



Wojciech Rybicki

Wyższa Szkoła Oficerska Wojsk Lądowych
im. generała Tadeusza Kościuszki
Wydział Zarządzania
Zakład Nauk Podstawowych
wojciech.rybicki@wp.pl

DYSKONTOWANIE JAKO PRZEDMIOT BADAŃ INTERDYSCYPLINARNYCH: EKONOMII BEHAVIORALNEJ, ETYKI ORAZ TEORII ZRÓWNOWAŻONEGO ROZWOJU¹

Streszczenie: W artykule rozważa się implikacje postulatów etyczno-pragmatycznych w zakresie wyceny strumieni wielkości ekonomicznych. Imperatyw respektowania idei trwałości rozwoju społeczno-gospodarczego, z jednej strony, a z drugiej – bogata dokumentacja empiryczna zachowań podmiotów decyzyjnych (ewolucji wycen przyszłych zdarzeń – celów, odwracanie preferencji), prowadzą do podważenia paradygmatu zdyskontowanej użyteczności (Samuelsona–Bergsona). Uchylenie założenia stałości stopy dyskontowej (stacjonarnej niecierpliwości) skutkuje niezgodnością dynamiczną programów – taka jest „cena realizmu” w modelowaniu. Z kolei, implementacja dyskonta wykładniczego do modelu Dasgupty, Heala i Solowa (D–H–S) skutkuje paradoksalnymi konsekwencjami – pogwałceniem idei sprawiedliwości międzypokoleniowej. Odnotowuje się również interakcje biologii i ekonomii („naśladownictwo mechaniki ogólno-przyrodniczej” przez rzeczywistość ekonomiczno-społeczną).

Po części „eseistycznej” i krótkim przypomnieniu nieklasycznych formuł dyskontowania (hiperboliczne, quasi-geometryczne, CADI) przedstawiono się koncepcje dyskontowania log-normalnego i „nad-hiperbolicznego”. Podkreśla się następnie rolę agregacji w dyskontowaniu: agregacja indywidualnych czynników dyskontujących ma stwarzać „pomost” łączący ekonomię behawioralną (skala „mikro”), z problematyką społecznej, międzypokoleniowej stopy dyskontowej (skala „makro”). Jest to operacja

¹ Wstępna wersja artykułu została zaawizowana jako referat „problemowy” do sesji tematycznej „Nauki ekonomiczne: stylizowane fakty a wyzwania współczesności – Wzrost zrównoważony (trwały), inkluzja społeczna i jakość życia”, IX Kongresu Ekonomistów Polskich, który odbył w Warszawie w dniach 18-19 listopada 2013 r. Abstrakt, zatytułowany: „Rzecz o dyskontowaniu, czyli meandry ekonomii behawioralnej, etyki i teorii zrównoważonego (trwałego) rozwoju” znajduje się na stronie Kongresu [www 1].

uśredniania, determinująca pewny równoważnik (immanentnej) niepewności) wielkości „przyszłych” stóp procentowych (stochastyczne ujęcie scenariuszy rozwoju).

Słowa kluczowe: dyskontowanie, sprawiedliwość międzypokoleniowa, agregacja, społeczna stopa dyskontowa, rozwój zrównoważony.

Wprowadzenie

Naturalne i ściśle są związki idei trwałego rozwoju, dylematów natury etycznej oraz procesów ze sfery psychologii percepcji (zmian – w czasie – perspektywy postrzegania oraz „ważenia”) przyszłych zdarzeń czy celów, z filozofią i technikami wyceny tzw. projektów dalekookresowych („programów”). Od strony formalnej są to nieskończone ciągi „obiektów matematycznych” o zróżnicowanym stopniu ogólności. Odpowiadają one sekwencjom stanów (wielkości) o rozmaitej wykładni ekonomicznej – np. wektorom czynników determinujących procesy wzrostu (konsumpcja, inwestycje-oszczędności). Mogą to być także funkcje czasu ciągłego argumentu „czasowego”, procesy losowe. W ramach jednego z głównych nurtów badań zakłada się istnienie jednowymiarowych reprezentacji numerycznych tych wielkości (użyteczności chwilowych) oraz ich porównywalność w planie horyzontalnym (czasowym). Następnie poszukuje się formuł ewaluacji tych nieskończonych strumieni, spełniających postulaty paradygmatu „*sustainability*”: międzypokoleniowej sprawiedliwości i efektywności typu Pareto. Dylematy (fundamentalnej natury) pojawiają się już na etapie definicji, postulatów „pierwotnych” oraz interpretacji samej kategorii sprawiedliwości międzypokoleniowej.

Źródłem licznych (zasadniczych) problemów jest (znany) formalny wzajemny konflikt owych postulatów, a także jego implikacje dla metodyki dyskontowania. Pojawiają się bowiem kolejne „konflikty”. Zgodność czasową preferencji przekłada się na analityczną postać ich reprezentacji numerycznych – wykładnicze funkcje dyskontujące. Nie dostarczają one jednak adekwatnego opisu dynamiki procesu ewolucji preferencji. Innym ich defektem jest rażąca dyskryminacja znaczenia tzw. dalekiej przyszłości w stosunku do wyceny wielkości obecnych (nominalnie identycznych). Znamienne jest, iż kwestie te – o zgoła odmiennej „proweniencji i wymiarze” – znajdują wspólny mianownik w dyskontowaniu, co zasygnalizowali bardzo wyraźnie autorzy artykułu wprowadzającego do specjalnego wydania prestiżowego czasopisma „*Journal of Risk and Uncertainty*” (pod ich redakcją), pisząc: „Dylematy pojawiające się w dwóch obszarach rozwoju (nauki, ekonomii –WR) stymulują doskonalenie technik dyskontowania: (1) Ekstremalnie daleki horyzont czasowy problemów ekonomii środowiska (ostatnio bardzo eksponowanej) takich, jak zmiany klimatyczne, czy kwestie składowania odpadów

nuklearnych, w poważnym stopniu rzutują na metodykę wyceny kosztów i korzyści efektów (bieżących przedsięwzięć – WR) dla przyszłych generacji; sprawę dodatkowo komplikuje bardzo duży stopień nieoznaczoności (niepewności) w projekcji tych skutków – dobrobytu przyszłych pokoleń; 2) „Odkrycia w żywiolowo rozwijającej się ekonomii behawioralnej ukazały istotne odstępstwa faktycznych zachowań podmiotów od kanonów tzw. racjonalnego (ekonomicznie) działania w dziedzinie dokonywania wyborów w czasie, podważając w ten sposób podstawy ortodoksyjnego podejścia do dyskontowania” [Zeckhauser, Viscussi, 2008, s. 95].

W opozycji do dyskontowania wykładniczego pojawiły się – w ostatnim półwieczu – liczne propozycje funkcji (ciągów) dyskontujących, malejących do zera znacznie wolniej, charakteryzujące się zmienną stopą dyskontowania i tzw. malejącą niecierpliwością. Były to przede wszystkim funkcje hiperboliczne, dla których (poza potwierdzeniem empirycznym) znaleziono także umocowanie aksjomatyczne. Trzeba podkreślić, że właśnie uchylenie założenia stałości stopy dyskontowej (postulat zastąpienia stacjonarnej niecierpliwości odpowiednim parametrem – zmieniającym się odwrotnie proporcjonalnie do czasu) prowadzi do niezgodnego dynamicznie, lecz zgodnego z wieloma realnymi procesami (ewolucji preferencji – aż do „odwracania ich zwrotu”) dyskontowania typu hiperbolicznego. Techniki te będą krótko omówione w kolejnym punkcie pracy (dyskonto quasi-geometryczne, hiperboliczne sensu stricto, uogólnione hiperboliczne oraz niehiperboliczne, wzorowane na typologii postaw względem ryzyka). Zasygnalizuje się też własne propozycje (porównując je z „benchmarkami”): tzw. dyskontowanie log-normalne („pomiędzy hiperbolicznym a wykładniczym”) oraz dyskontowanie „progresywnie odwrotnie proporcjonalne” (lub zgrabniej gramatycznie, „nad-hyperboliczne”, czyli bardziej „przyjazne przyszłości” niż hiperboliczne!). Warto w tym miejscu podkreślić okoliczność, że próba implementacji dyskontowania eksponencjalnego do modelu Dasgupty–Heala–Solowa (D–H–S) [Dasgupta, Heal, Solow, 1974] (wzrostu gospodarczego w warunkach ograniczonych zasobów, spełniającego założenia „słabej trwałości”) prowadzi do paradoksalnych konsekwencji – w sferze dalekookresowej konsumpcji [por. także Asheim, 1996].

W dalszym ciągu pracy pokrótce będą przedstawione zagadnienia agregacji dyskontowania indywidualnych stóp (czynników, funkcjonałów dyskontujących). Jest to problem niezwyklej wagi: ogólna kwestia agregacji preferencji nie doczekała się dotychczas zadowalającego rozwiązania (począwszy od klasycznych negatywnych ustaleń K.J. Arrowa [1951] w tej materii). Szczególny problem agregacji, referowany w tej pracy, dotyczy powiązania piko-ekonomicznych zjawisk ze sfery ekonomii behawioralnej, problematyki „rynkowego dyskonta” oraz – ewentualnie – zagadnień struktury terminowej, z makroekonomią „stanowienia właściwej” stopy dyskontowej międzypokoleniowej (społecznej). Postawie-

nie takiego zadania może być traktowane jako próba poszukiwania wspólnej „technologii dla różnych światów”. Niezależnie od tego, agregacja pozwala na skwantyfikowanie i „ucywilizowanie” (do pewnego stopnia – arbitralne) niepewności, związanej z nieznanymi warunkami (stanu ekonomii) w odległej przyszłości, zmaterializowanej w (nieznanych w chwili obecnej) wielkościach przyszłych stóp dyskontowych (fakt ten zasygnalizowany jest w cytowanym poniżej fragmencie pracy Weitzmana – cyt. c)).

Dodajmy jeszcze krótką wzmiankę o formach występowania „elementów stochastycznych”: losowy charakter mogą mieć czasy (momenty) realizacji wycenianych zdarzeń, ich „kaliber”, wielkości stóp dyskontowych (stałych!), proces ewolucji stóp, wreszcie – czas trwania świata (ekonomii). W niniejszej pracy kwestie te nie będą omawiane, warto jednak zwrócić uwagę na nie-komutatywność operacji wyznaczania pewnego ekwiwalentu (także – wartości oczekiwanej) oraz dyskontowania. Rozbieżności w wynikach ewaluacji mogą być znaczące – w części przypadków „odpowiada za to” nierówność Jensena [por. Baucells, Sarin, 2007; Newell, Pizer, 2001].

1. Historia, podstawowe dylematy i paradoksy dyskontowania. Odniesienia do aktualnej literatury przedmiotu

W tytule bieżącego punktu celowo nie użyto terminu „prehistoria” – kwestie sprawiedliwości międzypokoleniowej i właściwej wyceny przyszłych zdarzeń sięgają czasów starożytnych, następnie zajmowali się nimi: św. Tomasz z Akwinu, J. Mill i J.S. Mill, wreszcie E. von Böhm-Bawerk. Autor omawiał te zagadnienia w kilku swoich wcześniejszych artykułach [Rybicki, 2010a, 2010b, 2011, 2012]. Rozważania będą ograniczone do okresu od przełomu wieków XIX i XX do przełomu XX i XXI w. Do wprowadzenia w „klimat” problematyki mogą (wydaje się) pomóc zamieszczone poniżej pięć cytatów z prac wybitnych uczonych tego okresu (filozofów, ekonomistów).

a) *The time of which a man exists cannot affect the value of his happiness from universal point... the interests of posterity must concern a Utilitarian as much as those of his contemporaries* [Czas, w którym człowiek żyje, nie może mieć wpływu na sposób wyceny jego pomyślności. Z uniwersalnej perspektywy przyszłość musi być przedmiotem zainteresowania utylitarysty w równej mierze co jego współczesność].

H. Sidgwick (1874)

b) [,...] *mocny, etyczny wymóg jednakowego traktowania wszystkich pokoleń, sam w sobie racjonalny, stoi w sprzeczności z równie mocnym, intuicyjnym przekonaniem, że niemoralne jest oczekiwanie nadmiernie wysokiej stopy oszczędności wobec jednego pokolenia czy wobec wszystkich kolejnych pokoleń...*

K.J. Arrow i in. (1996)

c) *While there is uncertainty about almost everything in the distant future, perhaps the most fundamental uncertainty of all concerns the discount rate itself* [Niepewnością obarczone jest prawie wszystko, co może się wydarzyć w odległej przyszłości, jednak wydaje się, że fundamentalne znaczenie ma niepewność dotycząca (wielkości – WR) samej (przyszłej – WR) stopy dyskontowej].

M.L. Weitzman (1998)

d) *The individual may die, but the nation lives on.* (proverb) [Jednostka może umrzeć, naród przeżyje (przysłowie)].

S.A. Marglin (1962)

e) *Jak porównać przyszły dobrobyt z dzisiejszą biedą....*

Z. Czerwiński (1992)

Powyższy wybór ma – w oczywisty sposób – charakter subiektywny. Cytały (wybitnych uczonych) można byłoby mnożyć – w pierwszej kolejności „do-rzucając”, często cytowaną, frazę F.P. Ramseya [1928] czy polemiczną, względem niej, późniejszą o 30 lat, konstrukcję T.C. Koopmansa [1960], lub fragmenty wywodów J. Rawlsa [1970]. Ale nawet ta skromna ilościowo reprezentacja może dać pogląd na podstawowe kwestie pojawiające się w tym kontekście: przestroga przed dyskryminacją przyszłych lub obecnie żyjących pokoleń (wynikająca ze stosowania takich lub innych technik dyskontowania), nieoznaczoność przyszłości – w szczególności „przyszłych” stóp dyskontowych, rozróżnienie między rolą indywidualnych strategii dyskontowania a ideą społecznej stopy dyskontowej; wreszcie – dylemat sygnalizowany w tytule eseju profesora Czerwińskiego [1992], dotyczący kształtu długookresowej polityki inwestycyjno-konsumpcyjnej.

Dwudziesty wiek przyniósł nowe jakości (wzbogacające arsenal „starych” pytań). Pojawiło się uświadomienie wyczerpywania zasobów, zaniku różnorodności i degradacji biologicznej świata – oraz akceleracji tych procesów. W kon-

sekwencji ujawnia się nowy wymiar (relatywizacja) pojęcia rzadkości, zanik dóbr wolnych sensu stricto. Sam problem oczywiście nie jest nowy, sięga prehistorii – a i obecnie można wspomnieć o praktykach gospodarowania Karenów czy Buszmenów, stanowiących przykłady naturalnego wcielania w życie idei *sustainability* oraz domyślnego, intuicyjnego dyskontowania przyszłych kosztów i korzyści [por. Graczyk, red., 2007]. W warstwie sformalizowanej dobrym modelem okazuje się być – także – sekwencja gier (pomiędzy kolejnymi „wcielaniem” lub między generacjami [Phelps, Pollak, 1968]). Pojawiająca się konieczność „myślenia horyzontalnego” prowadzi do nowego ujęcia zagadnień wyboru międzyokresowego – w nowej („*far distant*”) perspektywie. Godne podkreślenia jest też, że imperatyw międzypokoleniowej sprawiedliwości wynika już nie tylko z pobudek idealistycznych, lecz z bardzo pragmatycznego celu: przetrwania dla trwałości rozwoju. W modelach ekonomicznego darwinizmu mechanizmy zwiększające szansę zachowania gatunku traktuje się jako determinanty zachowań ekonomicznych [por. Hirshleifer, 1977; Robson, 2001] – stąd też pojawia się potrzeba rewizji filozofii wyceny i reguł dyskontowania w duchu „zazielenienia”. Nakładają się na to obserwacje wynikające ze studiów psychologii zachowań podmiotów – co doprowadziło (między innymi) do rozsadzenia klasycznego, samuelsonowskiego „paradygmatu stacjonarnej niecierpliwości”.

W tym kontekście należy wymienić co najmniej cztery nazwiska („muszkieterów – koryfeusz”) – z całą świadomością, iż jest to „minimum minimorum pocztu zasłużonych dla sprawy” – z minionego stulecia. Są to: F. Ramsey, P. Samuelson, T. Koopmans i R. Strotz. A oto ich „wizytówki”:

- A. Frank Plumpton Ramsey. Jego dzieło z 1928 r. „*The Mathematical Theory of Saving*” to pionierska praca z teorii wzrostu gospodarczego, w której autor jednoznacznie opowiada się za równym traktowaniem wszystkich, potencjalnie mogących zaistnieć generacji – „ideałem” byłaby zerowa stopa dyskontowa, czego jednak, *expressis verbis*, nie postuluje.
- B. Paul Samuelson. Ten uczony – „instytucja i szkoła naukowa w jednej osobie” – zaproponował (w słynnym, króciutkim artykule zamieszczonym w „*Review of Economic Studies* z 1937 r.) metodę wyceny strumieni poprzez dyskontowanie geometryczne. Paradygmat zdyskontowanej – wykładniczo – użyteczności (DU) zyskał rangę „kanonu racjonalności”, pomimo rezerwy (zarówno wobec traktowania tej metodologii w kategoriach normatywnych, jak i jej mocy objaśniającej) samego twórcy. Zaważyły na tym: elegancja i prostota matematyczna (jednoparametryczna synteza – egzogeniczna – wszystkich czynników kształtujących siłę dyskontowania, analogia do sprawdzonej filozofii wyceny „klasycznych” strumieni finansowych, adekwatność dla mode-

lowania wielu zjawisk charakteryzujących się stałością stopy dyskontowej (i stacjonarną niecierpliwością), wreszcie – okazało się, że jest to jedyna formuła dyskontowania, generująca zgodność (konsekwencję) preferencji czasowych. Funkcjonały DU mają ogólną postać

$$\sum d^t u(x_t), \quad \int e^{-\delta t} u(x_t). \quad (1)$$

Zarówno sumowanie, jak całkowanie w powyższych wyrażeniach (1) realizowane jest po indeksach dodatnich (liczbach naturalnych, półprostej dodatniej). Wartości tych funkcyjonałów reprezentują preferencje: strumień (x') jest preferowany w stosunku do ciągu (x''), gdy odpowiadająca mu wartość funkcyjonału jest większa, niż analogiczne wartości dla (x'').

- C. Tialling C. Koopmans. Ten laureat Nagrody Banku Szwecji im. A. Nobla w dziedzinie ekonomii podał w pracy z 1960 r. aksjomatyzację (w języku preporządków w przestrzeniach nieskończonych ciągów) „sankcjonującą” stacjonarne dyskontowanie Samuelsona (stałe czynniki dyskonta, miary niecierpliwości, preferencji czasowych).
- D. Robert Strotz. W artykule, opublikowanym w 1955 w „Review of Economic Studies”, wykazał nieadekwatność (do realiów – obserwacji) preferencji o stałej „stopie niecierpliwości”, sugerując jednocześnie ogólną postać funkcji dyskontującej. Były to pionierskie koncepcje w zakresie dyskonta hiperbolicznego.

Warto może, w tym miejscu, zwrócić uwagę na „pikantny splot wydarzeń naukowych” – znamienny dla rozwoju nauki poprzez następstwo paradygmatów w rozumieniu Th. Kuhna. Rewolucja naukowa wieszcząca schyłek paradygmatu i jego upadek, wyprzedziła o kilka lat formalizację (negowanego!) systemu. Praca Strotza [1955] ukazała się pięć lat przed **teoretycznym** traktatem Koopmansa [1960]. Poniżej przytoczony będzie jeden z przykładów (empirycznych), podanych przez R. Strotza – przykład ten przypomniano też w pracy [Rybicki, 2014], której obszernie fragmenty (przykłady ilustracyjne) wykorzystano też w dalszym ciągu tego punktu oraz części punktu 2.

Na początku roku kalendarzowego wielu ludzi planuje zachować określone środki finansowych na okolice Bożego Narodzenia. Jednak w miarę upływu czasu (w lecie) pojawia się okazja wydania części z nich na wakacje i wielu z nich decyduje o zmianie przeznaczenia tych pieniędzy. Następnie rozpoczyna się rok szkolny i znów ludzie zmieniają (co najmniej – modyfikują) pierwotne preferencje i wydają część pieniędzy na wyposażenie szkolne („wyprawka” oraz odzież). Tak więc stają się bardziej niecierpliwi niż w styczniu. Stopa niecierpliwości (stopa dyskonta) „kurczy się”, gdy czas do realizacji jest większy (w rozpatry-

wanym przypadku musimy „podążać za czasem wstecz”), jej zmienność skutkuje odwracaniem – przy naturalnym założeniu ciągłości tych zmian – w pewnym punkcie czasowym, zwrotu preferencji, co z kolei znajduje wyraz z hiperbolicznej (odwrotnie proporcjonalnej do czasu) funkcji dyskontującej.

Cały okres poszukiwań reguł wyceny i porównań projektów długookresowych można umownie podzielić na historię („okres przed Koopmansem i Strotzem”) i współczesność („okres po Koopmansie i Strotzu”). Obecnie można już mówić o okrzepnięciu i osiągnięciu dojrzałości tych badań. W dalszym ciągu, do (dosłownie) obecnych dni toczy się wielopłaszczyznowa dyskusja na temat dyskontowania, relacji między indywidualnymi a społecznymi stopami dyskontowymi, dyskontowania w warunkach niepewności oraz endogenizacji preferencji czasowych. Mamy tu do czynienia z przykładem współczesnej klasyki – nadal intensywnie rozwijanej. W ostatnich 35 latach ukazało się już sporo opracowań o charakterze monograficznym, w których kompleksowo omawia się znaczne obszary tematyczne, prezentując wymierne wyniki badań teoretycznych i empirycznych, a także – obszernie objaśnienia haseł w tematycznych opracowaniach „słownikowych”. Mogą o tym zaświadczyć m.in. prace wybrane z bibliografii tego artykułu [Sikora, Barry, eds., 1978; Parfit, 1984; Loewenstein, Elster, eds., 1992; Laslett, Fishkin, eds., 1992; Price, 1993; Portney, Weyant, eds., 1999; Atkinson, Dietz, Neumayer, 2006; Stern, ed., 2006; Roemer, Suzumura, eds. 2007; *Special Issue on Discounting Dilemmas*, 2008; Cowen, 2008; *Special Issue on Sustainability*, 2010].

Sens i istota dyskontowania hiperbolicznego ($h(t) = \frac{a}{b+t}$,) zawiera się w jego dwóch podstawowych własnościach analitycznych. Po pierwsze: wagi hiperboliczne przypisują znacznie większe znaczenie przyszłym wielkościom niż geometryczne $g(t) = d^t$. Po drugie: zmienne (malejące) są stopy dyskontowe – „chwilowe” wskaźniki typu ilorazowego. Ich behawioralna wykładnia zawiera się w alternatywnym określeniu: stopy niecierpliwości czasowej (analityczny zapis podany jest dalej, we wzorze (17)). Załóżmy, że stopa dyskontowa wynosi 10% (w skali roku). Wówczas zdyskontowana w sposób klasyczny wartość wynika równego nominalnie dzisiejszemu, po okresie 100 lat jest 14 000 razy mniejsza od wartości dzisiejszej. Dyskontowanie hiperboliczne o identycznej stopie początkowej (następnie – „programowo” malejącej) prowadzi do wyceny jedynie 11 razy „mniej ważnej” za 100 lat niż obecna [Harvey, 1995].

T. O’Donoghue i M. Rabin [1999] podają następujący przykład. Decydencki stojący na początku lutego przed wyborem wykonania nieprzyjemnego zadania, które ma im zająć 7 godzin (np. – wypełnienie PIT-u) 15 kwietnia, albo

takiego samego typu zadania przez 8 godzin 30 kwietnia, będą w większości preferowali pierwszy wariant. Natomiast, stojąc wobec tejże alternatywy tuż przed 15 kwietnia na ogół zmieniają swoje preferencje. Zakładając, milcząco, ciągłość (w czasie) owego „mentalnego” eksperymentu, dochodzi się ponadto do wniosku o istnieniu takiej chwili, w której podmiot decyzyjny jest indyferentny w stosunku do przedstawionych wariantów – hiperbole ich dyskonta się przecinają.

Jeszcze inny przykład, związany z elementem niepewności, który implikuje ewolucję w czasie – postawy decydenta wobec alternatywnych możliwości podają D. Dasgupta i E. Maskin [2005]. Załóżmy, że decydentowi proponuje się wybór pomiędzy małą (dodatnią) wypłatą relatywnie szybko („projekt P'' ”) a dużą wypłatą – relatywnie późno („projekt P''' ”). Załóżmy ponadto, że istnieje niewielkie (lecz – dodatnie) prawdopodobieństwo P lub P' będzie zrealizowany w pewnej chwili (t) wcześniejszej niż przewiduje regulamin wyjściowy. Można przyjąć, że podmiot decyzyjny będzie początkowo preferował P' (większa wypłata, a ponadto szansa na jej wcześniejszą realizację). W miarę upływu czasu prawdopodobieństwo wcześniejszej wypłaty zmniejsza się (o ile P' się nie realizuje). Pomimo że również szansa na „przedterminową” wypłatę P też maleje – atrakcyjność jej rośnie, bo prawie na pewno będzie zrealizowana przed P' i to już niebawem. Może to prowadzić do „odwrócenia” wyjściowych preferencji.

W tej samej pracy Dasgupta i Maskin [2005] podają przykład „dyskontowania instynktowego”. Kos decyduje się „zawisnąć” nad krzakami malin w oczekiwaniu na moment, kiedy dojrzeją. W międzyczasie maliny mogą jednak paść łupem stada wron, które „nie wybrzydząc”, zjedzą wszystkie owoce. Kos musi przeprowadzić na bieżąco rachunek kosztów i korzyści, dyskontując wartość (kaloryczną) owoców V w stosunku do zagrożenia przylotem wron: jego „naturalną” stopę dyskontową może być tzw. stopa hazardowa dla „procesu nalotów wron”, czyli (w chwili t), prawdopodobieństwo warunkowe przybycia wron w przedziale Δt czasowym ($t, t + \Delta t$) podzielone przez długość przedziału Δt . Tylko dla poissonowskiego procesu „odwiedziny przez wrony” ta stopa jest stała, co „upoważniałoby kosa” do dyskontowania wykładniczego wartości V , wyceniającego wartość obecną jako $e^{-rt} V$. Bardziej realistyczne wydaje się jednak rozważanie zmiennej (zależnej od czasu) stopy $r(t)$. Jej malenie (na przykład) może, po części, wiązać się kosztami alternatywnymi (zmęczenie organizmu). Tak więc instynkt może w pewnej chwili zmusić (niekształconego w teorii dyskontowania) kosa do odlotu.

Założmy teraz, że subiektywny dobrobyt generacji t (w_t) zależy od poziomu jej własnej „użyteczności statusu” (u_t), oraz w pewnym stopniu od subiektywnego (odczucia) dobrobytu przez jej bezpośrednich potomków

$$w_t = u_t + bw_{t+1} \quad 0 < b < 1 \quad (2)$$

łatwo zauważyć, że powyższa rekurencja prowadzi do określenia *explicite* poziomu dobrobytu

$$w_t = \sum_{s=t}^{\infty} b^{s-t} u_s. \quad (3)$$

Jest to formuła zdyskontowanej utylitarystycznej wyceny (o której będzie mowa w następnym punkcie), która w oczywisty sposób zaniża znaczenie użyteczności przyszłych pokoleń, w stosunku do wartości obecnej – wbrew altruistycznej (w sensie „dynastycznym”) intencji, sformalizowanej warunkiem (2) [Asheim, 1996].

2. Preferencje etyczne i formuły dyskontowe

Rozważmy przestrzeń ciągów (strumieni) rzeczywistych (lub wektorowych) oraz funkcji użyteczności chwilowych

$$X = \{x\}, \quad x = \{x_t, t \in T\}, \quad U = \{u\}, \quad u = \{u_t, t \in T\}. \quad (4)$$

W tradycji utylitarnej funkcjonały wyceny takich strumieni mające postać addytywną:

$$\begin{aligned} U &= \sum u_t, \quad (U = \sum u_g), \\ U(x) &= \sum u_t(x_t), \quad U(x) = \sum d(t)u_t(x_t) \end{aligned} \quad (5)$$

Jeśli przyjąć, że wszystkie funkcje użyteczności chwilowych mają identyczną postać, otrzymuje się funkcjonał:

$$U(x) = \sum_{t=0}^{\infty} (1 + \rho)^{-t} u(x_t) \quad (\text{DU}). \quad (6)$$

Wyrażenie (6) określa tak zwaną zdyskontowaną sumę użyteczności (*discounted utility* – DU). Parametr ρ jest (stałą) stopą preferencji czasowych (niecierpliwości), $d(t) = (1 + \rho)^{-t}$ – funkcją dyskontującą (czynnikiem dyskontującym). W opinii F.P. Ramseya stała stopa $\rho > 0$ jest niedopuszczalne etycznie. Rosnąca, wklęsła funkcja rzeczywista u jest użytecznością („chwilową”). Funkcjonał wyceny (U) stanowi narzędzie porównań planów wielookresowych (wy-

znacza preferencje – liniowe – w przestrzeni przeliczalnych strumieni) i determinuje wybór planu konsumpcyjnego (optymalizacja)

Definicja 1

Relacja preferencji w przestrzeni ograniczonych nieujemnych ciągów rzeczywistych l_+^∞ nazywa się międzypokoleniowo skończenie bezstronna, jeśli \forall permutacji $\pi_f : l_+^\infty \rightarrow l_+^\infty$ niezmienniczej dla prawie wszystkich współrzędnych

$$\forall x, y \in l_+^\infty \quad x \succeq y \Leftrightarrow \pi_f(x) \succeq \pi_f(y). \quad (7)$$

Definicja 2

Relacja preferencji nazywa się słabo monotoniczna (paretowska, efektywna), jeśli zachodzi:

$$(\forall t \in \mathbf{N} \ x_t > y_t) \Leftrightarrow x \succ y. \quad (8)$$

Definicja 3 [Asheim, 1996]

Relację preferencji spełniającą postulaty międzypokoleniowej skończonej bezstronności oraz efektywności nazywa się preferencjami etycznymi (termin wprowadził w 1955 r. J. Harsanyi – w opozycji do: „subjective” – w kontekście porównań interpersonalnych)

Przypomnijmy, że proces prowadzący do podważenia paradygmatu Samuelsona – w ekonomii, lecz **na gruncie empirycznym** – rozpoczął R. Strotz [1955]. W obszarze psychologii i biologii, równoległe – w czasie – również odnotowywane były tzw. anomalie i niekonsekwencje (w stosunku do „normatywnych, racjonalnych” zachowań w procesach wieloetapowych; [Herrnstein, 1961; Rachlin, Green, 1972; Ainslie, 1974, Mazur, 1987]). **Umocowanie teoretyczne** w kontekście ekonomicznym wraz z wyprowadzeniem efektywnej formuły dyskontowania, tzw. quasi-geometrycznej (quasi-hiperbolicznej), podano w słynnej pracy stanowiącej niejako formalną kontynuację dyskursu ze Strotzem. Po 13 latach, w tym samym periodyku naukowym (“Review of Economic Studies”) E. Phelps i R. Pollak zamieścili artykuł *On Second-Best National Saving and Game-Equilibrium Growth* [1968]. Quasi-geometryczny funkcjonal wyceny (pierwotnie dyskонтującej funkcji hiperbolicznej – w czasie dyskretnym) charakteryzuje się tym, że różnica w stopie niecierpliwości czasowej występuje tylko pomiędzy pierwszym etapem a wszystkimi pozostałymi, co prowadzi do niezgodności dynamicznej programów. „Za to” – bardzo prosto ją formalizuje.

$$d(t) = \begin{cases} 1 & \text{dla } t = 0 \\ \beta\delta^t & \text{dla } t > 0, \quad (\beta \in (0;1)) \end{cases} \quad (9)$$

Rozważmy teraz (za Harveyem [1995]) model, w którym występują ciągi par („wynik, czas”)

$$(\mathbf{x}, \mathbf{t}) = ((x_0, t_0), (x_1, t_1) \dots), \quad x_i \in R^n, \quad t_i \in R_+, \quad (10)$$

oraz reguła dyskontowania:

$$W(\mathbf{x}, \mathbf{t}) = \sum_{t=0}^{\infty} d(t)u(x_t); \quad (\text{standardowe założenia o funkcji } u). \quad (11)$$

Powyższy międzypokoleniowy funkcjonal społeczno dobrobytu (W) generuje preferencje na zbiorze par strumieni, przy czym rozmaite postulaty odnośnie do własności funkcji d , odpowiadają własnościom subiektywnych postaw (decydenta): „niecierpliwości”, „cierpliwości” oraz „altruizmowi względem potomnych”. Szczególny przypadek stanowią wspomniane już, klasyczne preferencje samuelsonowskie – **stacjonarne**: $d(t) = d^t$, (wersja ciągła $d(t) = e^{-\delta t}$). Mamy tu do czynienia ze **stałym** współczynnikiem niecierpliwości $d(\delta)$. Fakt, że są to **jedyne** funkcje dyskontujące, gwarantujące **zgodność czasową** („dynamiczną”) preferencji, jest bezpośrednią konsekwencją własności funkcji wykładniczych („geometrycznych”)

$$t, s \in (0, \infty) \Rightarrow d^t \cdot d^s = d^{t+s}, \quad e^{-\delta t} \cdot e^{-\delta s} = e^{-\delta(s+t)}. \quad (12)$$

„Siła dyskontowania” zależy tylko od długości przedziału $\langle t, s \rangle$, a nie od jego „położenia” na osi czasu (ogólniejszy warunek stanowi, jak wiadomo, zasada zgodności procesów akumulacji kapitału). Warunek stacjonarności, w oryginalnym języku preferencji w przestrzeni (Harveya) ciągów par: („stany, czasy”) przyjmuje postać:

$$(\mathbf{x}, \mathbf{t}) \sim (\mathbf{y}, \mathbf{t}) \Rightarrow (\mathbf{x}, \mathbf{t} + h) \sim (\mathbf{y}, \mathbf{t} + h). \quad \forall h > 0. \quad (13)$$

Ch. Harvey [1995] rozważał także m.in. własność (postulat) tak zwanej względnej czasowej neutralności

$$\begin{aligned} \exists b > 0 : (\mathbf{x}, s) \sim (\mathbf{y}, t) &\Rightarrow \forall m > 0 \\ (\mathbf{x}, s + m(b + s)) &\sim (\mathbf{y}, t + m(b + t)). \end{aligned} \quad (14)$$

Warunek analityczny, który wyprowadził z tego postulatu, cytowany autor (na funkcję dyskontującą) ma postać:

$$d(t) = \left(\frac{b}{b+t} \right)^r; \quad b > 0, \quad -\infty < r < \infty. \quad (15)$$

Łatwo zauważyć, że $\forall r > 0$ $d(t)$ dyskontuje znacznie wolniej niż wykładniczo.

Szczególny przypadek względnej neutralności czasowej stanowi „**proporcjonalne traktowanie**” czasu [Harvey, 1995]. Można uważać wręcz, że idea ta wyznacza aksjomatyczny „fundament formalny” dla dyskontowania hiperbolicznego.

$$\begin{aligned} \forall x, y > 0, \quad \forall s_0, t_0 & \quad (16) \\ (x, s_0) \sim (y, t_0), \quad \Delta s > 0, \quad \Delta t > 0, \quad \Delta t / \Delta s = y / x \\ \Rightarrow (x, s_0 + \Delta s) \sim (y, t_0 + \Delta t). \end{aligned}$$

W pracy Harveya [1995] pokazano, że z powyższych postulatów wynika następująca postać funkcji dyskontującej

$$d(t) = \frac{b}{b+t}.$$

Na przykładzie tej – najprostszej – hiperbolicznej funkcji dyskontującej, łatwo stwierdza się własność malenia stopy dyskontowej (stopy niecierpliwości czasowej) – zmienności ilorazów (jako funkcji czasu)

$$\frac{d(t+1)}{d(t)} \quad (\text{lub} \quad \frac{d'(t)}{d(t)}). \quad (17)$$

Z kolei, dla uogólnionego dyskontowania hiperbolicznego, aksjomatykę sformułował Prelec nieco wcześniej (w pracy [1989]), Loewenstein i Prelec (inaczej, w [1992]), a także Laibson [1997] (uproszczona konstrukcja). Rzeczony uogólnione dyskontowanie hiperboliczne [Loewenstein, Prelec, 1992; Laibson, 1997], wyraża się wzorami

$$\begin{aligned} d(t) &= (1 + \mu t)^{-\gamma/\delta}; \quad \delta, \mu, \gamma > 0. \\ d(t) &= (1 + \mu t)^{-\gamma}; \quad \gamma > 0. \end{aligned} \quad (18)$$

W pracy [Bleichrodt, Rohde, Wakker, 2009] rozważa się inną koncepcję modelowania postaw wobec czasu (oraz postaci czynnika dyskontującego $d(t)$) – różnej od hiperbolicznej i quasi-hyperbolicznej. Autorzy wprowadzają pojęcia

tw. stacjonarnej, malejącej oraz rosnącej niecierpliwości – ściśle nawiązujące do klasycznej klasyfikacji postaw względem ryzyka à la Arrow–Pratt [Arrow, 1971; Pratt, 1964]. Pewne analogie w procesach podejmowania decyzji w warunkach ryzyk (ogólniej – niepewności) oraz zagadnień (ewaluacji) wyboru międzyokresowego, dostrzeżono już znacznie wcześniej (niektóre prace wskazano w bibliografii artykułu [Rybicki, 2010a]). W pierwszej kolejności wchodzi tu porównywanie stopnia wypukłości i wskaźniki wzorowane na „logarytmicznej wypukłości (wklęsłości)” miar awersji do ryzyka Arrowa–Prata. Już „zwykła” wypukłość malejącej funkcji dyskontującej, $f(t)$ informuje o silniejszym dyskontowaniu w okresach bliższych „teraźniejszości” niż w dalszej przyszłości. Inną możliwością jest badanie zachowania chwilowych stóp dyskontowych postaci: $-\frac{f'(t)}{f(t)}$ (czas ciągły) i porównywanie malenia tych funkcji (pojawiają się

tu klasy równoważności funkcji o tym samym stopniu niestacjonarności); podobnie – można wykorzystać porównywanie stopnia wypukłości logarytmów funkcji dyskonta. Prelec [2004] wprowadza tzw. funkcję niecierpliwości, mającą postać (dla czasu ciągłego)

$$g(t) = \begin{cases} \frac{f'(t)}{f'(0)} & t > 0 \\ 1 & t = 0 \end{cases}$$

i zauważa zależność $g(t) \leq f(t)$ przy czym równość tych funkcji ma miejsce tylko w przypadku stacjonarnej (wykładniczej) formuły dyskontowej f . Bleichrodt, Rohde i Wakker [2009] skupiają uwagę na podklasach tzw. stałej bezwzględnej oraz stałej względnej malejącej niecierpliwości (np. *constans absolute decreasing impatience*, CADI; analogicznie – CRDI), znajdujących potwierdzenie (i sugestywną interpretację) w laboratoryjnych studiach zachowań podmiotów (kwestię tę sygnalizowano już w pracach [Rybicki, 2011; Rybicki, 2012]). Własność CADI definiują oni oddzielnie dla preferencji oraz dla funkcji dyskontującej. Podstawowym wynikiem cytowanej pracy jest wykazanie równoważności tych określeń, przy czym, postać czynnika dyskontującego typu CADI jest podana explicite.

Definicja [Bleichrodt, Rohde, Wakker, 2009]

Funkcja dyskontująca d należy do klasy CADI, jeśli istnieją stałe $r > 0$ oraz c (oraz stała normująca $k > 0$), takie że:

$$(\alpha) \text{ dla } c > 0 \quad d(t) = ke^{re^{-ct}}$$

$$(\beta) \text{ dla } c = 0 \quad d(t) = ke^{-rt} \quad (19)$$

$$(\gamma) \text{ dla } c < 0 \quad d(t) = ke^{-re^{-ct}}.$$

Bleichrodt, Rohde, Wakker [2009] definiują też dwa wskaźniki niecierpliwości (o charakterze absolutnym oraz relatywnym, odpowiednio). Są to „miary różniczkowe”

$$\gamma(t) = -\frac{[\ln \varphi(t)]''}{[\ln \varphi(t)]'} \quad \text{oraz} \quad (20)$$

$$\delta(t) = t \cdot \gamma(t).$$

Naszkiujemy teraz koncepcję dyskontowania log-normalnego i nadhiperbolicznego. W najprostszym ujęciu funkcja dyskontująca na wówczas postać

$$f(t) = \frac{1}{t} e^{-\frac{(\ln t)^2}{2}}; \quad t > 0. \quad (21)$$

Rozważmy najpierw przypadek czasu dyskretnego, przy czym „ t ” jest co najmniej równe jedynce (zastrzeżenie to wygodnie jest przyjąć także w przypadku czasu ciągłego – przy odpowiednim przeskalowaniu osi czasu staje się „nie-szkodliwe”, a pozwala uniknąć kłopotów z interpretacją nieregularności w zachowaniu czynnika w otoczeniu zera). Stopę niecierpliwości można wówczas charakteryzować wielkościami ilorazów, które jak łatwo pokazać maleją wraz ze wzrostem „argumentu czasowego”, symbolicznie:

$$\frac{f(t+1) - f(t)}{f(t)} \downarrow t. \quad (22)$$

Podobnie zachowują się „wskaźniki niecierpliwości” dla czasu ciągłego (wzorowane na formułach Pereca, przytoczonych powyżej) – są one również malejącymi funkcjami czasu

$$\frac{f'(t)}{f(t)} \downarrow t, \quad \frac{f'(t)}{f'(0)} \downarrow t. \quad (23)$$

W zapisach relacji (22) i (23) celowo posłużono się (skrótową, sugestywną) „notacją strzałkową”. Należy jednak podkreślić, że informują one jedynie o maleniu odpowiednich funkcji czasu („ t ”) i nie interpretować ich jako relacji gra-

nicznych. Wydaje się jednak, że nie jest trudno zbadać (przynajmniej w rozważanym przypadku) ich asymptotykę (monotoniczną zbieżność do zera) – w tej pracy tego nie uczyniono. „Kropka nad i” postawiona będzie niebawem.

Kluczową rolę w prezentowanej propozycji pełni oszacowanie (podwójna nierówność – dla „dużych t ”), informujące o „pośrednim usytuowaniu” funkcji dyskontującej (log-normalnej): między czynnikami typu wykładniczego (funkcja „ w ”) a czynnikami hiperbolicznymi (funkcja „ h ”):

$$w(t) < f(t) < h(t), \text{ dla } t > 1 \quad (24)$$

$$e^{-\delta t} < \frac{1}{t} e^{-\frac{(\log t)^2}{2}} < \frac{1}{t}; t > 1. \quad (25)$$

Właśnie ta własność może pełnić (również) rolę „argumentu legitymizującego” sformułowaną propozycję – konstrukcję. Stopa dyskontowa określona jest tu niejawnie – poprzez czynnik dyskontujący. Praktykę analogiczną – w nieco innym kontekście – zastosował M. Weitzman [1998], „żonglując” na zmianę tymi wskaźnikami (odpowiedni cytat z jego pracy przytoczony będzie w kolejnym punkcie – dotyczącym agregacji stóp i czynników dyskontowych). Warto także podkreślić, że rozkład log-normalny znany jest w stochastycznej matematyce finansowej. Stosuje się go z powodzeniem m.in. jako rozkład krótkoterminowej stopy procentowej w modelach struktury terminowej [Black, Karasiński, 1991]. Wystąpi również poniżej – w kontekście konstrukcji „społecznych” agregatów indywidualnych stóp i czynników dyskontujących [Reinschmidt, 2001; Nocetti, Jouini i Napp, 2005].

Kolejną propozycję (formy dyskontowania – postaci funkcyjnej czynnika dyskontującego) stanowi rodzina funkcji które można by było objąć wspólną nazwą: nadhiperboliczne lub progresywnie odwrotnie proporcjonalne. Jak zobaczymy poniżej, są one (jeszcze!) bardziej „przyjazne przyszłości”, niż hiperboliczne. A oto ogólna postać takiej funkcji („ g ”): jest to iloczyn funkcji hiperbolicznej i czynnika (funkcji $\varphi(t) \geq 1, t > 0$ o wartościach dodatnich), większego od jedności i dążącego do nieskończoności (wraz ze zmienną czasową t). Zabieg ten powoduje, oczywiście, zwiększenie wartości czynnika dyskontującego w stosunku do hiperbolicznego oryginału. Można wskazać prostą („naturalną”) rodzinę takich funkcji (funkcje potęgowe), dla których „iloczynowe funkcje dyskontujące” dążą, wraz z czasem, do zera, oczywiście – wolniej niż wyjściowe hiperboliczne.

$$g(t) = \frac{a}{b+t} \cdot \varphi(t), \quad g(t) = h(t) \cdot \varphi(t) \quad (26)$$

$$\varphi(t) = t^q, \quad 0 < q < 1, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \varphi(t) = +\infty, \quad (27)$$

$$\varphi(t) \geq 1, \quad t > 0 \quad (28)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} h(t) \cdot \varphi(t) = 0. \quad (29)$$

Dowody zależności ((23), (25), (29)) są proste (choć, nietrywialne) – będą w tej pracy pominięte. Należy jeszcze dodać, że zbieżność w relacji (29) jest monotoniczna.

3. Problemy agregacji indywidualnych stóp (i czynników) dyskontowych – konstrukcja społecznej stopy dyskontowej

U źródeł samej idei dyskontowania tkwi m.in. kwestia „nieoznaczoności przyszłości”. Dokładniej: nie są znane w chwili obecnej kluczowe parametry, opisujące stan ekonomii w odległych punktach osi czasowej, a wśród nich – wielkości stóp dyskontowych w tych okresach. Istotny problem (ściśle związany z powyższym) stanowi też zjawisko znacznego zróżnicowania subiektywnych wycen (stałej) stopy, która – zdaniem różnych opiniodawców – „powinna być” stosowana w rachunku korzyści i strat tzw. projektów dalekookresowych. Znaczny stopień heterogeniczności tych opinii zwiększa też trudności w oszacowaniu ich „wypadkowej” – społecznej stopy dyskontowej. Już samo zadanie zdefiniowania zagregowanych preferencji czasowych wirtualnego podmiotu reprezentatywnego lub hipotetycznego, neutralnego, racjonalnego obserwatora („Wise Neutral Observer” lub „World Nations Official” – WNO – jak nieco żartobliwie ujął to M. Weitzman [1998]) nastęrcza kłopoty pojęciowe i techniczne. Zarówno zróżnicowanie subiektywnych szacunków wysokości stóp, jak i nieokreśloność przyszłych ich wartości „wymuszają” poszukiwanie klucza do „rozsądnej i rzetelnej” agregacji (obserwowalnych lub deklarowanych) indywidualnych technik wyceny.

W modelu Weitzmana [1998] rozważa się n możliwych scenariuszy (rozwoju rzeczywistości ekonomicznej), numerowanych liczbami $j = 1, 2, \dots, n$. W związku z tym pojawia się n stóp dyskontowych – funkcji czasu

$$r_j(t) \quad (j = 1, \dots, n). \quad (30)$$

Zakłada się, że znane (lub – wiarygodnie wyestymowane) są prawdopodobieństwa ich realizacji: odpowiednio

$$p_j > 0 \quad (j = 1, \dots, n); \quad \sum_{j=1}^n p_j = 1. \quad (31)$$

Kolejnym (mocnym) założeniem, typu ergodyczności, jest postulat istnienia granic

$$r_j^* = \lim_{t \rightarrow \infty} r_j(t); \quad \sum_{j=1}^n r_j^* = 1. \quad (32)$$

W tej sytuacji naturalna jest więc poniższa – klasyczna – definicja czynników dyskontujących (także – funkcji ciągłego czasu)

$$a_j(t) = \exp\left(-\int_0^t r_j(\tau) d\tau\right) \quad (33)$$

oraz zagregowanego czynnika dyskontującego (który można interpretować jako pewny ekwiwalent wiązki $(a_j(t), j = 1, 2, \dots, n)$).

$$A(t) = \sum_{j=1}^n p_j a_j(t); \quad t > 0. \quad (34)$$

Wówczas zagregowana stopa (chwilowa) dyskontowa – pewny równoważnik chwilowej, zagregowanej, stopy dyskontowej – odpowiadający czynnikowi (34) określona jest (również – „klasycznie”)

$$R(t) = \frac{\dot{A}(t)}{A(t)}. \quad (35)$$

Wreszcie, tzw. pewny równoważnik dalekookresowej (przyszłej) stopy dyskontowej, definiuje się przez przejście graniczne

$$R^* = \lim_{t \rightarrow \infty} R(t). \quad (36)$$

Oznaczmy symbolem r_{\min}^* najmniejszą możliwą wartość przyszłych („odległych”, „granicznych”) indywidualnych stóp, danych wzorami (32), czyli

$$r_{\min}^* = \min_j r_j^* \quad (37)$$

W pracy [Weitzman, 1998] pokazano, że dalekookresowy ekwiwalent chwilowej (losowej) stopy dyskontowej równy jest tejże, najmniejszej z możliwych stóp

$$R^* = r_{\min}^* . \quad (38)$$

Znaczenie („wymowność”) powyższej relacji jest istotne w kontekście zagadnień wyceny, *ex ante*, projektów dalekookresowych. Stanowi ona bowiem ważny formalny przyczynek – argument – za redukcją dyskryminacji (w tej wycenie) wagi zdarzeń w odległej przyszłości. Wynik Weitzmana ma charakter pionierski – pamiętajmy wszakże, że nie odrzuca się tu podstawowych założeń paradygmatu klasycznego: stałości stóp niecierpliwości i techniki wykładniczej. Autor ten dalej poszedł w swojej kolejnej konstrukcji.

M. Weitzman, w słynnym już artykule „Gamma Discounting” opublikowanym w AER [2001] przedstawił wyniki ankiety, którą przeprowadził w grupie 2160 „ekspertów” (ekonomistów, posiadających – co najmniej – stopień Ph.D.), w której ankietowani mieli podać swoje „subiektywne typy” wartości „właściwej” społecznej stopy dyskontowej. Opinie badanych były wysoce zróżnicowane: po uporządkowaniu statystycznym okazało się, że podlegają – w przybliżeniu – rozkładowi gamma. Oznaczmy funkcję gęstości tego rozkładu:

$$\gamma(t) = \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-\beta x} \quad (39)$$

(parametry tego rozkładu mogą być estymowane – z dużej próby, którą dysponował Autor).

Przyjmijmy, że ekspert j rekomenduje tradycyjną wagę (w zagregowanej, efektywnej, funkcji dyskontującej) postaci:

$$A_j(t) = e^{-x_j t} \quad (40)$$

(„jego” stała stopa dyskontowa wynosi x_j). Zatem, przy założeniu (modelowym), że zmienne losowe X_j (których realizacje x_j występują w relacji (40)) mają rozkłady gamma o gęstościach (39), wartości oczekiwane $E[A_j(t)]$ (identyczne) równe są:

$$A(t) = \int_0^\infty e^{-xt} \gamma(t) dt \quad (41)$$

i określają, wspomnianą wyżej, efektywną funkcję dyskonta w chwili t .

Funkcji tej odpowiada efektywna stopa procentowa (w chwili t):

$$R(t) = \frac{\dot{A}(t)}{A(t)}. \quad (42)$$

Okazuje się, że w rozpatrywanym przypadku:

$$A(t) = \left(\frac{\beta}{\beta + t} \right)^\alpha, \quad (43)$$

czyli otrzymujemy funkcję dyskonta typu hiperbolicznego.

Biorąc pod uwagę standardowe wzory na wartość oczekiwaną i wariancję w rozkładzie gamma:

$$\mu = \frac{\alpha}{\beta}, \quad \sigma^2 = \frac{\alpha}{\beta^2} \quad (44)$$

oraz ich „odwrócenia”:

$$\alpha = \frac{\mu^2}{\sigma^2}, \quad \beta = \frac{\mu}{\sigma^2}, \quad (45)$$

konkludujemy, że:

$$A(t) = \frac{1}{(1 + t\sigma^2 / \mu)^{\mu^2 / \sigma^2}} \quad (46)$$

oraz

$$R(t) = \frac{\mu}{1 + t\sigma^2 / \mu}. \quad (47)$$

Tak więc **zagregowana stopa procentowa (dyskontowa, niecierpliwości) zależy efektywnie od czasu – w przeciwieństwie do indywidualnych (stałych) stóp dyskontowych**. Ciekawym „produktem ubocznym” doświadczeń Weitzmana jest także spostrzeżenie, że wartości estymatorów parametrów μ i σ w „dużej” próbie wynoszą (odpowiednio) 3,96% oraz 2,94%. Autor powtórzył procedurę estymacyjną w „małej” (50-osobowej) próbie „supereksperów” (od Arrowa do Tobina), uzyskując bardzo zbliżone oceny: $\mu = 4,09\%$ oraz $\sigma = 3,07\%$.

Reinschmidt [2002] rozważał model, w którym indywidualne stopy dyskontowe są stałe w czasie, ale są zmiennym losowym o rozkładzie normalnym (w skali populacji) $N(\mu, \sigma)$. Po procedurze agregacji, zarówno stopa dyskontowa, jak i czynnik dyskontowy okazały się być zależne od czasu:

$$\rho(t) = \mu - \sigma^2 t/2. \quad (48)$$

Istotnym „przejściem” jest spostrzeżenie, że z przyjętego założenia wynika, iż funkcje dyskontujące (postaci e^{-xt}) mają rozkłady log-normalne, których wartości oczekiwane równe są:

$$E(e^{-xt}) = e^{-t(\mu - t(1/2)\sigma^2)}. \quad (49)$$

Stąd wynika, że społeczna stopa dyskontowa dana jest wzorem (48).

Wyniki Reinschmidta poddali krytycznej analizie i rozwinęli Nocetti, Jouini i Napp [2008]. Autorzy ci zbadali również zależność (monotoniczną) społecznej (zagregowanej) stopy dyskontowej od (relacji) dominacji stochastycznych (w szczególności: monotonicznego ilorazu wiarygodności i dominacji portfelowej Landsbergera i Meilijsona).

Podsumowanie

„Akademickie” sugestie dotyczące stosowania określonych funkcjonałów wyceny mogą przekładać się na decyzje o wyborze strategii (inwestycyjnej, redystrybucyjnej) – pośrednie „sterowanie” wzrostem (ukierunkowanym np. na magistrale zrównoważonego i efektywnego rozwoju, ścieżki prowadzące do konwergencji), a w konsekwencji – na decyzje polityczne w sferze gospodarowania. Regulacje natury interwencyjnej nieraz wspomagały „niewidzialną rękę” (nie obcinając jej!). Częściowo zależą od „korekt dyskont” – dokonywanych przy nieco uchylonej „zasłonie niewiedzy” Johna Rawlsa [1970]. Za cenę niezgodności dynamicznej uzyskuje się większy realizm opisu formalnego i elastyczność decyzyjną – respektując zmiany preferencji w czasie.

Z kolei odniesienie do elementów ekonomii behawioralnej, ze szczególnym naciskiem na psychologiczne motywy zachowań inwestycyjnych: z perspektywy podmiotów decyzyjnych oraz „kaprysów” spersonalizowanych makro-podmiotów (np. rynków finansowych) można wpisać w ogólniejszą sferę skojarzeń – „biologii przetrwania”. Rozmaitość kształtów funkcyjnych czynników dyskontujących pozwala na zwiększenie wachlarza strategii w „zarządzaniu bezpieczeństwem” (ekonomicznym) przyszłych pokoleń. Agregacja indywidualnych technik dyskontowych prowadzi do ujawnienia nowych jakości w sferze makroekonomicznej: stóp i czynników dyskontujących. Społeczne stopy dyskontowe okazują się być zmienne (na ogół – malejące) i mniejsze od indywidualnych.

Literatura

- Ainslie G. (1974), *Impulse Control in Pigeons*, "Journal of Experimental Analysis of Behavior", Vol. 21, s. 485-489.
- Atkinson G., Dietz S. i Neumayer E., eds. (2007), *Handbook of Sustainable Development*, Elgar Original Reference, Edward Elgar, Cheltenham, UK.
- Arrow K.J. (1951), *Social Choice and Individual Values*, 1st ed., J. Wiley – Chapman & Hall, New Haven, New York – London.
- Arrow K.J. (1971), *Essays in the Theory of Risk Bearing*, Markham Publishing, Chicago.
- Arrow K.J. et al. (1996), *Intertemporal Equity, Discounting, and Economic Efficiency* [w:] J.P. Bruce, H. Lee i E.F. Haites (eds.), *Climate Change 1995: Economic and Social Dimensions of Climate Change, Contribution of Working Group III to the Second Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Arrow K.J. (1999), *Discounting, Morality, and Gaming* [w:] P.R., Portney, J.P. Weyant (eds.), *Discounting and Intergenerational Equity*, Resources for the Future, Washington, D.C.
- Asheim G. (1996), *Ethical Preferences in the Presence of Resource Constraints*, "Nordic Journal of Political Economy", No. 23, s. 55-67.
- Baucells M., Sarin R. (2007), *Evaluating Time Streams of Income: Discounting What?* "Theory and Decision", No. 63, s. 95-120.
- Black F., Karasinski P. (1991), *Bond and Option Pricing when Short Rates Are Lognormal*, "Financial Analysts Journal", Vol. 47, s. 52-59.
- Bleichrod H., Rohde K., Wakker P. (2009), *Non-Hyperbolic Time Inconsistency*, "Game and Economic Behavior", No. 66, s. 27-38.
- Cowen T. (1997), *Discounting and Restitution. Philosophy and Public Affairs*, Spring, Vol. 26, No. 2, s. 168-185.
- Czerwiński Z. (1992), *Dylematy ekonomiczne*, PWE, Warszawa.
- Dasgupta P., Heal G.M. (1974), *The Optimal Depletion of Exhaustible Resources*, "Review of Economic Studies", No. 38 (Symposium), s. 331-339.
- Dasgupta P., Maskin E. (2005), *Uncertainty and Hyperbolic Discounting*, "The American Economic Review", No. 95(4), s. 1290-1299.
- Ellsberg D. (1961), *Risk, Ambiguity, and the Savage Axioms*, "Quarterly Journal of Economics", Vol. 75, s. 643-669.
- Graczyk A. (red.) (2007), *Zrównoważony rozwój w teorii ekonomii i w praktyce*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej, Wrocław.
- Harvey Ch. (1986), *Value Functions for Infinite Period Planning*, "Management Science", No. 32, s. 1123-1139.
- Harvey Ch. (1995), *Proportional Discounting of Future Costs and Benefits*. "Mathematics of Operation Research", No. 20, s. 381-399.

- Herrnstein R. (1961), *Relative and Absolute Strength of Response as a Function of Frequency of Reinforcements*, „Journal of Experimental Analysis of Behavior”, No. 4, s. 267-272.
- Hirshleifer J. (1977), *Economics from a Biological Viewpoint*, “Journal of Law and Economics”, Vol. 20, s.1-52,
- Koopmans T.C., *Stationary Ordinal Utility and Impatience*, „Econometrica” 1960, No. 28, s. 287-309.
- Laibson D. (1997), *Golden Eggs and Hyperbolic Discounting*, „Quarterly Journal of Economics”, No. 62, s. 443-479.
- Laslett P., Fishkin J., eds. (1972), *Justice between Age Groups and Generations*, Yale University Press, New Haven – London.
- Laibson D. (1997), *Golden Eggs and Hyperbolic Discounting*, „Quarterly Journal of Economics”, No. 62, s. 443-479.
- Loewenstein G. i Elster J., eds. (1992), *Choice Over Time*, Russell Sage, New York.
- Loewenstein G. i Prelec D. (1992), *Anomalies in Intertemporal Choice: Evidence and an Interpretation*, „Quarterly Journal of Economics”, No. 107, s. 573-597.
- Marglin S. (1962), *The Social Rate of Discount and the Optimal Rate of Investment*, “Quarterly Journal of Economics”, s. 95-111.
- Mazur J. (1987), *An Adjusting Procedure for Studying Delayed Reinforcement* [in:] M. Commins, J. Mazur, J. Nevin, H. Rachlin (eds.), “Quantitative Analyses of Behaviour”, No. 5, s. 55-73.
- Newell R., Pizer W. (2001), *Discounting the Distant Future: How Much Do Uncertain Rates Increase Valuations?* “Journal of Environment. Economics and Management”, No. 46, s. 52-71.
- Nocetti D., Jouini E., Napp C. (2008), *Properties of the Social Discount Rate in a Benthamite Framework with Heterogeneous Degrees of Impatience*, “Management Science”, No. 54(10), s. 1882-1886.
- O’Donoghue T., Rabin M. (1999), *Doing It Now or Later*, “The American Economic Review”, No. 89(1), s. 103-124.
- Portney P.R., Weyant J.P., eds. (1999), *Discounting and Intergenerational Equity*, Resources for the Future, Washington, DC.
- Prelec D. (1989), *Decreasing Impatience: Definition and Consequences*, Working Paper, No. 90-015, Harvard Business School, Boston.
- Prelec D. (2004), *Decreasing Impatience: A Criterion for Non-stationary Time Preference and „Hyperbolic” Discounting*, „Scandinavian Journal of Economics”, No. 106, pp. 511-532.
- Price C. (1993), *Time, Discounting, and Value*, Blackwell Publishers, Oxford.
- Rachlin H., Green L. (1972), *Commitment, Choice and Self-Control*, “Journal of Experimental Analysis and Behavior”, No. 17, s. 15-22.

- Ramsey F.P. (1928), *A Mathematical Theory of Saving*, „Economics Journal”, No. 38, s. 543-559.
- Rawls J. (1970), *The Theory of Justice*, Oxford University Press, Oxford.
- Reinschmidt K. (2002), *Aggregate Social Discount Rate Derived from Individual Discount Rates*, „Management Science”, No. 48(2), s. 307-312.
- Roemer J., Suzumura K., eds. (2007), *Intergenerational Equity and Sustainability*, Palgrave Publishers, Macmillan, London.
- Robson A. (2001), *The Biological Basis of Economic Behavior*, „Journal of Economic Literature”, No. 39, s. 11-23.
- Roemer J., Suzumura K. (2007), *Intergenerational Equity and Sustainability*, Palgrave Macmillan, Houndmills–Basingstoke–Hampshire.
- Rybicki W. (2010a), *O realokacji dóbr i sprawiedliwości międzypokoleniowej* [w:] M. Kulesza, W. Ostasiewicz (red.), *Pragmata Tes Oikonomias*, vol. IV, AJD, Częstochowa, s. 110-132.
- Rybicki W. (2010b), *O sprawiedliwości międzypokoleniowej* (nota bibliograficzna), [w:] J. Pocięcha (red.), *Aktualne zagadnienia modelowania i prognozowania zjawisk społeczno-gospodarczych*, Studia i Prace Uniwersytetu Ekonomicznego w Krakowie, nr 10, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego, Kraków, s. 141-155.
- Rybicki W. (2011), *Sprawiedliwość międzypokoleniowa i „kłopoty z dyskontowaniem przyszłości”* [w:] *Modelowanie i prognozowanie gospodarki narodowej*, Prace i Materiały Wydziału Zarządzania, z. 4/8, Wydawnictwo Uniwersytetu Gdańskiego, Gdańsk, s. 151-165.
- Rybicki W. (2012), *Discounting and Ideas of Intergenerational Equity and Sustainability*, „Operations Research and Decisions”, No. 22(1), s. 63-84.
- Rybicki W. (2014), *Modelowanie preferencji a zagadnienia zrównoważonego(trwałego) rozwoju*, „Studia Ekonomiczne”, nr 178, s. 127-159.
- Samuelson P. (1937), *A Note on Measurement of Utility*, „Review of Economic Studies”, IV, 2, s. 155-161.
- Sidgwick H. (1907), *The Methods of Ethics*, 7th edition, Macmillan, London.
- Sikora R.J., Barry B., eds. (1978), *Obligations to Future Generations*, Temple, Philadelphia.
- Solow R.M. (1974), *Intergenerational Equity and Exhaustible Resources*, „The Review of Economic Studies”, Symposium, s. 29-45.
- Special Issue on Discounting Dilemmas*, „Journal of Risk and Uncertainty” 2008, Vol. 37, No. 2/3.
- Special Issue on Sustainability* (2010), „Mathematical Social Sciences”, Vol. 59, Iss. 2.
- Strotz R.M. (1955), *Myopia and Inconsistency in Dynamic Utility Maximization*, „The Review of Economic Studies”, No. 23, s. 165-180.
- Weitzman M. (1998), *Why the Far – Distant Future Should Be Discounted at Its Lowest Possible Rate*, „Journal of Environmental Economic and Management”, No. 36, s. 201-208.

Weitzman M. (2001), *Gamma Discounting*, "American Economic Review", No. 91, s. 260-271.

Zeckhauser R., Kip Viscussi W. (2008), *Discounting Dilemmas: Editor's Introduction*, "Journal of Risk and Uncertainty", Vol. 37, No. 2/3, Special Issue on Discounting Dilemmas, s. 96-106.

[www 1] <http://www.pte.pl/kongres/referaty/Rybicki%20Wojciech/Rybicki%20Wojciech%20RZECZ%20DYSKONTOWANIU%20CZYLI%20MEANDRY%20EKONOMII%20BEHAWIORALNEJ,%20ETYKI%20TEORII%20ZRC3%93WNOWA%20BBONEGO%20TRWA%2081EGO%29%20ROZW.pdf>.

DISCOUNTING AS AN INTERDISCIPLINARY RESEARCH SUBJECT: BEHAVIORAL ECONOMICS, ETHICS AND THE THEORY OF SUSTAINABLE DEVELOPMENT

Summary: In the article the implications of ethical and pragmatic postulates regarding the evaluation of economic quantities streams are discussed. There are two spheres involving the increasing interest in the above mentioned problems: the general ideas of sustainability of socio-economic development, and the second one, finding their roots in the domain of psychology (based on the large empirical material, evidencing the behavior of various subjects). The special emphasis have been put on the evolutions of evaluation of the "validity" of future events and acts when the time passes (in the extreme cases the preference reversal is observed). These findings lead to rejecting the Samuelson–Bergson paradigm of exponentially discounted sums of utilities (DU). The main point is questioning the idea of stationary (constant) discount rate (or – a rate of impatience). However, such a change causes losing of the dynamic consistency of multi-period plans, which, might be viewed as a price for an adequacy in describing of the real processes. The direct implementation of the geometrical discounting into the Dasgupta–Heal–Solow (D–H–L) model results in the violation of intergenerational equity (paradoxical consequences concerning long-term consumption paths). The interactions between the economics and the biological benchmarks are also mentioned – "socio-economic processes mimic biological processes".

After "essayistic" part, and the short mentioning non-classic discounting formulas (hyperbolic, quasi-geometric, generalized hyperbolic, "CADI") the so called log-normal and "super-hyperbolic" discounting conceptions are present. Subsequently, the role of aggregation of individuals' discount rates for obtaining the social discount rates is stressed: this average operation makes a "bridge" joining the micro- and macroeconomic areas. It also provides the partial *antidote* against intrinsic uncertainty, characterizing the future.

Keywords: discounting, intergenerational equity, aggregation, social discount rate, sustainable development.