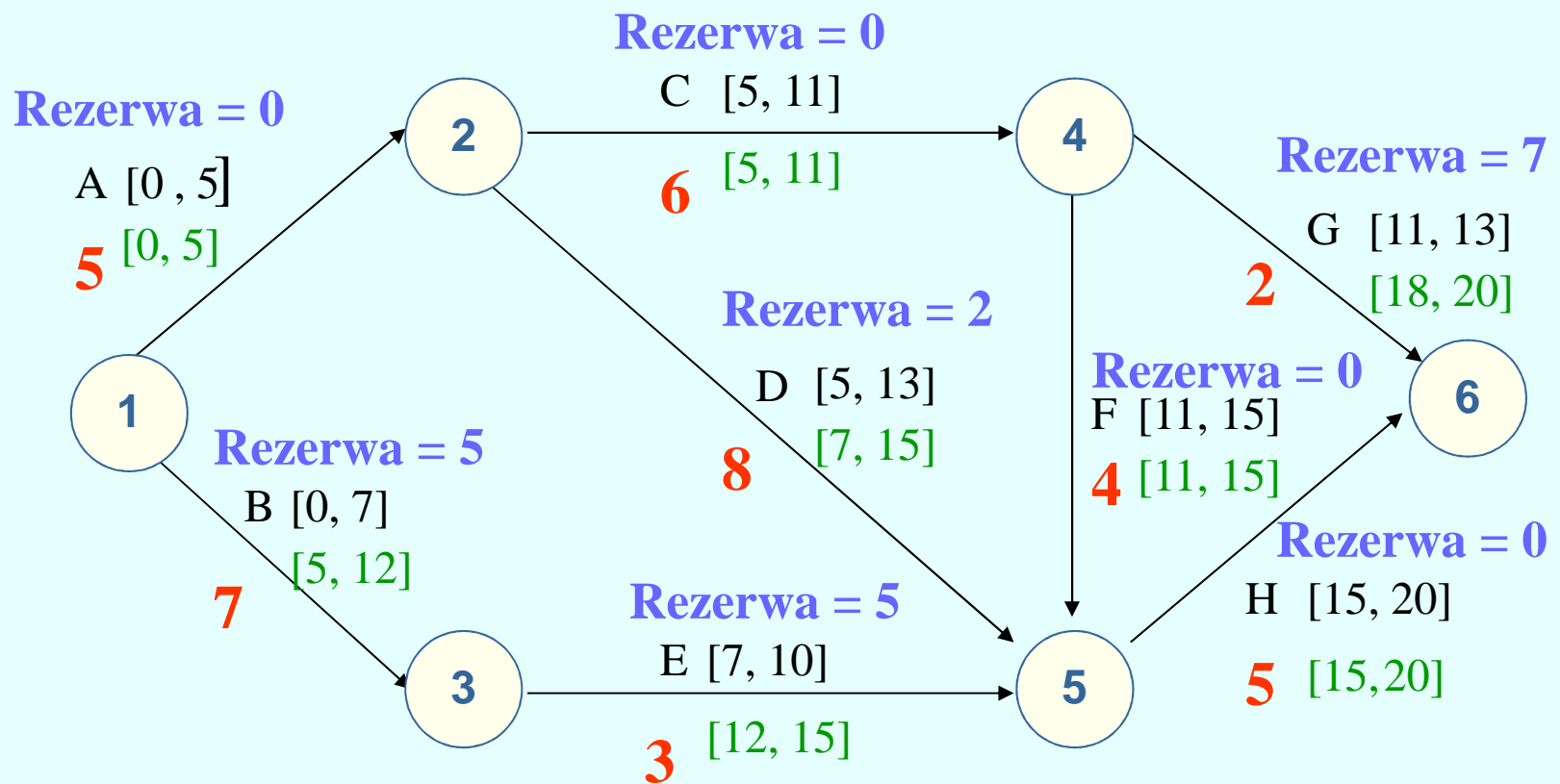


7.3. Metoda ścieżki krytycznej

7.3.3. Rezerwy czynności (1/3)

Wyznaczanie rezerw

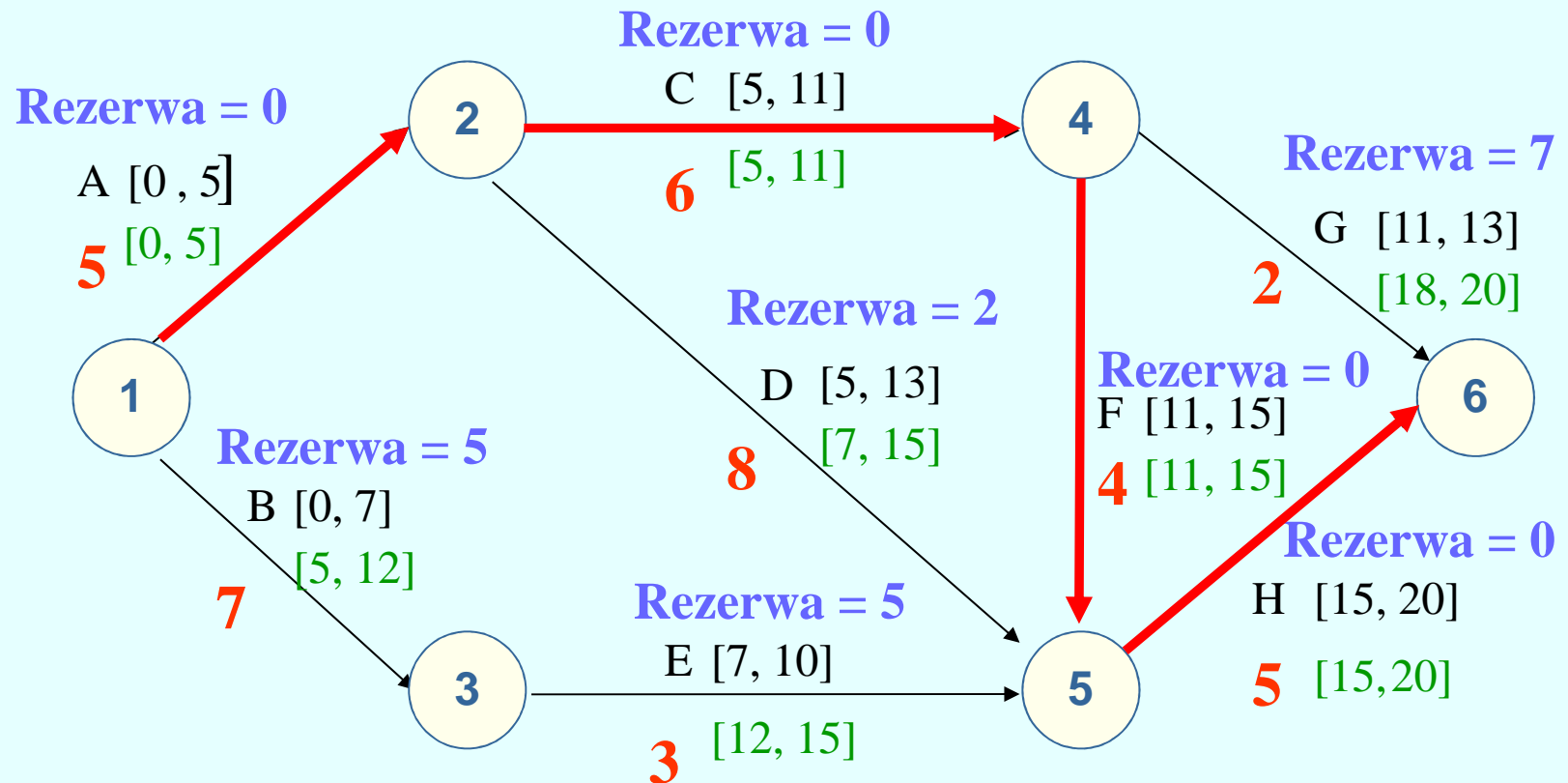
$$\text{Rezerwa} = \text{LS} - \text{ES} = \text{LF} - \text{EF}$$



7.3. Metoda ścieżki krytycznej

7.3.3. Rezerwy czynności (2/3)

Ścieżka krytyczna



7.3. Metoda ścieżki krytycznej

7.3.3. Rezerwy czynności (3/3)

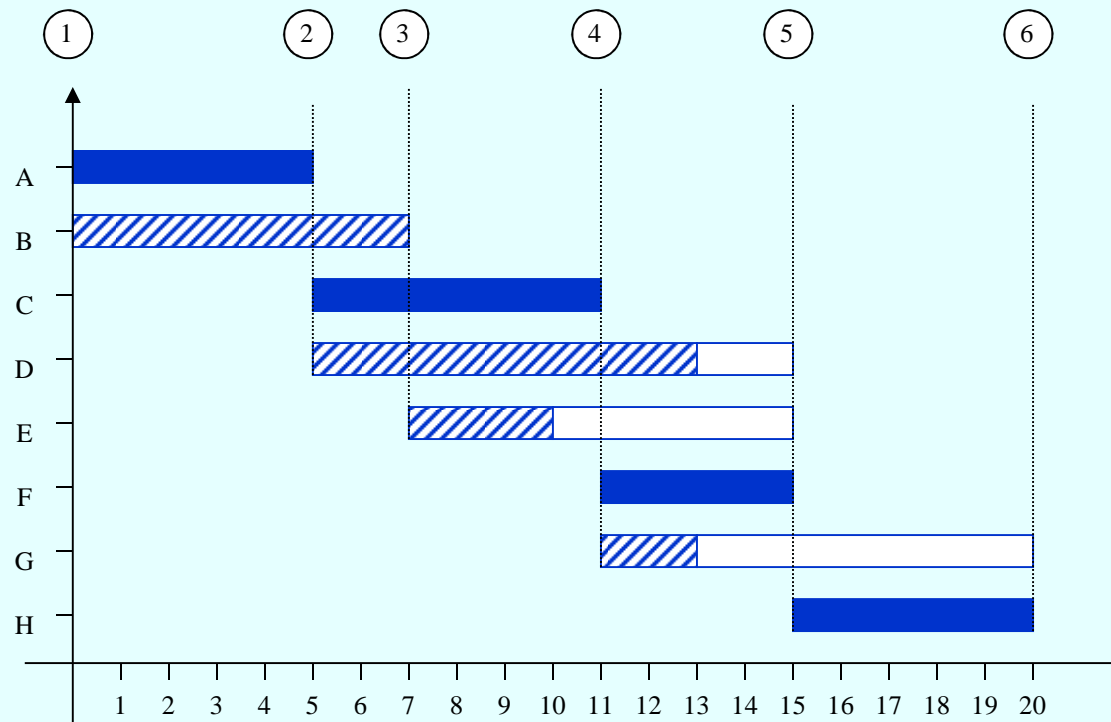
Ścieżka krytyczna (c.d.)

Czynność	Czas trwania	ES	EF	LS	LF	Rezerwa	Czynność krytyczna
A	5	0	5	0	5	0	tak
B	7	0	7	5	12	5	nie
C	6	5	11	5	11	0	tak
D	8	5	13	7	15	2	nie
E	3	7	10	12	15	5	nie
F	4	11	15	11	15	0	tak
G	2	11	13	18	20	7	nie
H	5	15	20	15	20	0	tak

7.3. Metoda ścieżki krytycznej

7.3.4. Harmonogramy czasowo-optymalne (1/3)

Harmonogram ASAP

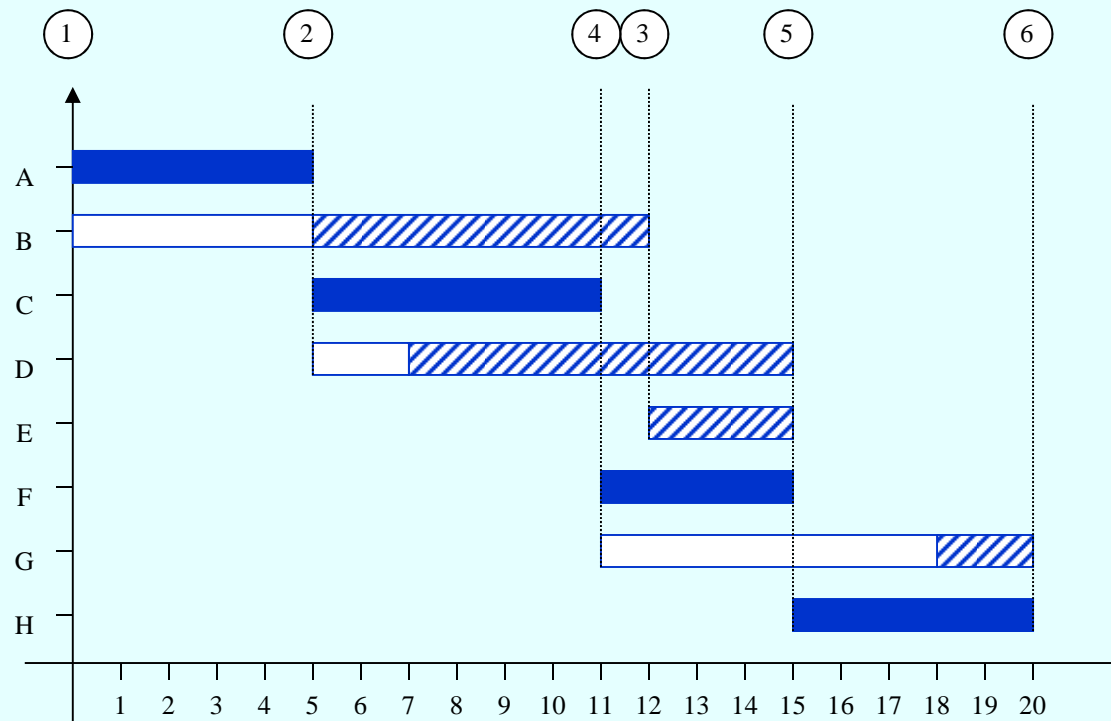


Czynność	Czas trwania	ES	EF
A	5	0	5
B	7	0	7
C	6	5	11
D	8	5	13
E	3	7	10
F	4	11	15
G	2	11	13
H	5	15	20

7.3. Metoda ścieżki krytycznej

7.3.4. Harmonogramy czasowo-optymalne (2/3)

Harmonogram ALAP



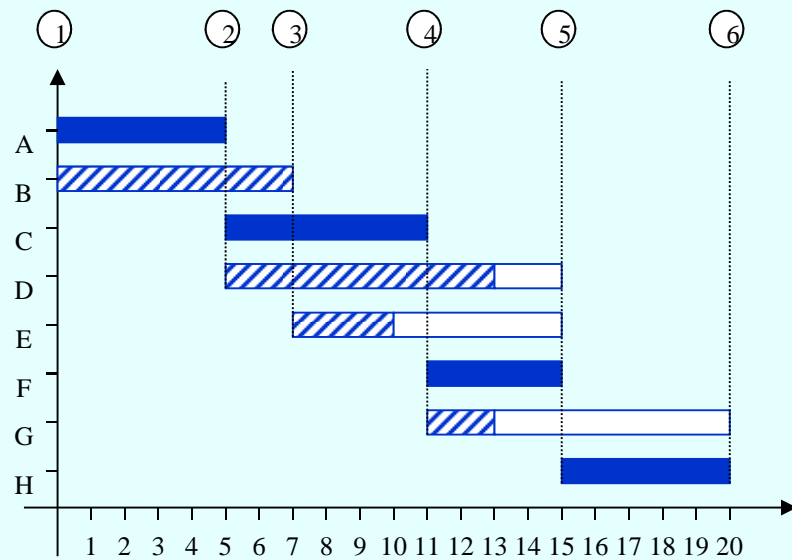
Czynność	Czas trwania	LS	LF
A	5	0	5
B	7	5	12
C	6	5	11
D	8	7	15
E	3	12	15
F	4	11	15
G	2	18	20
H	5	15	20

7.3. Metoda ścieżki krytycznej

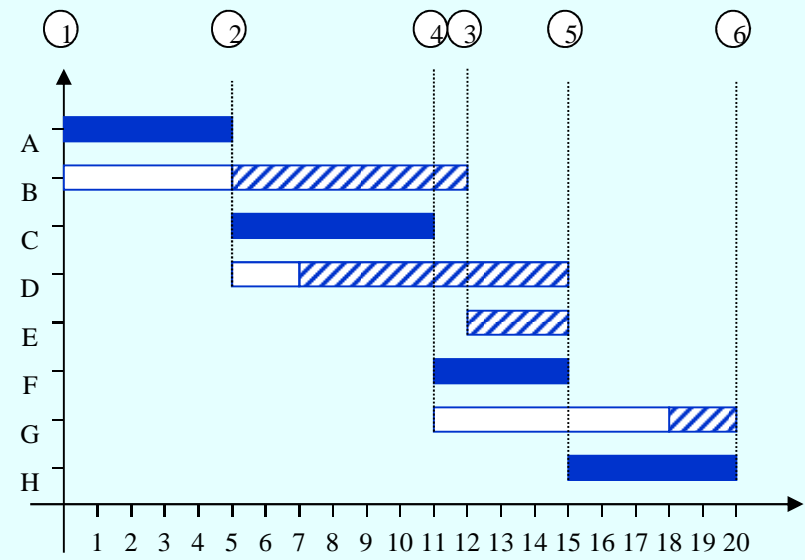
7.3.4. Harmonogramy czasowo-optymalne (3/3)

Porównanie harmonogramów

Momenty najwcześniejsze



Momenty najpóźniejsze



7.3. Metoda ścieżki krytycznej

7.3.5. Zdarzenia i czynności pozorne (1/3)

Zasady konstrukcji sieci czynności

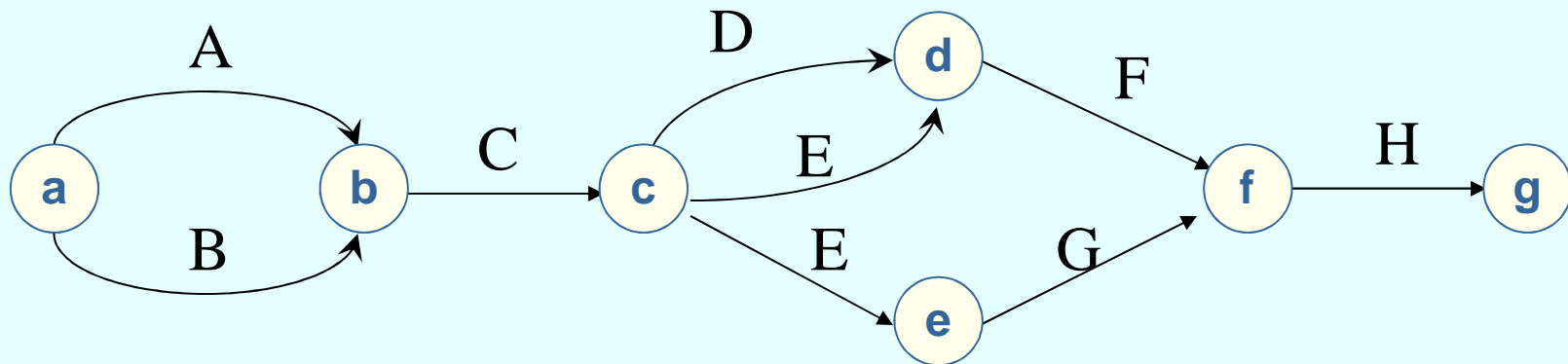
- Sieć odpowiadająca projektom powinna być grafem acyklicznym (bez cykli i pętli), mieć jedno zdarzenie początkowe i jedno zdarzenie końcowe.
- Dwa dowolnie wybrane zdarzenia może łączyć co najwyżej jedna czynność
- Jednej czynności odpowiada w sieci dokładnie jeden łuk

7.3. Metoda ścieżki krytycznej

7.3.5. Zdarzenia i czynności pozorne (2/3)

Przykład 7.2.

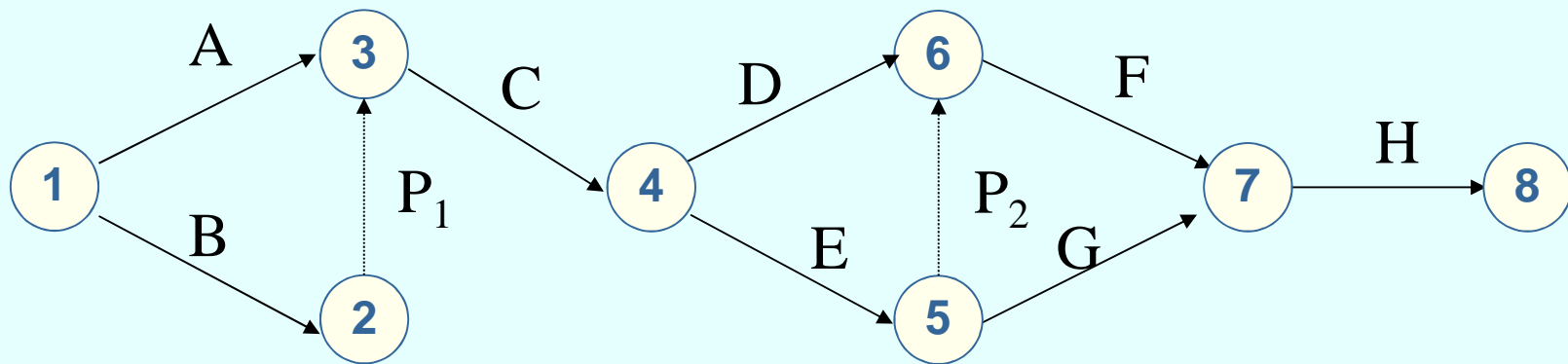
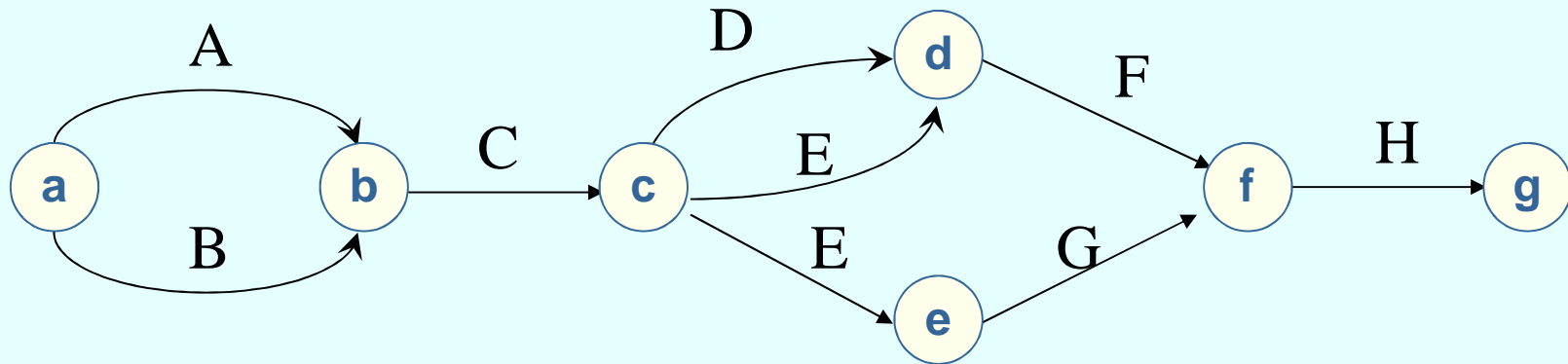
Czynność	Opis	Czynność poprzedzająca	Czas trwania
A	Pomiar gruntu	-	6
B	Opracowanie projektu wstępnego	-	8
C	Uzyskanie zgody Rektora	A, B	12
D	Wybór architekta	C	4
E	Opracowanie budżetu	C	6
F	Opracowanie projektu końcowego	D, E	15
G	Zapewnienie źródeł finansowania	E	12
H	Wynajęcie wykonawcy	F, G	8



7.3. Metoda ścieżki krytycznej

7.3.5. Zdarzenia i czynności pozorne (3/3)

Sieć czynności



7.3. Metoda ścieżki krytycznej

7.3.6. Reguły postępowania w metodzie CPM (1/1)

Algorytm

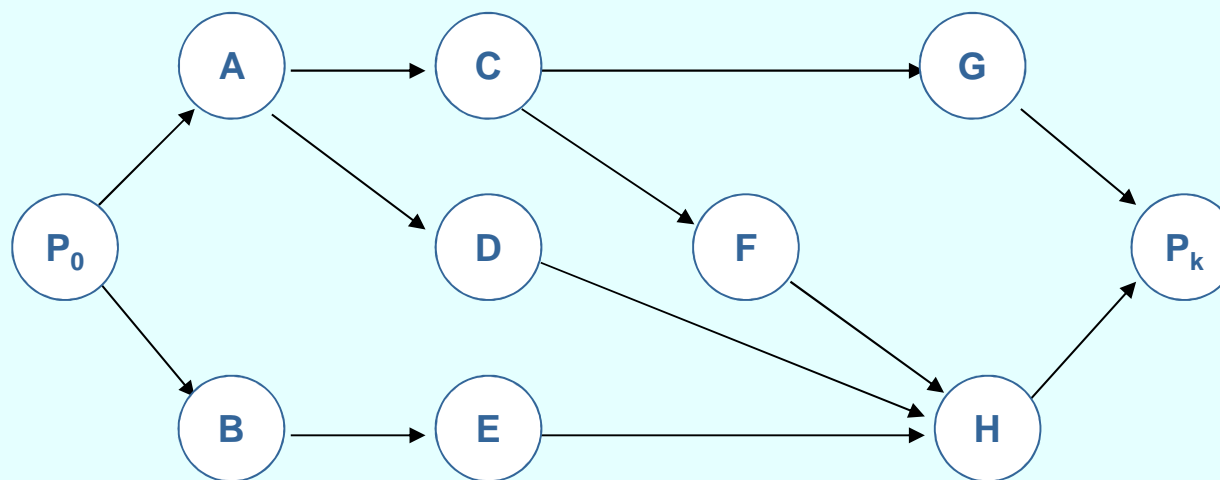
1. Określenie listy czynności.
2. Konstrukcja sieci czynności.
3. Numeracja zdarzeń.
4. Obliczenie najwcześniejszych momentów rozpoczęcia i zakończenia czynności i wyznaczenie czasu krytycznego.
5. Obliczenie najpóźniejszych momentów rozpoczęcia i zakończenia czynności.
6. Obliczenie rezerw czynności.
7. Określenie ścieżki krytycznej.
8. Konstrukcja harmonogramu realizacji projektu.

7.3. Metoda ścieżki krytycznej

7.3.7. Czynności jako wierzchołki sieci (1/2)

Przykład 7.1. (c.d.)

Czynność	Czynność bezpośrednio poprzedzająca
A	-
B	-
C	A
D	A
E	B
F	C
G	C
H	E, D, F

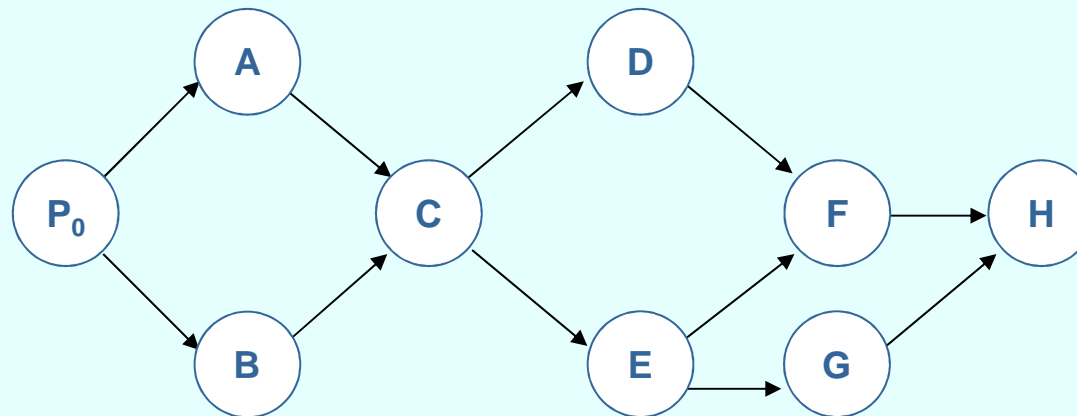


7.3. Metoda ścieżki krytycznej

7.3.7. Czynności jako wierzchołki sieci (2/2)

Przykład 7.2. (c.d.)

Czynność	Czynność bezpośrednio poprzedzająca
A	-
B	-
C	A, B
D	C
E	C
F	D, E
G	E
H	F, G



7.4. Zarządzanie zasobami środków

7.4.1. Rozwiązywanie konfliktów zasobów (1/9)

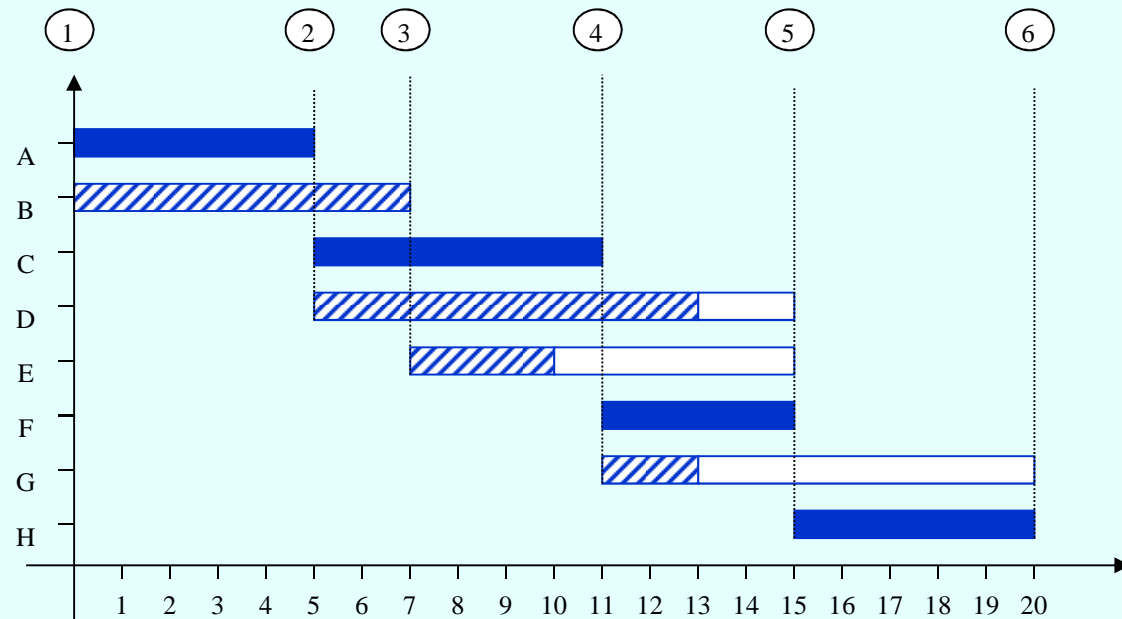
Przykład 7.3.

Czynność	Całkowite zużycie środków finansowych	Zużycie środków finansowych przypadające na jeden okres	Całkowite zużycie zasobów pracy	Zużycie zasobów pracy przypadające na jeden okres
A	20	4	5	1
B	21	3	7	1
C	30	5	6	1
D	16	2	8	1
E	9	3	3	1
F	24	6	4	1
G	8	4	2	1
H	20	4	5	1

7.4. Zarządzanie zasobami środków

7.4.1. Rozwiązywanie konfliktów zasobów (2/9)

Zapotrzebowanie na środki – harmonogram ASAP

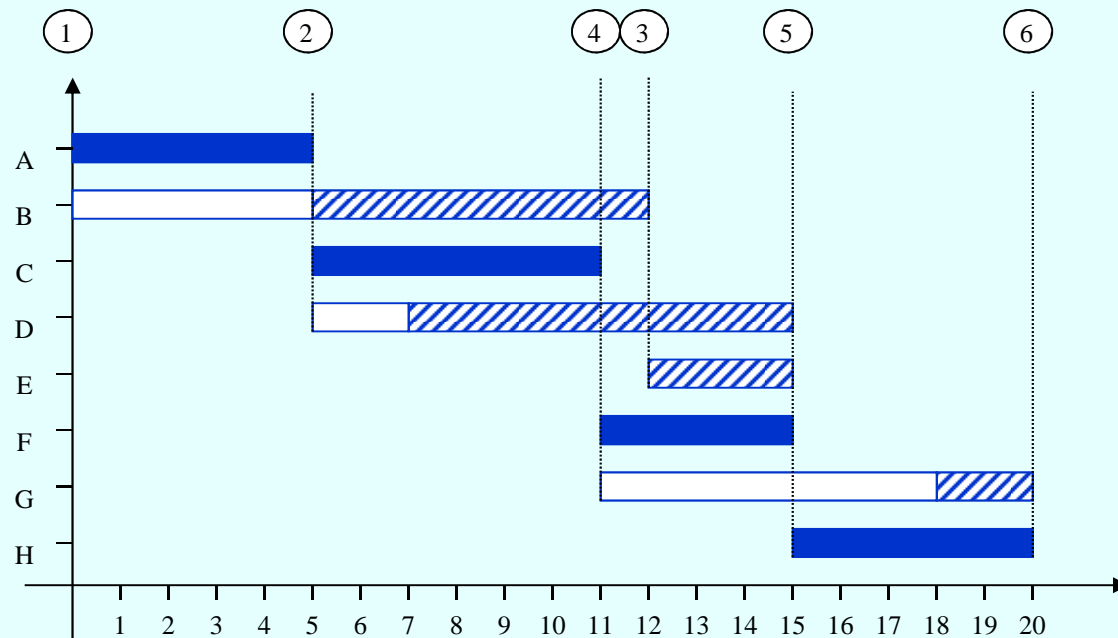


Okres	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Środki finansowe	7	7	7	7	7	10	10	10	10	10	7	12	12	6	6	4	4	4	4	4
Zasoby pracy	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	2	3	3	1	1	1	1	1	1	1

7.4. Zarządzanie zasobami środków

7.4.1. Rozwiązywanie konfliktów zasobów (3/9)

Zapotrzebowanie na środki – harmonogram ALAP

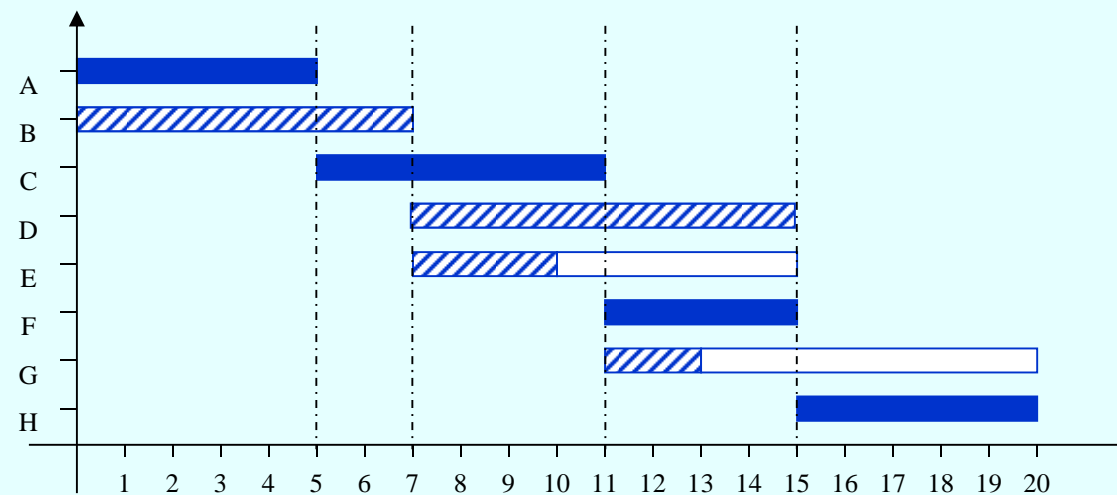
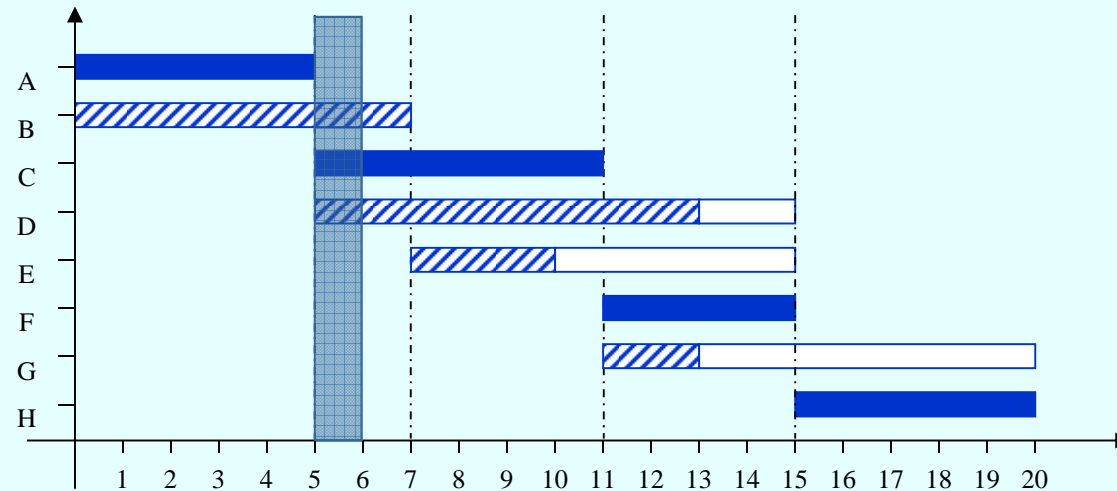


Okres	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Środki finansowe	4	4	4	4	4	8	8	10	10	10	10	9	11	11	11	4	4	4	8	8
Zasoby pracy	1	1	1	1	1	2	2	3	3	3	3	2	3	3	3	1	1	1	2	2

7.4. Zarządzanie zasobami środków

7.4.1. Rozwiązywanie konfliktów zasobów (4/9)

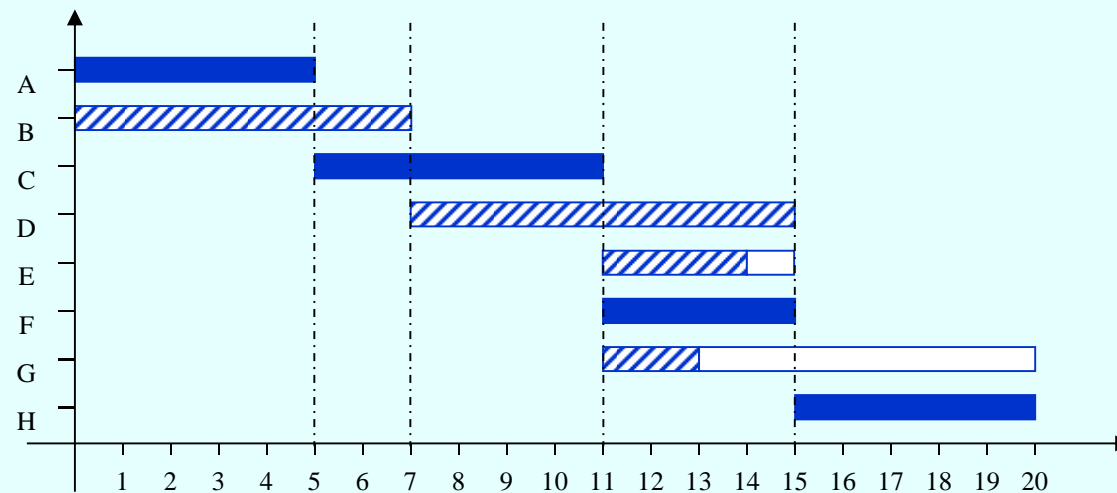
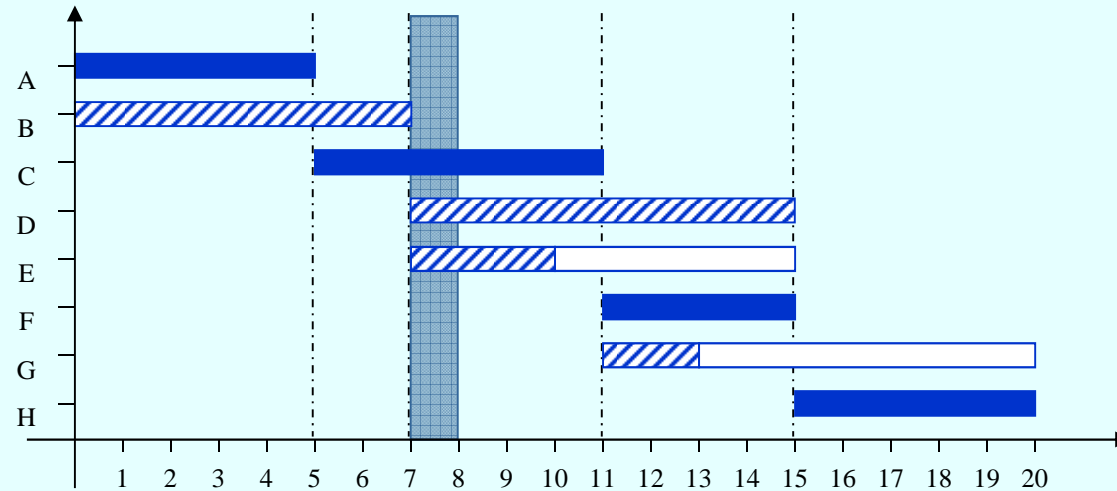
Konflikt zasobów – okres 6



7.4. Zarządzanie zasobami środków

7.4.1. Rozwiązywanie konfliktów zasobów (5/9)

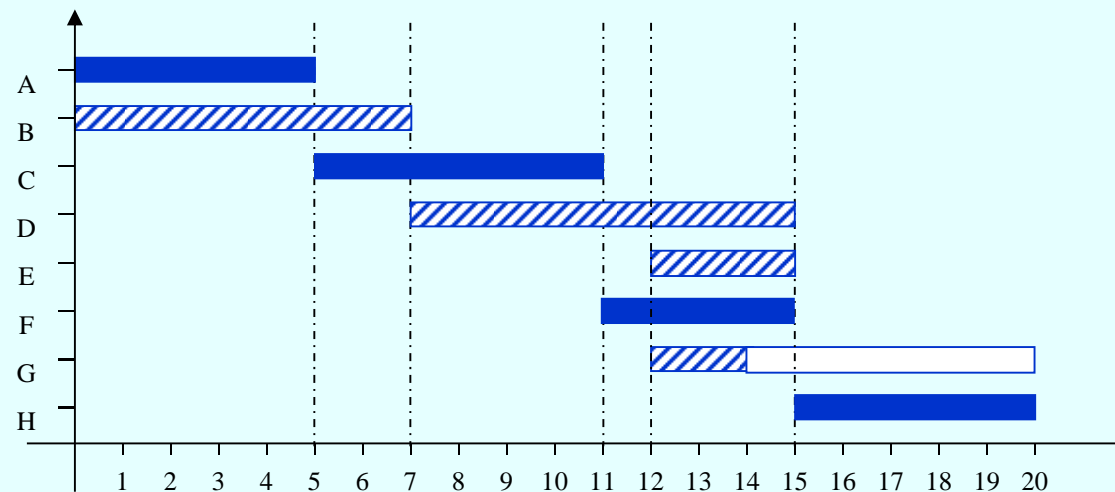
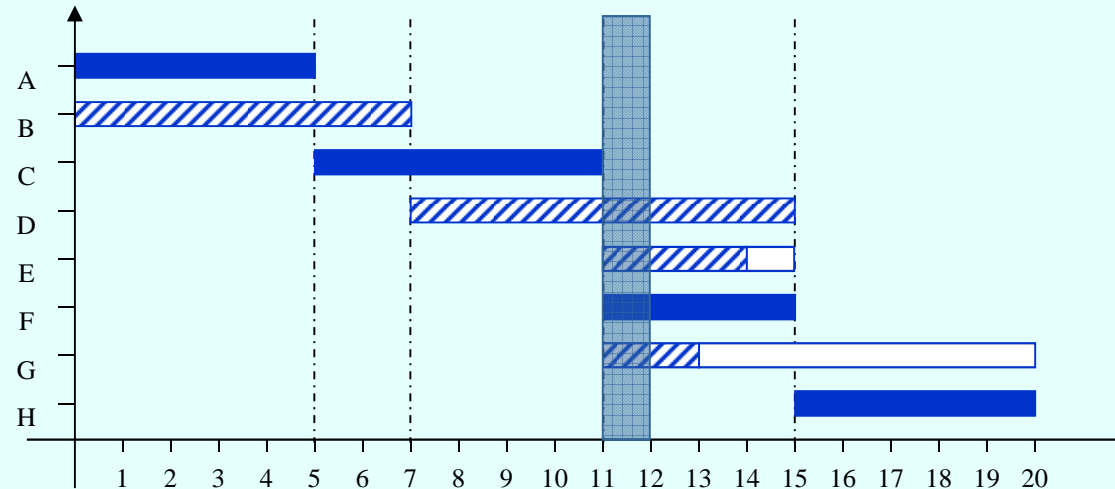
Konflikt zasobów – okres 8



7.4. Zarządzanie zasobami środków

7.4.1. Rozwiązywanie konfliktów zasobów (6/9)

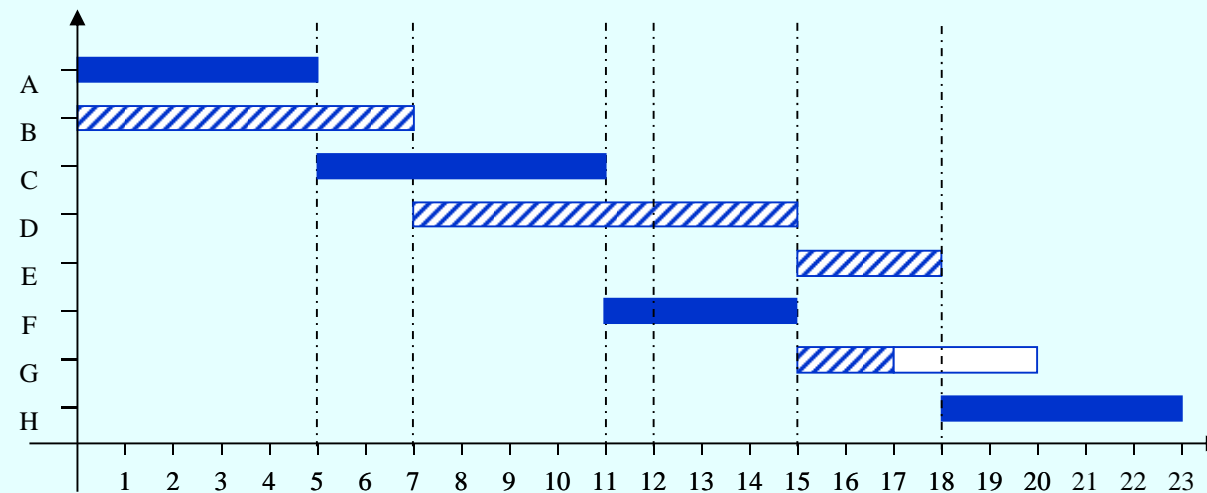
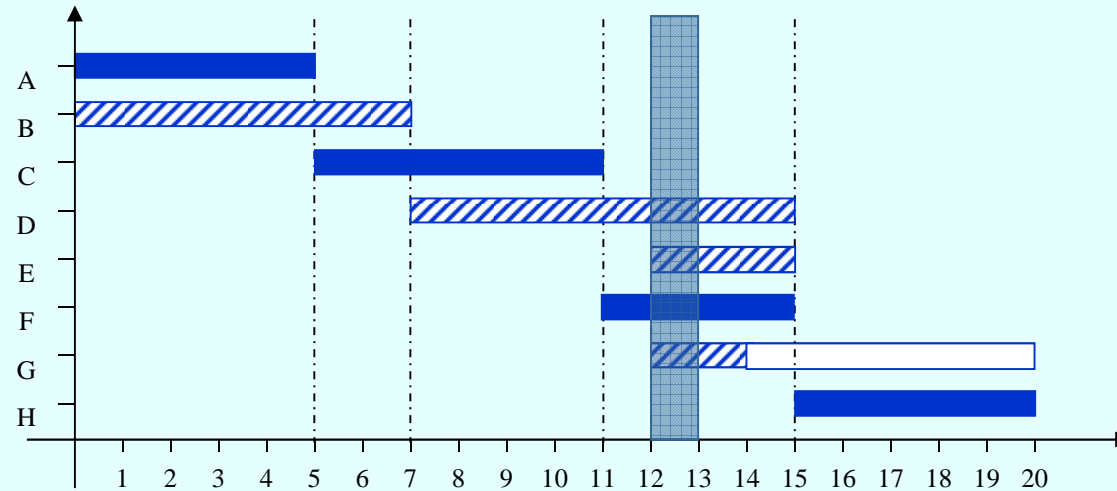
Konflikt zasobów – okres 12



7.4. Zarządzanie zasobami środków

7.4.1. Rozwiązywanie konfliktów zasobów (7/9)

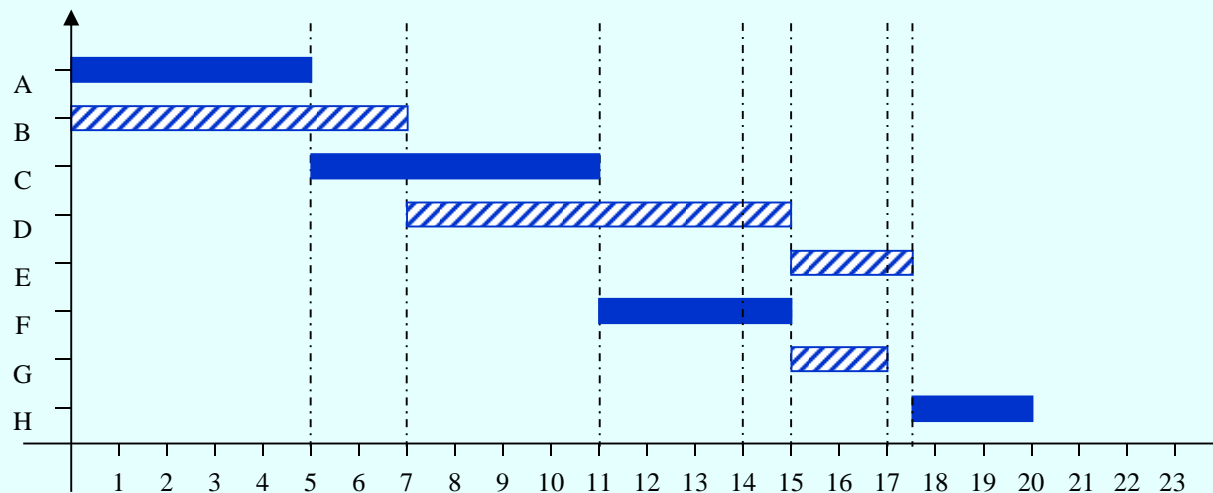
Konflikt zasobów – okres 13



7.4. Zarządzanie zasobami środków

7.4.1. Rozwiązywanie konfliktów zasobów (8/9)

Modyfikacja harmonogramu



Okres	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Środki finansowe	7	7	7	7	7	8	8	7	7	7	7	5	5	5	8	10	10	10	8	8
Zasoby pracy	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2

7.4. Zarządzanie zasobami środków

7.4.2. Przyspieszenie realizacji czynności (1/3)

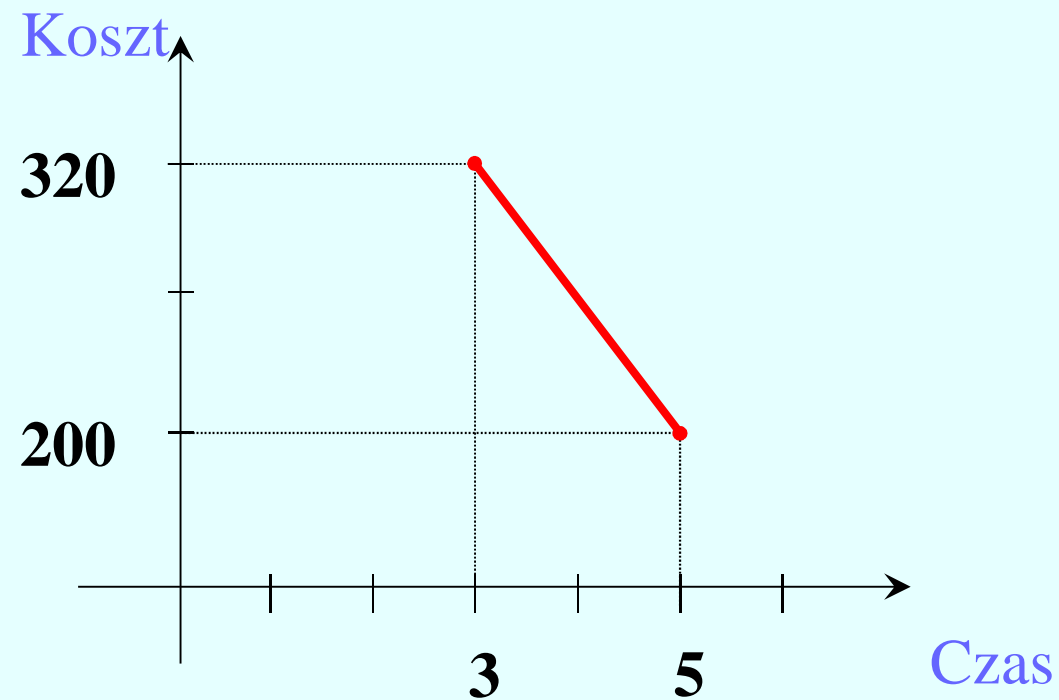
Przykład 7.4

Czynność	Czas normalny	Czas przysp.	Max. przysp.	Koszt normalny	Koszt przysp.	Koszt jedn.
A	5	3	2	200	320	60
B	7	4	3	260	395	45
C	6	4	2	220	330	55
D	8	5	3	300	450	50
E	3	2	1	150	215	65
F	4	3	1	150	210	60
G	2	1	1	100	170	70
H	5	3	2	200	330	65

7.4. Zarządzanie zasobami środków

7.4.2. Przyspieszenie realizacji czynności (2/3)

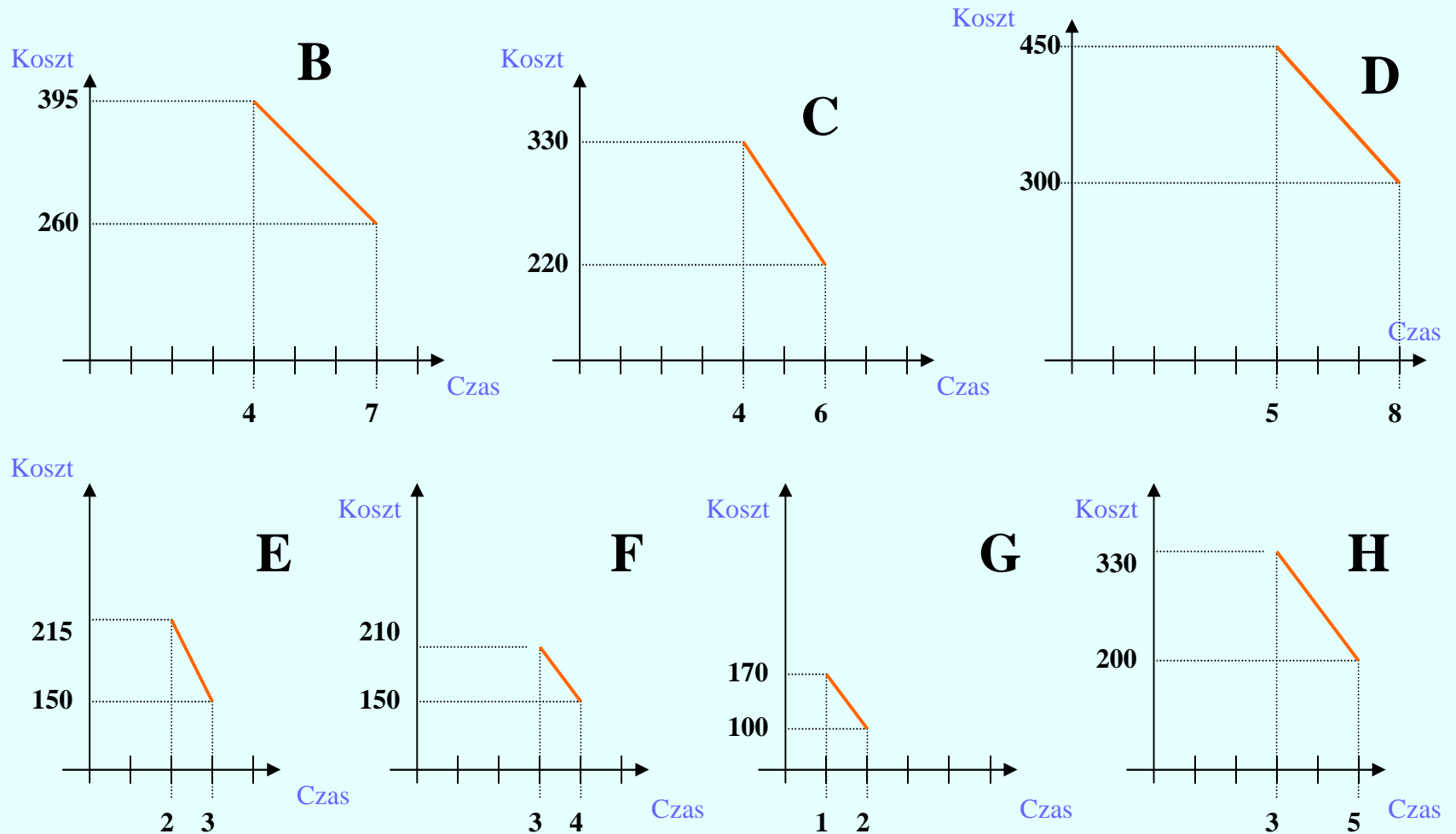
Czynność A



7.4. Zarządzanie zasobami środków

7.4.2. Przyspieszenie realizacji czynności (3/3)

Czynności B-H



7.4. Zarządzanie zasobami środków

7.4.3. Minimalizacja kosztu realizacji projektu przy zadanym czasie dyrektywnym (1/11)

Sformułowanie zadania

Czas krytyczny realizacji projektu wynosi 20. Określić taki sposób przyspieszenia czynności, by zminimalizować koszt przyspieszenia przy zadanym czasie dyrektywnym trwania projektu równym 15.

x_i - ($i = 1, \dots, 6$) momenty zaistnienia zdarzeń 1 - 6,

y_A, \dots, y_H - czasy przyspieszenia realizacji czynności A - H.

Koszt przyspieszenia projektu:

$$60 y_A + 45 y_B + 55 y_C + 50 y_D + 65 y_E + 60 y_F + 70 y_G + 65 y_H \rightarrow \min$$

Czas dyrektywny:

$$x_6 \leq 15$$

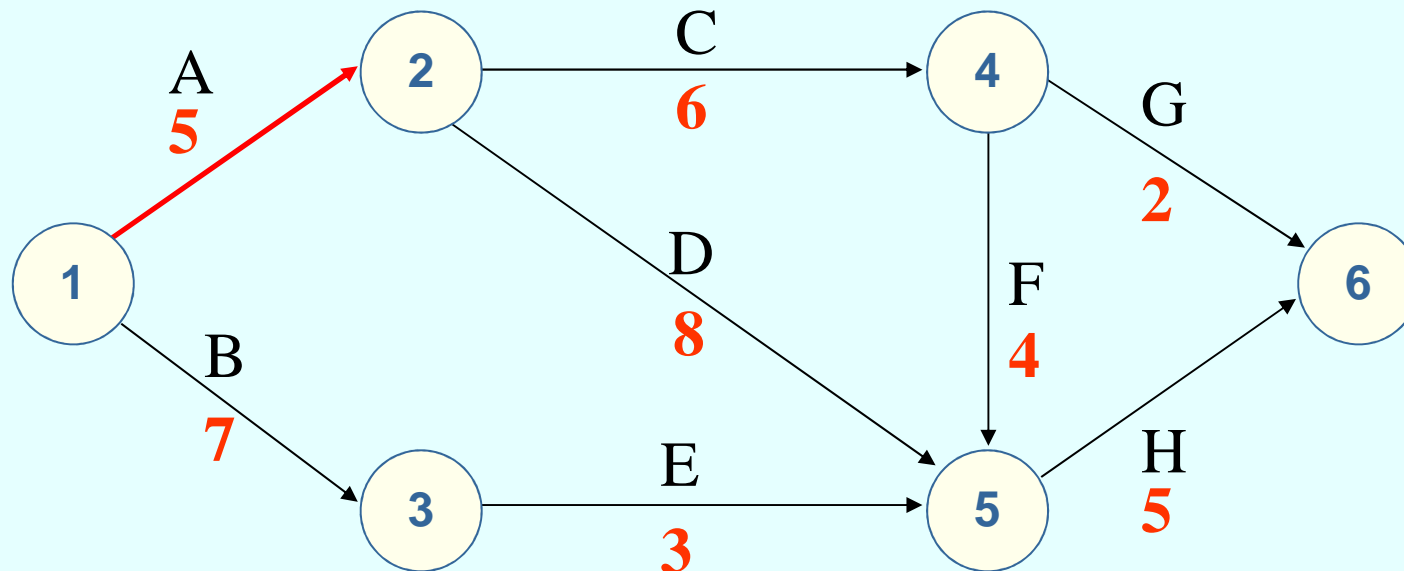
7.4. Zarządzanie zasobami środków

7.4.3. Minimalizacja kosztu realizacji projektu przy zadanym czasie dyrektywnym (2/11)

Odwzorowanie struktury sieci w układ nierówności

$$x_2 \geq 5 - y_A + x_1$$

moment zaistnienia zdarzenia 2 czas normalny przyspieszenie czynności A moment rozpoczęcia czynności A



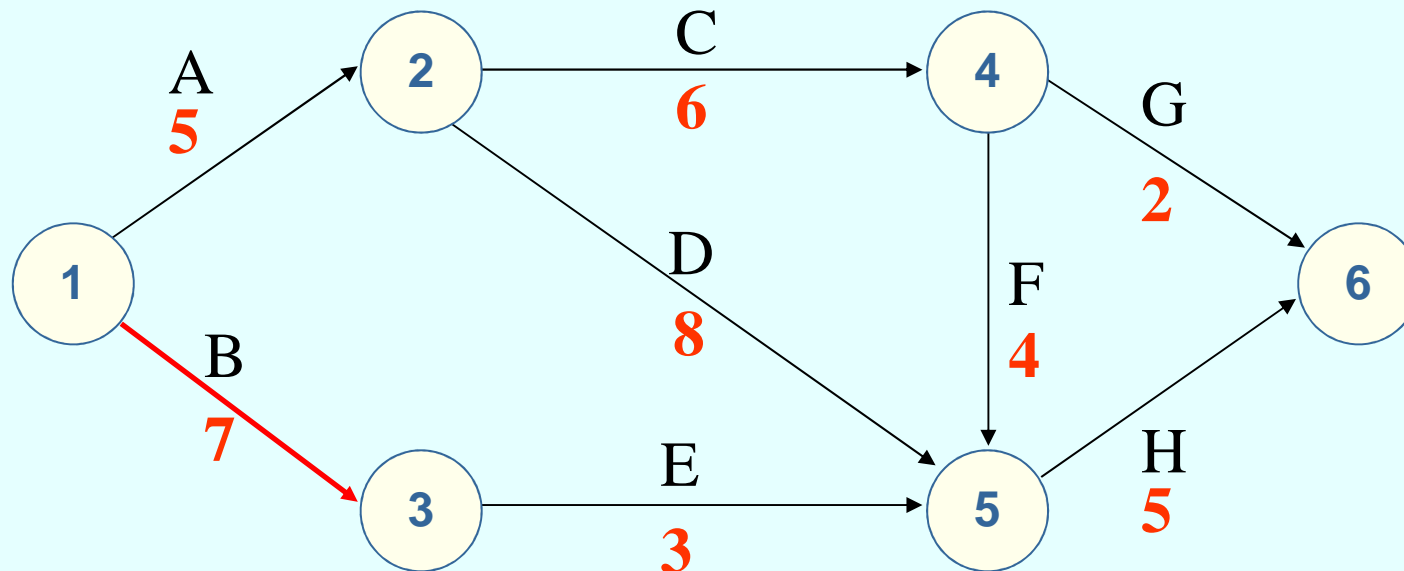
7.4. Zarządzanie zasobami środków

7.4.3. Minimalizacja kosztu realizacji projektu przy zadanym czasie dyrektywnym (3/11)

Odwzorowanie struktury sieci w układ nierówności (c.d.)

$$x_3 \geq 7 - y_B + x_1$$

moment zaistnienia zdarzenia 3 czas normalny przyspieszenie czynności B moment rozpoczęcia czynności B



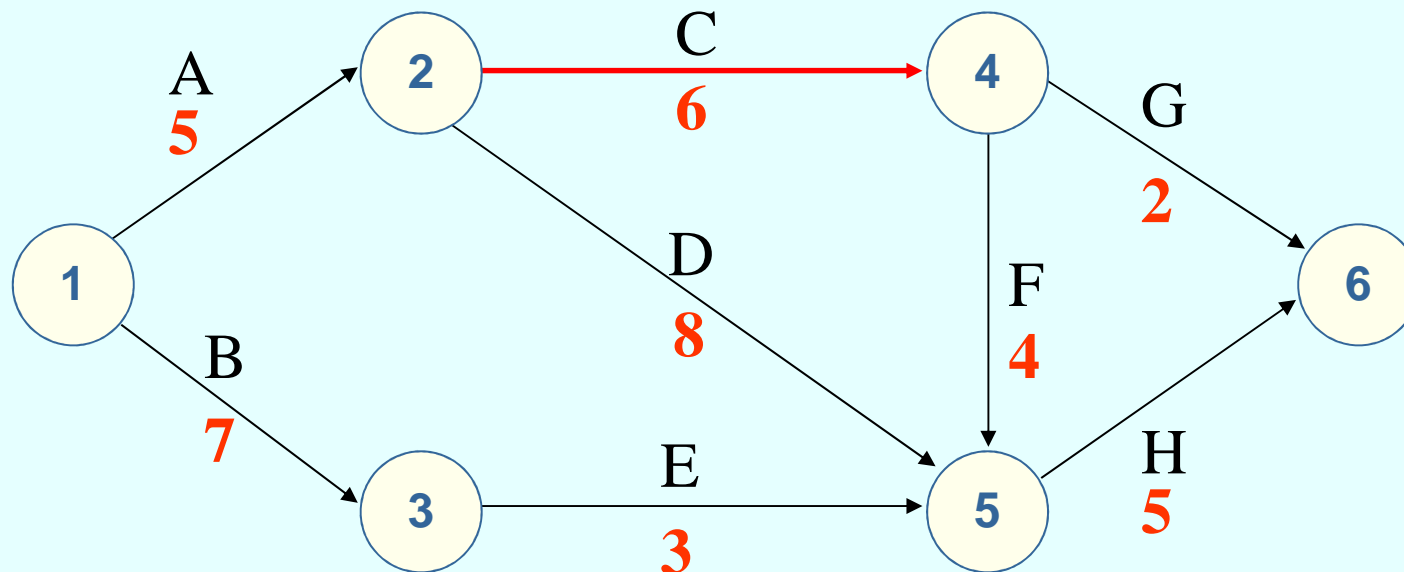
7.4. Zarządzanie zasobami środków

7.4.3. Minimalizacja kosztu realizacji projektu przy zadanym czasie dyrektywnym (4/11)

Odwzorowanie struktury sieci w układ nierówności (c.d.)

$$x_4 \geq 6 - y_C + x_2$$

moment zaistnienia zdarzenia 4 czas normalny przyspieszenie czynności C moment rozpoczęcia czynności C



7.4. Zarządzanie zasobami środków

7.4.3. Minimalizacja kosztu realizacji projektu przy zadanym czasie dyrektywnym (5/11)

Odwzorowanie struktury sieci w układ nierówności (c.d.)

x_5	\geq	8	-	y_D	+	x_2
moment zaistnienia zdarzenia 5		czas normalny		przyspieszenie czynności D		moment rozpoczęcia czynności D
x_5	\geq	3	-	y_E	+	x_3
moment zaistnienia zdarzenia 5		czas normalny		przyspieszenie czynności E		moment rozpoczęcia czynności E
x_5	\geq	4	-	y_F	+	x_4
moment zaistnienia zdarzenia 5		czas normalny		przyspieszenie czynności F		moment rozpoczęcia czynności F

7.4. Zarządzanie zasobami środków

7.4.3. Minimalizacja kosztu realizacji projektu przy zadanym czasie dyrektywnym (6/11)

Odwzorowanie struktury sieci w układ nierówności (c.d.)

$$x_6 \geq 2 - y_G + x_4$$

moment zaistnienia zdarzenia 6	czas normalny	przyspieszenie czynności G	moment rozpoczęcia czynności G
--------------------------------------	------------------	-------------------------------	--------------------------------------

$$x_6 \geq 5 - y_H + x_5$$

moment zaistnienia zdarzenia 6	czas normalny	przyspieszenie czynności H	moment rozpoczęcia czynności H
--------------------------------------	------------------	-------------------------------	--------------------------------------

7.4. Zarządzanie zasobami środków

7.4.3. Minimalizacja kosztu realizacji projektu przy zadanym czasie dyrektywnym (7/11)

Ograniczenie możliwości przyspieszenia czynności

Czynność	Czas normalny	Czas przysp.	Max. przyspieszenie
A	5	3	2
B	7	4	3
C	6	4	2
D	8	5	3
E	3	2	1
F	4	3	1
G	2	1	1
H	5	3	2

$$0 \leq y_A \leq 2$$

$$0 \leq y_B \leq 3$$

$$0 \leq y_C \leq 2$$

$$0 \leq y_D \leq 3$$

$$0 \leq y_E \leq 1$$

$$0 \leq y_F \leq 1$$

$$0 \leq y_G \leq 1$$

$$0 \leq y_H \leq 2$$

7.4. Zarządzanie zasobami środków

7.4.3. Minimalizacja kosztu realizacji projektu przy zadanym czasie dyrektywnym (8/11)

Zadanie programowania liniowego

$$60y_A + 45y_B + 55y_C + 50y_D + 65y_E + 60y_F + 70y_G + 65y_H \rightarrow \min$$

$$x_6 \leq 15$$

$$-x_1 + x_2 + \qquad \qquad \qquad y_A \qquad \qquad \qquad \geq 5$$

$$-x_1 + \qquad x_3 + \qquad \qquad \qquad y_B \qquad \qquad \qquad \geq 7$$

$$-x_2 + \qquad \qquad x_4 + \qquad \qquad \qquad y_C \qquad \qquad \qquad \geq 6$$

$$-x_2 + \qquad \qquad \qquad x_5 + \qquad \qquad \qquad y_D \qquad \qquad \qquad \geq 8$$

$$\qquad -x_3 + \qquad \qquad x_5 + \qquad \qquad \qquad y_E \qquad \qquad \qquad \geq 3$$

$$\qquad \qquad x_4 + \qquad x_5 + \qquad \qquad \qquad y_F \qquad \qquad \geq 4$$

$$\qquad \qquad -x_4 \qquad \qquad x_6 + \qquad \qquad \qquad y_G \qquad \geq 2$$

$$\qquad \qquad \qquad -x_5 \qquad x_6 + \qquad \qquad \qquad y_H \geq 5$$

$$0 \leq y_A \leq 2 \qquad 0 \leq y_C \leq 2 \qquad 0 \leq y_E \leq 1 \qquad 0 \leq y_G \leq 1$$

$$0 \leq y_B \leq 3 \qquad 0 \leq y_D \leq 3 \qquad 0 \leq y_F \leq 1 \qquad 0 \leq y_H \leq 2$$

$$x_1, \dots, x_5 \geq 0$$

7.4. Zarządzanie zasobami środków

7.4.3. Minimalizacja kosztu realizacji projektu przy zadanym czasie dyrektywnym (9/11)

Zmodyfikowany harmonogram

Czynność	Czas trwania	ES	EF	LS	LF	Rezerwa
A	3 (5)	0	3	0	3	0 (0)
B	7 (7)	0	7	1	8	1 (5)
C	4 (6)	3	7	3	7	0 (0)
D	8 (8)	3	11	3	11	0 (2)
E	3 (3)	7	10	8	11	1 (5)
F	4 (4)	7	11	7	11	0 (0)
G	2 (2)	7	9	13	15	6 (7)
H	4 (5)	11	15	11	15	0 (0)

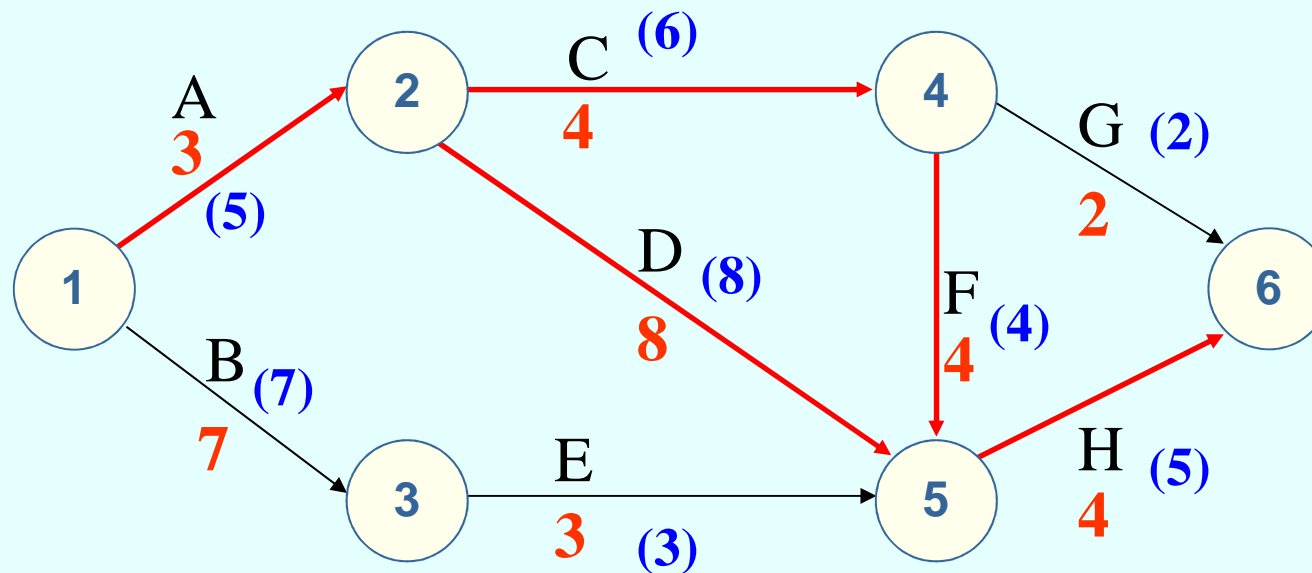
Czas realizacji projektu: 15

Koszt dodatkowy: 295

7.4. Zarządzanie zasobami środków

7.4.3. Minimalizacja kosztu realizacji projektu przy zadanym czasie dyrektywnym (10/11)

Zmodyfikowany harmonogram (c.d.)



7.4. Zarządzanie zasobami środków

7.4.3. Minimalizacja kosztu realizacji projektu przy zadanym czasie dyrektywnym (11/11)

Analiza numeryczna

Czas dyrektywny	Koszt przyspieszenia	Wielkość przyspieszenia
19	55	$y_C = 1$
18	110	$y_C = 2$
17	170	$y_A = 1, y_C = 2$
16	230	$y_A = 2, y_C = 2$
15	295	$y_A = 2, y_C = 2, y_H = 1$
14	360	$y_A = 2, y_C = 2, y_H = 2$
13	470	$y_A = 2, y_C = 2, y_D = 1, y_F = 1$ $y_H = 2$
12		Brak rozwiązania dopuszczalnego

7.4. Zarządzanie zasobami środków

7.4. 4. Minimalizacja czasu realizacji projektu przy zadanym koszcie (1/3)

Sformułowanie zadania

Określić taki sposób przyspieszenia czynności, by zminimalizować czas trwania projektu przy zadanych nieprzekraczalnym koszcie przyspieszenia wszystkich czynności, równym 360.

Czas trwania projektu:

$$x_6 \rightarrow \min$$

Koszt przyspieszenia projektu:

$$60y_A + 45y_B + 55y_C + 50y_D + 65y_E + 60y_F + 70y_G + 65y_H \leq 360$$

7.4. Zarządzanie zasobami środków

7.4. 4. Minimalizacja czasu realizacji projektu przy zadanym koszcie (2/3)

Zadanie programowania liniowego

$$x_6 \rightarrow \min$$

$$60y_A + 45y_B + 55y_C + 50y_D + 65y_E + 60y_F + 70y_G + 65y_H \leq 360$$

$$x_2 + y_A \geq 5$$

$$x_3 + y_B \geq 7$$

$$-x_2 + x_4 + y_C \geq 6$$

$$-x_2 + x_5 + y_D \geq 8$$

$$-x_3 + x_5 + y_E \geq 3$$

$$x_4 + x_5 + y_F \geq 4$$

$$-x_4 + x_6 + y_G \geq 2$$

$$-x_5 + x_6 + y_H \geq 5$$

$$0 \leq y_A \leq 2 \quad 0 \leq y_C \leq 2 \quad 0 \leq y_E \leq 1 \quad 0 \leq y_G \leq 1$$

$$0 \leq y_B \leq 3 \quad 0 \leq y_D \leq 3 \quad 0 \leq y_F \leq 1 \quad 0 \leq y_H \leq 2$$

$$x_1, \dots, x_5 \geq 0$$

7.4. Zarządzanie zasobami środków

7.4. 4. Minimalizacja czasu realizacji projektu przy zadanym koszcie (3/3)

Analiza numeryczna

Wielkość dodatkowej kwoty	Czas realizacji projektu	Wielkość przyspieszenia
60	18,90	$y_C = 1,10$
120	17,83	$y_A = 0,17, y_C = 2,00$
180	16,83	$y_A = 1,67, y_C = 2,00$
240	15,85	$y_A = 2,00, y_C = 2,00, y_H = 0,15$
300	14,92	$y_A = 2,00, y_C = 2,00, y_H = 1,08$
360	14,00	$y_A = 2,00, y_C = 2,00, y_H = 2,00$
420	13,45	$y_A = 2,00, y_C = 2,00, y_D = 0,54,$ $y_F = 0,54, y_H = 2,00$
480	13,00	$y_A = 2,00, y_C = 2,00, y_D = 1,00,$ $y_F = 1,00, y_H = 2,00$

7.5. Metoda PERT

7.5.1 Oczekiwany czas realizacji projektu i jego wariancja (1/2)

Oszacowania czasów trwania czynności

- **czas optymistyczny a** realizacji czynności w okolicznościach sprzyjających
- **czas najbardziej prawdopodobny m** realizacji czynności w warunkach normalnych
- **czas pesymistyczny b** realizacji czynności w warunkach niesprzyjających

Oczekiwany czas trwania czynności i jego wariancja

$$\bar{t} = \frac{a + 4m + b}{6} \quad \sigma^2 = \left(\frac{b - a}{6} \right)^2$$

7.5. Metoda PERT

7.5.1 Oczekiwany czas realizacji projektu i jego wariancja (2/2)

Przebieg obliczeń

$$\bar{t} = \frac{a + 4m + b}{6} \quad \sigma^2 = \left(\frac{b - a}{6} \right)^2$$

Czynność	a	m	b	\bar{t}	σ^2
A	3	4	11	5	1,78
B	5	6,5	11	7	1,00
C	4,5	5,5	9,5	6	0,69
D	6	7	14	8	1,78
E	2	3	4	3	0,11
F	3	4	5	4	0,11
G	1	1,5	5	2	0,44
H	3,5	4,5	8,5	5	0,69

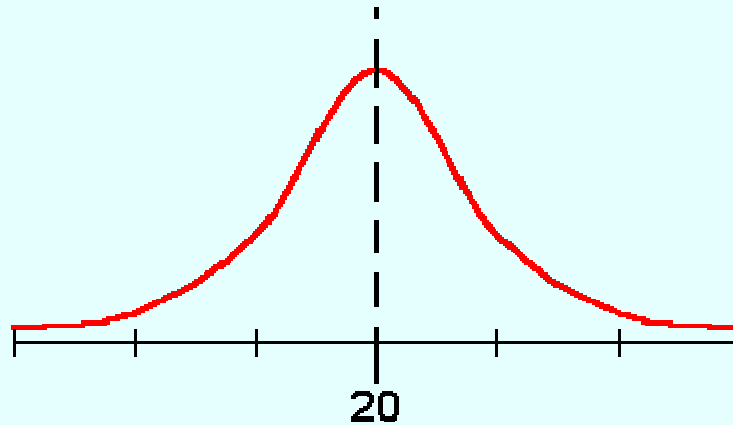
$$\bar{t} = 5 + 6 + 4 + 5 = 20 \quad \sigma^2 = 1,78 + 0,69 + 0,11 + 0,69 = 3,27$$

$$\sigma = \sqrt{3,27} = 1,81$$

7.5. Metoda PERT

7.5.2. Prawdopodobieństwo realizacji projektu w zadanym czasie (1/1)

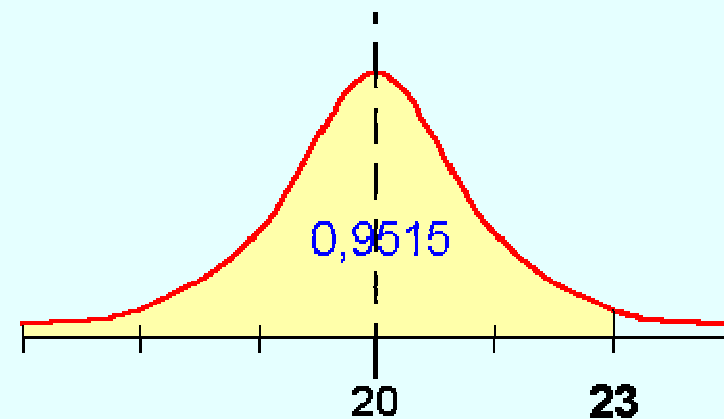
Czas realizacji projektu $t = 23$



$$z = \frac{t - \bar{t}}{\sigma}$$

$$z = \frac{23 - 20}{1,81} = 1,66$$

z	...	0,05	0,06	0,07	...
...
1,5	...	0,9394	0,9406	0,9418	...
1,6	...	0,9505	0,9515	0,9525	...
1,7	...	0,9599	0,9608	0,9616	...
...



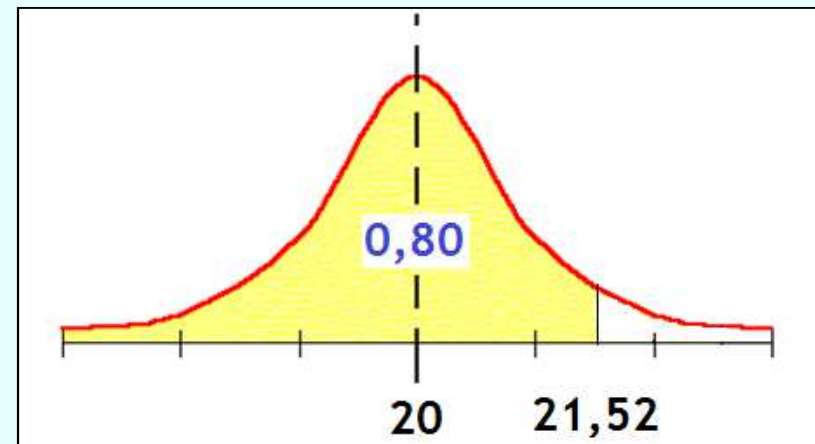
7.5. Metoda PERT

7.5.3. Czas realizacji projektu z zadaniem prawdopodobieństwem (1/1)

Prawdopodobieństwo 0.80

p	0	0,01	0,02	0,03	...
0,5
0,6	0,2533	0,2793	0,3055	0,3319	...
0,7	0,5244	0,5534	0,5828	0,6128	...
0,8	0,8416	0,8779	0,9154	0,9542	...
0,9	1,2816	1,3408	1,4051	1,4758	...

$$0,842 = \frac{x - 20}{1,81}$$



7.6. Przykłady wykorzystania metod zarządzania projektami

7.6.1. Wdrożenie komputerowego systemu zamówień w firmie (1/5)

Przykład 7.6.

Czynność	Opis czynności	Czynność poprzedzająca
A	Określenie potrzeb	żadna
B	Propozycje systemów	żadna
C	Wybór systemu	A, B
D	Zamówienie systemu	C
E	Projekt wnętrza	C
F	Realizacja projektu wnętrza	E
G	Projekt „interface” komputera	C
H	Instalacja komputerowa	D, F, G
I	Instalacja systemu	D, F
J	Szkolenie operatorów	H
K	Testowanie całego systemu	I, J

7.6. Przykłady wykorzystania metod zarządzania projektami

7.6.1. Wdrożenie komputerowego systemu zamówień w firmie (2/5)

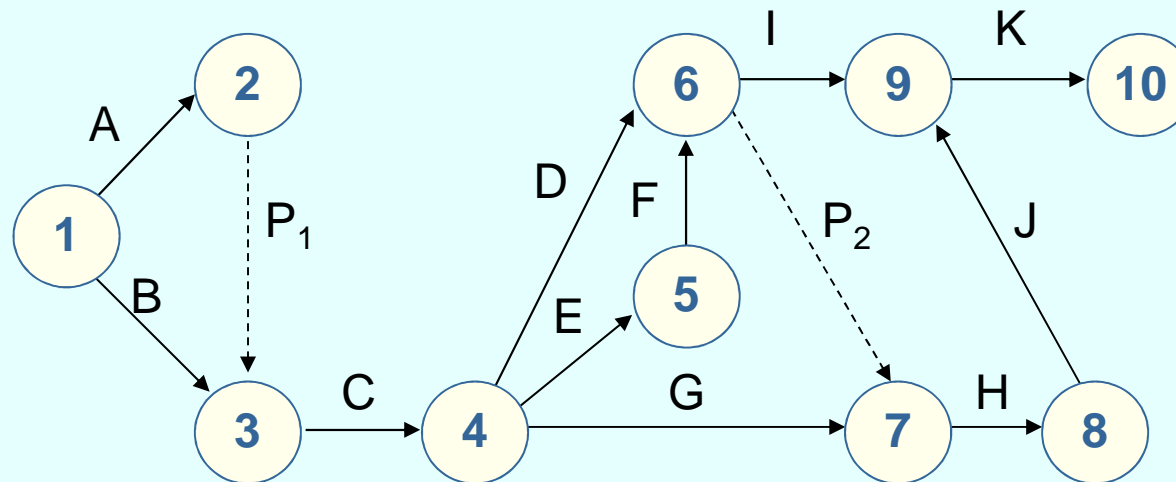
Czasy trwania czynności

Czynność	Opis czynności		
	optymistyczny	Najbardziej prawdopodobny	pesymistyczny
A	6	7	9
B	9	10	11
C	4	5	6
D	10	11	12
E	10	12	14
F	5	7	9
G	5	7	15
H	4	5	6
I	5	6	13
J	3	5	7
K	3	5	5

7.6. Przykłady wykorzystania metod zarządzania projektami

7.6.1. Wdrożenie komputerowego systemu zamówień w firmie (3/5)

Sieć czynności



Rozwiązanie optymalne

Oczekiwany czas realizacji projektu: 48

Wariancja czasu realizacji projektu: 1,8

Zakończenie projektu w czasie 47 tygodni - prawdopodobieństwo = 0,23

Zakończenie projektu z prawdopodobieństwem 0,80 -

- czas realizacji = 49,1 tygodnia

7.6. Przykłady wykorzystania metod zarządzania projektami

7.6.1. Wdrożenie komputerowego systemu zamówień w firmie (4/5)

Przyspieszenie realizacji projektu

Czynność	Czasy		Koszty realizacji	
	normalny	przyspieszony	normalny	przyspieszony
A	7	6	70	85
B	10	9	100	115
C	5	4	50	65
D	11	10	110	125
E	12	11	120	135
F	7	6	70	85
G	8	7	80	95
H	5	4	50	65
I	7	6	70	85
J	5	4	50	65
K	7	6	70	85

7.6. Przykłady wykorzystania metod zarządzania projektami

7.6.1. Wdrożenie komputerowego systemu zamówień w firmie (5/5)

Rozwiązanie optymalne

Czas normalny - 48 tygodni

Realizacja projektu w czasie 47 tygodni

$$y_K = 1, \text{ koszt przyspieszenia} = 15$$

Realizacja projektu w czasie 41 tygodni

$$y_B = 1, y_C = 1, y_E = 1, y_F = 1, y_H = 1, y_J = 1, y_K = 1, \\ \text{koszt przyspieszenia} = 105$$

7.6. Przykłady wykorzystania metod zarządzania projektami

7.6.2. Poszukiwanie czasu krytycznego jako zadanie PL (1/1)

Przykład 7.7

$$x_6 \rightarrow \min$$

$$x_2 \geq 5 + x_1$$

$$x_3 \geq 7 + x_1$$

$$x_4 \geq 6 + x_2$$

$$x_5 \geq 8 + x_2$$

$$x_5 \geq 3 + x_3$$

$$x_5 \geq 4 + x_4$$

$$x_6 \geq 2 + x_4$$

$$x_6 \geq 5 + x_5$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \geq 0$$

Rozwiązanie optymalne

$$x_1 = 0, x_2 = 5, x_3 = 12, x_4 = 5, x_5 = 15, x_6 = 20$$

Metoda simpleks wyznacza momenty najpóźniejszego zaistnienia wszystkich zdarzeń

7.6. Przykłady wykorzystania metod zarządzania projektami

7.6.3. Przyspieszenie realizacji projektu jako zadanie dwukryterialne (1/3)

Przykład 7.8

Cel - optymalny rozdział środków na przyspieszenie realizacji projektu.

Funkcje kryterium

1. Minimalizacja kosztu przyspieszenia projektu.
2. Minimalizacja czasu trwania projektu.

Warunki ograniczające

- warunki opisujące strukturę projektu,
- warunki opisujące możliwości przyspieszenia każdej czynności,
- warunki nieujemności.

7.6. Przykłady wykorzystania metod zarządzania projektami

7.6.3. Przyspieszenie realizacji projektu jako zadanie dwukryterialne (2/3)

Zadanie wektorowej minimalizacji

$$x_6 \rightarrow \min$$

$$60y_A + 45y_B + 55y_C + 50y_D + 65y_E + 60y_F + 70y_G + 65y_H \rightarrow \min$$

$$\begin{array}{rcccccccc}
 -x_1 + x_2 + & & & & & & & & & y_A & & \geq 5 \\
 -x_1 + & & x_3 + & & & & & & & y_B & & \geq 7 \\
 & -x_2 + & & x_4 + & & & & & & y_C & & \geq 6 \\
 & -x_2 + & & & x_5 + & & & & & y_D & & \geq 8 \\
 & & -x_3 + & & x_5 + & & & & & y_E & & \geq 3 \\
 & & & x_4 + & x_5 + & & & & & y_F & & \geq 4 \\
 & & & -x_4 + & & x_6 + & & & & y_G & & \geq 2 \\
 & & & & -x_5 + & x_6 + & & & & & y_H & \geq 5
 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc}
 0 \leq y_A \leq 2 & 0 \leq y_B \leq 3 & 0 \leq y_C \leq 2 & 0 \leq y_D \leq 3 \\
 0 \leq y_E \leq 1 & 0 \leq y_F \leq 1 & 0 \leq y_G \leq 1 & 0 \leq y_H \leq 2
 \end{array}$$

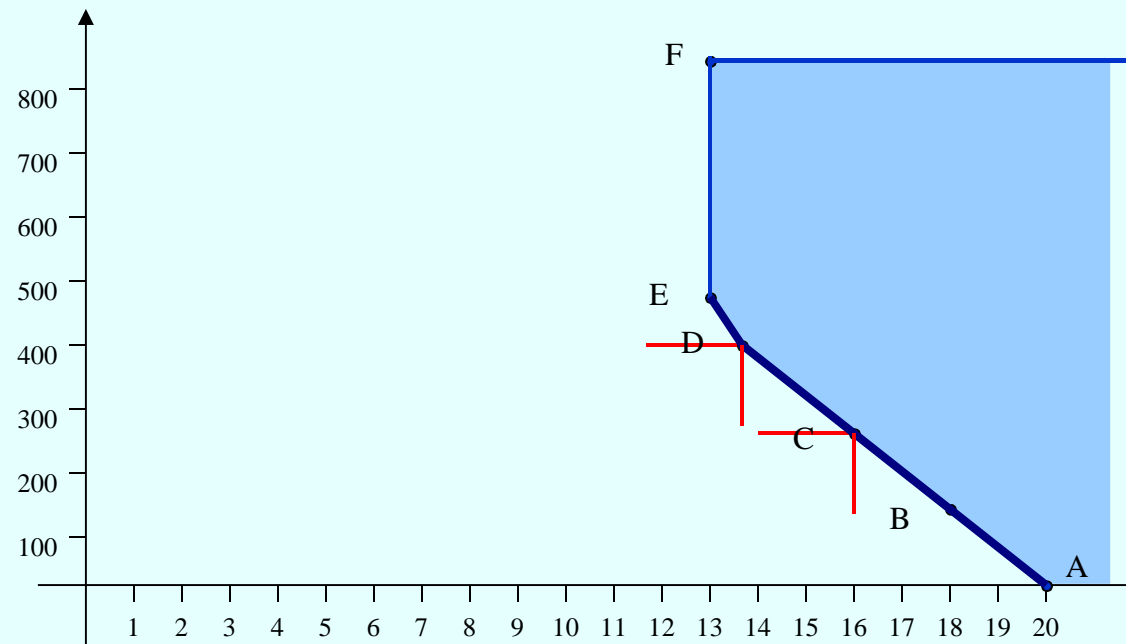
$$x_1, \dots, x_6 \geq 0$$

7.6. Przykłady wykorzystania metod zarządzania projektami

7.6.3. Przyspieszenie realizacji projektu jako zadanie dwukryterialne (3/3)

Interpretacja w przestrzeni kryterialnej

A (20, 0)	C (16, 230)	E (13, 470)
B (18, 110)	D (14, 360)	F (13, 840)



Pora na relaks

