

Spis treści

Wprowadzenie	9
1. Rys historyczny	13
2. Elementy kombinatoryki	19
2.1. Kombinacje	19
2.2. Wariacje z powtórzeniami	22
2.3. Wariacje bez powtórzeń	24
2.4. Permutacje	27
2.5. Zadania i pytania	28
3. Zdarzenia losowe i prawdopodobieństwo	32
3.1. Podstawowe pojęcia	32
3.2. Rachunek zdarzeń losowych	35
3.2.1. Działania na zdarzeniach losowych	36
3.2.2. σ -ciało zdarzeń	40
3.3. Przykłady – rachunek zdarzeń	40
3.4. Prawdopodobieństwo – wybrane definicje	43
3.4.1. Definicja klasyczna	43
3.4.2. Definicja statystyczna	44
3.4.3. Definicja geometryczna	45
3.4.4. Definicja aksjomatyczna	47
3.5. Prawdopodobieństwo – wybrane zagadnienia	48
3.5.1. Prawdopodobieństwo warunkowe	48
3.5.2. Prawdopodobieństwo całkowite	48
3.5.3. Niezależność zdarzeń losowych	49
3.5.4. Wzór Bayesa	50
3.5.5. Podstawowe własności prawdopodobieństwa	50
3.6. Przykłady – prawdopodobieństwo	51
3.7. Zadania i pytania	54
4. Zmienna losowa – podstawowe określenia	58
4.1. Zmienna losowa skokowa	59
4.2. Zmienna losowa ciągła	63
4.3. Własności wartości oczekiwanej i wariancji	68

4.4. Przykłady – zmienna losowa	69
4.5. Zadania i pytania	74
5. Wybrane rozkłady zmiennych losowych skokowych	79
5.1. Rozkład dwupunktowy	79
5.2. Rozkład dwumianowy	80
5.3. Rozkład Poissona	81
5.4. Rozkład hipergeometryczny	82
5.5. Rozkład geometryczny	83
5.6. Przykłady – rozkłady skokowe	84
5.7. Zadania i pytania	88
6. Wybrane rozkłady zmiennych losowych ciągłych	94
6.1. Rozkład jednostajny	94
6.2. Rozkład trójkątny	95
6.3. Rozkład normalny	96
6.4. Rozkład chi-kwadrat	100
6.5. Rozkład t-Studenta	100
6.6. Rozkład F	101
6.7. Rozkład wykładniczy	102
6.8. Rozkład gamma	103
6.9. Rozkład beta	104
6.10. Rozkład Cauchy'ego	105
6.11. Przykłady – rozkłady ciągłe	106
6.12. Zadania i pytania	110
7. Wielowymiarowe zmienne losowe	115
7.1. Dwuwymiarowa zmienna losowa skokowa	115
7.1.1. Momenty dwuwymiarowej zmiennej losowej skokowej	116
7.1.2. Rozkłady brzegowe	116
7.1.3. Rozkłady warunkowe	117
7.2. Dwuwymiarowa zmienna losowa ciągła	118
7.2.1. Momenty dwuwymiarowej zmiennej losowej ciągłej	118
7.2.2. Rozkłady brzegowe i warunkowe	119
7.3. Dwu- i wielowymiarowy rozkład normalny	120
7.3.1. Dwuwymiarowy rozkład normalny	120
7.3.2. Wielowymiarowy rozkład normalny	121
7.4. Przykłady – rozkłady wielowymiarowe	122
7.5. Zadania i pytania	126

8. Funkcje zmiennych losowych	130
8.1. Funkcje zmiennych losowych skokowych	130
8.2. Funkcje zmiennych losowych ciągłych	131
8.3. Wybrane związki pomiędzy zmiennymi losowymi	134
9. Funkcje tworzące i funkcje charakterystyczne zmiennych losowych	136
9.1. Funkcja tworząca zmiennej losowej	136
9.1.1. Funkcja tworząca i momenty zwykłe zmiennej losowej o rozkładzie normalnym standardowym	137
9.1.2. Funkcja tworząca zmiennej losowej o rozkładzie normalnym z parametrami μ i σ^2	139
9.1.3. Funkcja tworząca średniej arytmetycznej zmiennych losowych X_1, X_2, \dots, X_n	139
9.1.4. Momenty zmiennej losowej X o rozkładzie wykładniczym z parametrem λ	140
9.2. Funkcja charakterystyczna zmiennej losowej	141
9.2.1. Funkcja charakterystyczna zmiennej losowej o rozkładzie zero-jedynkowym	142
9.2.2. Funkcja charakterystyczna zmiennej losowej o rozkładzie normalnym standardowym	143
9.2.3. Funkcja charakterystyczna zmiennej losowej X o rozkładzie normalnym z parametrami μ i σ^2	144
9.2.4. Rozkład średniej zmiennych losowych o identycznych, niezależnych rozkładach normalnych	144
10. Wybrane nierówności prawdopodobieństw i twierdzenia graniczne	146
10.1. Nierówności Markowa i Czebyszewa	146
10.2. Wybrane twierdzenia graniczne	148
10.2.1. Centralne twierdzenie graniczne	148
10.2.2. Twierdzenie Moivre'a-Laplace'a	150
10.2.3. Słabe prawo wielkich liczb	151
10.2.4. Mocne prawo wielkich liczb Bernoullego	151
Odpowiedzi do zadań	153
Literatura cytowana i uzupełniająca	161
Netografia	164