

**Anna Mularczyk**

# **RYZIKO DZIAŁALNOŚCI WSPÓŁCZESNEGO PRZEDSIĘBIORSTWA W UJĘCIU FRAKTALNYM**

---

## **Wstęp**

Funkcjonowanie współczesnych przedsiębiorstw jest związane z ich ciągłym dostosowywaniem się do zmiennego, wręcz chaotycznego otoczenia. Pojęcie chaosu jest rozumiane jako „stan nieregularności i bezładu, oznaczający nieuporządkowanie zjawisk w czasie i przestrzeni” (Jakimowicz, 2003, s. 320). Wiele układów zdeterminizowanych charakteryzuje się tzw. chaosem deterministycznym. Na jego gruncie w połowie XX w. powstała nowa dziedzina nauki zwana teorią chaosu. Do najważniejszych cech układów chaotycznych zalicza się: nieliniowość (system jest opisany nieliniowymi równaniami różniczkowymi), otwartość układu (co najmniej jeden z jego elementów zależy od czynników zewnętrznych) (por. Jakimowicz, 2003) oraz, a właściwie przede wszystkim, wrażliwość na warunki początkowe określana jako „efekt motyla” (por. Gleick, 1996; Peitgen, Jürgens, Saupe, 2002; Peters, 1997; Seeger, 2002 i in.).

Otoczenie przedsiębiorstwa spełnia wszystkie wymienione wyżej warunki. Po pierwsze, nie jest możliwe (bez daleko idących uproszczeń) opisanie go w sposób liniowy, czyli ze względu na wielość czynników makro- i mikroekonomicznych. Po drugie, obojętnie jak nie ograniczymy otoczenia, zawsze znajdzie się jakiś dodatkowy czynnik zewnętrzny, który może wywierać na nie znaczący wpływ (a więc w rezultacie na funkcjonowanie samego przedsiębiorstwa). Wreszcie, jedna mała zmiana jakiegoś – wydawałoby się mało znaczącego – czynnika może zaowocować istotną zmianą dla całego przedsiębiorstwa.

Dziedziną teorii chaosu jest geometria fraktalna, określana za jej twórcą – Benoitem Mandelbrotom – jako „geometria natury”. Fraktale są obiektami geometrycznymi, których części pozostają w pewnej relacji do całości (Peters, 1997). Problem ten zostanie opisany bardziej szczegółowo w rozdziale 1.

W literaturze przedmiotu pojawiły się nowe rodzaje, czy też sposoby opisu przedsiębiorstw, takie jak np. organizacje chaotyczne czy fraktalne (Warnecke, 1999; Krupski, 1999; Prechuda, 2000; Krawczyk, 2001; Mikuła, 2001; Jakimowicz, 2003). Przedmiotem niniejszego opracowania jest zastosowanie geometrii fraktalnej w przedsiębiorstwie, czyli tzw. „fabryka fraktalna”, natomiast celem – zaproponowanie oceny ryzyka związanego z działalnością przedsiębiorstwa za pomocą wymiaru fraktalnego.

## 1. Fraktal. Wymiar fraktalny

Fraktale są tzw. dziwnymi atraktorami, czyli – jak można by powiedzieć – „uporządkowanym obrazem chaosu”. Zostały one obszernie zdefiniowane w literaturze przedmiotu (zob. m.in.: Kurdewicz, 1993; Mastalerz-Kodzis, 2003; Peitgen, Jürgens, Saupe, 2002; Peters, 1997).

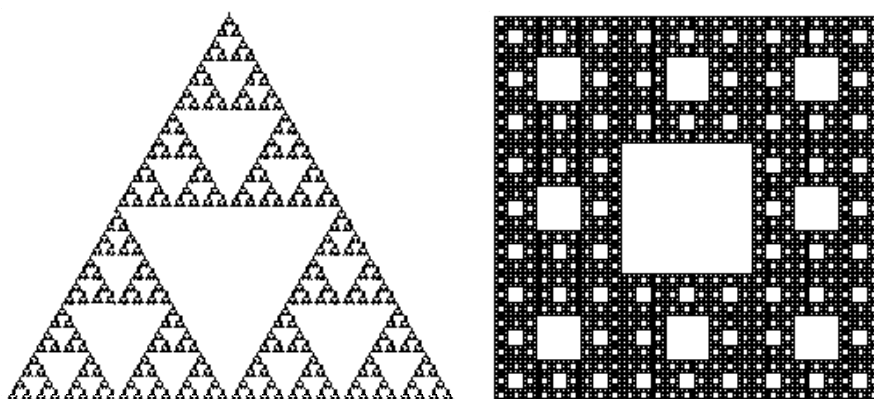
Jak już wspomniano, najważniejszą cechą fraktali jest to, iż jego części pozostają w pewnej relacji do całości. Cechę tę nazywa się samopodobieństwem. Dodatkowo, obiekty te są definiowane w prosty sposób i są często tworzone za pomocą prostych wzorów rekurencyjnych.

Najbardziej znanymi klasycznymi fraktalami są m.in.: zbiór Cantora, trójkąt i dywan Sierpińskiego oraz krzywa i płatek śniegu von Kocha. Na poniższych rysunkach przedstawiono trzy z nich: krzywą von Kocha (rys. 1) oraz trójkąt i dywan Sierpińskiego (rys. 2).



Rys. 1. Krzywa von Kocha

Źródło: Opracowanie na podstawie: [www.mini.pw.edu.pl/MiNIwyklady/fraktale/wstep](http://www.mini.pw.edu.pl/MiNIwyklady/fraktale/wstep)



Rys. 2. Trójkąt i dywan Sierpińskiego

Źródło: Ibid.

Fraktale występują jednak przede wszystkim w naturze (inaczej tzw. fraktale losowe). Chmury, drzewa, góry, linie brzegowe, czy też np. naczynia krwionośne lub brokuły – wszystkie są fraktalami. Geometria fraktalna umożliwia opis kształtów występujących w świecie w sposób o wiele prostszy niż geometria euklidesowa. Dzieje się tak właśnie dzięki fraktalnej naturze wszystkiego wokół nas. Z tego względu geometria fraktalna znalazła zastosowanie w wielu dziedzinach nauk: m.in. w biologii, fizyce, chemii oraz ekonomii. W ekonomii – jako iż niniejszy artykuł jest z tej dziedziny – narzędzia geometrii fraktalnej zostały w szczególności zastosowane do analizy rynków kapitałowych na giełdach (Mandelbrot, 1999; Peters, 1997; Mastalerz-Kodzis, 2003; Mosdorf, Nazarko, Siemieniuk, 2001; Siemieniuk, 2001).

Trzecią cechą, której nie może zabraknąć w definicji fraktali, jest ich wymiar. Wymiar ten jest liczbą ułamkową. W odróżnieniu – wymiar prostej wynosi 1, płaszczyzny – 2, a np. sześcian ma trzy wymiary. Z kolei wymiar zbioru Cantora wynosi 0,6309, krzywej von Kocha – 1,2619, a trójkąta Sierpińskiego – 1,5850. Wymiar fraktalny mówi o tym, w jaki sposób dany obiekt wypełnia przestrzeń.

Istnieje kilka sposobów obliczania wymiaru fraktalnego. W niniejszym opracowaniu zostaną zaprezentowane dwa: wymiar pudełkowy oraz analiza przeskalowanych zakresów R/S. Pierwsza metoda jest metodą uniwersalną, dobrze obrazującą istotę wymiaru fraktalnego, natomiast druga – ze względu na swą specyfikę – została wykorzystana do dalszych obliczeń.

### 1.1. Wymiar pudełkowy

Wymiar pudełkowy – zwany inaczej pojemnościowym – jest wersją wymiaru fraktalnego. Metoda jego wyznaczania – dzięki uniwersalności, prostocie i automatyzacji obliczeń – jest najczęściej stosowaną metodą w różnych dziedzinach nauki (Peitgen, Jürgens, Saupe, 2002). Zgodnie z tą metodą dany wykres lub inny kształt, znajdujący się w dwuwymiarowej przestrzeni, umieszcza się w siatce kwadratów o boku  $s$ , a następnie zlicza się kwadraty niepełne otrzymując  $N(s)$  (analogicznie, dla struktur w 1-wymiarowej przestrzeni pokrywa się je odcinkami, a w 3-wymiarowych przestrzeniach – sześcianami itd.). Kolejno, boki „pudełek” zmniejsza się i powtarza całą procedurę (Jakimowicz, 2003; Peitgen, Jürgens, Saupe, 2002; Zwolankowska, 2000).

Wymiar obiektu wyznacza zależność:

$$D = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{\log N(s)}{\log(1/s)} \quad (1)$$

gdzie:

$D$  – wymiar pojemnościowy/pudełkowy,

$N(s)$  – liczba niepełnych „pudełek” o boku  $s$ .

Obliczenie  $D$  sprowadza się zatem do oszacowania parametrów prostej regresji dla kolejnych  $s$ :

$$\log N(s) = D \log(1/s) \quad (2)$$

### 1.2. Analiza przeskalowanych zakresów

Wymiar fraktalny wykresów wykonanych w dwuwymiarowych układach współrzędnych, jakimi są np. szeregi czasowe, jest często obliczany za pomocą analizy przeskalowanych zakresów.

Analiza przeskalowanych zakresów (w skrócie: R/S) została opracowana w połowie XX w. przez angielskiego hydrologa zajmującego się pływami Nilu – H.E. Hursta (Peters, 1997). Sformułował on następującą zależność:

$$R/S = a \cdot N^H \quad (3)$$

gdzie:

$R/S$  – przeskalowany zakres,

$a > 0$  – stała,

$N$  – liczba obserwacji,

$H$  – wykładnik Hursta.

W celu wyznaczenia wykładnika Hursta należy dla różnych  $N$  obliczyć  $R/S_N$ , a następnie oszacować parametry równania:

$$\ln(R/S_N) = \ln a + H \ln N \quad (4)$$

Wymiar fraktalny  $D$  otrzymuje się na podstawie zależności:

$$D = 2 - H \quad (5)$$

Analizę przeskalowanych zakresów przeprowadza się dla szeregu zmian wartości badanej cechy. Najczęściej są to logarytmiczne stopy zwrotu:

$$Z_t = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) \quad (6)$$

gdzie:

$Z_t$  – logarytmiczna stopa zwrotu,

$P_t$  – wartość w chwili  $t$ .

Szereg dzieli się na rozłączne  $l$  podszeregów o długościach  $N$ , przy czym często (ale nie zawsze) zakłada się, iż  $N$  powinno być dzielnikiem długości całego szeregu (zob. Mastalerz-Kodzisz, 2003; Weron, Weron, 1998; por. Peters, 1997). Dla każdego z podszeregów wyznacza się średnie, odchylenia standardowe oraz odchylenia skumulowane:

$$Z_{m,k} = \sum_{i=1}^k (Z_i - \bar{Z}_m), \quad m = 1, 2, \dots, l; \quad k = 1, 2, \dots, N \quad (7)$$

gdzie:

$Z_{m,k}$  – skumulowane odchylenie,

$m$  – numer podszeregu,

$l$  – liczba podszeregów o długości  $N$ ,

$k$  – numer wyrazu w danym podszeregu,

$N$  – długość podszeregu,

$\bar{Z}_m$  – średnia stopa zwrotu w  $m$ -tym podszeregu.

Następnie wyznacza się zakresy zmienności w każdym z podszeregów:

$$R_m = \max(Z_{m,k}) - \min(Z_{m,k}) \quad (8)$$

gdzie:

$R_m$  – zakres zmienności w  $m$ -tym podszeregu.

W celu umożliwienia porównania zakresów, otrzymane wyniki dzieli się przez odchylenia standardowe każdego podszeregu i kolejno oblicza się średnią wartość:

$$R/S_N = \frac{\sum_{m=1}^l R_m / S_m}{l} \quad (9)$$

gdzie:

$R/S_N$  – przeskalowany zakres odpowiadający podszeregom o długości  $N$ ,

$S_m$  – odchylenie standardowe w  $m$ -tym podszeregu.

Całą opisaną powyżej procedurę powtarza się dla kolejnych  $N$  aż do  $N$  równego połowie liczby obserwacji. Na końcu, po oszacowaniu parametrów równania za pomocą regresji liniowej (4), otrzymuje się wykładnik Hursta, a tym samym, zgodnie z równaniem (5), wymiar fraktalny.

Wykładnik Hursta może przyjmować wartości z przedziału  $[0, 1]$ . Rozróżnia się trzy sytuacje (Peters, 1997; Mastalerz-Kodzis, 2003):

1.  $H \in [0; 0,5)$  – szereg jest szeregiem antypersystentnym lub ergodycznym, czyli „powracającym do średniej”. Im  $H$  bliższy jest 0, tym zachowanie szeregu jest bardziej chaotyczne. Szeregi takie charakteryzują się bardzo postrzępioną linią, często dochodzi w nich do odwracania trendu, inaczej mówiąc: wyodrębnienie jakiegokolwiek trendu jest niemożliwe.
2.  $H = 0,5$  – szereg jest szeregiem losowym, czyli ma charakter błędzenia przypadkowego.
3.  $H \in (0,5; 1]$  – szereg jest persystentny – wzmacnia swój trend. Szeregi persystentne są ułamkowymi ruchami Browna – przykładami obciążonego błędzenia przypadkowego z siłą obciążenia tym większą, im  $H$  bliższy jest 1.

## 2. Organizacja fraktalna

Geometrię fraktalną stosuje się także do opisu przedsiębiorstwa. Sama już struktura organizacyjna przedsiębiorstwa przypomina fraktal, czyli jest samopodobna: przedsiębiorstwo dzieli się na zakłady, te na wydziały, te z kolei na komórki itd. Każda komórka działa na podobnej zasadzie i do pewnego stopnia samodzielnie – ma tożsame funkcje i cele. W literaturze przedmiotu obszernie opisano taką organizację, zwaną „fabryką fraktalną” (Warnecke, 1999; Krupski, 1999; Prechuda, 2000; Krawczyk, 2001; Mikuła, 2001; Jakimowicz, 2003).

Według tej teorii przedsiębiorstwo jest makrofraktalem, w skład którego wchodzi fraktale, czyli jego jednostki organizacyjne. Fabryka fraktalna oprócz cechy samopodobieństwa charakteryzuje się także samoorganizacją, dynamiką oraz witalnością.

Samoorganizacja przejawia się wolnością organizacyjną co do sposobów realizacji postawionych przed danym fraktalem celów. Dotyczy ona zarówno płaszczyzny operacyjnej, jak i taktycznej oraz strategicznej (Prechuda, 2000). Samoorganizacja jest też przez wielu autorów przedstawiana jako najważniejsza cecha współczesnych przedsiębiorstw oraz innych organizacji, jakimi są np. miasta (Tharumarajah, 2003; Portugali, 1997).

W odpowiedzi na turbulentne otoczenie przedsiębiorstwo musi mieć takie cechy, jak dynamika i witalność. Dzięki tym cechom będzie ono w stanie odpowiednio zareagować na zmiany w nim następujące. Przedsiębiorstwo bez witalności w krótkim czasie straci udział w rynku wskutek obniżającej się zdolności konkurencyjnej, a więc jego zyski spadną, co w konsekwencji może doprowadzić do upadku.

W fabryce fraktalnej realizowane są scenariusze fraktalne. Globalne scenariusze fraktalne, które są formułowane i realizowane na poziomie całego przedsiębiorstwa, na niższych poziomach są powielane w postaci scenariuszy strategicznych bądź taktycznych czy operacyjnych. Te z kolei dzieli się na mikroszenariusze itd. (Prechuda, 2000).

Większość współczesnych przedsiębiorstw ma wymienione wyżej cechy. Można zatem stwierdzić, iż są one fraktalami. Nieodzownym następstwem tego faktu jest więc zastosowanie narzędzi geometrii fraktalnej do analizy pewnych sfer działalności przedsiębiorstwa. W literaturze przedmiotu opisano m.in. fraktalny scenariusz udoskonalania procesu rozwoju nowych produktów wysokiej technologii (Spivey, Munson, Wolcott, 1997). W niniejszym artykule podjęto próbę opisu fraktalnego sposobu analizy ryzyka, związanego z działalnością przedsiębiorstwa.

### 3. Pojęcie ryzyka w odniesieniu do wymiaru fraktalnego szeregu czasowego

Ryzyko towarzyszy działalności każdego przedsiębiorstwa. W literaturze przedmiotu wielokrotnie definiowano ryzyko (por. m.in. Zeliaś, 1998; Jajuga, 1996; Hollwell, 2001; Nahotko, 1997). Termin ten jest zazwyczaj utożsamiany z możliwością niekorzystnych zmian wynikających z konkretnego postępowania, czyli powstałych w wyniku podjęcia określonych decyzji, oraz czynników niezależnych, nazywanych losowymi.

Istnieje wiele sposobów oceny ryzyka związanego z działalnością przedsiębiorstwa. Wymienić tu należy przede wszystkim metody statystyczne, do których należą: odchylenie standardowe i semiodchylenie standardowe oraz metody ekonomiczno-finansowe zawierające cały szereg wskaźników finansowych służących analizie przedsiębiorstwa. Większość znanych metod (szczególnie statystycznych) opiera się na założeniu istnienia rozkładu normalnego badanego zjawiska.

Wymiar fraktalny – ze względu na swe właściwości – może także służyć do oceny wielkości ryzyka. Przykładem może tu być zastosowanie wymiaru fraktalnego do analizy finansowych szeregów czasowych na giełdach, zarówno na rynkach zagranicznych, jak i polskich (zob. m.in. Mastalerz-Kodzis, 2003; Peters, 1997; Siemieniuk, 2001).

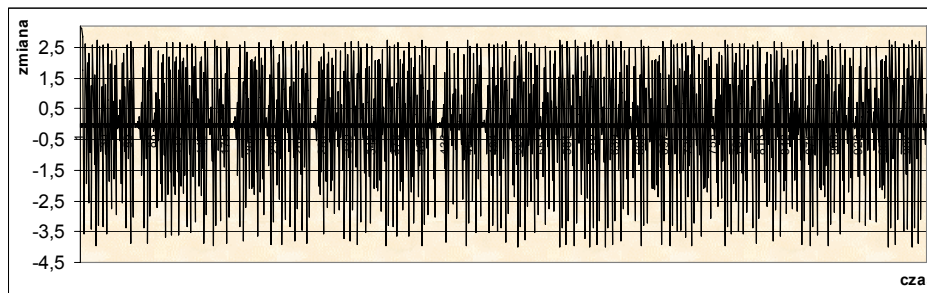
Wymiar fraktalny szeregów czasowych jest liczbą z przedziału (1; 2). Im bliższy jest on 2, tym bardziej jest „postrzępiony” dany szereg. Oznacza to, iż istnieje większe prawdopodobieństwo zmian. „Sposób wypełnienia przestrzeni przez dany obiekt zależy od sił biorących udział w jego kształtowaniu. [...] W przypadku szeregów czasowych stóp zwrotu akcji, siłami tymi będą dane mikro- i makroekonomiczne, które wpływają na sposób, w jaki inwestorzy postrzegają wartość aktywów” (Peters, 1997, s. 62).

Analogicznie, wymiar fraktalny można zastosować do pomiaru lub oceny zjawisk związanych z działaniem organizacji. Wielkość sprzedaży produktów przedsiębiorstwa, koszty zakupu materiałów, zapasy, czy też wydajność pracowników zmieniają się wraz z upływem czasu – zatem zmiany te tworzą szereg czasowy. Wyznaczając wymiary fraktalne tych zmian (czyli odpowiedników giełdowych stóp zwrotu) można oszacować ryzyko wynikające z nich dla przedsiębiorstwa i nieustannie mu towarzyszące.

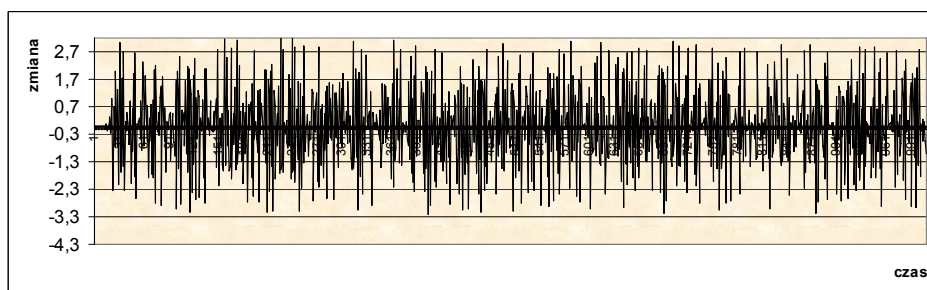


### Przykład

Załóżmy, że przedsiębiorstwo produkuje trzy wyroby: A, B i C. Koszt produkcji każdego z nich zmienia się wraz z upływem czasu. Zebrano 1008\* obserwacji\*\*, które zostały zaprezentowane na rys. 3-5 jako zmiany kosztów\*\*\*.



Rys. 3. Wykres zmian kosztów wyrobu A



Rys. 4. Wykres zmian kosztów wyrobu B

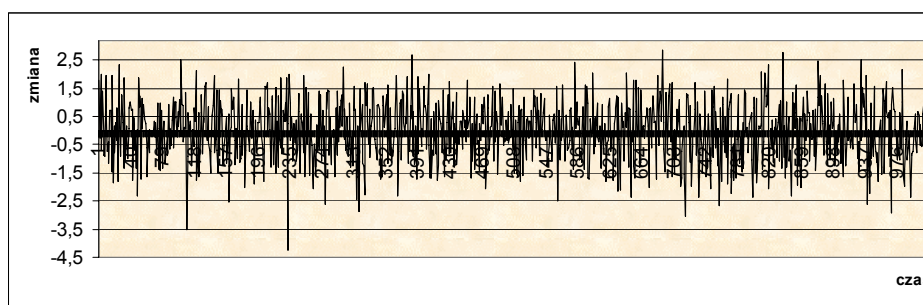
\* Liczba 1008 ma stosunkowo najwięcej dzielników w porównaniu z innymi tej wielkości.

\*\* Dla wyrobu A przeprowadzono symulację równania logistycznego  $x_{t+1} = 4ax_t(1-x_t)$  (por. Peitgen, Jürgens, Saupe, 2002; Peters, 1997 i in.), przy czym przyjęto, że  $a = 0,95$ ,  $x_1 = 0,01$ . Koszty wyrobu B są przykładem wrażliwości na warunki początkowe: przedstawiają różnice między tymi samymi kolejnymi iteracjami powyższego równania powtórzonego dwa razy, z tym że w drugim przypadku wartość  $x_3$  została zaokrąglona do czterech miejsc po przecinku. Oba wyroby reprezentują więc chaos. Koszty wyrobu C są natomiast symulacją rozkładu normalnego. Symulację przeprowadzono w arkuszu kalkulacyjnym MS Excel, wykorzystując wbudowaną funkcję „los()”, która zwraca wartości z przedziału  $[0;1]$  zgodnie z rozkładem jednostajnym. Wartości te można traktować jako rzuty „kością”. Rzucono zatem 1008 razy 26 „kości”, a wyniki poszczególnych rzutów znormalizowano według wzoru (Peitgen, Jürgens, Saupe, 2002):

$$Z = \frac{1}{A} \sqrt{\frac{12}{n}} \sum_{i=1}^n Y_i - \sqrt{3n}$$

gdzie  $A$  jest ograniczeniem górnym generatora liczb losowych,  $n$  – liczbą używanych kostek, a  $Y_i$  – wynikiem jednego rzutu  $i$ -tej kostki.

\*\*\* Należy zaznaczyć, że otrzymane dane dotyczące wyrobu A przekształcono na logarytmiczne stopy zwrotu, natomiast ze względu na ich specyfikę (wartości zarówno dodatnie, jak i ujemne) dane wyrobów B i C potraktowano jako stopy zwrotu. Wszystkie dane zostały przeskalowane w ten sposób, aby możliwe było ich porównanie (w tym celu stopy zwrotu kosztów art. A pomnożono przez 2, 4, natomiast art. B – przez 4, 2).



Rys. 5. Wykres zmian kosztów wyrobu C

Przed przystąpieniem do dalszych obliczeń została zbadana zgodność badanych szeregów z rozkładem normalnym. Zastosowano nieparametryczny test zgodności *chi*-kwadrat ( $\chi^2$ ). Zgodnie z jego procedurą weryfikowana hipoteza miała postać (por. Ostasiewicz, Rusnak, Siedlecka, 1999):

$H_0$ : rozkład  $Z_t$  ma rozkład normalny.

Wobec hipotezy alternatywnej:

$H_1$ : rozkład  $Z_t$  nie ma rozkładu normalnego.

Sprawdzianem hipotezy  $H_0$  jest statystyka określona równaniem:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^r \frac{(n_i - np_i)^2}{np_i} \quad (10)$$

gdzie:

$\chi^2$  – wartość empiryczna statystyki,

$n_i$  – liczebność  $i$ -tego przedziału klasowego (liczebności empiryczne),

$np_i$  – liczba jednostek, które powinny znaleźć się w  $i$ -tym przedziale klasowym, przy założeniu, że cecha ma rozkład normalny (liczebności teoretyczne).

Relacja wyznaczająca zbiór krytyczny ma postać:

$$P(\chi^2 > \chi_\alpha^2) = \alpha \quad (11)$$

gdzie  $\chi_\alpha^2$  jest wartością krytyczną odczytaną z tablic rozkładu  $\chi^2$  dla  $k = r - s - 1$  stopni swobody i  $P = \alpha$ , przy czym  $s$  oznacza liczbę parametrów, które należy wstępnie wyznaczyć, a  $r$  – liczbę przedziałów klasowych.

W analizowanych przypadkach  $r = 20$ , natomiast  $s = 2$ , bowiem w celu standaryzacji danych (równanie (12)) należało wyznaczyć 2 parametry: odchylenie standardowe ( $s_z$ ) oraz średnią ( $\bar{z}$ ).

$$t_i = \frac{z_i - \bar{z}}{s_z} \quad (12)$$

Wartość teoretyczna  $\chi_{\alpha}^2$  dla  $k = 17$  i  $\alpha = 0,05$  wynosi:

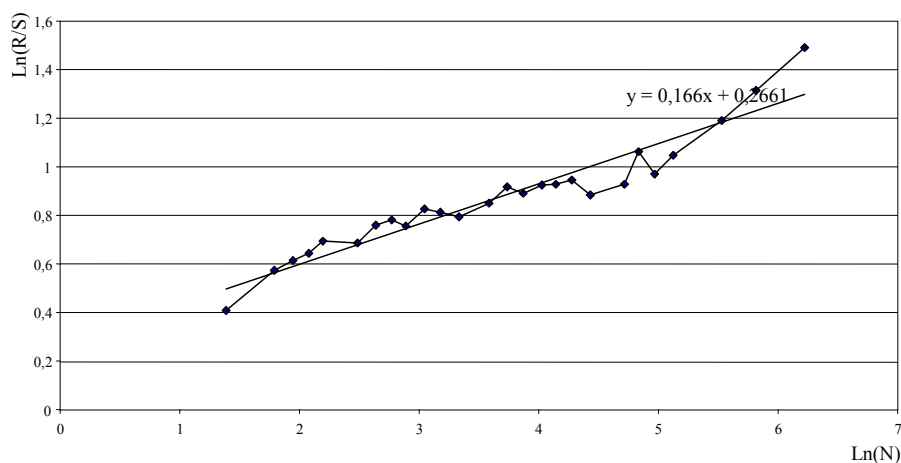
$$\chi_{0,05}^2 = 27,59$$

Natomiast wartości empiryczne tej statystyki wyniosły odpowiednio:

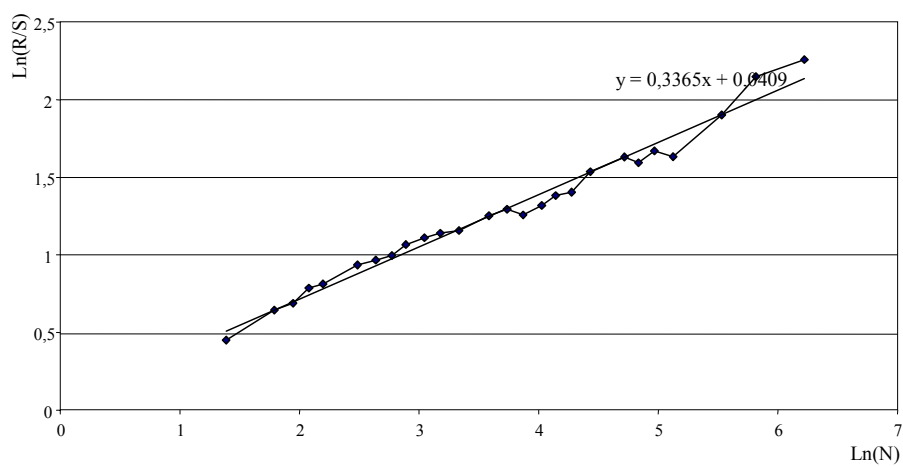
$$\chi^2(A) = 809,97, \quad \chi^2(B) = 65,16, \quad \chi^2(C) = 25,58$$

Ponieważ dla wyrobów A i B  $\chi^2 > \chi_{0,05}^2$ , należy odrzucić hipotezę  $H_0$  na rzecz hipotezy alternatywnej  $H_1$ . W związku z powyższym, badane rozkłady zmian kosztów artykułów A i B nie są zgodne z rozkładami normalnymi, natomiast dla wyrobu C – co łatwo było przewidzieć –  $\chi^2 < \chi_{0,05}^2$ . Nie ma zatem podstaw do odrzucenia  $H_0$ , co oznacza, iż badany rozkład zmian kosztów artykułu C jest zgodny z rozkładem normalnym.

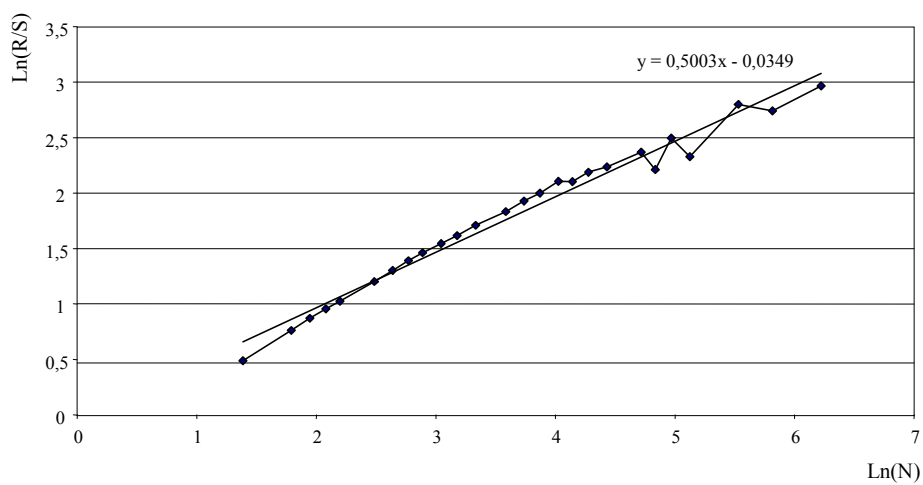
Wyniki zastosowania analizy przeskalowanych zakresów zostały przedstawione na podwójnie logarytmicznych wykresach (rys. 6-8). Na wykresy naniesiono linie trendów, otrzymane za pomocą Klasycznej Metody Najmniejszych Kwadratów. Współczynniki kierunkowe tych prostych są wykładnikami Hursta.



Rys. 6. Analiza R/S kosztów wyrobu A



Rys. 7. Analiza R/S kosztów wyrobu B



Rys. 8. Analiza R/S kosztów wyrobu C

Z równań regresji wynika, że wykładniki Hursta wynoszą odpowiednio:

$$H(A) = 0,166, \quad H(B) = 0,337, \quad H(C) = 0,500$$

Pozwala to na obliczenie wymiarów fraktalnych badanych szeregów (zgodnie z równaniem (5)):

$$D(A) = 1,834, \quad D(B) = 1,663, \quad D(C) = 1,500$$

## Wnioski

Szereg zmian kosztów artykułu C jest szeregiem losowym mającym charakter błędzenia przypadkowego. Oznacza to, iż zmiany kosztów tego wyrobu są niezależne (nie są skorelowane). Przeszłe koszty nie mają wpływu na przyszłe, są więc nieprzewidywalne. Prawdopodobieństwo wzrostu kosztów jest równe prawdopodobieństwu spadku i wynosi 0,5. W szeregach zmian kosztów artykułów A i B sytuacja jest odmienna. Szeregi te są szeregami antypersystentnymi. Przeszłe i przyszłe koszty są skorelowane ujemnie. Powracają one do średniej, lecz tu także nie jest możliwe wyodrębnienie jakichkolwiek trendów ze względu na to, iż zbyt często dochodzi do ich odwrócenia. W szeregach tych jest więcej chaosu niż w szeregu wyżej omówionym.

Największą zmienność wykazują koszty produkcji artykułu A, gdyż wymiar fraktalny szeregu ich zmian jest największy ( $D(A) = 1,834$ ). Można zatem powiedzieć, iż są one obciążone najwyższym ryzykiem. Relatywnie niższym ryzykiem odznaczają się zmiany kosztów artykułu B ( $D(B) = 1,663$ ). W porównaniu z tymi wyrobami najmniejszym ryzykiem cechuje się C ( $D(C) = 1,500$ ). Jednak w praktyce, otrzymanie takiego wyniku jest bardzo mało prawdopodobne. Dlatego też wyroby A i B są bardziej odpowiednimi przykładami.

W związku z powyższym wskazane jest, aby przy planowaniu kosztów przyszłej produkcji przyjmować większe marginesy błędu dla wyrobu A i kolejno B w porównaniu z C. Dodatkowo, przy planowaniu np. zakupów materiałowych, celowe byłoby stosowanie różnych polityk w odniesieniu do różnych wyrobów. I tak, obserwując spadek cen materiałów potrzebnych do wytworzenia danego wyrobu, należałoby zakupić tym większą ich ilość, im wyższy jest wymiar fraktalny danego szeregu zmian kosztów, ze względu na większe prawdopodobieństwo ich wzrostu.

Zweryfikowanie ww. obliczeń z praktyką jest niezbędne.

## Literatura

- Gleick J.: *Chaos. Narodziny nowej nauki*. Wydawnictwo Zysk i S-ka, Warszawa 1996.
- Hollwell J.: *Ryzyko finansowe. Metody identyfikacji i zarządzania ryzykiem finansowym*. K.E. LIBER, Warszawa 2001.
- Jajuga K.: *Ryzyko w finansach. Ujęcie statystyczne*. AE, Kraków 1996.
- Jakimowicz A.: *Od Keynesa do teorii chaosu. Ewolucja teorii wahań koniunkturalnych*. PWN, Warszawa 2003.
- Jakimowicz A.: *Organizacje fraktalne i chaotyczne*. W: *Multimedia w biznesie*. Red. L. Kiełtyka. Zakamycze, Kraków 2003.
- Krawczyk A.: *Geometria fraktalna jako instrument opisu organizacji*. „Przegląd Organizacji” 2001, nr 4.
- Krupski R.: *Teoria chaosu a zarządzanie*. „Organizacja i Kierowanie” 1999, nr 2 (96).
- Kurdewicz J.: *Fraktale i chaos*. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1993.
- Lichtarski J.: *O relacji porządek – chaos na tle współczesnych tendencji w zarządzaniu*. „Przegląd Organizacji” 2002, nr 1.
- Mandelbrot B.B.: *Multifraktale rządzą na Wall Street*. „Świat Nauki” 1999, nr 4.
- Mastalerz-Kodzisz A.: *Modelowanie procesów na rynku kapitałowym za pomocą multifraktali*. AE, Katowice 2003.
- Mikuła B.: *Teoretyczne kierunki w kształtowaniu przedsiębiorstwa przyszłości*. W: *Przedsiębiorstwo na przełomie wieków*. Red. B. Godziszewski, M. Haffer, M.J. Stankiewicz. UMK, Toruń 2001.
- Mosdorf R., Nazarko J., Siemienuk N.: *Analiza właściwości fraktalnych polskiego rynku kapitałowego*. „Przegląd Statystyczny” 2001, R. XLVIII, z. 1-2.
- Nahotko S.: *Ryzyko ekonomiczne w działalności gospodarczej*. OPO, Bydgoszcz 1997.
- Ostasiewicz S., Rusnak Z., Siedlecka U.: *Statystyka. Elementy teorii i zadania*. AE, Wrocław 1999.
- Peitgen H.O., Jürgens H., Saupe D.: *Fraktale. Granice chaosu*. PWN, Warszawa 2002.
- Peters E.E.: *Teoria chaosu a rynki kapitałowe*. WIG-Press, Warszawa 1997.

- Portugali J.: *Self-organizing cities*. „Futures” 1997, No 4/5 (29).
- Prechuda K.: *Organizacja fraktalna*. W: *Zarządzanie przedsiębiorstwem przyszłości. Koncepcje, modele, metody*. Red. K. Prechuda. Placet, Warszawa 2000.
- Seeger M.W.: *Chaos and Crisis: Propositions for a General Theory of Crisis Communication*. „Public Relations Review” 2002, No 28.
- Siemieniuk N.: *Fraktalne właściwości polskiego rynku kapitałowego*. Wydawnictwo Uniwersytetu w Białymstoku, Białystok 2001.
- Spivey W.A., Munson J.M., Wolcott J.H.: *Improving the New Product Development Process: A Fractal Paradigm for High-technology Products*. „The Journal of Product Innovation Management” 1997, No 14.
- Statystyczne metody oceny ryzyka w działalności gospodarczej*. Red. A. Zeliaś. AE, Kraków 1998.
- Tharumarajah A.: *A Self-organising View of Manufacturing Enterprises*. „Computers in Industry” 2003, No 51.
- Warnecke H.J.: *Rewolucja kultury przedsiębiorstwa. Przedsiębiorstwo fraktalne*. PWN, Warszawa 1999.
- Weron A., Weron R.: *Inżynieria finansowa*. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1998.
- [www.mini.pw.edu.pl/MiNIWyklady/fraktale/wstep](http://www.mini.pw.edu.pl/MiNIWyklady/fraktale/wstep)
- Zwolankowska M.: *Metoda segmentowo-wariacyjna. Nowa propozycja liczenia wymiaru fraktalnego*. „Przegląd Statystyczny” 2000, R. XLVII, z. 1-2.

## FRACTAL ASPECTS OF THE RISK OF THE CONTEMPORARY ENTERPRISES' ACTIVITY

### Summary

The fractal method of the risk analysis of the activity of the contemporary enterprises has been presented in the article. At the very beginning the idea of chaos and fractal geometry – accordingly to the activity of the contemporary enterprises – have been defined. The main features of the idea of chaos are: non-linearity, openness of system and a sensitive dependence on the initial conditions. The surrounding of the contemporary companies can be the epitome of it. Subsequently, the concepts of the fractal and fractal dimension have been described. The examples of the classical fractals have been inserted. The main characteristics of fractal objects are: self-similarity, the simplicity of their construction (by iteration of simple formulas) and fractional dimension. Two methods of the estimation of the fractal dimension have been presented: box dimension and rescaled range analysis. In the next part of the article the fractal organisation has been characterised (on the ground of literature research). Self-similarity, self-organisation, dy-

namism and vitality belong to the main features of the fractal enterprises. Afterwards, the concept of risk (particularly in enterprises) and the fractal concept of its estimation have been described. The discussion has been supported by a theoretical example. The costs of three goods have been simulated. The fractal dimensions of them have been estimated by the means of the rescaled range analysis. The results have been compared and interpreted. Conclusions have been drawn.