



Tomasz Lachowicz

Uniwersytet Warmińsko-Mazurski w Olsztynie
Wydział Nauk Technicznych
Katedra Inżynierii Bezpieczeństwa
tomasz_lachowicz@wp.pl

OPTYMALIZACJA WIELOKRYTERIALNA DECYZJI W ZAGADNIENIACH BEZPIECZEŃSTWA FUNKCJONOWANIA PODMIOTU

Streszczenie: W pracy rozpatrzono problemy związane z wyznaczaniem optymalnych decyzji zapewnienia bezpieczeństwa funkcjonowania podmiotu. Zaproponowano wielokładnikową miarę jakości decyzji w zagadnieniach bezpieczeństwa. Dokonano analizy podstawowych metod optymalizacji wielokryterialnej pod kątem ich zastosowania w zarządzaniu bezpieczeństwem. Wpływ metody optymalizacji na wybór decyzji optymalnej spośród dopuszczalnych zilustrowano na przykładzie zapewnienia bezpieczeństwa aglomeracji położonej w dolinie, przez którą przepływa rzeka.

Słowa kluczowe: decyzja, ryzyko decyzji, miara jakości decyzji w bezpieczeństwie, wielokryterialne metody optymalizacji.

Wprowadzenie

Zapewnienie bezpieczeństwa funkcjonowania podmiotu wymaga permanentnej analizy i oceny stanu zagrożeń oraz podejmowania przedsięwzięć zapobiegających powstawaniu zagrożeń i przygotowujących zarówno podmiot, jak i jego system bezpieczeństwa na wypadek, gdyby zapobieganie stało się nieskuteczne. Wszystkie te działania wymagają podejmowania szczegółowych decyzji o sposobie ich prowadzenia [Kołodziński, 2012a, 2012b].

W klasycznym ujęciu procesu decyzyjnego wyróżnia się następujące fazy [Kozmiński, 2002; Ficoń, 2007]:

- 1) identyfikacja sytuacji decyzyjnej,
- 2) sformułowanie problemu decyzyjnego,
- 3) zbudowanie modelu decyzyjnego,

- 4) wyznaczenie decyzji dopuszczalnych,
- 5) wyznaczenie decyzji optymalnej,
- 6) podjęcie decyzji ostatecznej.

Cechą charakterystyczną problemów występujących w zagadnieniach bezpieczeństwa jest ich złożoność. Wynika ona zazwyczaj z bardzo dużej liczby czynników wpływających na rozwiązywane problemy, nieskalarnych funkcji kryterium oraz trudności w określaniu bezpośredniej zależności między składnikami funkcji kryterium a tymi czynnikami. Ponadto w zarządzaniu bezpieczeństwem występują zwykle silne ograniczenia na dopuszczalny czas rozwiązywania problemu. Wymienione uwarunkowania implikują zasadność podejmowania starań ujmowania przedmiotowych problemów w postaci zadań optymalizacyjnych.

Procesy decyzyjne w zarządzaniu bezpieczeństwem i kierowaniu ratownictwem są bardzo złożone. Dodatkowym utrudnieniem ich realizacji dla decydenta jest stres wynikający z dużej odpowiedzialności za podejmowane decyzje i zazwyczaj silne ograniczenie na czas ich podejmowania. Stąd ze wszech miar pożądane jest komputerowe wspomaganie czynności wykonywanych przez niego w wyróżnionych powyżej fazach procesu decyzyjnego.

Warunkiem koniecznym optymalizacji decyzji jest dysponowanie miarą oceny ich jakości [Kołodziński, 2012d] oraz umiejętność stosowania w praktyce metod optymalizacji dla wyróżnionych problemów decyzyjnych.

W niniejszym artykule zostanie dokonana analiza metod optymalizacji wielokryterialnej w zastosowaniu do wyznaczania decyzji przy dyskretnej ilościowej ocenie strat i kosztów zapewnienia bezpieczeństwa funkcjonowania podmiotu z niepewną o nich informacją.

1. Miara jakości decyzji w zagadnieniach bezpieczeństwa

Naturalnym dążeniem decydenta jest, aby straty ponoszone przez podmiot oraz koszty wynikające z jego decyzji były minimalne. Ponadto pożądane jest, aby prognozowane straty i koszty podjętej przez niego decyzji (reguły decyzyjnej) były jak najbliższe tym, jakie faktycznie wystąpią po jej zrealizowaniu – by ryzyko strat i kosztów było minimalne. Zatem za miarę jakości decyzji – funkcję kryterium optymalizacji decyzji w zagadnieniach bezpieczeństwa przyjmiemy wielkość:

$$M(d_i) = \langle M_1(d_i), M_2(d_i), M_3(d_i) \rangle, d_i \in \mathbf{D}, \quad (1)$$

gdzie:

$M_1(d_i)$ – składowa określająca straty poniesione przez podmiot wskutek wystąpienia danego rodzaju zagrożenia pomimo zrealizowania decyzji $d_i \in \mathbf{D}$,

$M_2(d_i)$ – składowa określająca koszty realizacji decyzji $d_i \in \mathbf{D}$,

$M_3(d_i)$ – składowa określająca ryzyko następstw realizacji decyzji $d_i \in \mathbf{D}$,

\mathbf{D} – zbiór decyzji dopuszczalnych o sposobie zapewnienia bezpieczeństwa funkcjonowania podmiotu.

Decyzje o sposobie zapewnienia bezpieczeństwa funkcjonowania podmiotowi podejmowane są [Kołodziński, 2012e]:

- 1) *a priori* – zarówno realizacja, jak i skutki ich wykonania dotyczą przyszłości – nieraz odległej od chwili podejmowania – dotyczy to w szczególności zapobiegania,
- 2) z uwzględnieniem bardzo wielu czynników (uwarunkowań), które zazwyczaj z natury mają charakter losowy,

to straty, koszty i ryzyko decyzji są wielkościami losowymi. Zasadne staje się zatem, aby składowymi funkcji kryterium optymalizacji decyzji w zagadnieniach bezpieczeństwa (1) były wartości przeciętne strat, kosztów i ryzyka:

$M_1(d_i) = E(S(d_i))$ – wartość przeciętna prognozowanych strat poniesionych przez podmiot wskutek wystąpienia danego rodzaju zagrożenia, pomimo zrealizowania decyzji $d_i \in \mathbf{D}$,

$M_2(d_i) = E(K(d_i))$ – wartość przeciętna kosztów realizacji decyzji $d_i \in \mathbf{D}$,

$M_3(d_i) = E(R(d_i))$ – wartość przeciętna ryzyka następstw realizacji decyzji $d_i \in \mathbf{D}$.

W przedstawionym uwarunkowaniu decyzyjnym realizacje zarówno strat, jak i kosztów mogą różnić się (odbiegać) od ich wartości wynikających z decyzji wyznaczonej na podstawie zastosowanego modelu decyzyjnego. Wystąpi ryzyko niezgodności ich wartości wyznaczonych na podstawie modelu i realizacyjnych. Wielkość niezgodności będzie zależeć od adekwatności modelu bezpieczeństwa funkcjonowania podmiotu zastosowanego do wyznaczania decyzji oraz wartości danych przyjętych przy prognozowaniu [Kołodziński, 2012d].

Poszczególne składowe funkcji kryterium (1) mogą być w różnym stopniu preferowane przez decydenta – mogą mieć dla niego różne wagi. Aby uwzględnić ten fakt, funkcja kryterium (1) zostanie zmodyfikowana do postaci:

$$M^w(d_i) = \langle M_1^w(d_i), M_2^w(d_i), M_3^w(d_i) \rangle, d_i \in \mathbf{D}, \quad (2)$$

gdzie:

$$M_g^w(d_i) = w_g M_g(d_i), g = 1, 2, 3,$$

w_g – stopień preferencji (waga) g -tej składowej (2) przez decydenta przy podejmowaniu decyzji o sposobie zapewnienia bezpieczeństwa funkcjonowania podmiotu.

Wielkość (2) nazwiemy *preferencyjną funkcją kryterium oceny decyzji decydenta* przy podejmowaniu decyzji o sposobie zapewnienia bezpieczeństwa funkcjonowania podmiotu, zaś jej składowe *ważonymi składowymi preferencyjnej funkcji kryterium oceny decyzji decydenta*.

Model preferencji decydenta w zagadnieniach bezpieczeństwa to strategia wyboru decyzji o sposobie zapewnienia bezpieczeństwa funkcjonowania podmiotu. Strategię tę określa się poprzez arbitralne wskazanie przez decydenta relacji dominowania \mathbf{R}_d [DeGroot, 1981; Ameljańczyk, 1986]:

$$\mathbf{R}_d \subset \mathbf{Y} \times \mathbf{Y}, \quad (3)$$

gdzie:

\mathbf{Y} – zbiór możliwych wartości ocen jakości (2) decyzji w zagadnieniach zapewnienia bezpieczeństwa funkcjonowania podmiotu:

$$\mathbf{Y} \subset \mathbf{R}^3, \quad (4)$$

\mathbf{R}_d – zbiór takich par $(y, z) \in \mathbf{Y} \times \mathbf{Y}$, że podejmujący woli ocenę y niż z („ y jest co najmniej tak dobra jak z ”).

2. Optymalizacja decyzji o sposobie zapewnienia bezpieczeństwa funkcjonowania podmiotu

Naturalnym dążeniem w zagadnieniach zapewnienia bezpieczeństwa funkcjonowania podmiotu jest minimalizowanie:

- 1) strat bezpośrednio poniesionych przez podmiot na skutek wystąpienia zagrożeń,
- 2) kosztów zapewnienia określonego poziomu bezpieczeństwa funkcjonowania podmiotu,
- 3) ryzyka decyzji o sposobie zapewnienia bezpieczeństwa.

Zarówno straty poniesione przez podmiot, jak i koszty zapewnienia bezpieczeństwa jego funkcjonowania powinny być rozpatrywane z określonym horyzontem czasowym – być odnoszone do określonego przedziału czasowego. Zasadność takiego podejścia wynika z faktu, że poszczególne zagrożenia występują z charakterystyczną dla nich częstością (zazwyczaj w losowych odstępach czasu), powodując za każdym razem określone (zazwyczaj losowe):

- straty ponoszone przez ochraniające obiekty podmiotu,
- koszty realizacji poszczególnych faz zarządzania jego bezpieczeństwem.

Decyzją optymalną o sposobie zapewnienia bezpieczeństwa funkcjonowania podmiotu przez okres T , dla ustalonej preferencji w_g ($g = 1, 2, 3$) składowych funkcji kryterium (2), będzie:

$$d_i^* : \min_{d_i \in D} M^w(d_i, T) = \min_{d_i \in D} \langle M_1^w(d_i, T), M_2^w(d_i, T), M_3^w(d_i, T) \rangle, d_i \in \mathbf{D}. \quad (5)$$

Znaczenie symboli użytych we wzorze (5) określono w poprzedniej części artykułu.

3. Wyznaczanie decyzji optymalnych w zagadnieniach bezpieczeństwa

3.1. Charakterystyka podstawowych metod wyznaczania decyzji optymalnych

W literaturze dotyczącej optymalizacji wielokryterialnej opisanych jest wiele metod wyznaczania ważonych rozwiązań optymalnych [Zitzler, 1999; Beleton i Stewart, 2000; Kaliszewski, 2008; Marler i Arora, 2012]. Spośród licznej ich gamy w praktyce najczęściej stosowane są metody [Ehrgott, 2005; Trzaskalik, 2008]:

- 1) ważonych kryteriów,
- 2) optymalizacji hierarchicznej,
- 3) ograniczonych kryteriów,
- 4) ważonego kryterium globalnego,
- 5) ważonej funkcji odległości,
- 6) ważonego mini-maxu.

O tym, którą z nich zastosować w rozwiązywanym problemie zarządzania bezpieczeństwem bądź kierowania ratownictwem, arbitralnie rozstrzyga decydent. Musi on jednak pamiętać, że wybór metody może mieć wpływ na wynik rozwiązania problemu, o czym można przekonać się, analizując niżej zamieszczony przykład.

Ad. 1. Metoda ważonych kryteriów – polega na sprowadzeniu optymalizacji wielokryterialnej do jednokryterialnej przez wprowadzenie kryterium zastępczego, będącego sumą ważonych składowych miary jakości decyzji d_i :

$$Z(d_i) = \sum_{g=1}^3 w_g \cdot M_g(d_i), Z(d_i) \rightarrow \text{MIN } d_i \in \mathbf{D}, \quad (6)$$

gdzie:

- w_g – waga g -tej składowej miary jakości decyzji d_i ,
- $M_g(d_i)$ – g -ta składowa miary (1) jakości decyzji d_i .

Ad. 2. Metoda optymalizacji hierarchicznej – polega na optymalizacji wykonywanej kolejno względem wszystkich składowych miary jakości decyzji. Procedura wyznaczania rozwiązania optymalnego przy trzech składowych miary jest następująca:

- 1) uszeregowanie składowych miary jakości decyzji według preferencji decydenta i poindeksowanie w malejącej ważności – od najważniejszej ($j = 1$) do najmniej ważnej ($j = 3$),
- 2) wyznaczenie decyzji optymalnej $d_{1*} \in \mathbf{D}_1 = \mathbf{D}$ względem składowej $Z = M_1$,
- 3) wyznaczenie rozwiązań optymalnych $d_{j*} \in \mathbf{D}_{j-1}$, $j = 2, 3$ względem pozostałych składowych, przy czym:

$$\mathbf{D}_j = \left\{ d_i \in \mathbf{D}_{j-1}, M_{j-1}(d_i) \leq \left(1 + \frac{\varepsilon_{j-1}}{100} \right) \cdot M_{j-1}(d_{j-1}^*) \right\}, \quad (7)$$

gdzie ε_j jest procentową wartością wariacji dozwoloną dla składowej M_j . Wartość ta jest swoistą ważnością obliczonego w poprzednim kroku postępowania optimum. ε_j może przyjąć również wartość 0. Wówczas mamy do czynienia z **metodą leksykograficzną**. Rozwiązaniem optymalnym jest rozwiązanie d_{3*} .

Ad. 3. Metoda ograniczonych kryteriów – metoda optymalizacji wielokryterialnej, zgodnie z którą *a priori* należy określić maksymalne wartości, jakie mogą przyjmować poszczególne składowe miary jakości decyzji. Prowadzi to do ograniczenia przestrzeni rozwiązań dopuszczalnych. Wyznaczenie decyzji optymalnej sprowadza się do optymalizacji względem jednej składowej miary jakości decyzji ($M_r, r \in \overline{1,3}$) przy ograniczeniach wynikających z pozostałych składników. Zapis formalny metody ograniczonych kryteriów przedstawia się wówczas następująco:

$$Z(d_i) = M_r(d_i), Z(d_i) \rightarrow \text{MIN}, d_i \in \mathbf{D}_r, \quad (8)$$

$$\mathbf{D}_r = \left\{ d_i \in \mathbf{D}, \forall_{g \in \overline{1,3} \setminus \{r\}} M_g(d_i) \leq \varepsilon_g \right\},$$

gdzie:

ε_g – wartość limitująca składową M_g ustalona *a priori*,

$M_g(d_i)$ – g -ta składowa miary jakości decyzji d_i .

Ad. 4. Metoda ważonego kryterium globalnego – metoda optymalizacji wielokryterialnej, w której w najprostszym przypadku minimalizowana jest ważona suma potęg wartości poszczególnych składowych miary jakości decyzji:

$$Z(d_i) = \sum_{g=1}^3 w_g \cdot (M_g(d_i))^P, Z(d_i) \rightarrow \text{MIN}, \forall_{i \in \{1,3\}} M_g(d_i) > 0 \quad (9)$$

lub

$$Z(d_i) = \sum_{g=1}^3 (w_g \cdot M_g(d_i))^P, Z(d_i) \rightarrow \text{MIN}, \forall_{i \in \{1,3\}} M_g(d_i) > 0 \quad (10)$$

gdzie:

P – wykładnik, którego wartość decydująca ustala *a priori*,

$M_g(d_i)$ – g -ta składowa miary (1) jakości decyzji d_i ,

w_g – waga g -tej składowej miary jakości decyzji d_i .

Ad. 5. Metoda ważonej funkcji odległości – metoda optymalizacji wielokryterialnej zbliżona jest do metody kryterium globalnego. Proces określenia decyzji optymalnej rozpoczyna się od wyznaczenia rozwiązania przybliżonego (lub idealnego). W drugim etapie minimalizuje się wartość funkcji $Z(d_i)$ o postaci

$$Z(d_i) = \left\{ \sum_{g=1}^3 \left[w_g \cdot (M_g(d_i) - M_g(d_g^*))^P \right] \right\}^{\frac{1}{P}}, Z(d_i) \rightarrow \text{MIN} \quad (11)$$

gdzie:

P – wykładnik, którego wartość decydująca określa *a priori*. Jeśli $P = 2$, minimalizujemy odległości między rozwiązaniem przybliżonym a optymalnym (metoda ważonej funkcji odległości),

$M_g(d_i)$ – g -ta składowa miary (1) jakości decyzji d_i ,

w_g – waga g -tej składowej miary jakości decyzji d_i ,

d^{g*} – rozwiązanie, dla którego g -ta składowa przyjmuje wartość ekstremalną.
 d^{g*} nie musi należeć do zbioru decyzji dopuszczalnych \mathbf{D} .

Ad. 6. Metoda ważonego mini-maxu – zgodnie z tą metodą minimalizowane są maksymalne odchylenia rozwiązania optymalnego od przybliżonego:

$$Z(d_i) = \max_{g=1,3} \left[w_g \cdot (M_g(d_i) - M_g(d_g^*)) \right], Z(d_i) \rightarrow \text{MIN} \quad (12)$$

gdzie:

$M_g(d_i)$ – g -ta składowa miary (1) jakości decyzji d_i ,

w_g – waga g -tej składowej miary jakości decyzji d_i ,

d^{g*} – rozwiązanie, dla którego g -ta składowa przyjmuje wartość ekstremalną.
 d^{g*} nie musi należeć do zbioru decyzji dopuszczalnych \mathbf{D} .

3.2. Analiza wpływu zastosowanej metody optymalizacji na wybór decyzji optymalnej w zagadnieniach bezpieczeństwa

Rozwiązanie optymalne w zagadnieniach optymalizacji wielokryterialnej zależy nie tylko od wag nadanych przez decydenta poszczególnym składowym funkcji kryterium – miary jakości decyzji – lecz także od zastosowanej metody wyznaczania rozwiązania problemu. Należy zauważyć, że zastosowana metoda wyznaczania rozwiązania optymalnego również odzwierciedla w znacznym stopniu preferencje decydenta odnośnie do stopnia uwzględniania strat w podmiocie, spowodowanych przez wystąpienie zagrożeń, kosztów realizacji wybranej decyzji oraz jego ostrożność w podejmowaniu decyzji. Powyższe prześledzimy na przykładzie optymalizacji decyzji o sposobie zapewnienia bezpieczeństwa powodziowego aglomeracji położonej w dolinie, przez którą przepływa rzeka.

Przykład:

Niech przedmiotem badań będzie bezpieczeństwo powodziowe aglomeracji znajdującej się w dolinie rzeki [Kołodziński i Lachowicz, 2011]. Przyjęto, że sposobem jego zapewnienia będzie umocnienie istniejącego wału przeciwpowodziowego. Wyróżniono cztery decyzje dopuszczalne odnośnie do możliwych sposobów jego umocnienia. Przy podjęciu każdej z nich mogą wystąpić określone straty. Z kolei realizacja każdej z wyróżnionych decyzji wymaga pewnych nakładów finansowych. Ogólną prawidłowością jest, że im większe nakłady zostaną przeznaczone na zapewnienie bezpieczeństwa powodziowego, to należy oczekiwać, że będą mniejsze straty w aglomeracji spowodowane powodzią. Ze względu na niepewność odnośnie do wielkości opadów, a także strat przez nie spowodowanych w aglomeracji i faktycznych kosztów realizacji każdej decyzji wystąpi ryzyko, że będzie ona nietrafiona. Spośród wyróżnionych decyzji dopuszczalnych i przyjętych dla nich prognozowanych wartości przeciętnych strat, kosztów i ryzyka, które zestawiono w tabeli 1, należy wybrać rozwiązanie optymalne.

Tabela 1. Następstwa decyzji o sposobie zapobiegania zagrożeniu powodziowemu aglomeracji

Decyzja $d_i \in \mathbf{D}$	Wartość przeciętna strat poniesionych przez podmiot przy decyzji $d_i \in \mathbf{D}, M_1(d_i) = E(S(d_i))$	Wartość przeciętna kosztów realizacji decyzji $d_i \in \mathbf{D}$, $M_2(d_i) = E(K(d_i))$	Wartość przeciętna ryzyka decyzji $d_i \in \mathbf{D}$, $M_3(d_i) = E(R(d_i))$
d_1	1 000 000	60 000	100 000
d_2	540 000	65 000	130 000
d_3	520 000	80 000	160 000
d_4	500 000	120 000	200 000

Decydent chce wyznaczyć optymalną decyzję o sposobie zapobiegania zagrożeniu powodziowemu aglomeracji. Którą decyzję, spośród dopuszczalnych, powinien wybrać? Która decyzja jest optymalna?

W przedstawionym przykładzie mamy do czynienia z zagadnieniem optymalizacji wielokryterialnej. Metodami powyżej opisanymi zostaną wyznaczone optymalne rozwiązania problemu ujętego w tabeli 1 dla dwóch wariantów wag składowych miary (2) jakości decyzji o sposobie umocnienia wału przeciwpowodziowego.

1. Metoda ważonych kryteriów

Rozpatrzmy dwa warianty wag składowych miary (2) jakości decyzji:

- a) $w_1 = 0,6$, $w_2 = 0,2$, $w_3 = 0,2$ – decydent większą wagę przywiązuje do strat,
- b) $w_1 = 1/3$, $w_2 = 1/3$, $w_3 = 1/3$ – wszystkie składowe mają taką samą wagę dla decydenta.

Wartości wskaźników cząstkowych miary jakości decyzji o sposobie zapobiegania zagrożeniu powodziowemu oraz wartości funkcji zastępczej $Z(d_i)$ (6) podano w tabeli 2.

Tabela 2. Wartości funkcji zastępczej $Z(d_i)$ (6)

Decyzja $d_i \in \mathbf{D}$	Wartość przeciętna strat poniesionych przez podmiot przy decyzji $d_i \in \mathbf{D}$, $M_1(d_i)$	Wartość przeciętna kosztów decyzji $d_i \in \mathbf{D}$, $M_2(d_i)$	Wartość przeciętna ryzyka decyzji $d_i \in \mathbf{D}$, $M_3(d_i)$	Wartości funkcji zastępczej $Z(d_i)$	
				a)	b)
d_1	1 000 000	60 000	100 000	632 000	386 666,7
d_2	540 000	65 000	130 000	363 000	245 000
d_3	520 000	80 000	160 000	360 000	253 333,3
d_4	500 000	120 000	200 000	364 000	273 333,3

W przypadku, gdy decydent przywiązuje większą wagę do strat, to decyzją optymalną jest decyzja d_3 . Natomiast przy jednakowym uwzględnieniu poszczególnych składowych wskaźnika oceny jakości decyzji, rozwiązaniem optymalnym jest decyzja d_2 .

2. Metoda optymalizacji hierarchicznej

W celu wyznaczenia optymalnego rozwiązania rozpatrywanego problemu tą metodą należy:

- a) uszeregować składowe miary jakości decyzji od najważniejszej ($j = 1$) do najmniej ważnej ($j = 3$) dla decydenta. Przyjmijmy następujące uszeregowanie:

1. $M_1(d_i) = E(S(d_i))$, 2. $M_2(d_i) = E(K(d_i))$, 3. $M_3(d_i) = E(R(d_i))$,

b) ustalić procentowe wartości wariancji ε_j dozwolone dla składowych $M_j, j = 1, 2, 3$. Niech $\varepsilon_1 = 10\%$, $\varepsilon_2 = 25\%$, $\varepsilon_3 = 10\%$,

c) wyznaczyć decyzję optymalną $d_{1^*} \in \mathbf{D}_1 = \mathbf{D}$ względem składowej $Z(d_i) = M_1(d_i) = E(S(d_i)), j = 1, \mathbf{D}_1 = \mathbf{D} = \{d_1, d_2, d_3, d_4\}$.

Zgodnie z tabelą 1 najmniejsza wartość przeciętna strat wynosi $M_1(d_i) = 500\ 000$, a zatem decyzją optymalną jest $d_{1^*} = d_4$,

d) wyznaczyć rozwiązanie optymalne względem pozostałych składowych :
 – dla $j = 2$ i $Z(d_i) = M_2(d_i) = E(K(d_i))$, zgodnie ze wzorem (7) mamy:

$$\mathbf{D}_2 = \left\{ d_i \in \mathbf{D}_1, M_1(d_i) \leq \left(1 + \frac{10}{100}\right) \cdot M_1(d_{1^*}) \right\} = \\ \{d_i \in \mathbf{D}_1, M_1(d_i) \leq 1,1 \cdot 500\ 000\} = \{d_i \in \mathbf{D}_1, M_1(d_i) \leq 550\ 000\} = \{d_2, d_3, d_4\}$$

Decyzją optymalną jest $d_{2^*} = d_2$.

– dla $j = 3$ i $Z(d_i) = M_3(d_i) = E(R(d_i))$, zgodnie ze wzorem (7) mamy:

$$\mathbf{D}_3 = \left\{ d_i \in \mathbf{D}_2, M_2(d_i) \leq \left(1 + \frac{25}{100}\right) \cdot M_2(d_{2^*}) \right\} = \{d_i \in \mathbf{D}_2, M_2(d_i) \leq 1,25 \cdot 650\ 000\} = \\ \{d_i \in \mathbf{D}_2, M_2(d_i) \leq 812\ 500\} = \{d_2, d_3\}$$

Decyzją optymalną jest $d_{3^*} = d_2$.

Ostatecznie, decyzją optymalną jest $d^* = d_2$.

3. Metoda ograniczonych kryteriów

W metodzie tej musimy określić maksymalne wartości, jakie mogą przyjąć składowe miary (1) jakości decyzji. Optymalizacja decyzji sprowadza się do minimalizacji wartości miary jakości decyzji względem jednej składowej. Przyjmijmy, że dokonujemy optymalizacji względem oczekiwanych strat $M_1(d_i)$, przy ograniczeniach wynikających z pozostałych składowych tej miary. Przyjeliśmy, że wartości limitujące pozostałe składowe miary jakości decyzji to $\varepsilon_2 = 85\ 000$ dla kosztów decyzji oraz $\varepsilon_3 = 165\ 000$ dla ryzyka realizacji decyzji.

A zatem zgodnie z (8) mamy:

$$Z(d_i) = M_1(d_i), Z(d_i) \rightarrow \text{MIN}, d_i \in \mathbf{D}_1, \text{ gdzie:}$$

$$\mathbf{D}_1 = \{d_i \in \mathbf{D}, M_2(d_i) \leq 85\ 000 \wedge M_3(d_i) \leq 165\ 000\}.$$

Wówczas $\mathbf{D}_1 = \{d_1, d_2, d_3\}$.

Ponieważ optymalizacja odbywa się względem składowej $M_1(d_i)$, to zgodnie z jej wartościami w tabeli 1 decyzją optymalną jest decyzja d_3 .

4. Metoda ważonego kryterium globalnego

Analogicznie jak w przypadku *metody ważonych kryteriów* rozpatrzmy dwa warianty wag składowych miary (1) jakości decyzji:

- a) $w_1 = 0,6$, $w_2 = 0,2$, $w_3 = 0,2$ – decydent większą wagę przywiązuje do strat,
 b) $w_1 = 1/3$, $w_2 = 1/3$, $w_3 = 1/3$ – wszystkie składowe mają dla decydenta taką samą wagę.

Wartości wskaźników cząstkowych miary jakości decyzji o sposobie zapobiegania zagrożeniu powodziowemu aglomeracji oraz wartości funkcji zastępczej $Z(d_i)$ wyliczonej zgodnie ze wzorem (9) dla $P = 2$ przedstawiono w tabeli 3.

Tabela 3. Wartości funkcji zastępczej $Z(d_i)$ (9)

Decyzja $d_i \in \mathbf{D}$	Wartość przeciętna strat poniesionych przez podmiot przy decyzji $d_i \in \mathbf{D}$, $M_1(d_i)$	Wartość przeciętna kosztów decyzji $d_i \in \mathbf{D}$, $M_2(d_i)$	Wartość przeciętna ryzyka decyzji $d_i \in \mathbf{D}$, $M_3(d_i)$	Wartości funkcji zastępczej $Z(d_i)$	
				a)	b)
d_1	1 000 000	60 000	100 000	602 720 000 000	337 866 666 667
d_2	540 000	65 000	130 000	179 185 000 000	104 241 666 667
d_3	520 000	80 000	160 000	168 640 000 000	100 800 000 000
d_4	500 000	120 000	200 000	160 880 000 000	101 466 666 667

W przypadku, gdy decydent bierze pod uwagę przede wszystkim przeciętnę straty, decyzją optymalną jest decyzja d_4 . Przy jednakowym uwzględnianiu poszczególnych składowych wskaźnika oceny jakości decyzji, rozwiązaniem optymalnym jest decyzja d_3 .

5. Metoda ważonej funkcji odległości

Decyzją idealną o sposobie zapobiegania zagrożeniom bezpieczeństwa powodziowego aglomeracji jest decyzja, dla której: $E(S(d_{id})) = 0$, $E(K(d_{id})) = 0$ oraz $E(R(d_{id})) = 0$. Jeżeli przyjmiemy w (11) za $P = 2$, to będziemy minimalizować odległość między rozwiązaniem przybliżonym a optymalnym. Analogicznie jak w przypadku *metody ważonych kryteriów* rozpatrzmy dwa warianty wag składowych miary jakości decyzji (2):

- a) $w_1 = 0,6$, $w_2 = 0,2$, $w_3 = 0,2$ – decydent większą wagę przywiązuje do strat,
 b) $w_1 = 1/3$, $w_2 = 1/3$, $w_3 = 1/3$ – wszystkie składowe mają taką samą wagę dla decydenta.

Wartość funkcji zastępczej $Z(d_i)$ (11) zestawiono w tabeli 4.

Tabela 4. Wartości funkcji zastępczej $Z(d_i)$ (11)

Decyzja $d_i \in \mathbf{D}$	Wartość przeciętna strat poniesionych przez podmiot przy decyzji $d_i \in \mathbf{D}$, $M_1(d_i)$	Wartość przeciętna kosztów decyzji $d_i \in \mathbf{D}$, $M_2(d_i)$	Wartość przeciętna ryzyka decyzji $d_i \in \mathbf{D}$, $M_3(d_i)$	Wartości funkcji zastępczej $Z(d_i)$	
				a)	b)
d_1	1 000 000	60 000	100 000	776 350,4	578 349,4
d_2	540 000	65 000	130 000	423 302,5	321 246,4
d_3	520 000	80 000	160 000	410 658	315 898,7
d_4	500 000	120 000	200 000	401 098,5	316 941,6

W przypadku, gdy decydent bierze pod uwagę przede wszystkim przeciętne straty w aglomeracji, to decyzją optymalną jest decyzja d_4 . Przy jednakowym uwzględnianiu poszczególnych składowych wskaźnika oceny jakości decyzji rozwiązaniem optymalnym jest decyzja d_3 .

6. Metoda ważonego mini-maxu

Analogicznie jak w przypadku metody ważonej funkcji odległości decyzją idealną o sposobie zapobiegania zagrożeniom bezpieczeństwa powodziowego jest decyzja, dla której: $E(S(d_{id})) = 0$, $E(K(d_{id})) = 0$ oraz $E(R(d_{id})) = 0$. Rozpatrzymy dwa warianty wag składowych miary jakości decyzji (2):

- a) $w_1 = 0,6$, $w_2 = 0,2$, $w_3 = 0,2$ – decydent większą wagę przywiązuje do strat,
- b) $w_1 = 1/3$, $w_2 = 1/3$, $w_3 = 1/3$ – wszystkie składowe mają taką samą wagę dla decydenta.

Wartość funkcji zastępczej $Z(d_i)$ (12) i obliczenia pośrednie zestawiono w tabeli 5.

Tabela 5. Wartości funkcji zastępczej $Z(d_i)$ (12)

Decyzja $d_i \in \mathbf{D}$	Wartości funkcji zastępczej $Z(d_i)$							
	a)			max	b)			max
d_1	12 000	600 000	20 000	600 000	20 000	333 333,3	33 333,33	333 333,3
d_2	13 000	324 000	26 000	324 000	21 666,67	180 000	43 333,33	180 000
d_3	16 000	312 000	32 000	312 000	26 666,67	173 333,3	53 333,33	173 333,3
d_4	24 000	300 000	40 000	300 000	40 000	166 666,7	66 666,67	166 666,7

W przypadku, gdy decydent bierze pod uwagę przede wszystkim wartość przeciętną strat, decyzją optymalną jest decyzja d_4 . Przy jednakowym uwzględnianiu poszczególnych składowych wskaźnika oceny jakości decyzji rozwiązaniem optymalnym jest również decyzja d_4 .

Rozwiązania optymalne dla przedstawionego na początku problemu zapewnienia bezpieczeństwa powodziowego aglomeracji zestawiono w tabeli 6.

Tabela 6. Zestawienie optymalnych decyzji zapewnienia bezpieczeństwa powodziowego aglomeracji w zależności od zastosowanej metody optymalizacji

Metoda optymalizacji	Rozwiązanie optymalne
1. Metoda ważonych kryteriów	a) d_3 b) d_2
2. Metoda optymalizacji hierarchicznej	d_2
3. Metoda ograniczonych kryteriów	d_3
4. Metoda ważonego kryterium globalnego	a) d_4 b) d_3
5. Metoda ważonej funkcji odległości	a) d_4 b) d_3
6. Metoda ważonego mini-maxu	a) d_4 b) d_4

Z analizy zestawionych w tabeli 6 optymalnych rozwiązań problemu zapewnienia bezpieczeństwa powodziowego aglomeracji wynika, że decyzja optymalna zależy od:

- 1) wagi dla decydenta poszczególnych składowych miary jakości decyzji – co jest bardziej istotne dla niego: minimalizacja strat w aglomeracji, minimalizacja kosztów umocnienia wału przeciwpowodziowego, czy też minimalizacja ryzyka decyzji?
- 2) zastosowanej metody wyboru decyzji optymalnej. W zależności od zastosowanej metody optymalizacji różne mogą być decyzje optymalne odnośnie do sposobu umocnienia wału przeciwpowodziowego. O tym, którą z metod optymalizacji wielokryterialnej zastosować w rozwiązywanym problemie zarządzania bezpieczeństwem bądź kierowania ratownictwem, rozstrzyga arbitralnie decydent.

A zatem wybór najwłaściwszej metody optymalizacji wielokryterialnej w rozważanym problemie zarządzania bezpieczeństwem należy do decydenta. Wszystko zależy od preferencji i stanu wiedzy, jaką w danej chwili posiada osoba decydująca, a także od środowiska i warunków, w jakich przyszło jej podejmować decyzje.

W zaprezentowanym przykładzie pokazano, jak model preferencji składowych miary jakości decyzji o sposobie zapewnienia bezpieczeństwa funkcjonowania podmiotu oraz zastosowana metoda optymalizacji wpływają na wynik rozwiązania optymalnego.

Podsumowanie

W artykule rozpatrzono dwa problemy procesu decyzyjnego w zagadnieniach bezpieczeństwa dla przypadku dyskretnej oceny strat i kosztów zapewnienia bezpieczeństwa funkcjonowania podmiotu z niepewną o nich informacją: konstrukcję miary jakości decyzji oraz metody optymalizacji wielokryterialnej, które zdaniem autorów mogą być najbardziej przydatne w przedmiotowym zastosowaniu. Wyniki przykładu potwierdzają, że rozwiązanie optymalne zależy nie tylko od nadanych przez decydenta wag poszczególnym składowym funkcji kryterium – miary jakości decyzji – lecz także od zastosowanej metody wyznaczania rozwiązania problemu. Zastosowana metoda wyznaczania optymalnego rozwiązania problemu również, w znacznym stopniu, odzwierciedla preferencje decydenta odnośnie do składowych miary jakości decyzji.

Literatura

- Ameljańczyk A. (1986), *Optymalizacja wielokryterialna*, Wydział Wydawniczy WAT, Warszawa.
- Belton V., Stewart T. (2000), *Multiple Criteria Decision Analysis. An Integrated Approach*, Kluwer Academic Publishers.
- DeGroot M.H. (1981), *Optymalne decyzje statystyczne*, PWN, Warszawa.
- Ehrgott M. (2005), *Multicriterial optimization*, 2nd edition, Springer, Berlin.
- Ficoń K. (2007), *Inżynieria zarządzania kryzysowego. Podejście systemowe*, BEL Studio, Warszawa.
- Kaczmarek T. (2006), *Ryzyko i zarządzanie ryzykiem. Ujęcie interdyscyplinarne*, Difin, Warszawa.
- Kaliszewski I. (2008), *Wielokryterialne podejmowanie decyzji*, WNT, Warszawa.
- Kołodziński E. (2002), *Symulacyjne metody badania systemów*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- Kołodziński E. (2012a), *Wprowadzenie do zarządzania bezpieczeństwem*, czasopismo internetowe „Zagadnienia Inżynierii Bezpieczeństwa”, <http://www.ptib.pl/component/remository/?func=fileinfo&id=102>.
- Kołodziński E. (2012b), *Zarządzanie bezpieczeństwem wewnętrznym w Rzeczypospolitej Polskiej*, czasopismo internetowe „Zagadnienia Inżynierii Bezpieczeństwa”, <http://www.ptib.pl/pl/component/remository/?func=fileinfo&id=416>.
- Kołodziński E. (2012c), *Skuteczność i efektywność działania Dziedzinnego Systemu Bezpieczeństwa Podmiotu*, czasopismo internetowe „Zagadnienia Inżynierii Bezpieczeństwa”, <http://www.ptib.pl/component/remository/?func=fileinfo&id=104>.

- Kołodziński E. (2012d), *Modelowanie matematyczne ryzyka w zarządzaniu bezpieczeństwem funkcjonowania podmiotu*, czasopismo internetowe „Zagadnienia Inżynierii Bezpieczeństwa”, <http://www.ptib.pl/component/remository/?func=fileinfo&id=229>.
- Kołodziński E. (2012e), *Ryzyko decyzji w bezpieczeństwie powszechnym podmiotu*, czasopismo internetowe „Zagadnienia Inżynierii Bezpieczeństwa”, <http://www.ptib.pl/pl/component/remository/?func=startdown&id=418>.
- Kołodziński E. (2013), *O problemach wyboru decyzji optymalnych w zarządzaniu bezpieczeństwem i kierowaniu ratownictwem z uwzględnieniem ryzyka*, czasopismo internetowe „Zagadnienia Inżynierii Bezpieczeństwa”, <http://www.ptib.pl/pl/component/remository/?func=select&id=150>.
- Kołodziński E., Lachowicz T. (2011), *Matematyczna analiza ryzyka w zarządzaniu bezpieczeństwem aglomeracji* [w:] M. Lisiecki, B. Sitek (red.), *Bezpieczeństwo dużych i średnich aglomeracji z perspektywy europejskiej*, Józefów.
- Koźmiński A.K., Piotrowski W. (2002), *Zarządzanie. Teoria i praktyka*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- Marler R.T., Arora J.S. (2004), *Survey of multi-objective optimization methods for engineering*, „Structural and Multidisciplinary Optimization”, http://www.cse.ohiostate.edu/~parent/classes/788/Au10/OptimizationPapers/MultiObjective/journal_survey.pdf.
- Pritchard C. (2002), *Zarządzanie ryzykiem w projektach, teoria i praktyka*, WIG-PRESS, Warszawa.
- Trzaskalik T. (2008), *Wprowadzenie do badań operacyjnych z komputerem*, PWE, Warszawa.
- Wolanin J. (2005), *Zarys teorii bezpieczeństwa obywateli*, Warszawa.
- Woźniak A., *Elementy programowania wielokryterialnego*, Materiały do metod optymalizacji studiów informatycznych, http://wazniak.mimuw.edu.pl/index.php?title=MO_Modu%C5%82_10.
- Zitzler E. (1999), *Evolutionary algorithms for multiobjective optimization: methods and applications*, Institute of Technology, Zurich.

MULTICRITERIA OPTIMIZATION OF THE DECISION IN THE ISSUES OF THE ENTITY'S OPERATIONAL SAFETY

Summary: This paper analyzes the optimization of decisions regarding an entity's operational safety based on a multicriteria measure of decision quality. The adopted measure of decision quality comprises the following components: losses borne by an entity, decision-making cost and risk. Basic multicriteria optimization methods were analyzed to evaluate their suitability for internal safety management and rescue operation management. The effect of the optimization method on the choice of an optimal decision was illustrated on the example of an urban agglomeration situated in a valley intersected by a river.

Keywords: decision, decision-making risk, measure of decision quality in safety management, multicriteria optimization methods.