



Grzegorz Tarczyński

Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu
Wydział Zarządzania, Informatyki i Finansów
Katedra Badań Operacyjnych
grzegorz.tarczyński@ue.wroc.pl

ŚREDNIE CZASY KOMPLETACJI ZAMÓWIEN DLA HEURYSTYKI *S-SHAPE* – WZORY I SYMULACJE

Streszczenie: W artykule wyprowadzono wzory matematyczne na średnie odległości pokonywane podczas cyklu kompletacji zamówień dla heurystyki *s-shape*. Rozważono magazyny prostokątne jednoblokowe ze scentralizowanym punktem przyjęcia i wydania towarów umieszczonym naprzeciwko pierwszej bocznej alejki. Skuteczność metod zwerifikowano za pomocą symulacji. Uzyskane wyniki są lepsze niż te, które można otrzymać stosując dobrze znane wzory Halla. Podano przyczyny stosunkowo dużych wartości błędów oszacowania średnich czasów kompletacji metodą Halla.

Słowa kluczowe: kompletacja zamówień, magazynowanie, symulacje, heurystyki.

Wprowadzenie

Najbardziej pracochłonnym i czasochłonnym procesem magazynowym jest kompletacja towarów. W magazynach, w których kompletacja odbywa się zgodnie z zasadą „człowiek do towaru”, niezwykle istotne jest wyznaczenie właściwej trasy, po której powinien się poruszać magazynier. Choć już od ponad 30 lat znany jest algorytm wyznaczania najkrótszej trasy [Ratliff i Rosenthal, 1983] dla pewnej klasy magazynów (prostokątnych, jednoblokowych), to wciąż nie znajduje on zastosowania w praktyce. Przyczyny tego zjawiska wyjaśniają De Koster, Le Duc i Roodbergen [2007]. Zamiast korzystać z algorytmu wyznaczającego trasę optymalną, zastosowanie mają heurystyki.

Projektując nowe magazyny lub chcąc zmierzyć efektywność procesu kompletacji w magazynie już istniejącym, wyznacza się średnie czasy, w jakich po-

winy być (przy pewnych założeniach) kompletowane zamówienia. Dość pełną analizę procesu kompletacji zamówień można przeprowadzić korzystając z symulacji komputerowych. Zadanie to wymaga jednak przeprowadzenia odpowiedniej liczby replikacji i może być bardzo czasochłonne. Sposobem na szybkie oszacowanie średniego czasu, podczas którego magazynier wykonuje jeden cykl kompletacyjny, jest zastosowanie wzorów matematycznych. W teoretycznych rozważaniach przyjmuje się zazwyczaj założenie o proporcjonalności czasu kompletacji i dystansu pokonanego przez magazyniera. Jedynie w szczególnych przypadkach założenie to może nie być spełnione (np. wykorzystywanie wózków widłowych wymaga dodatkowo uwzględnienia takich operacji, jak skręcanie lub zawracanie).

W artykule zostaną wyprowadzone i omówione wzory na średnie odległości pokonywane przez magazyniera podczas kompletacji zamówień z wykorzystaniem heurystyki *s-shape*. Rozdział pierwszy zawiera informacje o przyjętych założeniach, notację, opis heurystyki *s-shape* oraz krótki rys historyczny. W rozdziale drugim autor wyprowadza wzory na średni dystans pokonywany przez magazyniera w głównych korytarzach, a w rozdziale trzecim – w bocznych alejkach. Rozdział czwarty zawiera wyniki konfrontacji wzorów matematycznych z metodami symulacyjnymi.

1. Szacowanie czasów kompletacji zamówień

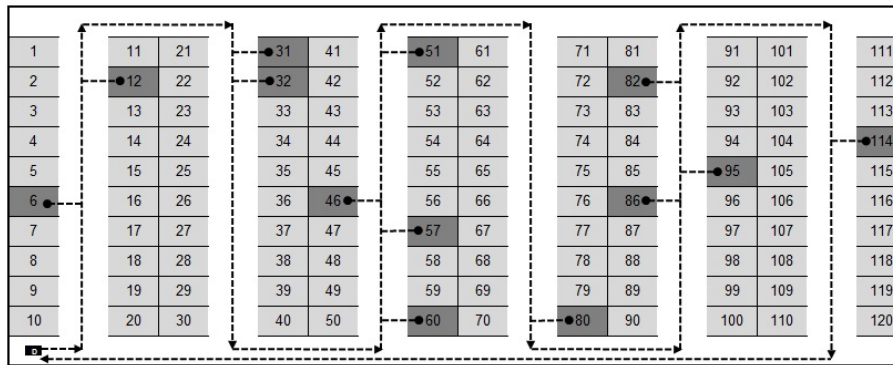
Zadanie wyznaczania średnich czasów kompletacji zamówień zostało po raz pierwszy potraktowane jako problem z zakresu statystyki przez Kundera i Gudehusa [1975]. Autorzy przeprowadzili analizę i zaproponowali wzory na średnie czasy kompletacji dla heurystyki *s-shape* i dwóch wariantów heurystyki *return* w magazynach ze scentralizowanym punktem przyjęcia i wydania towaru (ang. Pick-up/Drop-off point, PD). Hall [1993] bada trzy metody: *s-shape*, *midpoint* i *largest gap*. Zdecentralizowany PD jest rozpatrywany przez De Koster i van der Poorta [1998], którzy proponują wzory dla metody *s-shape* i wyniki porównują z uzyskanymi dla najkrótszej możliwej trasy. W cytowanych pracach autorzy zakładają taki sam popyt na wszystkie towary. Możliwość występowania towarów o zwiększonej rotacji rozważają Jarvis i McDowell [1991] oraz Le Duc i De Koster [2005]. Te propozycje, a zwłaszcza ostatnia, wykazują już bardzo wysoki stopień skomplikowania.

W pracy zostaną wyprowadzone wzory proste do zastosowania. W obliczeniach przyjęto następujące założenia:

- magazyn ma kształt prostokątny i jest jednoblokowy (są dwa główne korytarze),
- kompletacja odbywa się zgodnie z zasadami metody *s-shape*,

- prawdopodobieństwa pobrania wszystkich towarów są sobie równe,
- w każdej alejce znajduje się tyle samo towarów,
- punkt przyjęcia i wydania towarów znajduje się naprzeciw wejścia do pierwszej bocznej alejki (przypadek scentralizowany),
- analizowana jest wyłącznie liczba indeksów na zamówieniu (liczba towarów tego samego typu oraz różna ich wielkość mogąca wpłynąć na rzeczywisty czas pobrania są pomijane).

Heurystyka *s-shape* (rys. 1) bardzo często jest wykorzystywana w praktyce. Magazynier porusza się po alejkach trasą przypominającą litery S. Wchodzi on tylko do tych alejek, gdzie znajdują się towary, które należy pobrać. Następnie pobiera on wszystkie potrzebne towary znajdujące się w tej alejce i opuszcza ją zawsze udając się do przeciwnego głównego korytarza niż ten, z którego wszedł. Jednie po pobraniu ostatniego towaru – jeśli jest taka potrzeba – może zawrócić, by najkrótszą drogą udać się do punktu przyjęcia i wydania towarów.



Rys. 1. Metoda *s-shape*

Źródło: Opracowanie własne na podstawie: Le Duc [2005].

W dalszej części pracy autor przedstawia wzory Halla [1993] i wyprowadza własne. Przyjęta została notacja:

D – całkowity dystans pokonany przez magazyniera [m]:

$$D = d_h \cdot d_1 + d_v \cdot d_2,$$

d_h – dystans pokonany przez magazyniera w głównych korytarzach [mierzony w liczbie bocznych alejek, obok których przechodził magazynier],

d_v – dystans pokonany przez magazyniera w bocznych alejkach [mierzony w liczbie bocznych alejek, przez które przechodził magazynier],

d_1 – odległość pomiędzy wejściami do dwóch sąsiadujących bocznych alejek w tym samym głównym korytarzu [m],

- d_2 – długość bocznych alejek [m],
 n – liczba towarów na zamówieniu (liście kompletacyjnej),
 N – liczba bocznych alejek,
 j – numer alejki,
 m – liczba towarów przechowywana w bocznej alejce,
 M – całkowita liczba towarów przechowywana w magazynie $M = N \cdot m$,
 X_{jasne} – liczba towarów z listy kompletacyjnej ulokowana w magazynie na polach odkładczych zaznaczonych na rysunku kolorem w jasnym odcieniu,
 X_{ciemne} – liczba towarów z listy kompletacyjnej ulokowana w magazynie na polach odkładczych zaznaczonych na rysunku kolorem w ciemnym odcieniu.

Wzory zaproponowane przez autora zostaną porównane z tymi, które zaproponował Hall [1993]. Wzory Halla zostały przekształcone do przedstawionej notacji:

$$E(d_h) = 2N \cdot \left(\frac{n-1}{n+1}\right), \quad (1)$$

$$E(d_v) = N \cdot \left(1 - \left(\frac{N-1}{N}\right)^n\right) + \frac{1}{2}. \quad (2)$$

Warto zwrócić uwagę, że we wzorze (1) Hall korzysta z właściwości rozkładu jednostajnego. Wyrażenie w nawiasie to różnica pomiędzy wartością oczekiwaną maksimum równą $\frac{n}{n+1}$ i wartością oczekiwaną minimum równą $\frac{1}{n+1}$ (dla n wylosowanych liczb z rozkładu jednostajnego z przedziału $[0,1]$). Hall punkt PD umieścił na środku głównego korytarza (w odróżnieniu od założeń tej pracy, gdzie punkt przyjęcia i wydania towarów znajduje się na początku pierwszej bocznej alejki). Oryginalny wzór Halla wymaga więc modyfikacji – przy takim założeniu magazynier nie będzie pokonywał (w głównych korytarzach) podwójnej odległości od najbliższej do najdalej oddalonego towaru (od lewej krawędzi magazynu). W tym wypadku magazynier zawsze będzie zaczynał od lewej krawędzi magazynu, czyli minimum jest równe zero. Wzór Halla będzie miał więc postać:

$$E(d_h) = 2N \cdot \left(\frac{n}{n+1}\right). \quad (3)$$

Warto zwrócić też uwagę, że wzór (1) będzie dawał prawidłowe rezultaty tylko wtedy, gdy towary z listy kompletacyjnej są rozmieszczone po obu stronach punktu przyjęcia i wydania towarów. Sam autor zastrzega, że wzór należy stosować tylko dla $n \geq 5$.

2. Dystans pokonywany w głównych korytarzach

Niech j oznacza numer alejki, do której dotrze magazynier (rys. 2). Magazynier, aby znaleźć się przy j -tej alejce, musi mieć do pobrania co najmniej jeden towar z alejki o numerze j lub większym (pola odkładcze z tymi towarami dla $j = 5$ zaznaczono na rysunku ciemnym odcieniem).

1	16	31	46	61	76	91	106	121	136	151	166	181	196
2	17	32	47	62	77	92	107	122	137	152	167	182	197
3	18	33	48	63	78	93	108	123	138	153	168	183	198
4	19	34	49	64	79	94	109	124	139	154	169	184	199
5	20	35	50	65	80	95	110	125	140	155	170	185	200
6	21	36	51	66	81	96	111	126	141	156	171	186	201
7	22	37	52	67	82	97	112	127	142	157	172	187	202
8	23	38	53	68	83	98	113	128	143	158	173	188	203
9	24	39	54	69	84	99	114	129	144	159	174	189	204
10	25	40	55	70	85	100	115	130	145	160	175	190	205
11	26	41	56	71	86	101	116	131	146	161	176	191	206
12	27	42	57	72	87	102	117	132	147	162	177	192	207
13	28	43	58	73	88	103	118	133	148	163	178	193	208
14	29	44	59	74	89	104	119	134	149	164	179	194	209
15	30	45	60	75	90	105	120	135	150	165	180	195	210

PD j=5

Rys. 2. Obliczanie odległości pokonywanej przez magazynierów w głównych korytarzach

Źródło: Opracowanie własne.

W łatwy sposób można obliczyć prawdopodobieństwo zdarzenia, że magazynier do j -tej bocznej alejki nie dotrze – wszystkie towary z listy kompletacyjnej muszą się znajdować w magazynie w alejkach o numerach od 1 do $j - 1$ (zaznaczone na rysunku jasnym odcieniem).

Jeśli założy się, że łączna liczba towarów przechowywana w magazynie jest bardzo duża, to do wyznaczenia tego prawdopodobieństwa można wykorzystać rozkład dwumianowy:

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k q^{n-k}.$$

Niech zmienna losowa X_{jasne} zlicza towary z listy kompletacyjnej, które znajdują się w magazynie w alejkach od numeru 1 do $j - 1$ (na rysunku zaznaczone jasnym odcieniem). Wszystkie towary mają być z tego obszaru, czyli liczba sukcesów jest równa liczbie prób: $k = n$. Prawdopodobieństwo sukcesu jest więc równe: $p = \frac{j-1}{N}$. Prawdopodobieństwo, że wszystkie towary z listy kompletacyjnej znajdują się na polach jasnych, wynosi:

$$P(X_{jasne} = n) = \binom{n}{n} p^n q^{n-n} = p^n = \left(\frac{j-1}{N}\right)^n.$$

Szansa na to, że magazynier dotrze do j -tej bocznej alejki, jest więc równa:

$$P(X_{ciemne} > 0) = 1 - P_{nj}(X_{jasne} = n) = 1 - \left(\frac{j-1}{N}\right)^n.$$

Wartość oczekiwana odległości pokonanej przez magazyniera w głównych korytarzach wynosi:

$$E(d_h) = 2 \cdot \left(\sum_{j=1}^N P_{nj}(X_{ciemne} > 0) - 1 \right) = 2 \cdot \left(\sum_{j=1}^N \left(1 - \left(\frac{j-1}{N}\right)^n \right) - 1 \right).$$

Zmienna losowa d_h zlicza, ile razy magazynier przechodził dystans pomiędzy bocznymi alejkami. Od sumy konieczne jest odjęcie 1 (magazynier na początku znajduje się już przy pierwszej alejce) i pomnożenie wyniku przez 2 (magazynier musi wrócić do punktu PD, czyli koło alejek przechodzi dwukrotnie).

Rozkład dwumianowy tylko przy pewnych warunkach może stanowić przybliżenie rozkładu hipergeometrycznego:

$$P(X = k) = \frac{\binom{R}{k} \binom{M-R}{n-k}}{\binom{M}{n}}.$$

Ponieważ w każdej alejce znajduje się tyle samo towarów, więc: $R = (j-1)m$. Otrzymujemy zatem:

$$\begin{aligned} P(X_{jasne} = n) &= \frac{\binom{(j-1)m}{n} \binom{M-(j-1)m}{n-n}}{\binom{M}{n}} = \\ &= \frac{[(j-1)m]! \cdot n! \cdot (M-n)!}{n! \cdot [(j-1)m-n]! \cdot M!} = \\ &= \prod_{i=1}^n \frac{(j-1)m - n + i}{M - n + i}, \end{aligned}$$

$$P(X_{ciemne} > 0) = 1 - P_{nj}(X_{jasne} = n) = 1 - \prod_{i=1}^n \frac{(j-1)m - n + i}{M - n + i}.$$

Stosując rozkład hipergeometryczny, wartość oczekiwana odległości pokonanej przez magazyniera w głównych korytarzach jest więc równa:

$$\begin{aligned} E_n(d_h) &= 2 \cdot \left(\sum_{j=1}^N P_{nj}(X_{ciemne} > 0) - 1 \right) = \\ &= 2 \cdot \left(\sum_{j=1}^N \left(1 - \prod_{i=1}^n \frac{(j-1)m - n + i}{N \cdot m - n + i} \right) - 1 \right). \end{aligned}$$

3. Dystans pokonywany w bocznych alejkach

Oszacowanie dystansu pokonywanego przez magazyniera w bocznych alejkach jest dla heurystyki *s-shape* stosunkowo proste. Magazynier bowiem po wejściu do alejki pokonuje niemal zawsze całą jej długość. Wyjątek stanowi jedynie alejka z ostatnim towarem do pobrania. Jeśli magazynier wejdzie do niej z drugiego głównego korytarza (tego, w którym nie ma PD), to po pobraniu towarów uda się do przeciwnego wejścia, czyli pokona całą jej długość. Jeżeli wejdzie do tej alejki wejściem prowadzącym z korytarza głównego, w którym znajduje się punkt przyjęcia i wydania towarów, to po pobraniu towarów będzie musiał zawrócić. Jeśli będzie pobierał tylko jeden towar, to średnie położenie tego towaru będzie w połowie długości alejki, a pokonany dystans jest równy jej długości. Jeśli jednak będzie tam więcej towarów, to odległość będzie większa i równa $\frac{2n_j}{n_j+1}$, gdzie n_j – liczba towarów pobierana w ostatniej alejce, do której wchodzi magazynier.

1	16	31	46	61	76	91	106	121	136	151	166	181	196
2	17	32	47	62	77	92	107	122	137	152	167	182	197
3	18	33	48	63	78	93	108	123	138	153	168	183	198
4	19	34	49	64	79	94	109	124	139	154	169	184	199
5	20	35	50	65	80	95	110	125	140	155	170	185	200
6	21	36	51	66	81	96	111	126	141	156	171	186	201
7	22	37	52	67	82	97	112	127	142	157	172	187	202
8	23	38	53	68	83	98	113	128	143	158	173	188	203
9	24	39	54	69	84	99	114	129	144	159	174	189	204
10	25	40	55	70	85	100	115	130	145	160	175	190	205
11	26	41	56	71	86	101	116	131	146	161	176	191	206
12	27	42	57	72	87	102	117	132	147	162	177	192	207
13	28	43	58	73	88	103	118	133	148	163	178	193	208
14	29	44	59	74	89	104	119	134	149	164	179	194	209
15	30	45	60	75	90	105	120	135	150	165	180	195	210
	PD						j=5						

Rys. 3. Obliczanie odległości pokonywanej przez magazynierów w bocznych alejkach

Źródło: Opracowanie własne.

Aby wyznaczyć dystans pokonany przez magazyniera w bocznych alejkach, należy obliczyć prawdopodobieństwa pojawienia się na liście kompletacyjnej dowolnego towaru z alejki (na rys. 3 magazynier wejdzie do 5 alejki, jeśli na liście kompletacyjnej będzie chociaż jeden towar zaznaczony kolorem w ciemnym odcieniu):

$$P(X_{ciemne} > 0) = 1 - P(X_{jasne} = n) = 1 - \left(\frac{N-1}{N}\right)^n.$$

Wartość oczekiwana liczby alejek, do których wejdzie magazynier, jest dana wzorem:

$$E(d_v) = N \cdot P(X_{ciemne} > 0) = N \cdot \left(1 - \left(\frac{N-1}{N}\right)^n\right).$$

W następnym rozdziale w celu wyznaczenia odległości pokonywanej przez magazyniera w bocznych alejkach (wyrażonej w metrach) wartość ta będzie mnożona przez długość alejek. Oczywiście uzyskane w ten sposób rezultaty będą niedoszacowane, bo w ostatniej alejce magazynier może pokonać większą odległość niż jej długość. Hall proponuje z tego powodu dodać do wyniku 0,5 (wzór (2)).

Stosując rozkład hipergeometryczny, prawdopodobieństwo pojawienia się na liście kompletacyjnej dowolnego towaru z alejki jest równe:

$$P(X_{ciemne} > 0) = 1 - P(X_{jasne} = n) = 1 - \prod_{i=1}^n \frac{(N-1)m - n + i}{M - n + i}.$$

Wartość oczekiwana liczby alejek, do których wejdzie magazynier, dla rozkładu hipergeometrycznego:

$$E(d_v) = N \cdot P(X_{ciemne} > 0) = N \cdot \left(1 - \prod_{i=1}^n \frac{(N-1)m - n + i}{M - n + i}\right).$$

4. Symulacje

W celu weryfikacji skuteczności przedstawionych wzorów przeprowadzono szereg symulacji komputerowych i porównano wyniki. Do symulacji wykorzystano autorski program **Warehouse Real-Time Simulator** [Tarczyński, 2013]. Błąd liczono zgodnie ze wzorem:

$$E = \frac{d_s}{d_w} - 1,$$

gdzie:

E – wartość błędu,

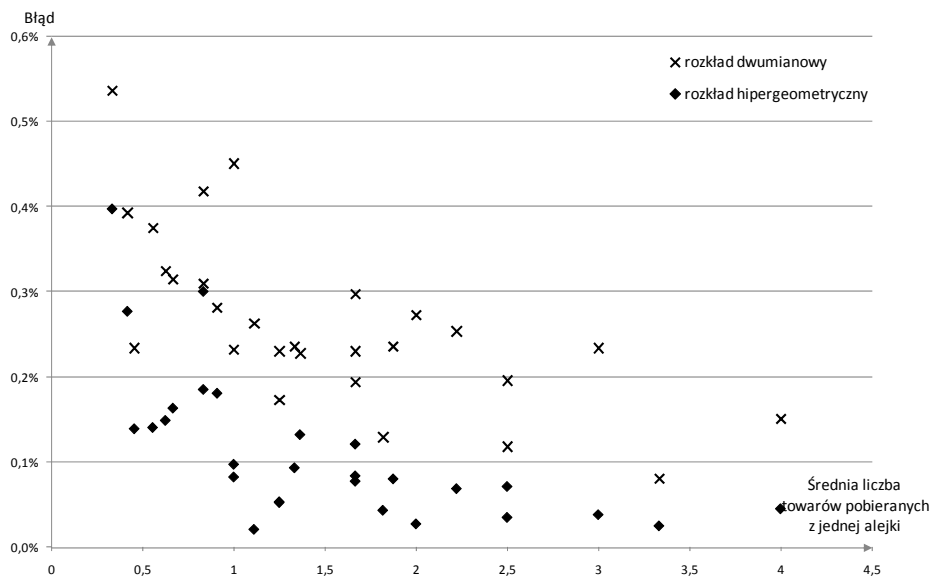
d_s – średnia długość trasy kompletacji uzyskana w wyniku zastosowania symulacji,

d_w – średnia długość trasy kompletacji uzyskana w wyniku zastosowania wzorów.

Rysunki 4-6 przedstawiają wykresy wartości błędu w zależności od średniej liczby towarów pobieranych z jednej alejki dla wzorów opartych na rozkładzie dwumianowym i hipergeometrycznym. Średni dystans pokonany przez magazynierów w głównych korytarzach (rys. 4) został oszacowany za pomocą wzorów

w sposób zadowalający. Wartości są niedoszacowane, ale dla rozkładu dwumianowego maksymalna wartość błędu nie przekracza 0,6%, a dla rozkładu hipergeometrycznego 0,4%.

Większe wartości błędu występują dla dystansu pokonanego w bocznych alejkach (rys. 5). Rosną one wraz ze wzrostem średniej liczby towarów pobieranych z jednej (w tym ostatniej) alejki. Dzieje się tak dlatego, że wówczas magazynier w przypadku wejścia do alejki korytarzem, w którym znajduje się punkt przyjęcia i wydania towaru, będzie musiał po pobraniu towarów zawrócić, a im więcej towarów do pobrania, tym dystans do pokonania dłuższy. Przedstawione wzory zakładają, że każda alejka, w której znajdują się towary do pobrania, zostanie pokonana przez magazyniera 1 raz. Przy dużej liczbie towarów pobieranych w ostatniej alejce magazynier może przejść nawet dwukrotną jej długość (rys. 7). Dystans pokonany przez magazyniera w ostatniej alejce nie zależy jednak tylko od liczby towarów, które musi on z niej pobrać, ale również od tego, z którego głównego korytarza do niej wszedł. Jeśli będzie to korytarz, w którym nie ma punktu PD, to magazynier przejdzie przez alejkę tylko raz – niezależnie od liczby pobieranych towarów.



Rys. 4. Błąd oszacowania średniego dystansu pokonanego przez magazynierów w głównych korytarzach podczas kompletacji jednego zamówienia

Źródło: Opracowanie własne.

Jeżeli średnia liczba pobieranych towarów z jednej alejki jest duża, a liczba alejek parzysta, to istnieje duża szansa, że magazynier w ostatnim korytarzu nie będzie musiał zawracać i pokona tylko jednokrotną jego długość (rys. 7d). Wówczas średnie wartości dystansu wyznaczone za pomocą wzorów dają zbliżone wyniki do wartości uzyskanych w wyniku zastosowania symulacji.

W tabeli 1 przedstawiono średnie wartości błędów dla wzorów opartych na rozkładzie dwumianowym, rozkładzie hipergeometrycznym oraz wzorów Halla: oryginalnych i zmodyfikowanych:

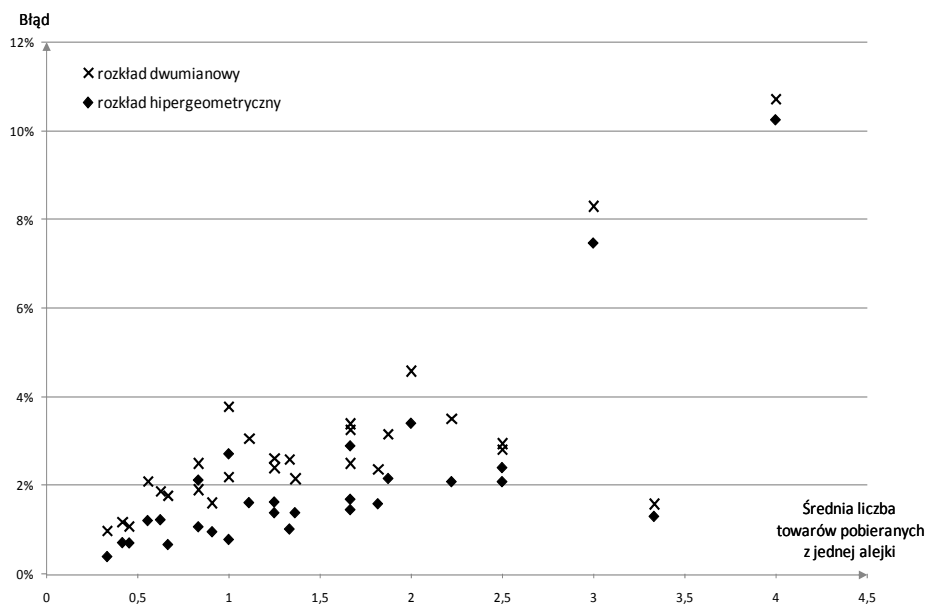
$$E_{sr} = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s |E_i|,$$

gdzie:

E_{sr} – błąd średni,

s – liczba przeprowadzonych eksperymentów,

E_i – błąd w i -tym eksperymencie.

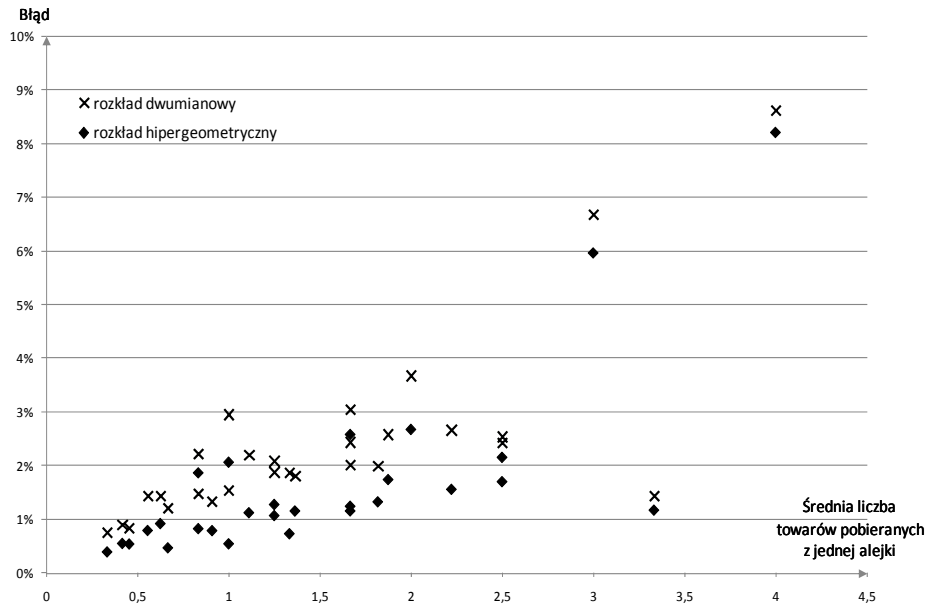


Rys. 5. Błąd oszacowania średniego dystansu pokonanego przez magazynierów w bocznych alejkach podczas kompletacji jednego zamówienia

Źródło: Opracowanie własne.

W każdym przypadku wzory proponowane przez autora dały lepsze wyniki od wzorów Halla. Wydaje się, że dodanie przez Halla liczby 0,5 do wzoru na dystans pokonany przez magazyniera w bocznych alejkach niezależnie od konfi-

guracji magazynu i wielkości list kompletacyjnych nie jest właściwe. Odległości w głównych korytarzach są u Halla niedoszacowane, a w bocznych alejkach przeszacowane, stąd mniejsza wartość błędu dla łącznej odległości. Wartość ta jest jednak większa niż dla wzorów autora opartych na rozkładzie dwumianowym i rozkładzie hipergeometrycznym.



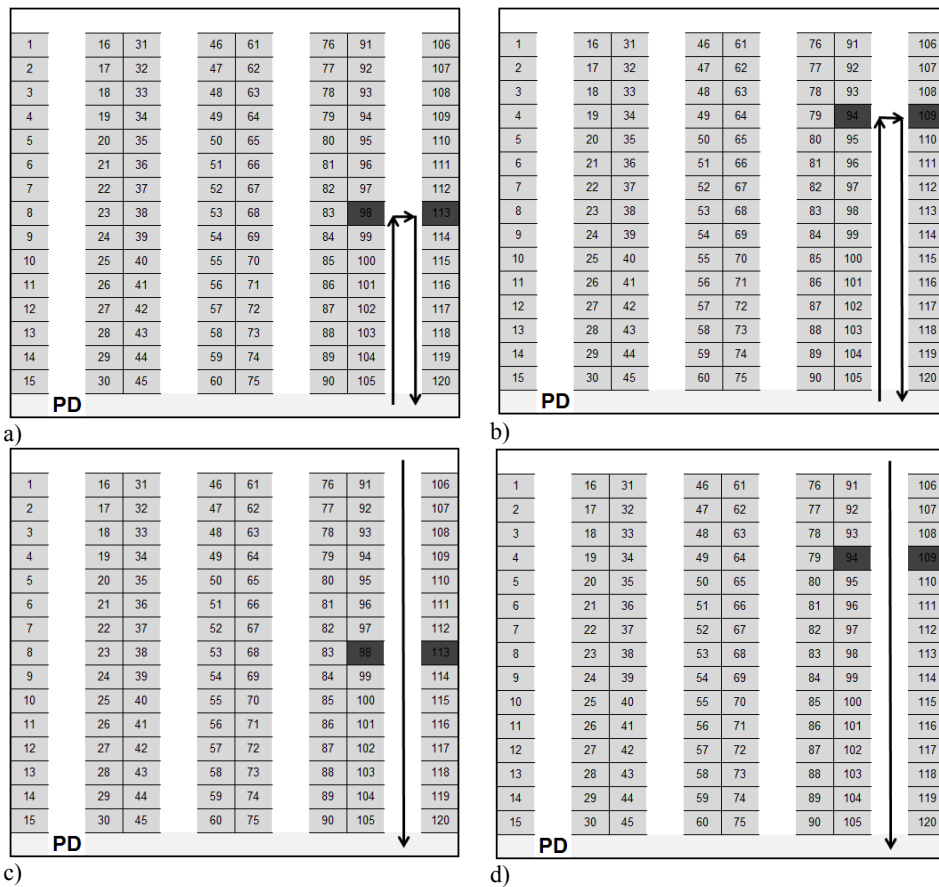
Rys. 6. Błąd oszacowania średniego dystansu pokonanego przez magazynierów podczas kompletacji jednego zamówienia

Źródło: Opracowanie własne.

Tabela 1. Średni błąd oszacowania dystansu pokonanego przez magazynierów podczas kompletacji jednego zamówienia

	d_h	d_y	D
Rozkład dwumianowy	0,26%	2,96%	2,35%
Rozkład hipergeometryczny	0,11%	2,08%	1,67%
Wzory Halla (oryginalne)	6,77%	5,29%	3,25%
Wzory Halla (zmodyfikowane)	1,64%	5,29%	4,27%

Źródło: Opracowanie własne.



Rys. 7. Średni dystans pokonywany przez magazyniera i średnia pozycja najbardziej oddalonego towaru w ostatniej alejce: a) 1 towar do pobrania, b) 3 towary do pobrania, c) 1 towar do pobrania, d) 3 towary do pobrania

Źródło: Opracowanie własne.

Podsumowanie

Czas kompletacji towarów jest zazwyczaj proporcjonalny do odległości, którą musi pokonać magazynier. Wyprowadzone wzory matematyczne na średnie dystanse pokonywane podczas procesu kompletacji, przy założeniu jednostajnego rozkładu prawdopodobieństwa, z którego generuje się towary na listy kompletacyjne, dają dobre rezultaty – zwłaszcza przy szacowaniu odległości w głównych korytarzach. Przy szacowaniu odległości pokonywanej przez magazyniera w bocznych alejkach pojawia się dla heurystyki *s-shape* problem związany z ewentualną koniecznością zmiany kierunku poruszania się (zawrócenia) magazyniera, co może

wpłynąć na wydłużenie całkowitego dystansu, a więc i czasu kompletacji. Wydaje się, że prawdopodobieństwo zmiany kierunku ruchu, które wpływa na długość dystansu przebytego w ostatniej alejce, zależy przede wszystkim od liczby alejek (od tego, czy jest parzysta czy nieparzysta) i średniej liczby towarów pobieranych w jednej alejce. Problem ten wymaga jednak dogłębnej analizy i będzie dalej badany przez autora.

Literatura

- De Koster R., Le Duc T., Roodbergen K.J. (2007), *Design and Control of Warehouse order Picking: A Literature Review*, "European Journal of Operational Research", 182(2), s. 481-501.
- De Koster R., Poort E.S. van der (1998), *Routing Order Pickers in a Warehouse: A Comparison between Optimal and Heuristic Solutions*, "IIE Transactions", 30, s. 469-480.
- Hall R. (1993), *Distance Approximations for Routing Manual Pickers in a Warehouse*, "IIE Transactions", 25:4, s. 76-87.
- Jarvis J., McDowell D. (1991), *Optimal Product Layout in an Order Picking Warehouse*, IIE Transactions, 23:1, s. 93-102.
- Kunder R., Gudehus T. (1975), *Mittlere Wegzeiten beim eindimensionalen Kommissionieren*, „Zeitschrift für Operations Research”, Vol. 19, B53-B72.
- Le Duc T. (2005), *Design and Control of Efficient Order Picking Processes*, PhD. thesis, Erasmus University Rotterdam.
- Le Duc T., De Koster R. (2005), *Travel Distance Estimation in a Single-block ABC Storage Strategy Warehouse*. W: *Distribution Logistics: Advanced Solutions to Practical Problems*, eds. B. Fleischmann, B. Klose, Springer, Berlin, s. 185-202.
- Ratliff H.D., Rosenthal A.S. (1987), *Order-picking in a Rectangular Warehouse: A Solvable Case of the Traveling Salesman Problem*, "Operation Research", Vol. 31 (3), s. 515-533.
- Tarczyński G. (2013), *Warehouse Real-Time Simulator – How to Optimize Order Picking Time*, Working Paper, dostępny na serwerze SSRN: <http://ssrn.com/abstract=2354827>.

AVERAGE ORDER-PICKING TIMES FOR S-SHAPE HEURISTIC – EQUATIONS AND SIMULATIONS

Summary: The paper presents equations for average order-picking times (in fact average distances) for *s-shape* heuristic. One-block rectangular warehouse with centralized PD was considered. The effectiveness of equations was verified by simulations. The results are better than well known Hall's approach. The reasons why Hall's equations generate relatively large error values were described.

Keywords: order picking, warehousing, simulations, heuristics.