



Agata Gluzicka

Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach
Wydział Informatyki i Komunikacji
Katedra Badań Operacyjnych
agata.gluzicka@ue.katowice.pl

WIELOOKRESOWE PORTFELE O RÓWNYM UDZIALE RYZYKA

Streszczenie: W ostatnich latach w procesie planowania inwestycji możemy zaobserwować coraz częstsze stosowanie metod, w których decydenci skupiają się głównie na ryzyku związanym z daną inwestycją. Takie podejście daje bardziej efektywne wyniki, szczególnie w okresach gwałtownych zmian zachodzących na światowych giełdach papierów wartościowych. Jednym z przykładów takiego sposobu planowania inwestycji jest konstrukcja portfeli, tak aby część ryzyka przypadająca na każdy składnik portfela była taka sama. Otrzymujemy wówczas portfel o równych udziałach ryzyka, nazywany również portfelem parytetu ryzyka. W artykule przedstawiono model wyboru portfeli równego udziału ryzyka dla przypadku wielookresowego. Omówiony model został zastosowany dla wybranych danych pochodzących z Giełdy Papierów Wartościowych w Warszawie.

Słowa kluczowe: portfele parytetowe, portfele równego udziału ryzyka, portfele wielookresowe.

Wprowadzenie

Po raz pierwszy pojęcie parytetu ryzyka pojawiło się w latach 90. ubiegłego wieku, przy okazji badań amerykańskiej firmy inwestycyjnej Bridgewater. Na szerszą skalę strategia portfeli parytetowych zaczęła być stosowana w badaniach dotyczących planowania inwestycji przypadających na okres ostatniego kryzysu ekonomicznego.

Początkowo za portfele parytetu ryzyka przyjmowano portfele skonstruowane w taki sposób, że wagi poszczególnych składników były proporcjonalne do odwrotności zmienności stóp zwrotu danego składnika. Za pierwszą formalną definicję parytetu ryzyka przyjmuje się określenie wprowadzone przez Qiana

[2006], który parytet ryzyka rozumiał jako równy podział ryzyka portfela, przypadający na poszczególne składniki portfela. Formalne matematyczne sformułowanie parytetu ryzyka wprowadzili w swoich badaniach Maillard, Roncalli i Teiletche [2010], którzy portfel parytetowy nazwali portfelem o równym udziale ryzyka (*equal risk contribution portfolio*). Do określenia parytetu ryzyka wykorzystali miary marginalnego i całkowitego udziału ryzyka. Ponadto zaproponowali model optymalizacyjny, za pomocą którego możliwe jest wyznaczanie portfeli o równym udziale ryzyka. Ta metoda została zastosowana m.in. w badaniach dotyczących porównania portfeli parytetowych z bardziej standardowymi metodami konstrukcji portfeli inwestycyjnych [Chaves i in., 2011].

Portfele o równym udziale ryzyka definiowane są również za pomocą współczynników beta. Za parytet ryzyka przyjmujemy układ wag, które są proporcjonalne do odwrotności współczynników beta spółek w stosunku do współczynnika beta portfela [Lee, 2011]. Inne metody konstrukcji portfeli o równym udziale ryzyka to m.in. wykorzystanie optymalizacji odpornej [Farshid i Etula, 2012] czy zastosowanie portfeli głównych konstruowanych za pomocą rozkładu dywersyfikacji [Meucci, 2009]. Parytet ryzyka może być również analizowany jako jeden z warunków ograniczających w modelu służącym do konstrukcji optymalnego portfela inwestycyjnego [Cesarone i Tardella, 2014].

Wszystkie powyższe metody były stosowane w konstrukcji portfeli parytetowych jednookresowych. Powszechnie wiadomo, że dokonywanie zmian w portfelu w trakcie trwania inwestycji pozwala osiągnąć lepsze wyniki końcowe niż inwestycja dokonywana na jeden długi okres.

W artykule przedstawiona została metoda konstrukcji portfeli parytetowych dla inwestycji wielookresowych. Zaproponowany model zastosowano dla wybranej grupy danych z Giełdy Papierów Wartościowych w Warszawie. Krótkie badania empiryczne miały na celu porównanie wyników końcowych inwestycji wielookresowych z wynikami uzyskanymi z jednookresowej inwestycji w portfele parytetowe. Ponadto analizowano wpływ kryterium doboru spółek do portfeli o równym udziale ryzyka na wyniki końcowe całej inwestycji.

1. Definicja portfeli o równym udziale ryzyka

W najprostszy sposób portfel parytetu ryzyka (portfel parytetowy) możemy określić jako portfel, którego ryzyko zostało równomiernie rozdzielone na wszystkie spółki wchodzące w skład tego portfela. Taka konstrukcja portfela pozwala na uniknięcie dominującej roli jednej lub kilku spółek w portfelu, co z kolei przekłada się na otrzymanie portfela o maksymalnym stopniu dywersyfikacji ryzyka [Braga, 2012].

Problem konstrukcji portfela zazwyczaj polega na odpowiednim doborze wag poszczególnych spółek portfela, zgodnie z przyjętymi założeniami. W przypadku portfeli parytetowych wagi dobierane są w taki sposób, aby zachowana została równowaga pod względem części ryzyka przypadającego na daną spółkę. W początkowych badaniach dotyczących parytetu ryzyka przyjmowano, że wagi portfela o równym udziale ryzyka są proporcjonalne do odwrotności odchyłeń standardowych poszczególnych spółek, co można opisać wzorem:

$$x_i = \frac{\frac{1}{\sigma_i}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{\sigma_i}} \quad (1)$$

gdzie:

x_i – udział i -tej spółki w portfelu,

σ_i – odchylenie standardowe stóp zwrotu i -tej spółki.

Tak skonstruowany portfel nazywamy portfelem naiwnego parytetu ryzyka. Powyższa konstrukcja jest możliwa tylko w przypadku hipotetycznym, tzn. jeśli założymy, że wszystkie możliwe pary spółek wchodzących w skład portfela, mają ten sam współczynnik korelacji.

W praktyce jednak pary poszczególnych spółek portfela charakteryzują się różnymi wartościami zależności korelacyjnej, w związku z czym należy stosować metodę wyznaczania portfeli o równym udziale ryzyka dla bardziej ogólnej sytuacji, np. sposób zaproponowany przez Maillarda, Roncalli'ego i Teiletche'a [2010]. Metoda konstrukcji portfeli parytetowych została opracowana dla portfeli, dla których miernikiem ryzyka jest odchylenie standardowe:

$$\sigma_p = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j \sigma_{ij}} \quad (2)$$

gdzie:

x_i – udział i -tej spółki w portfelu,

σ_p – odchylenie standardowe stóp zwrotu portfela,

σ_{ij} – kowariancja stóp zwrotu i -tej oraz j -tej spółki,

$\sigma_{ii} = \sigma_i^2$ – wariancja stóp zwrotu i -tej spółki,

n – liczba spółek wchodzących w skład portfela.

Dla dowolnego portfela, którego ryzyko wyrażone jest odchyleniem standardowym, możemy zdefiniować miary marginalnego oraz całkowitego udziału ryzyka. Miara marginalnego udziału ryzyka (*marginal risk contribution – MRC*) określa zmiany ryzyka portfela powstałe na skutek nieskończenie małych zmian

udziałów poszczególnych spółek wchodzących w skład portfela. Marginalny udział ryzyka dla i -tej spółki określany jest wzorem [Maillard, Roncalli i Teiletche, 2010; Chaves i in., 2011, 2012]:

$$MRC_i = \frac{\partial \sigma_p}{\partial x_i} = \frac{x_i \sigma_i^2 + \sum_{j \neq i} x_j \sigma_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j \sigma_{ij}}} = \frac{\sum_{j=1}^n x_j \sigma_{ij}}{\sigma_p} \quad (3)$$

Za pomocą miar marginalnego udziału ryzyka możliwe jest wyznaczanie udziałów portfela o minimalnej wariancji. Aby taki portfel skonstruować, przyjmujemy założenie, że miary MRC_i dla wszystkich składników portfela są sobie równe. W przypadku gdy miary MRC dla dwóch dowolnych składników są różne, to jedna z miar MRC może zwiększać udział w portfelu jednego składnika, przy równoczesnym obniżaniu udziału drugiego składnika, tak aby otrzymać portfel o możliwie niskim poziomie wariancji.

Miarę całkowitego udziału ryzyka i -tej spółki (*total risk contribution – TRC*) definiujemy jako iloczyn udziału i -tej spółki oraz miary marginalnego udziału ryzyka, liczonej dla tej spółki. Symbolicznie całkowity udział ryzyka dla spółki i można opisać następującym wzorem:

$$TRC_i = x_i \frac{\partial \sigma_p}{\partial x_i} = x_i \frac{x_i \sigma_i^2 + \sum_{j \neq i} x_j \sigma_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j \sigma_{ij}}} = \frac{\sum_{j=1}^n x_i x_j \sigma_{ij}}{\sigma_p} \quad (4)$$

Należy zwrócić uwagę, że suma miar całkowitego udziału ryzyka dla wszystkich składników portfela jest równa odchyleniu standardowemu stóp zwrotu tego portfela.

Aby wyznaczyć udziały portfela o równym udziale ryzyka, przyjmujemy założenie, że miary całkowitego udziału ryzyka dla wszystkich spółek portfela są sobie równe:

$$x_i \frac{\partial \sigma_p}{\partial x_i} = x_j \frac{\partial \sigma_p}{\partial x_j} \quad \text{dla } i, j = 1, 2, \dots, n \quad (5)$$

Badania dotyczące portfeli o równym udziale ryzyka wykazały prawdziwość następującej zależności [Braga, 2012]:

$$\sigma_{MV} \leq \sigma_{PP} \leq \sigma_{PNP} \leq \sigma_N \quad (6)$$

gdzie:

σ_{MV} – odchylenie standardowe stóp zwrotu portfela o minimalnej wariancji,

σ_{PP} – odchylenie standardowe stóp zwrotu portfela parytetowego,

σ_{PNP} – odchylenie standardowe stóp zwrotu portfela naiwnego parytetu,

σ_N – odchylenie standardowe stóp zwrotu portfela naiwnego (o równych udziałach).

Natomiast analizy, w których wykorzystywano wskaźnik Sharpe’a do oceny portfeli, wykazały, że portfele o równym udziale ryzyka mają niższy wskaźnik Sharpe’a niż portfele o minimalnej wariancji czy portfele wyznaczone zgodnie z modelem Markowitza (modelem średnia-ryzyko) [Chaves i in., 2011].

2. Modele wyboru portfeli o równym udziale ryzyka

Konstrukcja portfeli parytetowych może być przeprowadzona za pomocą metod iteracyjnych, w których stosowana jest liniowa aproksymacja układu równań rozwiązywanego metodą Newtona [Chaves i in., 2011, 2012]. Innym sposobem wyznaczania wag portfeli o równym udziale ryzyka jest zastosowanie funkcji rozkładu dywersyfikacji [Meucci, 2009] oraz analizy tzw. portfeli głównych [Lohre, Neugebauer i Zimmer, 2012].

Portfele parytetowe można również wyznaczyć za pomocą modelu optymalizacyjnego, w którym wykorzystywana jest przytoczona w poprzednim rozdziale definicja tych portfeli. Maillard, Roncalli i Teiletche [2010] zaproponowali model optymalizacyjny następującej postaci:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left(x_i \frac{\partial \sigma_p}{\partial x_i} - x_j \frac{\partial \sigma_p}{\partial x_j} \right)^2 \rightarrow \min$$

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1 \tag{7}$$

$$0 \leq x_i \leq 1 \text{ dla } i = 1, 2, \dots, n$$

Funkcja celu tego modelu jest tak skonstruowana, aby spełniony był warunek opisany wzorem (5). Powyższy model optymalizacyjny rozwiązujemy, korzystając z metod sekwencyjnego programowania kwadratowego.

Według definicji, portfele parytetu ryzyka to takie portfele, które zawierają wszystkie n walorów w wybranym zakresie inwestycji. Zatem metoda wyznaczania portfeli równego udziału ryzyka pozwala na taką konstrukcję portfeli, że wszystkie składniki mają niezerowy znaczący udział w portfelu. Waga przypisana do danego waloru w portfelu parytetowym jest tym wyższa, im niższa jest jego zmienność i korelacja z innymi walorami.

Przedstawiony sposób wyznaczania portfeli parytetowych za pomocą modelu optymalizacyjnego dotychczas był stosowany dla danych dotyczących funduszy, długoterminowych obligacji czy papierów skarbowych. Analizowano również portfele parytetowe złożone tylko z samych akcji spółek [Gluzicka, 2015].

Proces inwestycyjny jest zazwyczaj procesem długotrwałym. Ze względu na ciągle zmiany zachodzące na rynku giełdowym, będące m.in. reakcją na ważniejsze wydarzenia ekonomiczne i polityczne danego kraju, istotne jest, aby w czasie trwania inwestycji dokonywać zmian w portfelu. Badania prowadzone dla portfeli inwestycyjnych konstruowanych dla różnych miar ryzyka i różnych warunków ograniczających wykazały, że takie zmiany pozwalają osiągnąć lepsze wyniki na koniec inwestycji niż jednokrotna alokacja kapitału w całym długim horyzoncie czasowym.

Jednym ze sposobów wyznaczania takich strategii wielookresowych jest przyjęcie założenia, że inwestycja jest procesem samofinansującym. Innymi słowy, cały horyzont czasowy inwestycji dzielimy na T okresów i zakładamy, że w każdym okresie t ($t = 1, 2, \dots, T$) inwestor przeznaczy na inwestycję cały kapitał uzyskany na koniec okresu poprzedniego ($t-1$). Można to opisać następującym warunkiem:

$$\sum_{i=1}^n x_{ti} = v_{t-1} \quad (8)$$

gdzie:

v_t – wartość kapitału uzyskana na koniec okresu t ,

x_{ti} – udział i -tej spółki w portfelu w okresie t , ($t = 1, 2, \dots, T$).

Wartość kapitału na koniec okresu t obliczamy według następującego wzoru:

$$v_t = v_{t-1} + R_t X_t' \quad (9)$$

gdzie:

R_t – wektor stóp zwrotu spółek portfela w okresie t , $R_t = [R_{t1}, R_{t2}, \dots, R_{tm}]$,

X_t – wektor udziałów portfela w okresie t , $X_t = [x_{t1}, x_{t2}, \dots, x_{tm}]$.

Standardowo, wartość kapitału, jaką należy zainwestować w pierwszym okresie, przyjmujemy na poziomie równym $v_0 = 1$ (lub 100%).

Uwzględniając w modelu optymalizacyjnym dla jednookresowych portfeli parytetowych warunki (8) i (9), otrzymujemy model następującej postaci:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left(x_{ti} \frac{\partial \sigma_{tp}}{\partial x_{ti}} - x_{tj} \frac{\partial \sigma_{tp}}{\partial x_{tj}} \right)^2 \rightarrow \min$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ti} = v_{t-1} \quad (10)$$

$$0 \leq x_{ti} \leq 1 \text{ dla } i = 1, 2, \dots, n$$

gdzie:

n – liczba spółek w portfelu,

t – numer podokresu, $t = 1, 2, \dots, T$,

T – liczba rozpatrywanych podokresów,

x_{it} – udział i -tej akcji w portfelu w okresie t , ($X_t = [x_{t1}, x_{t2}, \dots, x_{tn}]$),

σ_{ip} – ryzyko portfela w okresie t ,

v_{t-1} – wartość kapitału na koniec okresu $t-1$.

Rozwiązując powyższe zadanie dla kolejnych okresów t ($t = 1, 2, \dots, T$), możemy wyznaczyć wielookresową strategię inwestycyjną dla portfeli o równym udziale ryzyka.

3. Wielookresowe portfele o równym udziale ryzyka na GPW w Warszawie

Zaproponowany w poprzednim punkcie model do wyznaczania wielookresowych portfeli parytetowych został zastosowany do wybranej grupy danych pochodzących z Giełdy Papierów Wartościowych w Warszawie. Portfele były wyznaczane dla dziennych stóp zwrotu 50 spółek z grupy WIG 250, które w okresie styczeń 2010 – grudzień 2014 były notowane bez zawiesznień. Zastosowano dwa podziały na poszczególne podokresy. W pierwszej grupie wyznaczano portfele przy założeniu, że ponownej alokacji dokonujemy na początku każdego półrocza w badanym horyzoncie czasowym. Drugą grupę stanowiły portfele, których skład zmieniano na początku każdego kwartału. Rozpatrywano portfele o różnej liczbie składników – od 5 do 35. Po przeanalizowaniu otrzymanych wyników portfele podzielono na trzy grupy: portfele o małej liczbie składników (od 5 do 11), portfele o średniej liczbie składników (od 12 do 19), portfele o dużej liczbie składników (20 i więcej). Poniżej przedstawiono wyniki otrzymane dla portfeli o 10, 15 i 20 składnikach, jako przykładowe wyniki z poszczególnych grup.

Cała procedura wyznaczania portfeli półrocznych przebiegała następująco:

1. Na podstawie danych z okresu $t-1$ (np. z okresu zerowego, czyli I półrocza 2010) budowano ranking spółek na podstawie wybranego kryterium.
2. Z rankingu wybierano określoną liczbę (np. 10, 15 lub 20) najlepszych spółek i na podstawie danych z okresu t (II półrocze 2010) dla tych spółek konstruowano portfel, stosując model (10).
3. Znając wartości udziałów portfela w okresie t , obliczano wartość kapitału, jakiej należało się spodziewać na koniec tego okresu.
4. W następnym kroku procedurę powtarzano dla kolejnych okresów.

W podobny sposób wyznaczano portfele w drugiej grupie z tą różnicą, że wszystkie obliczenia (rankingi, portfele) wyznaczane były dla danych z danego kwartału. Zarówno dla portfeli półrocznych, jak i kwartalnych, rozpatrywane były oddzielnie trzy kryteria tworzenia rankingów spółek:

- malejąca wartość stopy zwrotu,
- rosnąca wartość ryzyka (odchylenia standardowego),
- rosnąca wartość współczynnika korelacji.

Dodatkowo, w celach porównawczych, wyznaczone zostały jednookresowe (tzn. dla danych z okresu styczeń 2010 – grudzień 2014) portfele o równym udziale ryzyka. Podobnie jak w przypadku portfeli wielookresowych, wyznaczono portfele o różnej liczbie składników, a rankingi spółek konstruowane były według trzech wspomnianych powyżej kryteriów.

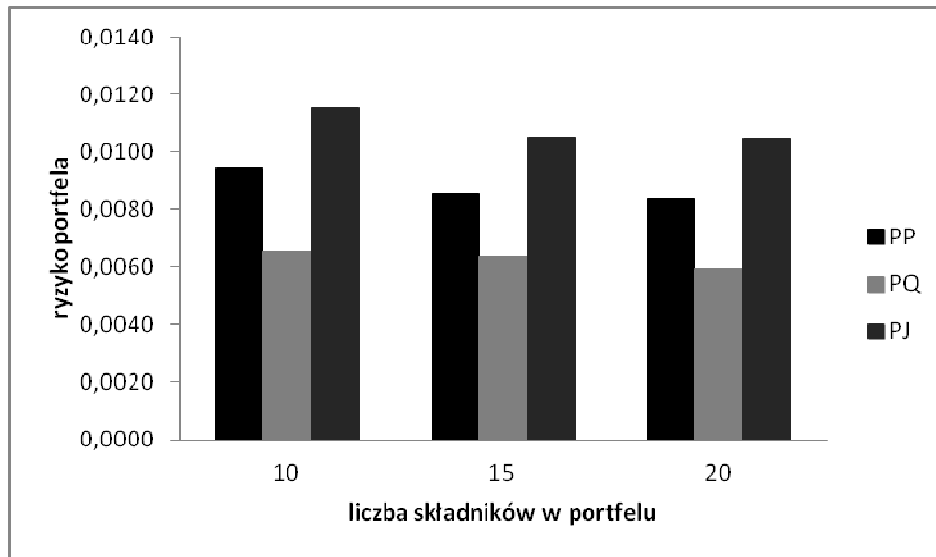
W pierwszej kolejności porównane zostały końcowe wyniki z opracowanych strategii inwestycyjnych. W tym celu porównano ryzyko oraz wartości kapitału końcowego następujących portfeli:

- portfeli z IV kwartału 2014,
- portfeli z II półrocza 2014,
- portfeli jednookresowych.

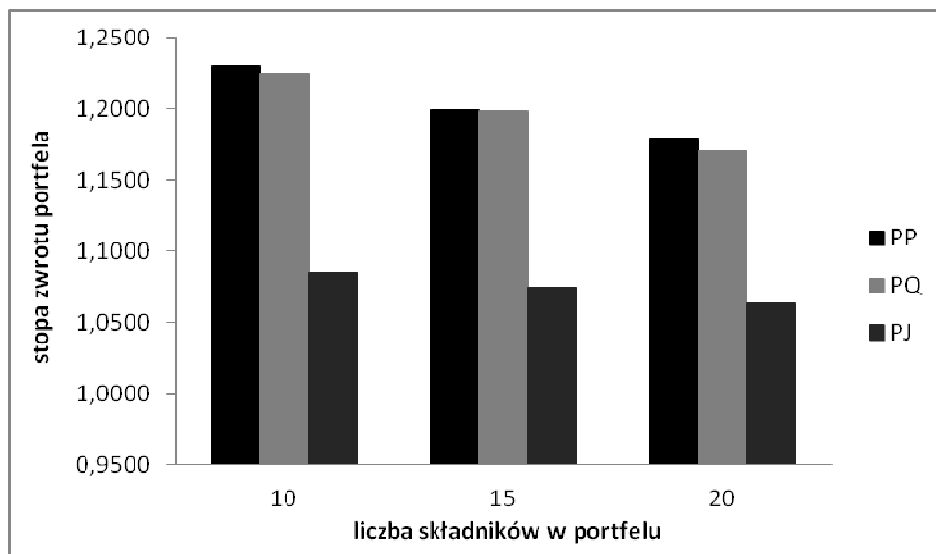
Analizę wyników rozpoczęto od porównania portfeli pod względem ryzyka oraz wartości stóp zwrotu. Na rys. 1 przedstawiono zależności ryzyka od liczby spółek dla końcowych portfeli kwartalnych i półrocznych oraz portfela jednookresowego, których składniki dobierane były na podstawie stóp zwrotu¹. Na rys. 2 przedstawiono zależność wartości stóp zwrotu od liczby spółek dla tej samej grupy portfeli. W tym przypadku portfele jednookresowe okazały się bardziej ryzykowne i mniej zyskowne w porównaniu z portfelami, w których dokonywano ponownej alokacji co kwartał lub co pół roku. Najmniej ryzykownymi portfelami były portfele kwartalne, a najlepszymi pod względem zysków – portfele półroczne. Portfele kwartalne charakteryzowały się nieco niższą stopą zwrotu, niż odpowiadające im portfele półroczne.

W podobny sposób porównano portfele, których składniki dobierane były pod względem ryzyka (rys. 3 i 4) oraz portfele, których składniki wybrano według wartości współczynnika korelacji (rys. 5 i 6). W każdym z tych przypadków portfele wielookresowe okazywały się lepsze, zarówno pod względem ryzyka, jak i wartości końcowej stopy zwrotu. Zazwyczaj najniższe ryzyko otrzymywano dla portfeli kwartalnych, a najwyższą wartość stóp zwrotu dla portfeli półrocznych.

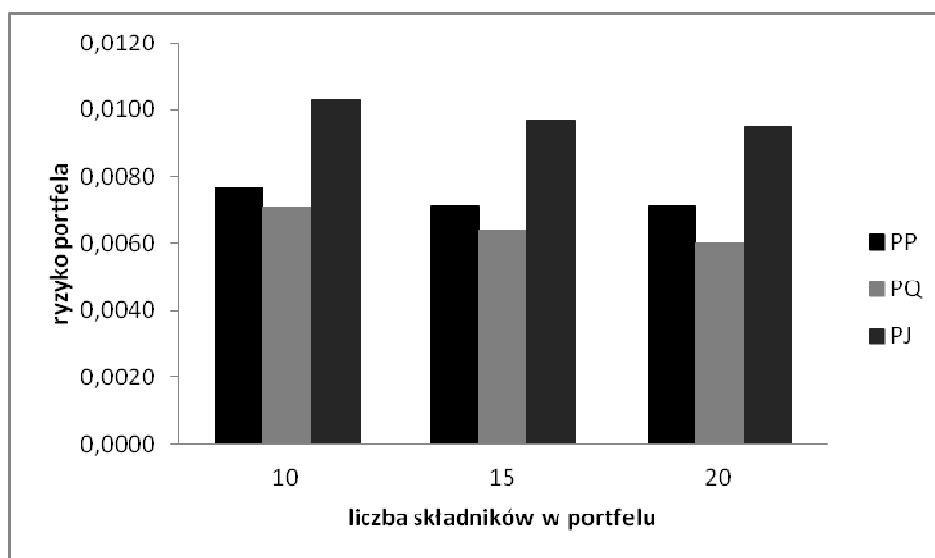
¹ Skrót PP oznacza portfel półroczny, PQ – portfel kwartalny, PJ – portfel jednookresowy.



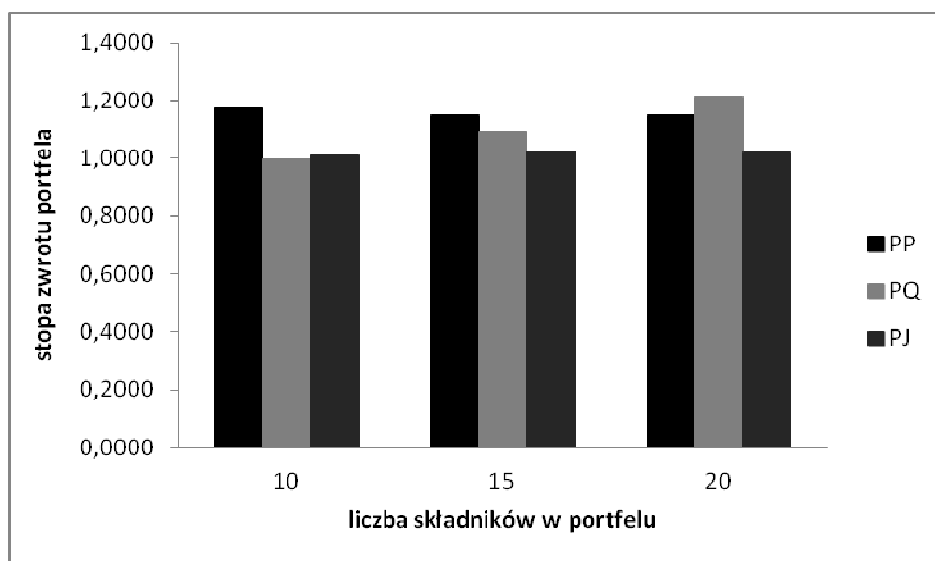
Rys. 1. Wartości ryzyka wybranych końcowych portfeli półrocznych i kwartalnych oraz portfela jednookresowego, których składniki dobierane były według stóp zwrotu



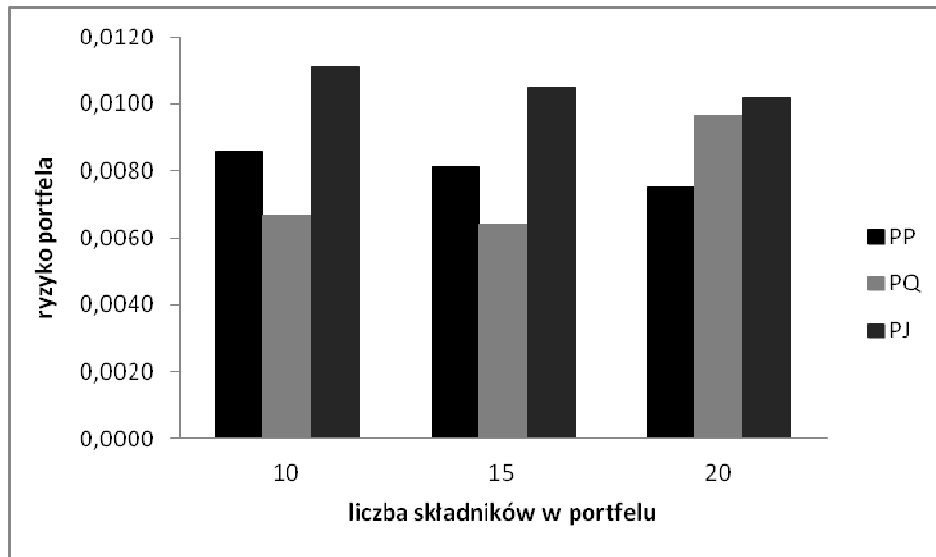
Rys. 2. Wartości stóp zwrotu wybranych końcowych portfeli półrocznych i kwartalnych oraz portfela jednookresowego, których składniki dobierane były według stóp zwrotu



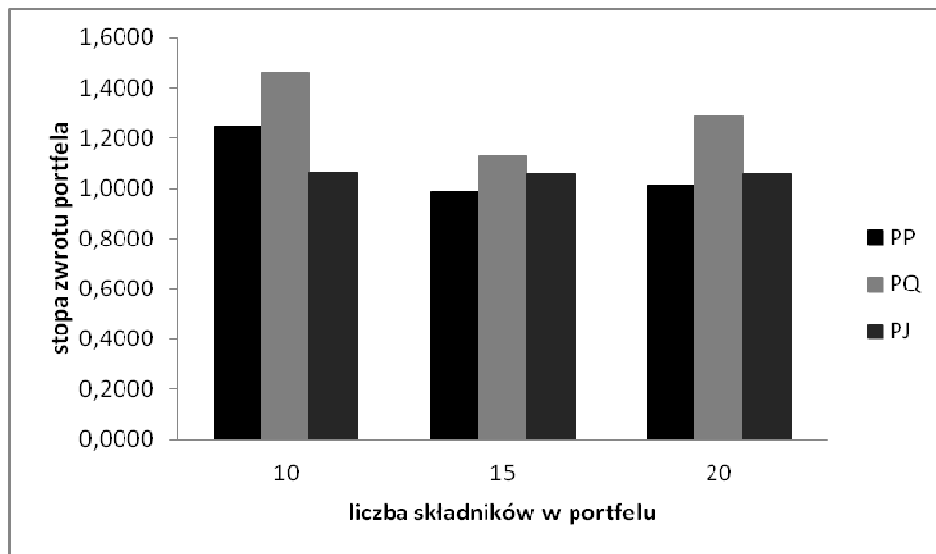
Rys. 3. Wartości ryzyka wybranych końcowych portfeli półrocznych i kwartalnych oraz portfela jednookresowego, których składniki dobierane były według ryzyka



Rys. 4. Wartości stóp zwrotu wybranych końcowych portfeli półrocznych i kwartalnych oraz portfela jednookresowego, których składniki dobierane były według ryzyka



Rys. 5. Wartości ryzyka wybranych końcowych portfeli półrocznych i kwartalnych oraz portfela jedookresowego, których składniki dobierano według współczynnika korelacji



Rys. 6. Wartości stóp zwrotu wybranych końcowych portfeli półrocznych i kwartalnych oraz portfela jedookresowego, których składniki dobierane były według współczynnika korelacji

Analizując wpływ kryterium doboru spółek na ryzyko i stopę zwrotu portfeli wielookresowych ustalono, że najmniej ryzykownymi portfelami kwartalnymi były portfele, których składniki dobierane były według stopy zwrotu. W przypadku portfeli półrocznych najniższą wartość ryzyka otrzymano dla portfeli, których skład stanowiły spółki wybrane na podstawie wartości odchylenia standardowego.

W podobny sposób porównano portfele wielookresowe pod względem wartości stóp zwrotu. Zarówno dla portfeli kwartalnych, jak i półrocznych, najwyższe stopy zwrotu otrzymano w przypadku, gdy spółki dobierane były według stopy zwrotu lub według współczynnika korelacji.

W kolejnej części przedstawiono wyniki porównania portfeli wielookresowych pod względem stóp zysku, jakich należało się spodziewać ze sprzedaży portfeli końcowych. Analizę tę przeprowadzono przy założeniu, że otrzymane portfele sprzedawane były w kolejnych dniach stycznia i lutego 2015 r. W tab. 1 przedstawione zostały wartości rzeczywistych stóp zwrotu portfeli półrocznych i kwartalnych w dniach 5.01.2015 i 2.02.2015. Dla pozostałych analizowanych dni otrzymano analogiczne wnioski.

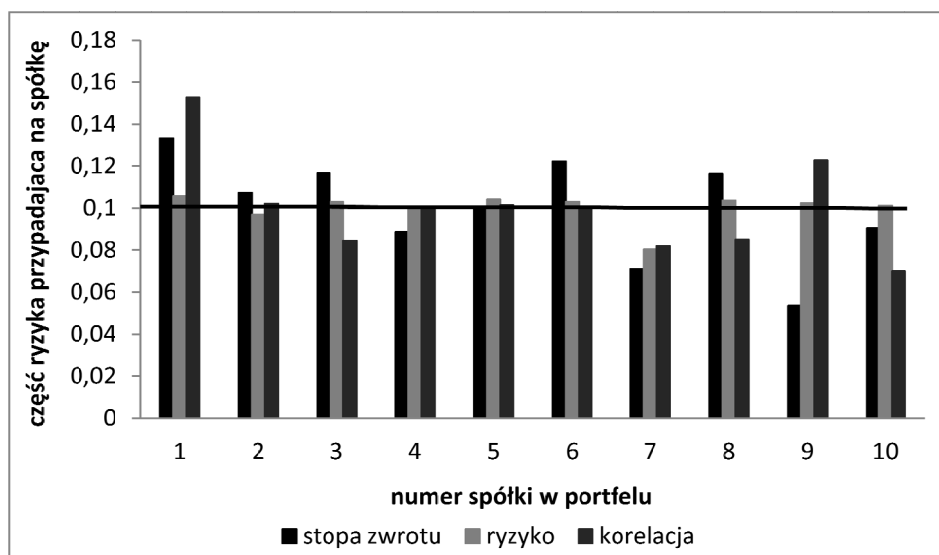
Tabela 1. Rzeczywiste stopy zysku półrocznych i kwartalnych portfeli o równym udziale ryzyka w dniach 5.01.2015 i 2.02.2015

Portfel	Stopa zysku portfela w dniu 5.01.2015			Stopa zysku portfela w dniu 2.02.2015		
	kryterium doboru spółek			kryterium doboru spółek		
	stopa zwrotu	ryzyko	wsp. korelacji	stopa zwrotu	ryzyko	wsp. korelacji
PP_10	0,9917	1,0039	1,0070	0,9739	1,0267	0,9954
PP_15	0,9876	1,0024	0,9974	0,9805	1,0145	0,9938
PP_20	0,9887	1,0003	0,9946	0,9537	1,0164	0,9826
PQ_10	1,0039	0,9992	1,0172	0,9692	1,0230	0,9637
PQ_15	1,0001	0,9983	0,9972	0,9600	1,0148	0,9623
PQ_20	0,9742	0,9758	0,9769	0,9873	0,9863	0,9684

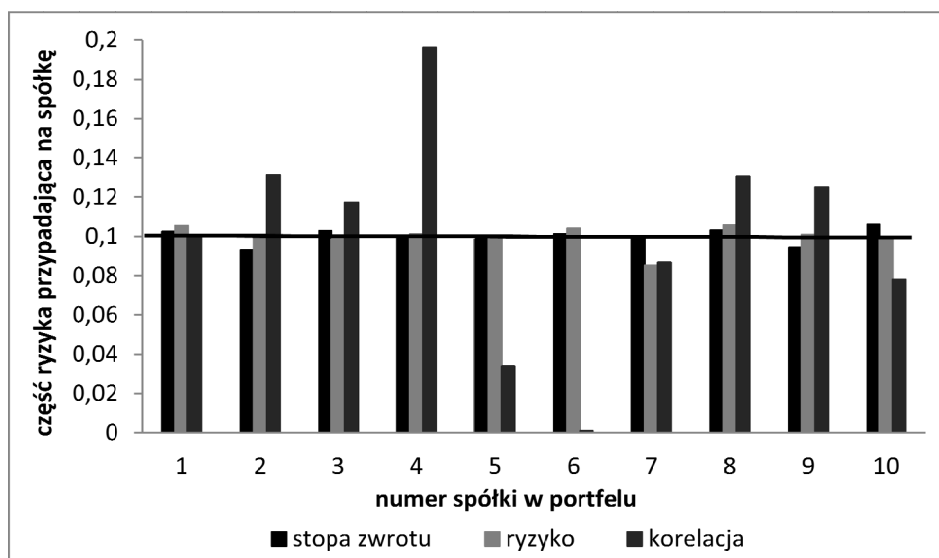
Na podstawie otrzymanych wyników możemy stwierdzić, że najlepszą strategią okazała się inwestycja w portfele półroczne, których składniki dobierane były na podstawie wartości odchylenia standardowego. Dla tych portfeli, bez względu na liczbę spółek, odnotowano zyski ze sprzedaży. W przypadku portfeli kwartalnych takiej zależności nie udało się ustalić. Stwierdzono jedynie, że portfele kwartalne o 20 składnikach, bez względu na sposób doboru spółek do portfela, to portfele przynoszące straty. Dla wszystkich portfeli kwartalnych o 20 składnikach otrzymano zyski mniejsze niż 1.

Porównując portfele półroczne z kwartalnymi dla określonej liczby spółek i danego kryterium doboru składników, stwierdzono, że w przeważającej części przypadków wyższymi stopami zysku cechowały się portfele półroczne.

Metoda wyznaczania portfeli parytetowych pozwala na uzyskanie jedynie w przybliżeniu równomiernego podziału ryzyka, dlatego w ostatniej części badań dokonano analizy otrzymanych portfeli parytetowych pod względem podziału ryzyka. Na rys. 7 przedstawiono podział ryzyka końcowych portfeli półrocznych złożonych z 10 spółek dobieranych na podstawie różnych kryteriów. Na rys. 8 natomiast została zaprezentowana podobna zależność, ale dla portfeli kwartalnych. Widać wyraźnie, że podział ryzyka najbliższy równomiernemu otrzymujemy w przypadku portfeli, których składniki dobierane były według wartości ryzyka. Podobne wnioski otrzymano dla portfeli o 15 i 20 składnikach.



Rys. 7. Podział ryzyka końcowych portfeli półrocznych składających się z 10 składników dobieranych za pomocą różnych kryteriów



Rys. 8. Podział ryzyka końcowych portfeli kwartalnych składających się z 10 składników dobieranych za pomocą różnych kryteriów

Podsumowanie

Reasumując, zaproponowana metoda wyznaczania wielookresowych portfeli o równym udziale ryzyka pozwala na wyznaczenie strategii inwestycyjnych lepszych pod względem wyników końcowych niż konstrukcja portfeli parytetowych dla przypadku jednookresowego. Jednookresowe portfele okazały się bardziej ryzykowne i mniej zyskowne niż odpowiadające im portfele, w których dokonywano zmian w odstępach półrocznych czy kwartalnych. Porównując wyniki otrzymane tylko dla portfeli kwartalnych i półrocznych, stwierdzono, że lepszym rozwiązaniem jest częstsza alokacja kapitału. Zarówno pod względem ryzyka, jak i stopy zwrotu, lepszymi okazały się portfele kwartalne. Natomiast ze względu na rzeczywiste stopy zysku, jakich należało się spodziewać po sprzedaży tych portfeli, lepsze wyniki otrzymano dla portfeli półrocznych.

Analiza wpływu kryterium na wyniki poszczególnych portfeli wykazała, że w przypadku portfeli półrocznych dobrym sposobem doboru spółek jest odchylenie standardowe. Natomiast dla portfeli kwartalnych w zależności od analizowanej charakterystyki, różne kryteria były tymi najlepszymi.

Planowane są dalsze badania nad wielookresowymi portfelami parytetowymi. W pierwszej kolejności zamierza się przeprowadzić analizy dla różnych grup danych, co pozwoli na sformułowanie bardziej ogólnych wniosków. Prze-

prowadzone zostaną również badania dotyczące częstotliwości dokonywania zmian w portfelu. W dalszej kolejności opracowane zostaną modele wyboru wielookresowych portfeli parytetowych, w których wykorzystane zostaną inne miary ryzyka niż odchylenie standardowe.

Literatura

- Braga M.D. (2012), *Risk Parity versus Other μ -Strategies: A Comparison in a Triple View*, Working Paper No. 8, Università della Valle d'Aosta.
- Cesarone F., Tardella F. (2014), *Equal Risk Bounding is Better than Risk Parity for Portfolio Selection*, „Advanced Risk & Portfolio Management” Research Paper Series 4, <http://ssrn.com/abstract=2412559>.
- Chaves D., Hsu J., Li F., Shakernia O. (2011), *Risk Parity Portfolio vs. Other Asset Allocation Heuristic Portfolios*, „The Journal of Investing”, 20(1), s. 108-118.
- Chaves D., Hsu J., Li F., Shakernia O. (2012), *Efficient Algorithms for Computing Risk Parity Portfolio Weights*, „The Journal of Investing”, 21(3), s. 150-163.
- Farshid A.M., Etula E. (2012), *Advancing Strategic Asset Allocation in a Multi-Factor World*, „The Journal of Portfolio Management”, Vol. 39, No. 1, s. 59-66.
- Gluzicka A. (2015) *Zależność rozkładu ryzyka portfela od kryterium wyboru spółek do portfela*, „Studia Ekonomiczne” (w druku).
- Lee W. (2011), *Risk-based Asset Allocation: A New Answer to an Old Question?*, „Journal of Portfolio Management”, 37(4), s. 11-28.
- Lohre H., Neugebauer U., Zimmer C. (2012), *Diversified Risk Parity Strategies for Equity Portfolio Selection*, „The Journal of Investing”, 21(3), s. 111-128.
- Maillard S., Roncalli T., Teiletche J. (2010), *The Properties of Equally Weighted Risk Contributions Portfolios*, „Journal of Portfolio Management”, Vol. 36, No. 4, s. 60-70.
- Meucci A. (2009), *Managing Diversification*, „Risk”, Vol. 22, No. 5, s. 74-79.
- Qian E. (2005), *Risk Parity Portfolios: Efficient Portfolios through True Diversification*, PanAgora Asset Management White Paper, <http://www.panagora.com/assets/PanAgora-Risk-Parity-Portfolios-Efficient-Portfolios-Through-True-Diversification.pdf>.
- Qian E. (2006), *On the Financial Interpretation of Risk Contributions Risk Budgets Do Add Up*, „Journal of Investment Management”, Vol. 4, No. 4.

MULTI-PERIOD EQUAL RISK CONTRIBUTION PORTFOLIO

Summary: In the recent years, in the process of planning investments we can observe that the rate of return of portfolio is not taken into account to select the optimal portfolio. Investors mainly focus on the investment risk. This approach gives a more effective

tive results, especially in the periods of rapid changes on the stock markets. Example of this approach is to use portfolios with equal risk contribution called also risk parity portfolios. In the paper, the model to construction the multi-period risk parity portfolios was presented. Proposed model were applied to the selected data from the Stock Exchange in Warsaw.

Keywords: equal risk contribution portfolios, risk parity portfolios, multi-period portfolios.