



Ewa Michalska

Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach
Wydział Informatyki i Komunikacji
Katedra Badań Operacyjnych
ewa.michalska@ue.katowice.pl

Renata Dudzińska-Baryła

Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach
Wydział Informatyki i Komunikacji
Katedra Badań Operacyjnych
renata.dudzinska-baryla@ue.katowice.pl

WSKAŹNIK OMEGA W OCENIE WARIANTÓW DECYZYJNYCH O ROZKŁADACH CIĄGLYCH NA PRZYKŁADZIE AKCJI NOTOWANYCH NA GPW W WARSZAWIE

Streszczenie: W porównywaniu akcji notowanych na giełdzie stosuje się najczęściej kryteria wykorzystujące wybrane parametry rozkładu, wyznaczone na podstawie danych historycznych przy założeniu dyskretnego rozkładu losowych stóp zwrotu. Miarą uwzględniającą pełną informację o rozkładzie jest wskaźnik omega. W artykule przedstawiono przykład zastosowania wskaźnika omega do oceny akcji przy założeniu ciągłego rozkładu stóp zwrotu. Celem pracy jest empiryczna weryfikacja zależności uporządkowania (względem wskaźnika omega) losowych wariantów decyzyjnych od przyjętego rozkładu.

Słowa kluczowe: funkcja omega, wskaźnik omega, rozkład ciągły, miara efektywności.

Wprowadzenie

Porównując akcje spółek notowanych na giełdzie, wykorzystuje się najczęściej kryteria uwzględniające jedynie wybrane parametry rozkładu, wyznaczone na podstawie danych historycznych, przy założeniu dyskretnego rozkładu losowych stóp zwrotu. Do kryteriów takich należą m.in. współczynnik zmienności oraz tradycyjne miary efektywności, jak np. wskaźnik Sharpe'a. Miarą zawierającą pełną informację o rozkładzie (włączając wyższe momenty) i niezależną od założeń dotyczących parametrów lub postaci funkcji użyteczności jest wskaźnik omega.

Celem artykułu jest empiryczna weryfikacja zależności uporządkowania (względem wskaźnika omega) losowych wariantów decyzyjnych w postaci akcji spółek indeksu WIG20 od przyjętego rozkładu.

1. Funkcja omega i wskaźnik omega

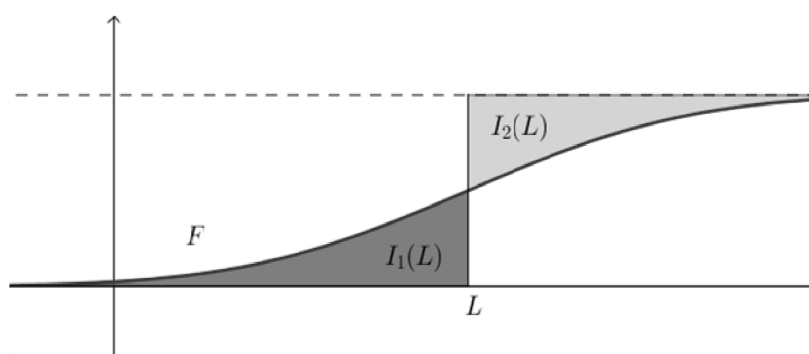
Poszukiwania miary efektywności uwzględniającej pełną informację o rozkładzie zmiennej losowej (np. losowej stopy zwrotu inwestycji) doprowadziły do zaproponowania przez Keatinga i Shadwicka w 2002 r. funkcji omega. Definiując jej postać, autorzy posługują się funkcją dystrybuanty, a nie jedynie wybranymi parametrami rozkładu. Konstrukcja funkcji omega umożliwia także uwzględnienie preferencji decydenta (inwestora), wyrażanych poprzez wartość progową L stanowiącą punkt referencyjny, względem którego wyniki inwestycji (wartości zmiennej losowej X) oceniane są jako pożądane (wartości większe od wartości progowej L) oraz wyniki niepożądane (wartości mniejsze od wartości progowej L) [Shadwick i Keating, 2002]. W ogólnej postaci funkcja omega jest ilorazem wartości oczekiwanych zysków i oczekiwanych strat wyznaczanych względem wartości L :

$$\Omega(L) = \frac{E(\max\{X - L, 0\})}{E(\max\{L - X, 0\})} \quad (1)$$

Dla ciągłej zmiennej losowej X o dystrybuancie F i skończonej wartości oczekiwanej, funkcja omega ma postać [Shadwick i Keating, 2002]:

$$\Omega(L) = \frac{\int_L^{+\infty} (1 - F(z)) dz}{\int_{-\infty}^L F(z) dz} = \frac{I_2(L)}{I_1(L)} \quad (2)$$

gdzie wartości I_2 oraz I_1 są polami powierzchni obszarów zaznaczonych na rys. 1.



Rys. 1. Interpretacja geometryczna funkcji omega

W szczególności dla skokowej zmiennej losowej X , przyjmującej wartości x_1, x_2, \dots, x_n z prawdopodobieństwami odpowiednio p_1, p_2, \dots, p_n , funkcja omega ma postać:

$$\Omega(L) = \frac{\sum_{i: x_i \geq L} (x_i - L)p_i}{\sum_{i: x_i < L} (L - x_i)p_i} \quad (3)$$

Wartość funkcji omega, obliczona dla ustalonej wartości progowej $L=L_0$ jest określana mianem wskaźnika omega (wskaźnika efektywności inwestycji). Jeżeli wskaźnik ten ma wartość większą od 1, oznacza to, że w przypadku ocenianej inwestycji, zyski przewyższają straty i wtedy inwestycja postrzegana jest jako efektywna.

Formułując zasadę preferencji opartą na wskaźniku omega, powiemy, że losowy wariant decyzyjny W_1 jest preferowany nad losowym wariantem decyzyjnym W_2 , co zapisujemy $W_1 \succ_{\Omega} W_2$ wtedy i tylko wtedy, gdy dla ustalonej wartości progowej L_0 zachodzi nierówność $\Omega_{W_1}(L_0) > \Omega_{W_2}(L_0)$. Wskaźnik omega znajduje także zastosowanie w porównywaniu wariantów decyzyjnych w warunkach niepełnej informacji liniowej (NIL) [Michalska, 2015].

2. Funkcja omega dla rozkładów ciągłych

Postać analityczna funkcji omega zależy od przyjętego rozkładu zmiennej losowej. W dalszej części artykułu przedstawiono postaci funkcji omega dla wybranych rozkładów ciągłych: rozkładu jednostajnego, rozkładu normalnego oraz normalnego odwrotnego rozkładu gaussowskiego (ang. *Normal Inverse Gaussian Distribution* – NIG).

Aby wyznaczyć analityczną postać funkcji omega dla założonego ciągłego rozkładu zmiennej losowej X o funkcji gęstości $f(X)$, wygodnie jest skorzystać ze znanej własności wartości oczekiwanej¹, na podstawie której otrzymujemy:

$$E(\max\{X - L, 0\}) = \int_L^{+\infty} (z - L)f(z) dz \quad (4)$$

¹ Wartość oczekiwana ciągłej zmiennej losowej X o funkcji gęstości prawdopodobieństwa $f(x)$ wyraża się wzorem $E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} z \cdot f(z) dz$. Jeżeli $Y = \varphi(X)$ jest funkcją mierzalną, to

$E(Y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(z) \cdot f(z) dz$ [Jakubowski i Sztencel, 2010].

$$E(\max\{L - X, 0\}) = \int_{-\infty}^0 (L - z)f(z) dz \quad (5)$$

Zależności (4) i (5) prowadzą do przedstawienia funkcji omega w postaci:

$$\Omega(L) = \frac{E(\max\{X - L, 0\})}{E(\max\{L - X, 0\})} = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} (z - L)f(z) dz}{\int_{-\infty}^L (L - z)f(z) dz} \quad (6)$$

Postać ta jest dobrym punktem wyjścia do wyznaczania zarówno postaci analitycznej funkcji omega, jak i wartości funkcji omega dla rozkładów ciągłych o zadanej funkcji gęstości.

Jeśli zmienna losowa X ma rozkład jednostajny charakteryzujący się funkcją gęstości

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x < a \\ \frac{1}{b-a} & a \leq x \leq b \\ 0 & x > b \end{cases} \quad (7)$$

wówczas funkcja omega dana jest wzorem:

$$\Omega(L) = \left(\frac{L-b}{L-a}\right)^2 \quad \text{dla } L \in (a, b) \quad (8)$$

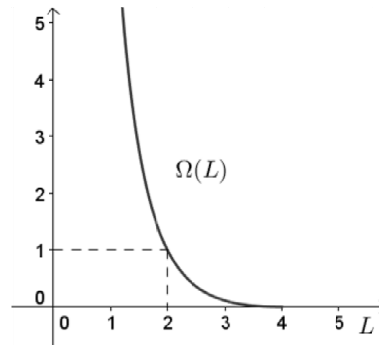
gdzie L oznacza zmieniającą się wartość progową. W pracy [Michalska i Kopańska-Bródka, 2015] autorki proponują także postać analityczną funkcji omega dla zmiennej losowej, będącej transformacją liniową zmiennej losowej o rozkładzie jednostajnym.

Na rys. 3 przedstawiono wykres funkcji omega dla szczególnego przypadku rozkładu jednostajnego, o funkcji gęstości

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ \frac{1}{4} & 0 \leq x \leq 4 \\ 0 & x > 4 \end{cases} \quad (9)$$

dla którego funkcja omega ma postać

$$\Omega(L) = \frac{L^2 - 8L + 16}{L^2} \quad \text{dla } L \in (0, 4) \quad (10)$$



Rys. 2. Wykres funkcji $\Omega(L)$ dla przyjętego rozkładu jednostajnego

Na wykresie widoczne są dwie podstawowe własności funkcji omega. Wartość funkcji omega dla wartości progowej równej wartości oczekiwanej $L_0=E(X)$ wynosi zawsze jeden, ponadto funkcja omega jest funkcją malejącą. Własności te dotyczą funkcji omega dla dowolnych rozkładów zarówno ciągłych, jak i skokowych.

Funkcja omega dla rozkładu normalnego $N(\mu, \sigma)$ charakteryzującego się funkcją gęstości

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right) \quad (11)$$

została wyprowadzona z zależności (6) w następujący sposób:

$$\begin{aligned} \Omega(L) &= \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} (z-L)f(z) dz}{\int_{-\infty}^{+\infty} (L-z)f(z) dz} = \frac{\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} (z-L) \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z-\mu}{\sigma}\right)^2\right) dz}{\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} (L-z) \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z-\mu}{\sigma}\right)^2\right) dz} = \\ &= \frac{\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} z \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z-\mu}{\sigma}\right)^2\right) dz - \frac{L}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z-\mu}{\sigma}\right)^2\right) dz}{\frac{L}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z-\mu}{\sigma}\right)^2\right) dz - \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} z \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z-\mu}{\sigma}\right)^2\right) dz} \end{aligned}$$

stosując podstawienie $u = \frac{z-\mu}{\sigma}$, skąd $dz = \sigma du$ otrzymujemy dalej:

$$\begin{aligned}
\Omega(L) &= \frac{\frac{\sigma}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{L-\mu}{\sigma}}^{+\infty} (u\sigma + \mu) \exp\left(-\frac{1}{2}u^2\right) du - \frac{L\sigma}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{L-\mu}{\sigma}}^{+\infty} \exp\left(-\frac{1}{2}u^2\right) du}{\frac{L-\mu}{\sigma}} = \\
&= \frac{\frac{L\sigma}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\frac{\sigma}{\sigma}} \exp\left(-\frac{1}{2}u^2\right) du - \frac{\sigma}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\frac{\sigma}{\sigma}} (u\sigma + \mu) \exp\left(-\frac{1}{2}u^2\right) du}{\frac{L-\mu}{\sigma}} = \\
&= \frac{\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{L-\mu}{\sigma}}^{+\infty} (u\sigma + \mu) \exp\left(-\frac{1}{2}u^2\right) du - \frac{L}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{L-\mu}{\sigma}}^{+\infty} \exp\left(-\frac{1}{2}u^2\right) du}{\frac{L-\mu}{\sigma}} = \\
&= \frac{\frac{L}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\frac{\sigma}{\sigma}} \exp\left(-\frac{1}{2}u^2\right) du - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\frac{\sigma}{\sigma}} (u\sigma + \mu) \exp\left(-\frac{1}{2}u^2\right) du}{\frac{L-\mu}{\sigma}} = \\
&= \frac{\frac{\mu-L}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{L-u}{\sigma}}^{+\infty} \exp\left(-\frac{1}{2}u^2\right) du + \frac{\sigma}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{L-u}{\sigma}}^{+\infty} u \exp\left(-\frac{1}{2}u^2\right) du}{\frac{L-\mu}{\sigma}} = \\
&= \frac{\frac{L-\mu}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\frac{\sigma}{\sigma}} \exp\left(-\frac{1}{2}u^2\right) du - \frac{\sigma}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\frac{\sigma}{\sigma}} u \exp\left(-\frac{1}{2}u^2\right) du}{\frac{L-\mu}{\sigma}} = \\
&= \frac{(\mu-L)\Phi\left(-\frac{L-\mu}{\sigma}\right) + \frac{\sigma}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{L-\mu}{\sigma}\right)^2\right)}{(L-\mu)\Phi\left(\frac{L-\mu}{\sigma}\right) + \frac{\sigma}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{L-\mu}{\sigma}\right)^2\right)}
\end{aligned}$$

co daje ostateczną postać funkcji omega:

$$\Omega(L) = \frac{(\mu-L)\Phi\left(-\frac{L-\mu}{\sigma}\right) + \frac{\sigma}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{L-\mu}{\sigma}\right)^2\right)}{(L-\mu)\Phi\left(\frac{L-\mu}{\sigma}\right) + \frac{\sigma}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{L-\mu}{\sigma}\right)^2\right)} \quad (12)$$

gdzie: Φ oznacza dystrybucję standaryzowanego rozkładu normalnego, μ – wartość oczekiwaną, σ – odchylenie standardowe, zaś L – zmieniającą się wartość progową.

Normalny odwrotny rozkład gaussowski (NIG) należy do klasy uogólnionych rozkładów hiperbolicznych. Funkcja gęstości zmiennej losowej o rozkładzie NIG($\alpha, \beta, \delta, \nu$) jest postaci:

$$f_{\text{NIG}}(x) = \frac{\alpha\delta K_1\left(\alpha\sqrt{\delta^2 + (x-\nu)^2}\right)}{\pi\sqrt{\delta^2 + (x-\nu)^2}} \exp\left[(\delta\sqrt{\alpha^2 - \beta^2}) + \beta(x-\nu)\right] \quad (13)$$

gdzie: α jest parametrem ciężkości ogonów, β – parametrem asymetrii, δ – parametrem skali, ν – parametrem położenia, a $K_1(\cdot)$ oznacza zmodyfikowaną funkcję Bessela drugiego rodzaju. Wyznaczenie analitycznej postaci funkcji omega dla założonego rozkładu NIG nie jest zadaniem prostym ze względu na skomplikowaną postać funkcji gęstości. W badaniach wykorzystamy zatem postać całkową funkcji omega:

$$\Omega(L) = \frac{E(\max\{X - L, 0\})}{E(\max\{L - X, 0\})} = \frac{\int_{L}^{+\infty} (z - L) f_{NIG}(z) dz}{\int_{-\infty}^{L} (L - z) f_{NIG}(z) dz} \quad (14)$$

Obliczanie na jej podstawie wartości funkcji omega dla ustalonych wartości progowych L_0 nie sprawia większych trudności, jeśli w obliczeniach posilkuje się oprogramowaniem matematycznym (np. programem Mathematica).

3. Zastosowanie wskaźnika omega w ocenie spółek indeksu WIG20

Dyskusje na temat typu rozkładu losowych stóp zwrotu akcji toczą się od lat. Badania przeprowadzone w ostatnim czasie przez Piaseckiego i Tomasik [2013] potwierdzają, iż empiryczny rozkład stopy zwrotu najlepiej jest aproksymować rozkładem NIG. W przypadku 93% badanych przez nich rozkładów stóp zwrotu spółek (w wyodrębnionych okresach hossy i bessy) nie stwierdzono podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej, mówiącej o tym, że rozkład stóp zwrotu jest rozkładem NIG. W niniejszym artykule przyjęto zatem rozkład NIG jako rozkład losowych stóp zwrotu akcji spółek indeksu WIG20, dla których na podstawie wskaźnika omega utworzono rankingi (w podokresach hossy i bessy). Dla porównania zbudowano także rankingi tych samych spółek utworzone przy założeniu rozkładu normalnego i dyskretnego losowych stóp zwrotu. Jako realizacje losowych stóp zwrotu przyjęto logarytmiczne dzienne stopy zwrotu R_t , obliczane na podstawie zależności

$$R_t = 100(\ln P_t - \ln P_{t-1}) \quad (15)$$

gdzie P_t oznacza cenę akcji w momencie t . Budując rankingi, w pierwszej kolejności wzięto pod uwagę jedynie te spółki indeksu WIG20 (według stanu na 27.02.2015), które były notowane na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie w całym badanym okresie – od 27.03.2000 do 27.02.2015, czyli spółki: ASSECOPOL, BZWBK, KGHM, MBANK, ORANGEPL, PEKAO, PKNORLEN. Ze względu na to, że typ rozkładu oraz parametry rozkładu mogą się zmieniać

w zależności od sytuacji panującej na giełdzie (hossa lub bessa), w badanym okresie 27.03.2000-27.02.2015 wyodrębniono następujące podokresy:

- bessa (b1) – 27.03.2000-3.10.2001 (381 sesji giełdowych),
- hossa (h1) – 4.10.2001-5.07.2007 (1444 sesje giełdowe),
- bessa (b2) – 6.07.2007-17.02.2009 (404 sesje giełdowe),
- hossa (h2) – 18.02.2009-6.04.2011 (540 sesji giełdowych),
- bessa (b3) – 7.04.2011-5.06.2012 (291 sesje giełdowe),
- hossa (h3) – 6.06.2012-27.02.2015 (698 sesji giełdowych).

Do oszacowania parametrów rozkładu NIG wykorzystano algorytm EM (Expectation-Maximization) [Karlis, 2002], który jest iteracyjną metodą znajdowania estymatorów (parametrów rozkładu) o największej wiarygodności. Początkowe wartości parametrów α , β , δ , ν zostały wyznaczone na podstawie zależności między momentami rozkładu NIG i jego parametrami. Przyjmując $\gamma = \sqrt{\alpha^2 - \beta^2}$ i oznaczając symbolami μ , σ^2 , γ_3 , γ_4 odpowiednio średnią, wariancję, skośność i kurtozę z próby, otrzymujemy:

$$\begin{aligned}\hat{\gamma} &= \frac{3}{\sigma\sqrt{3\gamma_4 - 5\gamma_3^2}} \\ \hat{\beta} &= \frac{\gamma_3\sigma\hat{\gamma}^2}{3} \\ \hat{\delta} &= \frac{\sigma^2\hat{\gamma}^3}{\hat{\beta}^2 + \hat{\gamma}^2} \\ \hat{\nu} &= \mu - \hat{\beta}\frac{\hat{\delta}}{\hat{\gamma}}\end{aligned}\quad (16)$$

Parametry rozkładu NIG dla stóp zwrotu wybranych spółek indeksu WIG20 dla okresów b1, h1, b2, h2, b3 i h3 zawierają tab. 1, 2 i 3. W okresie b1 nie oszacowano parametrów rozkładu NIG dla spółki ORANGEPL, ponieważ wartości skośności i kurtozy, uzyskane na podstawie próbki, uniemożliwiły określenie wartości początkowych parametrów za pomocą metody momentów.

Tabela 1. Parametry rozkładu NIG w okresach b1 i h1

Spółka	okres b1				okres h1			
	α	β	δ	ν	α	β	δ	ν
ASSECOPOL	0,5090	-0,0270	7,3523	-0,1994	0,2552	0,0234	1,8868	-0,0643
BZWBK	0,6900	0,0479	3,2304	-0,3099	0,5754	0,0416	2,4615	-0,0316
KGHM	0,6824	-0,1212	4,3468	0,4819	0,4846	-0,0383	3,0778	0,4127
MBANK	0,5039	-0,0275	2,5899	0,0083	0,4675	0,0030	1,9294	0,1076
ORANGEPL	-	-	-	-	0,6661	0,0633	2,7248	-0,2043
PEKAO	0,4826	-0,0056	2,0884	0,0452	0,8996	0,0805	3,4932	-0,2160
PKNORLEN	1,1073	0,0025	4,2129	-0,1320	0,9088	0,0660	3,1885	-0,1411

Źródło: Obliczenia własne.

Tabela 2. Parametry rozkładu NIG w okresach b2 i h2

Spółka	okres b2				okres h2			
	α	β	δ	ν	α	β	δ	ν
ASSECOPOL	0,3725	-0,0074	2,4335	-0,1387	0,7177	0,1344	2,2942	-0,3822
BZWBK	0,4271	-0,0135	4,0450	-0,2359	0,2073	0,0395	1,3854	-0,0442
KGHM	0,2214	-0,0364	3,1878	0,2236	0,5650	0,0638	4,1294	-0,1431
MBANK	0,2767	-0,0357	2,9028	-0,0395	0,3342	0,0530	2,6868	-0,2023
ORANGEPL	0,6167	0,0740	2,6069	-0,3852	0,6025	-0,0662	2,1121	0,2382
PEKAO	0,4087	-0,0416	4,4664	0,1269	0,4637	0,1093	2,6484	-0,4694
PKNORLEN	0,6367	-0,0410	5,0936	0,0612	0,6061	0,0473	3,3682	-0,0615

Źródło: Obliczenia własne.

Tabela 3. Parametry rozkładu NIG w okresach b3 i h3

Spółka	okres b3				okres h3			
	α	β	δ	ν	α	β	δ	ν
ASSECOPOL	0,4556	-0,0268	2,1749	0,0775	0,5482	0,0034	1,3964	0,0138
BZWBK	0,2217	-0,0018	0,3826	0,0070	0,4742	0,0237	1,2375	-0,0046
KGHM	0,3305	-0,0767	2,4997	0,4514	0,5560	-0,1090	2,1590	0,4255
MBANK	0,2826	-0,0127	1,6469	-0,0294	0,4903	0,0197	1,5643	0,0228
ORANGEPL	0,5462	-0,0364	1,4824	0,0544	0,2515	-0,0170	1,0495	-0,0019
PEKAO	0,4770	-0,0456	2,7103	0,1531	1,2991	-0,1635	3,1430	0,4510
PKNORLEN	0,5029	-0,0021	2,6821	-0,1897	0,7120	0,0173	2,4799	0,0183

Źródło: Obliczenia własne.

W następnym etapie badań, przyjmując rozkłady NIG logarytmicznych stóp zwrotu, wyznaczono wartości funkcji omega, przy czym próg L w każdym podokresie ustalono na poziomie wartości oczekiwanej logarytmicznych stóp zwrotu indeksu WIG20 (oznaczenie: $E(R_{WIG20})$). Wartości funkcji omega posłużyły do zbudowania rankingów badanych spółek. Aby zbadać, czy założenie dotyczące typu funkcji rozkładu wpływa na uporządkowanie spółek ze względu na wartość funkcji omega, oszacowano także parametry rozkładu normalnego logarytmicznych stóp zwrotu badanych spółek, a następnie określono uporządkowanie spółek względem wartości funkcji omega. Rankingi siedmiu spółek we wszystkich badanych podokresach przedstawiono w tab. 4-6, przy czym liczby od 1-7 oznaczają pozycje spółek w rankingu, a liczbę 1 przyporządkowano spółce o najwyższej wartości wskaźnika omega w danym podokresie.

Tabela 4. Rankingi spółek indeksu WIG20 w okresach b1 i h1

Spółka	b1		h1	
	$L_0 = E(R_{WIG20}) = -0,23731$		$L_0 = E(R_{WIG20}) = 0,09375$	
	NIG	NORM	NIG	NORM
l	2	3	4	5
ASSECOPOL	6	6	4	4
BZWBK	2	2	2	2
KGHM	5	5	1	1

cd. tabeli 4

<i>l</i>	2	3	4	5
MBANK	4	4	3	3
ORANGEPL	–	–	7	7
PEKAO	1	1	5	5
PKNORLEN	3	3	6	6

Źródło: Obliczenia własne.

Tabela 5. Rankingi spółek indeksu WIG20 w okresach b2 i h2

Spółka	b2		h2	
	$L_0 = E(R_{WIG20}) = -0,26249$		$L_0 = E(R_{WIG20}) = 0,14648$	
	NIG	NORM	NIG	NORM
ASSECOPOL	2	2	6	6
BZWBK	6	6	2	2
KGHM	4	4	1	1
MBANK	7	7	3	3
ORANGEPL	1	1	7	7
PEKAO	5	5	5	5
PKNORLEN	3	3	4	4

Źródło: Obliczenia własne.

Tabela 6. Rankingi spółek indeksu WIG20 w okresach b3 i h3

Spółka	b3		h3	
	$L_0 = E(R_{WIG20}) = -0,12425$		$L_0 = E(R_{WIG20}) = 0,02195$	
	NIG	NORM	NIG	NORM
ASSECOPOL	3	3	5	5
BZWBK	1	1	3	3
KGHM	6	6	6	6
MBANK	4	4	1	1
ORANGEPL	2	2	7	7
PEKAO	5	5	4	4
PKNORLEN	7	7	2	2

Źródło: Obliczenia własne.

Analiza pozycji spółek w rankingach we wszystkich podokresach ujawnia zaskakujący fakt, że uporządkowanie spółek jest takie samo zarówno przy założeniu rozkładu NIG, jak i rozkładu normalnego losowych stóp zwrotu. Nasuwa się zatem pytanie, czy taki sam wynik zostanie uzyskany przy założeniu rozkładu, który nie wymaga stosowania czasochłonnych procedur dla wyznaczenia wartości funkcji omega.

Spostrzeżenia te skłoniły autorki do głębszego przeanalizowania jednego z podokresów – h3, w którym większa liczba spółek indeksu WIG20 była notowana w całym podokresie. Dla 19 spółek (oprócz spółki ALIOR, która weszła na giełdę dopiero po 6.06.2012) w podokresie h3 oszacowano parametry rozkładu NIG (tab. 7) i parametry rozkładu normalnego.

Tabela 7. Parametry rozkładu NIG dla spółek indeksu WIG20 w okresie h3

Spółka	okres h3			
	α	β	δ	ν
ASSECOPOL	0,5482	0,0034	1,3964	0,0138
BOGDANKA	0,6282	-0,0221	1,5979	0,0299
BZWBK	0,4742	0,0237	1,2375	-0,0046
EUROCASH	0,4373	-0,0072	2,3624	0,0131
JSW	0,3772	0,0257	2,3918	-0,3694
KERNEL	0,3556	-0,0079	2,6808	-0,0236
KGHM	0,5560	-0,1090	2,1590	0,4255
LOTOS	0,7640	-0,0434	2,8470	0,1823
LPP	0,4296	0,0206	1,9205	0,0477
MBANK	0,4903	0,0197	1,5643	0,0228
ORANGEPL	0,2515	-0,0170	1,0495	-0,0019
PEKAO	1,2991	-0,1635	3,1430	0,4510
PGE	0,9460	-0,1115	2,7578	0,3498
PGNIG	0,7938	0,0376	2,5865	-0,0788
PKNORLEN	0,7120	0,0173	2,4799	0,0183
PKOBP	1,3837	-0,0673	2,6832	0,1371
PZU	0,7629	0,0197	1,5734	0,0353
SYNTHOS	0,5545	0,0103	2,1719	-0,0699
TAURONPE	0,8369	-0,1077	2,3440	0,3270

Źródło: Obliczenia własne.

Następnie, na podstawie wartości funkcji omega dla progu ustalonego na poziomie wartości oczekiwanej logarytmicznych stóp zwrotu indeksu WIG20 w podokresie h3, zakładając rozkład NIG, rozkład normalny (NORM) oraz dyskretny rozkład prawdopodobieństwa (DYS), zbudowano rankingi przedstawione w tab. 8 (kolumny 1-4). Okazuje się, że dla wszystkich przyjętych rozkładów uporządkowania spółek są identyczne.

W ostatnim etapie badań analizowany był wpływ wyboru wartości progowej L_0 na tworzone rankingi. W obliczeniach przyjęto dwa dodatkowe poziomy (wybrane *ad hoc*): $L_0=0$ oraz $L_0=3,4668$. Dla progu $L_0=0$ pozycje 17 spółek są identyczne, jak w rankingu dla $L_0=E(R_{WIG20})$, natomiast gdy wartość progowa znacznie wzrosła, zaobserwowano większe zmiany w uporządkowaniu spółek. Szczególną uwagę zwracają spółki, które diametralnie zmieniły swoje pozycje (np. JSW, KERNEL czy PZU). Zmiana wartości progowej wpłynęła także na różnicowanie pozycji spółek w rankingach względem przyjętego rozkładu prawdopodobieństwa.

Tabela 8. Rankingi spółek indeksu WIG20 w okresie h3, przy różnych poziomach L_0

Spółka	$L_0 = E(R_{WIG}) = 0,02195$			$L_0 = 0$			$L_0 = 3,4668$		
	NIG	NORM	DYS	NIG	NORM	DYS	NIG	NORM	DYS
ASSECOPOL	9	9	9	8	8	8	13	15	13
BOGDANKA	16	16	16	16	16	16	14	17	16
BZWBK	5	5	5	5	5	5	11	16	12
EUROCASH	14	14	14	14	14	14	3	3	3
JSW	19	19	19	19	19	19	2	2	2
KERNEL	17	17	17	17	17	17	1	1	1
KGHM	13	13	13	13	13	13	10	6	11
LOTOS	11	11	11	11	11	11	9	8	10
LPP	1	1	1	1	1	1	4	5	4
MBANK	3	3	3	3	3	3	7	11	8
ORANGEPL	18	18	18	18	18	18	5	4	6
PEKAO	6	6	6	6	6	6	18	14	18
PGE	10	10	10	10	10	10	15	12	14
PGNIG	7	7	7	7	7	7	12	10	9
PKNORLEN	4	4	4	4	4	4	8	9	7
PKOBP	12	12	12	12	12	12	19	19	19
PZU	2	2	2	2	2	2	17	18	17
SYNTHOS	15	15	15	15	15	15	6	7	5
TAURONPE	8	8	8	9	9	9	16	13	15

Źródło: Obliczenia własne.

Wyniki te wskazują na istnienie zależności pomiędzy przyjętym poziomem wartości progowej a pozycją spółki w rankingu.

Podsumowanie

Na podstawie przeprowadzonych analiz ustalono, że dla pewnych wartości progowych, bez względu na przyjęty rozkład, rankingi spółek są takie same oraz to, że istnieją wartości progowe, dla których obserwujemy znaczące zmiany w rankingach spółek (tworzonych na podstawie wskaźnika omega) w ramach danego podokresu dla różnych rozkładów. Obserwacje te wyznaczają kierunek dalszych badań, mających na celu wskazanie dla danego zbioru losowych wariantów decyzyjnych zakresu zmienności wartości progowych, dla których porządek w rankingu będzie niezależny od rozkładu. Wiedza taka znacząco uprości procedurę porównywania losowych wariantów decyzyjnych na podstawie wskaźnika omega, co w sposób istotny wpłynie na jej wykorzystanie w praktyce decyzyjnej.

Literatura

- Jakubowski J., Sztencel R. (2010), *Wstęp do teorii prawdopodobieństwa*, SCRIPT, Warszawa.
- Karlis D. (2002), *An EM Type Algorithm for Maximum Likelihood Estimation of the Normal-inverse Gaussian Distribution*, „Statistics & Probability Letters”, 57, s. 43-52.

- Michalska E. (2015), *Zastosowanie wskaźnika omega w podejmowaniu decyzji przy niepełnej informacji liniowej* [w:] J.B. Gajda, R. Jadczak (red.), *Badania Operacyjne. Przykłady zastosowań*, Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego, Łódź, s. 153-165.
- Michalska E., Kopańska-Bródka D. (2015), *The Omega Function for Continuous Distribution* [w:] D. Martinčík, J. Ircingová, P. Janeček (eds.), *Conference Proceedings, 33rd International Conference Mathematical Methods in Economics*, University of West Bohemia, Plzeň, s. 543-548.
- Piasecki K., Tomasiak E. (2013), *Rozkład stóp zwrotu z instrumentów polskiego rynku kapitałowego*, edu-Libri, Kraków-Warszawa.
- Shadwick W., Keating C. (2002), *A Universal Performance Measure*, „Journal of Performance Measurement”, 6 (3), s. 59-84.

**OMEGA RATIO IN THE EVALUATION OF DECISION ALTERNATIVES
WITH A CONTINUOUS PROBABILITY DISTRIBUTION ON THE EXAMPLE
OF SHARES QUOTED ON WARSAW STOCK EXCHANGE**

Summary: When comparing shares quoted on the stock exchange, investors the most often use the criteria which are based on selected parameters of the probability distribution. In such approach historical data are being used and a discrete probability distribution of random returns is assumed. The omega ratio is a measure which takes into account all the information about the probability distribution. In this paper we present the example of applying the omega ratio to the evaluation of shares assuming a continuous distribution of returns. The aim of this paper is to empirically verify the relationship between the order (according to the omega ratio) of random decision alternatives and the assumed probability distribution.

Keywords: omega function, omega ratio, continuous distribution, performance measure.