Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach

Studia Ekonomiczne. Zeszyty Naukowe
Uniwersytetu Ekonomicznego w Katowicach
ISSN 2083-8611 Nr 248 · 2015

Helena Gaspars-Wieloch

Uniwersytet Ekonomiczny w Poznaniu
Wydział Informatyki i Gospodarki Elektronicznej
Katedra Badań Operacyjnych
Helena.gaspars@ue.poznan.pl

O REGULE DECYZYJNEJ WSPIERAJĄCEJ WIELOKRYTERIALNE POSZUKIWANIE OPTYMALNEJ STRATEGII CZYSTEJ W WARUNKACH NIEPEWNOŚCI

Streszczenie: W pracy opisano propozycję nowego podejścia, które można wykorzystać w wielokryterialnym podejmowaniu decyzji w przypadku poszukiwania optymalnej strategii czystej w warunkach niepewności (decydent nie zna bądź nie zamierza skorzystać z informacji o prawdopodobieństwie wystąpienia poszczególnych stanów natury). Prezentowana reguła decyzyjna poprzedzona jest etapem prognostycznym, w ramach którego brane jest pod uwagę nastawienie decydenta do ryzyka (rozumianego jako możliwość uzyskania niekorzystnej wypłaty) mierzone współczynnikiem optymizmu. Etap ten służy do wyłonienia najbardziej „prawdopodobnego" (tj. odzwierciedlającego naturę decydenta) scenariusza bądź zbioru najbardziej „prawdopodobnych" scenariuszy i ma na celu zawężenie pierwotnej macierzy wypłat, na podstawie której wybierana jest najlepsza decyzja. Procedura odwołuje się do planowania scenariuszowego i do metody SF+AS (ang. *Scenario Forecasting + Alternative Selection Method*) przedstawionej w innym artykule i znajdującej zastosowanie w jednokryterialnych problemach decyzyjnych.

Słowa kluczowe: strategia czysta, niepewność, planowanie scenariuszowe, wielokryterialne podejmowanie decyzji, współczynnik optymizmu.

Wprowadzenie

Problematyka wielokryterialnego podejmowania decyzji w warunkach niepewności (WPDN) poruszana jest w wielu pracach, gdyż w rzeczywistych problemach decyzyjnych decydenci najczęściej kierują się więcej niż jednym kryterium, a deterministyczne ustalenie parametrów związanych z poszczególnymi celami jest często niemożliwe. Przegląd modeli, metod i narzędzi znajdujących zastosowanie w WPDN znajduje się np. w [Durbach i Stewart, 2012].

W niniejszej pracy zaproponowano regułę decyzyjną dla dyskretnej optymalizacji wielocelowej wykorzystującej planowanie scenariuszowe i dotyczącej decyzji realizowanych jednorazowo. Procedura służy do wyłonienia optymalnej strategii czystej w grach z naturą. Zakłada ona, iż macierze wypłat dla poszczególnych kryteriów są zależne. Proponowana metoda uwzględnia zarówno preferencje decydenta związane z optymalizowanymi celami, jak i jego nastawienie do ryzyka, które jest mierzone za pomocą współczynnika optymizmu. Reguła decyzyjna zasadniczo tym różni się od istniejących podejść, iż rozpoczyna się etapem prognostycznym służącym do wyłonienia scenariusza (bądź scenariuszy) odzwierciedlającego naturę decydenta.

Artykuł ma następującą strukturę. Część pierwsza przedstawia najistotniejsze cechy WPDN i założenia przyjęte w pracy. W części drugiej opisano regułę decyzyjną, która może okazać się przydatna w wielokryterialnym poszukiwaniu optymalnej strategii czystej. W części trzeciej zaprezentowano fikcyjny problem decyzyjny i wyznaczono rozwiązanie na podstawie wspomnianej procedury. Wnioski zebrano w zakończeniu.

1. Wielokryterialne podejmowanie decyzji w warunkach niepewności

Pojęcie „niepewność" rozumiane jest w literaturze na wiele różnych sposobów [zob. np. Kopańska-Bródka, 1998; Ogryczak, 2006; Trzpiot, 2006; Kuchta, 2010; Tyszka, 2010; Birge i Louveaux, 2011; Domurat i Zieliński, 2013; Słowiński, Kadziński i Greco, 2014]. W niniejszej pracy zostanie wykorzystane podejście Knighta [Knight, 1921], czyli tradycyjne, zgodnie z którym podejmowanie decyzji w warunkach niepewności (PDN) oznacza, iż decydent wybiera odpowiednią strategię (decyzję, wariant decyzyjny) na podstawie zbioru scenariuszy (stanów natury), których prawdopodobieństwo wystąpienia nie jest znane (a jeśli nawet jest znane, to decydent nie zamierza z tej informacji skorzystać), co można określić jako „niepewność bez prawdopodobieństwa" lub „całkowita niepewność" [von Neumann i Morgenstern, 1944; Courtney, Kirkland i Viquerie, 1997; Williams, Smith i Young, 1997; Dominiak, 2006; Render, Stair i Hanna, 2006; Sikora (red.), 2008; Trzaskalik, 2008; Walliser, 2008; Groenewald i Pretorius, 2011].

Prace prezentujące klasyczne reguły decyzyjne oraz ich rozszerzenia dla jednokryterialnego i wielokryterialnego PDN są bardzo liczne [Wald, 1950; Hurwicz, 1952; Savage, 1961; Nakamura, 1986; Schmeidler, 1986; Gilboa i Schmeidler, 1989; Klein, Moskowitz i Ravindran, 1990; Piasecki, 1990; Tversky i Kahneman, 1992; Triantaphyllou i Lin, 1996; Xu, 2000; Ellsberg, 2001; Goodwin i Wright, 2001; Korhonen, 2001; Marinacci, 2002; Tsaur, Chang i Yen, 2002; Yu, 2002; Ghirardato, Maccheroni i Marinacci, 2004; Mikhaidov i Tsvetinov, 2004; Urli i Nadeau, 2004; Stewart, 2005; Dominiak, 2006, 2009; Montibeller, Gummer i Tumidei, 2006; Wang i Elhag, 2006; Ben Amor, Jabeur i Martel, 2007; Gaspars, 2007; Hayashi, 2008; Ramik i in., 2008; Ravindran, 2008; Gilboa, 2009; Ginevičius i Zubrecovas, 2009; Ram, Montibeller i Morton, 2010; Wojownik i Szapiro, 2010; Basili i Chateauneuf, 2011; Ioan i Ioan, 2011; Liu, Fan i Hang, 2011; Etner, Jeleva i Tallon, 2012; Lee, 2012; Gaspars-Wieloch, 2012, 2013, 2014a, 2014b, 2014c, 2014d, 2014e, 2015a, 2015b, 2015c, 2015d; Suo, Li i Huang, 2012; Aghdaie, Zolfani i Zavadskas, 2013; Hopfe, Augenbroe i Hensen, 2013; Janjic, Andjelkovic i Docic, 2013; Michnik, 2013; Durbach, 2014; Eiselt i Marianov, 2014], patrz tabela 1. Warto jednak podkreślić, że większość procedur odwołuje się do rachunku prawdopodobieństwa (np. kumulacyjna teoria perspektywy, maksymalizacja oczekiwanej użyteczności, α-maksiminowa oczekiwana użyteczność, oczekiwana użyteczność Choqueta), które w tym opracowaniu, zgodnie z przyjętym podejściem Knighta, traktować będziemy jako reguły decyzyjne wspierające podejmowanie decyzji w warunkach niepewności z prawdopodobieństwami.

Tabela 1. Przykładowe prace opisujące reguły decyzyjne dla problemów jedno- i wielokryterialnych w warunkach niepewności

Strategie i problemy	**Problemy jednokryterialne**	**Problemy wielokryterialne**
Strategie czyste	Basili, Chateauneuf i Fontini, 2008; Chateauneuf i Cohen, 2000; Ellsberg, 2001; Gaspars, 2007; Gaspars-Wieloch, 2013, 2014a, 2014c, 2014d, 2015a, 2015b, 2015c; Ghirardato, Maccheroni i Marinacci, 2004; Gilboa, 2009; Gilboa i Schmeidler, 1989; Hayashi, 2008; Hurwicz, 1952; Ioan i Ioan, 2011; Karni, 1985; Nakamura, 1986; Piasecki, 1990; Savage, 1961; Wald, 1950	Ben Amor, Jabeur i Martel, 2007; Dominiak, 2006, 2009; Durbach, 2014; Eiselt i Marianov, 2014; Gaspars-Wieloch, 2014e; Klein, Moskowitz i Ravindran, 1990; Montibeller, Gummer i Tumidei 2006; Liu, Fan, Hang, 2011; Michnik, 2013; Ram, Montibeller i Morton, 2010; Ramik i in., 2008; Ravindran, 2008; Stewart, 2005; Urli i Nadeau, 2004
Strategie mieszane	Gaspars-Wieloch, 2014b; Gilboa, 2009; Officer i Anderson, 1968; Puppe i Schlag 2009; Sikora, 2008; Wald, 1950	De Marco i Morgan, 2009; Gaspars-Wieloch, 2015d; Grigorieva, 2014; Lozan i Ungureanu, 2013; Voorneveld, Vermeulen i Borm, 1999; Voorneveld, Grahn I Dufwenverg, 2000

* Reguły opisane w pracach dotyczących strategii mieszanych i problemów wielokryterialnych znajdują zastosowanie w grach z drugim graczem, a nie w grach z naturą.

Źródło: Opracowanie własne.

Istniejące procedury służą poszukiwaniu optymalnej strategii czystej (wybierany i realizowany jest dokładnie jeden wariant decyzyjny) bądź mieszanej (wybierana i realizowana jest kombinacja strategii czystych). Tutaj skoncentrujemy się na wyborze strategii czystej.

W literaturze znaleźć można opisy metod stosowanych w sytuacji, gdy podjęta decyzja ma być realizowana dokładnie raz lub wielokrotnie. Tutaj rozważymy pierwszy przypadek. Tego typu decyzje są często spotykane w biznesie (fuzje i przejęcia, inwestycje nieruchomościami, rozwój nowego produktu, zarządzanie kryzysowe) [Liu i Zhao, 2009; Guo, 2011].

W pracy odwołamy się do planowania scenariuszowego (PS) [Van der Heijden, 1996; Pomerol, 2001], które zdaniem Durbach i Stewart [2012] jest bardzo pomocne w PDN, gdyż nie wymaga od decydenta operowania rachunkiem prawdopodobieństwa, funkcjami przynależności i zbiorami rozmytymi. Zajmiemy się więc WPDN+PS. PS ułatwia identyfikację czynników, które mogą wywrzeć wpływ na efekty podjętych przez nas decyzji. W planowaniu scenariuszowym zakłada się, że wynik dokonanego wyboru zależy od podjętej decyzji i scenariusza, który wystąpi w przyszłości.

Reguła zaproponowana w niniejszym opracowaniu dotyczyć będzie dyskretnej wersji optymalizacji wielocelowej. Oznacza to, iż zbiór możliwych decyzji jest pierwotnie ustalony, skończony i dyskretny. Problem tak zdefiniowany można przedstawić za pomocą n decyzji (D_1, …, D_j, …, D_n), przy czym każda z nich oceniana jest na podstawie p kryteriów (C_1, …, C_k, …, C_p) i m stanów natury (S_1, …, S_i, …, S_m). Wartości dla poszczególnych celów podawane są w odrębnych macierzach wypłat, a każda macierz zawiera $n \times m$ wypłat. Przyjmijmy, że a_{ij}^k jest realizacją kryterium C_k przy założeniu, że wybrana zostanie decyzja D_j i wystąpi scenariusz S_i. W artykule ograniczymy się do przypadku, w którym rozkłady wypłat dla wszystkich wariantów decyzyjnych są dyskretne.

We wprowadzeniu zasygnalizowano, że opracowana reguła będzie odpowiednia dla zależnych macierz wypłat. Mamy z nimi do czynienia, gdy przykładowo wybór decyzji D_1 przy jednoczesnym wystąpieniu stanu natury S_1 skutkuje uzyskaniem wypłat a_{11}^1, a_{11}^2, …, a_{11}^p (czyli scenariusz pierwszy obowiązuje w tym przypadku dla wszystkich kryteriów).

Istniejące reguły decyzyjne w różny sposób uwzględniają naturę decydenta, jego nastawienie do ryzyka, rozumianego jako możliwość uzyskania niekorzystnego wyniku [Fishburn, 1984; Dominiak, 2006]. W proponowanej procedurze zastosujemy współczynnik optymizmu $\beta \in [0,1]$, szacowany subiektywnie i intuicyjnie przez samego decydenta.

Tabela 2. Macierz wypłat – przykład 1

Scenariusze i decyzje	D_1	D_2	D_3
S_1	5	4	3 (min)
S_2	10 (max)	1 (min)	7 (max)
S_3	0 (min)	8 (max)	5

Źródło: Opracowanie własne [zaczerpnięte z Gaspars-Wieloch, 2015b].

W niektórych podejściach decydent postępuje tak, jakby natura była świadomym przeciwnikiem, który zmienia swoją strategię w zależności od wyboru decydenta. Jest to bardzo widoczne w regułach: Walda, maximax i Hurwicza. W tabeli 2 zaprezentowano wypłaty dla fikcyjnego przykładu. Jak widać, scenariusz S_2 jest najbardziej optymistycznym scenariuszem w przypadku wyboru decyzji D_1 lub D_3 i jest jednocześnie najbardziej pesymistycznym stanem natury dla decyzji D_2. Oznacza to, że szukając maksymalnych i minimalnych wartości związanych z danym wariantem decyzyjnym w celu wyznaczenia wskaźników dla wspomnianych reguł, raz traktujemy konkretny scenariusz jako niezwykle atrakcyjny, innym razem jako bardzo niekorzystny. Nie ma więc możliwości przypisania danemu stanowi statusu globalnego. Status ten zależy bowiem od wybranej strategii. Taką konstrukcję reguł decyzyjnych mocno skrytykowali Minor [1954] oraz Officer i Anderson [1968]. W zaproponowanej procedurze wykorzystamy współczynnik optymizmu w celu ustalenia statusu dla wszystkich scenariuszy. Dzięki temu ostateczny wybór decydenta będzie dokonywany nie na podstawie „ruchomych" scenariuszy o skrajnych wypłatach, lecz na podstawie scenariuszy o cechach odpowiadających naturze rozpatrywanego decydenta.

2. Reguła SF+AS dla wielokryterialnego poszukiwania optymalnej strategii czystej

Ogólne cechy nowej reguły decyzyjnej zostały wymienione w poprzedniej części. Teraz koncepcję przedstawimy szczegółowo. Musimy zastanowić się nie tylko nad tym, jak warto uwzględnić nastawienie decydenta do ryzyka, ale też nad tym, w jaki sposób mierzyć znaczenie kryteriów, jak je agregować, oraz jak połączyć wielokryterialną analizę decyzyjną z planowaniem scenariuszowym.

Pamiętając o krytyce reguł, traktujących scenariusze jako świadomych przeciwników w grze [Milnor, 1954; Officer i Anderson, 1968], skorzystamy z procedury opisanej w [Gaspars-Wieloch, 2015b] i noszącej nazwę SF+AS (*Scenario Forecasting and Alternative Selection*). Regułę opracowano dla problemów jednocelowych, składa się ona z dwóch etapów. W pierwszym, na podstawie zadeklarowanego współczynnika optymizmu decydenta, wyznacza się scenariusz (ewentualnie scenariusze) odpowiadający(e) jego naturze (im wyższy współczynnik optymizmu decydenta, tym bardziej korzystny scenariusz powinien, jego zdaniem, wystąpić). Status danego scenariusza jest zatem stały, niezależnie od rozpatrywanej decyzji, co oznacza, że w metodzie SF+AS natura nie jest aktywnym graczem, zmieniającym swoją strategię po zapoznaniu się z wyborem decydenta. Status scenariusza określa suma „przypadków dominacji", ukazująca pozycję wypłat w stosunku do innych wartości w ramach danego wariantu decyzyjnego (dominacja w podejściu wielokryterialnym wykorzystywana jest także np. w [Trzpiot i Zawisza, 2000; Nowak, 2004; Liu i in., 2011; Janjic i in., 2013; Trzaskalik, 2014]). Drugi etap procedury SF+AS polega na wskazaniu odpowiedniej strategii czystej na podstawie wypłat związanych z wybranymi scenariuszami, czyli zredukowanej macierzy wypłat.

Aby znaleźć metodę wielokryterialną dla problemów deterministycznych, którą dałoby się zintegrować z procedurą SF+AS, należy zdecydować się na odpowiedni model łączący analizę wielokryterialną z planowaniem scenariuszowym. Stewart [2005], Durbach i Stewart [2012] oraz Michnik [2013] proponują podział modeli WPDN+PS na dwie klasy: A i B. Klasa A obejmuje modele dwuetapowe, w których oceny poszczególnych decyzji szacowane są oddzielnie ze względu na scenariusze i kryteria. Klasa zawiera dwie podklasy modeli: A-KS i A-SK. W skład podklasy A-KS wchodzą podejścia, w których ocena wariantów odbywa się najpierw względem celów w ramach scenariuszy, następnie względem stanów natury. W podejściach należących do podklasy A-SK kolejność obliczeń jest odwrócona. Klasa B składa się z procedur jednoetapowych, w których generuje się tzw. metakryteria, czyli wartości dla każdej pary scenariusz/kryterium. W związku z przyjętym założeniem o zależności macierz wypłat, zastosujemy model A-KS.

Pozostaje więc kwestia wyboru odpowiedniej metody wielocelowej. W pracy [Trzaskalik (red.), 2014] scharakteryzowano wiele różnych procedur dla WPD (wielokryterialne podejmowanie decyzji), m.in. metody addytywne: SAW, SMART, SMARTER [Churmann i Ackoff, 1954; Edwards i Barron, 1994], AHP, REMBRANDT, ANP [Saaty 1980; 1996; Lootsma, 1993], MACBETH, ZAPROS [Bana e Costa i Chagas, 2004; Larichev i Moshkovich, 1995], ELECTRE (Roy i Bouyssou, 1993], PROMETHEE [Brans, Mareschal i Vincke, 1984], TOPSIS, VIKOR, BIPOLAR [Hwang i Yoon, 1981; Opricovic, 1998; Konarzewska-Gubała, 1989]. Poza wspomnianymi metodami istnieje szereg innych podejść, np. [Kaliszewski i Miroforidis 2010; Kaliszewski i in., 2012]. Nie możemy jednak zastosować dowolnej metody, gdyż specyfika reguły SF+AS i konieczność przyjęcia modelu A-KS implikują potrzebę spełnienia przez wybraną procedurę wielocelową kilku warunków. Po pierwsze, nie powinna ona charakteryzować się zbyt dużą czasochłonnością czy też stopniem złożoności, ponieważ ma stanowić jedynie etap w całej procedurze. Po drugie, musi być metodą odpowiednią dla zależnych macierzy wypłat. Po trzecie, powinna dawać możliwość uwzględnienia kryteriów wyrażonych w różnych skalach i jednostkach. Ostatnią pożądaną cechą wybranej metody jest generowanie syntetycznej miary dla każdej pary decyzja/scenariusz. Wszystkie wspomniane założenia spełniają z pewnością metody addytywne oraz TOPSIS, a najprostszą z nich jest SAW (*Simple Additive Weighted Method*), która polega na wyznaczeniu dla każdej decyzji średniej ważonej będącej sumą iloczynów wag wszystkich kryteriów i realizacji tychże kryteriów. Dlatego tutaj wykorzystamy to podejście, choć nie jest to jedyne słuszne rozwiązanie.

Poniżej przedstawiono regułę SF+AS dla problemów wielokryterialnych: *m*(SF+AS):

1) Określić współczynnik optymizmu β oraz wagi dla każdego kryterium w^k (k=1, 2, …, p).

$$\sum_{k=1}^{p} w^k = 1 \tag{1}$$

2) W razie konieczności, dokonać normalizacji wyjściowych danych (wzór 2 – kryteria maksymalizowane, wzór 3 – cele minimalizowane), por. [Kukuła, 2012]:

$$a(n)_{ij}^k = \frac{a_{ij}^k - \min\limits_{\substack{i=1,\dots,m\\ j=1,\dots,n}} \left\{a_{ij}^k\right\}}{\max\limits_{\substack{i=1,\dots,m\\ j=1,\dots,n}} \left\{a_{ij}^k\right\} - \min\limits_{\substack{i=1,\dots,m\\ j=1,\dots,n}} \left\{a_{ij}^k\right\}} \quad k = 1,\dots,p; i = 1,\dots,m; j = 1,\dots,n \tag{2}$$

$$a(n)_{ij}^k = \frac{\max\limits_{\substack{i=1,\dots,m\\ j=1,\dots,n}} \left\{a_{ij}^k\right\} - a_{ij}^k}{\max\limits_{\substack{i=1,\dots,m\\ j=1,\dots,n}} \left\{a_{ij}^k\right\} - \min\limits_{\substack{i=1,\dots,m\\ j=1,\dots,n}} \left\{a_{ij}^k\right\}} \quad k = 1,\dots,p; i = 1,\dots,m; j = 1,\dots,n \tag{3}$$

3) Obliczyć zagregowaną wartość dla każdej pary decyzja/scenariusz:

$$A(n)_{ij} = \sum_{k=1}^{p} w^k \cdot a(n)_{ij}^k \quad i = 1,\dots,m; j = 1,\dots,n \tag{4}$$

4) Wyznaczyć sumę „przypadków dominacji” (d_i) dla każdego scenariusza:

$$d_i = \sum_{j=1}^{n} d_{ij} \quad i = 1,\dots,m \tag{5}$$

$$d_{ij} = m - \max_i \{p(A(n)_{ij})\} \quad i = 1,...,m;\ j = 1,...,n \tag{6}$$

gdzie d_i stanowi sumę „przypadków dominacji" obliczonych dla scenariusza S_i. n to liczba decyzji, $A(n)_{ij}$ oznacza wartość syntetyczną znormalizowanych wypłat związanych z decyzją D_j i stanem S_i. d_{ij} to liczba zagregowanych wartości dotyczących wariantu D_j, które są niższe od $A(n)_{ij}$. Symbol m oznacza liczbę scenariuszy, a $p(A(n)_{ij})$ określa pozycję wartości $A(n)_{ij}$ w nierosnącym ciągu syntetycznych ocen decyzji D_j (jezeli $A(n)_{ij}$ ma tę samą wartość, co inne zagregowane wypłaty danej strategii, wówczas należy wskazać najdalszą pozycję tejże wartości we wspomnianym ciągu).

5) Przyporządkować każdemu scenariuszowi odpowiedni przedział współczynnika optymizmu zgodnie z wzorami (7)–(11):

$$w = \frac{1}{d_{\max} - d_{\min} + 1} \tag{7}$$

$$d_{\max} = \max_i \{d_i\} \tag{8}$$

$$d_{\min} = \min_i \{d_i\} \tag{9}$$

$$b_i = \max\left\{ b \,|\, \left\{ (b \,|\, w) \wedge \left(b \le \frac{d_i - d_{\min}}{d_{\max} - d_{\min}} \right) \wedge \left(b \in [0; 1-w] \right) \right\} \right\} \quad i = 1,...,m \tag{10}$$

$$t_i = \min\left\{ t \,|\, \left\{ (t \,|\, w) \wedge \left(t \ge \frac{d_i - d_{\min}}{d_{\max} - d_{\min}} \right) \wedge \left(t \in [w; 1] \right) \wedge (t = b_i + w) \right\} \right\}$$

$$i = 1,...,m \tag{11}$$

gdzie w jest szerokością przedziału, d_{max} i d_{min} to odpowiednio największa i najmniejsza liczba „przypadków dominacji". Skrajne wartości przedziałów oznaczone są symbolami b_i (początek) oraz t_i (koniec). Poza przedziałem współczynnika optymizmu dla scenariusza z najniższą liczbą „przypadków dominacji", wszystkie przedziały są lewostronnie otwarte.

6) Wyznaczyć wartości, na podstawie których decydent h podejmie decyzję:

$$V(h) = \{v_1^h, ..., v_j^h, ..., v_n^h\} \tag{12}$$

a) Jeżeli β_h (współczynnik optymizmu decydenta h) należy do przedziału przypisanego dokładnie jednemu scenariuszowi, wówczas zbiór $V(h)$ zawiera wszystkie zagregowane oceny związane z tym stanem:

$$\exists!_i \left(\beta_h \in [b_i, t_i] \vee \beta_h \in]b_i, t_i] \right) \Rightarrow V(h) = \{A(n)_{i1}, ..., A(n)_{ij}, ..., A(n)_{in}\} \tag{13}$$

b) Jeżeli β_h należy do przedziału przypisanego przynajmniej dwóm scenariuszom, zbiór $V(h)$ wyznacza się następująco:

$$\exists_i \left(\beta_h \in [b_i, t_i] \vee \beta_h \in]b_i, t_i]\right) \wedge (|S(S_i^h)| > 1) \Rightarrow V(h) = \left\{A_{j,h}^{arit}\right\} \quad (14)$$

$$A_{j,h}^{arit} = \frac{1}{|S(S_i^h)|} \sum_{S_i \in S(S_i^h)} A(n)_{ij} \quad j = 1,\ldots,n \quad (15)$$

gdzie $S(S^h_i)$ stanowi zbiór scenariuszy S_i, których przedział pokrywa parametr β_h, a $|S(S^h_i)|$ jest mocą tego zbioru. $|S(S^h_i)|$ oznacza więc liczbę stanów istotnych dla decydenta h.

c) Jeżeli β_k nie należy do żadnego przedziału, szukane wartości ustala się na podstawie wzorów (16)–(21):

$$\neg \exists_i \left(\beta_h \in [b_i, t_i] \vee \beta_h \in]b_i, t_i]\right) \Rightarrow V(h) = \left\{A_{j,h}^{weig(e,f)}\right\} \quad (16)$$

$$A_{j,h}^{weig(e,f)} = \frac{\beta_h - t_e}{b_f - t_e} \cdot A(n)_{fj} + \frac{b_f - \beta_h}{b_f - t_e} \cdot A(n)_{ej} \quad j = 1,\ldots,n \quad (17)$$

$$S(S_e) = \left\{S_i \mid \left((\beta_h - t_i > 0) \wedge (\beta_h - t_i \to \min)\right)\right\} \quad (18)$$

$$S(S_f) = \left\{S_i \mid \left((b_i - \beta_h > 0) \wedge (b_i - \beta_h \to \min)\right)\right\} \quad (19)$$

$$\left(|S(S_e)| > 1\right) \Rightarrow A(n)_{ej} = \frac{1}{|S(S_e)|} \sum_{S_i \in S(S_e)} A(n)_{ij} \quad (20)$$

$$\left(|S(S_f)| > 1\right) \Rightarrow A(n)_{fj} = \frac{1}{|S(S_f)|} \sum_{S_i \in S(S_f)} A(n)_{ij} \quad (21)$$

gdzie parametry e oraz f dotyczą scenariuszy, których przydzielone wartości β są nieco niższe (wzór 18) i nieco wyższe (wzór 19) niż β_k. Parametry t_e i b_f to odpowiednio koniec przedziału scenariusza S_e i początek przedziału scenariusza S_f. Symbol $A(n)_{ej}$ ($A(n)_{fj}$) oznacza zagregowaną ocenę związaną z decyzją D_j i stanem S_e (S_f). Wreszcie $S(S_e)$ i $S(S_f)$ to zbiory zawierające odpowiednio scenariusze S_e i S_f . Jeżeli $|S(S_e)|$ ($|S(S_f)|$), tj. moc zbioru $S(S_e)$ ($S(S_f)$), jest większa od jedności (ma to miejsce, gdy więcej niż jeden scenariusz posiada ten sam przedział bliski współczynnikowi β_k), wówczas wartości $A(n)_{ej}$ ($A(n)_{fj}$) odpowiada średnia arytmetyczna ocen dotyczących scenariuszy S_e (S_f), zob. wzory (20)–(21).

7) Wybrać optymalną strategię czystą:

a) znaleźć decyzję $D^h_{j(1)}$, której wartość w zbiorze $V(h)$ jest najwyższa:

$$D^h_{j(1)} = \arg\max_j \{v^h_j\} \tag{22}$$

b) jeżeli wariant $D^h_{j(1)}$ spełnia warunek (23), wariant ten jest optymalną strategią czystą ($D^h_{j(1)}=D^{h^*}_j$).

$$\underset{t\in\{1,2,\ldots,z_h\}}{\forall} (A(n)_{t,j(1)} \geq w^*_j) \tag{23}$$

$$z_h = \lceil (1-\beta_h)\cdot m \rceil = \lceil \alpha_h \cdot m \rceil \tag{24}$$

$$A(n)_{1,j(1)} \geq \ldots \geq A(n)_{t,j(1)} \geq \ldots \geq A_{z_h,j(1)} \tag{25}$$

$$w_j = \min_i \{A(n)_{ij}\} \quad j = 1,\ldots,n \tag{26}$$

$$w^*_j = \max_j \{w_j\} \tag{27}$$

gdzie z_h jest minimalną liczbą scenariuszy, których zagregowane wypłaty powinny być przynajmniej równe w^*_j, $A(n)_{t,j(1)}$ spełnia warunek (25) i dotyczy decyzji $D^h_{j(1)}$ oraz scenariusza S_t. Symbol w^*_j oznacza wskaźnik Walda uzyskany dla optymalnej strategii wskazanej przez regułę Walda (wzory 26-27).

W przypadku wystąpienia więcej niż jednej decyzji spełniającej warunek (22), tylko warianty, dla których spełniona jest zależność (23), są ostatecznie optymalne.

c) jeżeli strategia $D^h_{j(1)}$ nie spełnia warunku (23), znaleźć decyzję $D^h_{j(2)}$, dla której zachowana jest zależność (28). Taka decyzja zawsze istnieje i jest optymalna ($D^h_{j(2)}=D^{h^*}_j$).

$$\left(v^h_j \to \max\right) \wedge \left(\underset{t\in\{1,2,\ldots,z_h\}}{\forall} (A(n)_{t,j} \geq w^*_j) \right) \tag{28}$$

Jak widać, w ostatnim kroku procedury *m*(SF+AS) zawarte jest pewnego rodzaju zabezpieczenie, które jest kluczowe dla pesymistów i umiarkowanych decydentów. Jeżeli bowiem okaże się, że zagregowane oceny decyzji o najwyższej wartości v^h_j są w przypadku wielu scenariuszy niższe niż wskaźnik Walda, wówczas należy wybrać wariant, którego wartość v^h_j jest możliwie jak największa, a odpowiednia liczba zagregowanych ocen jest co najmniej równa wspomnianemu wskaźnikowi. Warunki (23)–(27) gwarantują, że im współczynnik optymizmu jest niższy, tym pewniejszym jest, że decydent nie uzyska mniej niż w^*_j.

Przykład

Reguła m(SF+AS) zostanie zilustrowana przykładem. Załóżmy, że decydentowi zależy na ustaleniu optymalnej strategii czystej, biorąc pod uwagę dwa kryteria maksymalizowane C1 i C2 i mając do dyspozycji cztery warianty decyzyjne: D1, D2, D3 i D4, przy czym opracował on za pomocą planowania scenariuszowego listę możliwych stanów: S1, S2, S3, S4, S5 oraz tabele z wypłatami dla poszczególnych celów (tabela 3).

Na początek (krok 1) decydent powinien określić swoje preferencje, np. β_h=0.8, w^1=0.7 i w^2=0.3.

Ze względu na wyrażenie kryteriów w różnych skalach, konieczne jest wykonanie kroku 2. Znormalizowane wartości podano w tabeli 4.

Tabela 3. Macierze wypłat a^k_{ij} dla kryteriów C1 i C2 – przykład 2

K	**C1**				**C2**			
S \ D	D1	D2	D3	D4	D1	D2	D3	D4
S1	3.1	4.3	4.9	2.5	60	26	18	24
S2	1.6	1.9	3.4	2.0	35	24	24	14
S3	1.2	3.2	4.0	3.4	36	44	13	24
S4	2.1	3.4	2.2	4.2	16	10	28	30
S5	1.0	1.9	4.6	3.9	25	8	50	36

Źródło: Opracowanie własne

Tabela 4. Znormalizowane wartości $a(n)^k_{ij}$ – przykład 2

K	**C1**				**C2**			
S \ D	D1	D2	D3	D4	D1	D2	D3	D4
S1	0.54	0.85	1.00	0.38	1.00	0.35	0.19	0.31
S2	0.15	0.23	0.62	0.26	0.52	0.31	0.31	0.12
S3	0.05	0.56	0.77	0.62	0.54	0.69	0.10	0.31
S4	0.28	0.62	0.31	0.82	0.15	0.04	0.38	0.42
S5	0.00	0.23	0.92	0.74	0.33	0.00	0.81	0.54

Źródło: Opracowanie własne.

Zgodnie z modelem A-KS, stosujemy w kroku 3 odpowiednią metodę wielocelową (w tym opracowaniu zdecydowano się na SAW) w celu obliczenia wartości syntetycznych (tabela 5).

Tabela 5. Zagregowane wartości znormalizowane $A(n)_{ij}$ – przykład 2

S \ D	D1	D2	D3	D4
S1	0.677	0.696	0.758	0.362
S2	0.263	0.254	0.523	0.214
S3	0.197	0.603	0.567	0.523
S4	0.244	0.442	0.331	0.701
S5	0.098	0.162	0.888	0.682

Źródło: Opracowanie własne.

W kroku 4 obliczamy „przypadki dominacji" (tabela 6) i ich sumy dla każdego scenariusza (szósta kolumna tabeli).

W kroku 5 ustalamy przedziały dla β, wykonując następujące obliczenia: d_{max}=max{12,5,8,8,7}=12, d_{min}=5, $w = \dfrac{1}{12-5+1} = 0.125$. Parametry b_i oraz t_i podano w ostatniej kolumnie tabeli 6.

Tabela 6. „Przypadki dominacji" – przykład 2

S \ D	D1	D2	D3	D4	d_i	]b_i; t_i]
S1	4	4	3	1	12	]0.875; 1.000]
S2	3	1	1	0	5	[0.000; 0.125]
S3	1	3	2	2	8	]0.375; 0.500]
S4	2	2	0	4	8	]0.375; 0.500]
S5	0	0	4	3	7	]0.250; 0.375]

Źródło: Opracowanie własne.

W kroku 6 wyznaczamy wartości v^h_j, na podstawie których decydent podejmie ostateczną decyzję. Z tabeli 6 wynika, że nie ma scenariusza, którego przedział zawierałby wartość współczynnika β_h=0.8 rozpatrywanego decydenta. Scenariuszem „sąsiadującym z góry" jest stan S1 (jest to więc stan S_f), a scenariuszami „sąsiadującymi z dołu" są stany S3 i S4 (są to więc stany S_e). Korzystamy zatem z wzorów (16)–(21):

$$A_{1,h}^{weig(e,f)} = \frac{0.8-0.5}{0.875-0.5}\cdot 0.677 + \frac{0.875-0.8}{0.875-0.5}\cdot\left(\frac{0.197+0.243}{2}\right) = 0.586$$

$$A_{2,h}^{weig(e,f)} = \frac{0.8-0.5}{0.875-0.5}\cdot 0.696 + \frac{0.875-0.8}{0.875-0.5}\cdot\left(\frac{0.603+0.442}{2}\right) = 0.661$$

$$A_{3,h}^{weig(e,f)} = \frac{0.8-0.5}{0.875-0.5}\cdot 0.758 + \frac{0.875-0.8}{0.875-0.5}\cdot\left(\frac{0.567+0.331}{2}\right) = 0.696$$

$$A_{4,h}^{weig(e,f)} = \frac{0.8-0.5}{0.875-0.5}\cdot 0.362 + \frac{0.875-0.8}{0.875-0.5}\cdot\left(\frac{0.523+0.701}{2}\right) = 0.412$$

W ostatnim kroku znajdujemy decyzję $D^h_{j(1)}$:

$$D^h_{j(1)} = \arg\max\{0.5856, 0.6614, 0.6960, 0.4117\} = D3$$

Sprawdźmy, czy decyzja D3 spełnia warunek (23):

$$w^*_j = \max\{0.098, 0.162, 0.331, 0.214\} = 0.331,\ z_h = \lceil (1-0.8)\cdot 5 \rceil = 1$$

Okazuje się, że wariant D3 posiada aż pięć syntetycznych ocen równych co najmniej 0.331 (choć wystarczyłaby jedna taka ocena: z_h=1), zatem nie ma podstaw do odrzucenia tejże decyzji. Jest ona ostateczną rekomendowaną strategią: D3=$D^h_{j(1)}$=D^{h*}_j.

Podsumowanie

W artykule zaproponowano regułę decyzyjną mogącą znaleźć zastosowanie w analizie wielokryterialnej opartej na planowaniu scenariuszowym, której celem jest wyznaczenie optymalnej strategii czystej na podstawie zadeklarowanego przez decydenta współczynnika optymizmu. Zgodnie z podziałem metod wielokryterialnych opracowanym przez Michnika [2012], opisana w pracy procedura *m*(SF+AS) nie jest hybrydą, lecz pseudohybrydą, gdyż zawiera elementy reguły decyzyjnej przeznaczonej dla problemów jednocelowych (SF+AS) oraz elementy metody wielokryterialnej polegającej na obliczaniu ważonej sumy realizacji kryteriów cząstkowych (SAW). Reguła *m*(SF+AS) zupełnie inaczej, niż ma to miejsce w przypadku innych podejść, traktuje scenariusze. Tym razem status danego stanu jest stabilny, niezależny od analizowanej decyzji, podczas gdy w innych metodach status scenariusza zależy od rozważanego wariantu. Biorąc pod uwagę krytykę istniejących reguł [Minor, 1954; Office i Anderson, 1968], tę unikatową cechę zaprezentowanej reguły należy uznać za zaletę. Oczywiście sam sposób ustalania statusu dla danego scenariusza może być inny niż ten przyjęty w pracy. W przyszłości warto byłoby zastanowić się, jak można wspomóc decydenta w szacowaniu jego współczynnika optymizmu. Procedura w obecnej postaci zakłada, iż parametr ten ustalany jest subiektywnie, intuicyjnie przez samego zainteresowanego (a więc nie matematycznie, lecz psychologicznie). Trudno jest jednak mieć pewność, że decydent dobrze oceni swoje nastawienie do ryzyka.

Literatura

Aghdaie M.H., Zolfani S.H., Zavadskas E.K. (2013), *Market segment evaluation and selection based on application of fuzzy AHP and COPRAS-G methods*, „Journal of Business Economics and Management", 14(1), s. 213-233.

Bana e Costa C.A., Chakas M.P. (2004), *A carter choice problem: an example of how to use MACBETH to build a quantitative value model based on qualitative value judgements*, „European Journal of Operational Research", s. 153.

Basili M., Chateauneuf A., Fontini F. (2008), *Precautionary principle as a rule of choice with optimism on windfall gains and pessimism on catastrophic losses*, „Ecological Economics", 67, s. 485-491.

Basili M., Chateauneuf A. (2011), *Extreme events and entropy: A multiple quantile utility model*, „International Journal of Approximate Reasoning", 52, s. 1095-1102.

Ben Amor S., Jabeur K., Martel J. (2007), *Multiple criteria aggregation procedure for mixed evaluations*, „European Journal of Operational Research", 181(3), s. 1506--1515.

Birge J.R., Louveaux F. (2011), *Uncertainty and modeling issues, Introduction to Stochastic Programming*, Springer Series in Operations Research and Financial Engineering, s. 55-100.

Brans J.P., Mareschal B., Vincke Ph. (1984), *PROMETHEE: A new family of outranking methods in multicriteria analysis* [w:] J.P. Brans (red.), *Operational research*'84, North-Holland, Amsterdam.

Chateauneuf A., Cohen M. (2000), *Choquet expected utility model: A new approach to individual behavior under uncertainty and to social welfare* [w:] M. Grabisch, T. Murofushi, M. Sugeno (red.) *Fuzzy measures and integrals: theory and applications*, Physica Verlag, s. 289-313.

Churchman C.W., Ackoff R.L. (1954), *An approximate measure of value*, „Journal of Operations Research of America", 2(1), s. 172-187.

Courtney H., Kirkland J., Viquerie P. (1997), *Strategy under uncertainty*, „Harvard Business Review", 75(6), s. 66-79.

De Marco G., Morgan J. (2009), *On multicriteria games with uncountable sets of equilibria*, Centre for Studies in Economics and Finance (CSEF), University of Naples, Italy, CSEF Working Papers 01/2009.

Dominiak C. (2006), *Multicriteria decision aid under uncertainty*, „Multiple Criteria Decision Making' 05", s. 63-81.

Dominiak C. (2009), *Multi-criteria decision aiding procedure under risk and uncertainty.* „Multiple Criteria Decision Making' 08", s. 61-88.

Domurat A., Zieliński T. (2013), *Niepewność i niejasność jako uwarunkowania decyzji ekonomicznych*, „Decyzje", s. 20.

Durbach I.N. (2014), *Outranking under uncertainty using scenarios*, „European Journal of Operational Research", 232(1), s. 98-108.

Durbach I.N., Stewart T.J. (2012), *Modeling uncertainty in multi-criteria decision analysis*, „European Journal of Operational Research", 223(1), s. 1-14.

Edwards W., Barron F.H., (1994), *SMARTS and SMARTER: improved simple methods for multiattribute measurement*, „Organizational Behaviour and Human Decision Process", 60.

Eiselt H.A., Marianov V. (2014), *Multicriteria decision making under uncertainty: A visual approach*, „International Transactions in Operational Research", 21(4), s. 525-540.

Ellsberg D. (2001), *Risk, ambiguity and decision*. Garland Publishing, New York.

Etner J., Jeleva M., Tallon J.-M. (2012), *Decision theory under ambiguity*, „Journal of Economic Surveys", 26(2), s. 234-270.

Fishburn P.C. (1984), *Foundations of risk measurement. I. Risk or probable Loss*. „Management Science", 30, s. 396-406.

Gaspars H. (2007), *Alokacja zasobu w warunkach niepewności: modele decyzyjne i procedury obliczeniowe*, „Badania operacyjne i decyzje", 2007/1, s. 5-27.

Gaspars-Wieloch H. (2012), *Ograniczona skuteczność metod optymalizacyjnych w rozwiązywaniu ekonomicznych problemów decyzyjnych*, „Ekonomista", 2012/3, s. 303-324.

Gaspars-Wieloch H. (2013), *On a decision rule supported by a forecasting stage based on the decision maker's risk aversion* [w:] L. Zadnik Stirn, J. Zerovnik, J. Povh, S. Drobne, A. Lisec (red.), SOR'13 Proceedings, The 12th International Symposium on Operational Research in Slovenia, 25-27 September 2013, Dolenjske Toplice, Slovenia, Slovenian Society INFORMATIKA, Section for Operational Research, s. 53-59.

Gaspars-Wieloch H. (2014a), *Propozycja hybrydy reguł Hurwicza i Bayesa w podejmowaniu decyzji w warunkach niepewności* [w:] T. Trzaskalik (red.), *Modelowanie Preferencji a Ryzyko 2014*. „Studia Ekonomiczne. Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego w Katowicach" 178, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego w Katowicach, Katowice.

Gaspars-Wieloch H. (2014b), *On a decision rule for mixed strategy searching under uncertainty on the basis of the coefficient of optimism*, „Procedia – social and behavioral sciences", 110, s. 923-931.

Gaspars-Wieloch H. (2014c), *Modifications of the Hurwicz's decision rules*, „Central European Journal of Operations Research", 22(4), s. 779-774.

Gaspars-Wieloch H. (2014d), *Modifications of the maximin joy criterion for decision making under uncertainty*, „Quantitative methods in economics", XV, s. 84-93.

Gaspars-Wieloch H. (2014e), *The use of a modification of the Hurwicz's decision rule in multicriteria decision making under complete uncertainty*, „Business, management and education", 12(2), s. 283-302.

Gaspars-Wieloch H. (2015a): *Modifications of the Omega ratio for decision making under uncertainty*, "Croatian operational research review", 6(1), s. 181-194.

Gaspars-Wieloch H. (2015b), *On a decision rule supported by a forecasting stage based on the decision maker's coefficient of optimism*, „Central European Journal of Operations Research", 23(3), s. 579-594.

Gaspars-Wieloch H. (2015c), *Innovative products and newsvendor problem under uncertainty without probabilities*, [w:] L. Zadnik Stirn, J. Zerovnik, J. Povh, S. Drobne, A. Lisec (red.), *SOR'15 Proceedings*, The 13th International Symposium on Operational Research in Slovenia, 23-25 September 2015, Bled, Slovenia, Slovenian Society INFORMATIKA, Section for Operational Research. (w druku)

Gaspars-Wieloch H. (2015d), *A decision rule for uncertain multicriteria mixed decision making based on the coefficient of optimism*, „Multiple Criteria Decision Making' 15" (w druku).

Ghirardato P., Maccheroni F., Marinacci M. (2004), *Differentiating ambiguity and ambiguity attitude*, „Journal of Economic Theory", 118, s. 133-173.

Gilboa I. (2009), *Theory of decision under uncertainty*, Cambridge University Press. Cambridge, New York.

Gilboa I., Schmeidler D. (1989), *Maxmin expected utility with non-unique prior*, „Journal of mathematical economics", 18, s. 141-153.

Ginevičius R., Zubrecovas V. (2009), *Selection of the optimal real estate investment project basing on multiple criteria evaluation using stochastic dimensions*, „Journal of business economics and management", 10(3), s. 261-270.

Goodwin P., Wright G. (2001), *Enhancing strategy evaluation in scenario planning: A role for decision analysis*, „Journal of management studies", 38(1), s. 1-16.

Grigorieva X. (2014), *Multicriteria coalitional model of decision-making over the set of projects with constant payoff matrix in the noncooperative game*, „Applied mathematical sciences", 8(170), s. 8473-8479.

Groenewald M.E., Pretorius P.D. (2011), *Comparison of decision making under uncertainty investment strategies with the money market*, „Journal of financial studies and research".

Guo P. (2011), *One-shot decision theory*, „IEEE Transactions on systems, man, and cybernetics, Part A", 41(5), s. 917-926.

Hayashi T. (2008), *Regret aversion and opportunity dependence*, „Journal of economic theory", 139(1), s. 242-268.

Hopfe C.J., Augenbroe G.L.M., Hensen J.L.M. (2013), *Multicriteria decision making under uncertainty in building performance assessment*, „Building and environment", 69, s. 8190.

Hurwicz L. (1952), *A criterion for decision making under uncertainty*, Technical Report, s. 355, Cowles Commission.

Hwang C.L., Yoon K. (1981), *Multiple attribute decision making methods and applications: A state of the art survey*, Springer-Verlag, New York.

Ioan C., Ioan G. (2011), *A method of choice of the best alternative in the multiple solutions case in the games theory*, „The Journal of accounting and management", 1(1), s. 5-8.

Janjic A., Andjelkovic A., Docic M. (2013), *Multiple criteria decision making under uncertainty based on stochastic dominance*, „Proceedings of the 2013 International Conference on Applied Mathematics and Computational Methods in Engineering" 16-19 July 2013, Rhodes Island, Greece, s. 86-91.

Kaliszewski I., Miroforidis J. (2010), *Multiple criteria decision making: from exact to heuristic optimization*, „Multiple Criteria Decision Making' 09", s. 113-120.

Kaliszewski I., Miroforidis J., Podkopaev D. (2012), *Interactive multiple criteria decision making based on preference driven evolutionary multiobjective optimization with controllable accuracy*, „European Journal of Operational Research", 216, s. 188-199.

Karni E. (1985), *Decision making under uncertainty. The case of state-dependent preferences*, Harvard University Press, Cambridge.

Knight F.H. (1921), *Risk, uncertainty, profit*, Hart. Boston MA, Schaffner & Marx, Houghton Mifflin Co.

Konarzewska-Gubała E. (1989), *Bipolar: multiple criteria decision aid using Bipolar reference system*, LAMSADE, „Cahiers et Documents", s. 56.

Kopańska-Bródka D. (1998), *Wprowadzenie do badań operacyjnych*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Katowicach, Katowice.

Korhonen A. (2001), *Strategic financial management in a multinational financial conglomerate: A multiple goal stochastic programming approach*, „European Journal of Operational Research", 128, s. 418-434.

Kuchta D. (2010), *Generalization of the critical chain method supporting the management of projects with a high degree of uncertainty and imperfect information*, „Operations research and decisions", 2010/2.

Kukuła K. (2012). *Propozycja budowy rankingu obiektów z wykorzystaniem cech ilościowych oraz jakościowych*, „Metody ilościowe w badaniach ekonomicznych", XIII/1, s. 5-16.

Larichev O.I., Moshkovich H.M. (1995), *ZAPROS-LM – A method and system for ordering multiattribute alternatives*, „European Journal of Operational Research", s. 82.

Lee Y.-H. (2012), *A fuzzy analytic network process approach to determining prospective competitive strategy in China: A case study for multinational biotech pharmaceutical enterprises*, „Journal of business economics and management", 13(1), s. 5-28.

Liu M., Zhao L. (2009), *Optimization of the emergency materials distribution network with time windows in anti-bioterrorism system*, „International journal of innovative computing, information and control", 5 (11A), s. 3615-3624.

Liu Y., Fan Z., Hang Y. (2011), *A method for stochastic multiple criteria decision making based on dominance degrees*, „Information sciences", 181(19), s. 4139-4153.

Lootsma F.A. (1993), *Scale sensitivity in the multiplicative AHP and SMART*, „Journal of multi-criteria decision analysis", 2(2), s. 87-110.

Lozan V., Ungureanu V. (2013), *Computing the Pareto-Nash equilibrium set in finite multi-objective mixed-strategy games*, „Computer science journal of Moldova", 21, 2(62), s. 173-203.

Marinacci M. (2002), *Probabilistic sophistication and multiple priors*, „Econometrica", 70, s. 755-764.

Michnik J. (2012), *What kinds of hybrid models are used in multiple criteria decision analysis and why?*, „Multiple criteria decision making '12", s. 161-168.

Michnik J. (2013), *Wielokryterialne metody wspomagania decyzji w procesie innowacji*, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego w Katowicach, Katowice.

Mikhaidov L., Tsvetinov P. (2004), *Evaluation of services using a fuzzy analytic hierarchy process*, „Applied soft computing journal", 5(1), s. 23-33.

Milnor J. (1954), *Games against nature in decision processes*, Wiley, New York, s. 49-60.

Montibeller G., Gummer H., Tumidei D. (2006), *Combining scenario planning and multi-criteria decision analysis in practice*, „Journal of multi-criteria decision analysis", 14, s. 5-20.

Nakamura K. (1986), *Preference Relations on a Set of Fuzzy Utilities as a Basis for Decision Making*, „Fuzzy Sets and Systems", 20, s. 147-162.

Nowak M. (2004), *Preference and veto thresholds in multicriteria analysis based on stochastic dominance*, „European Journal of Operational Research", 158(2), s. 339-350.

Officer R.R., Anderson J.R. (1968), *Risk, uncertainty and farm management decisions*, „Review of marketing and agricultural economics", 36(01).

Ogryczak W. (2006), *Problemy i modele decyzyjne*, Wydawnictwa UW, Warszawa.

Opricovic S. (1998), *Multicriteria optimization of civil engineering systems*, Technical Report. Faculty of Civil Engineering, Belgrade.

Piasecki K. (1990), *Decyzje i wiarygodne prognozy*, Akademia Ekonomiczna w Poznaniu, Poznań.

Pomerol J.C. (2001), *Scenario development and practical decision making under uncertainty*, „Decision support systems", 31(2), s. 197-204.

Puppe C., Schlag K. (2009), *Choice under complete uncertainty when outcome spaces are state dependent*, „Theory and Decision", 66, s. 1-16.

Ram C., Montibeller G., Morton A. (2010), *Extending the use of scenario planning and MCDA for the evaluation of strategic options*, „Journal of operational research society", 62(5), s. 817-829.

Ramík J., Hanclova J., Trzaskalik T., Sitarz S. (2008), *Fuzzy multiobjective methods in multistage decision oroblems*, „Multiple criteria decision making '07", s. 186-201.

Ravindran A.R. (2008), *Operations research and management science handbook*, Boca Raton, London, New York, CRS Press.

Render B., Stair R.M., Hanna M.E. (2006), *Quantitative analysis for management*, Upper Saddle River, New Jersey, Pearson Prentice Hall.

Roy B., Bouyssou D. (1993), *Aide multicritere a la decision: methodes et cas*, „Economica”, Paris.

Savage L. (1961), *The foundations of statistics reconsidered*, „Studies in Subjective Probability”, Wiley, New York, s. 173-188.

Saaty T.L. (1980), *The analytic hierarchy process*, McGraw Hill, New York.

Saaty T.L. (1996), *Decision making with dependence and feedback: analytic network process*, RWS Publications, Pittsburgh.

Schmeidler D. (1986), *Integral representation without additivity*, „Proceedings of the American Mathematical Society”, 97, s. 255-261.

Sikora W. (red.) (2008), *Badania Operacyjne*, Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa.

Słowiński R., Kadziński M., Greco S. (2014), *Robust ordinal regression for dominance-based approach under uncertainty*, Joint Rough Set Symposium, Granada and Madrid, Spain, July 9-13 2014.

Stewart T.J. (2005), *Dealing with uncertainties in MCDA: state of the art surveys*, „International series in operations research & management science”, 78, s. 445-466.

Suo M.Q., Li Y.P., Huang G.H. (2012), *Multicriteria decision making under uncertainty: an advanced ordered weighted averaging operator for planning electric power systems*, „Engineering applications of artificial intelligence”, 25(1), s. 72-81.

Triantaphyllou E., Lin C. (1996), *Development and evaluation of five fuzzy multiattribute decision-making methods*, „International journal of approximate reasoning”, 14(4), s. 281-310.

Trzaskalik T. (2008), *Wprowadzenie do badań operacyjnych z komputerem*, Wyd. 2, Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa.

Trzaskalik T. (red.) (2014), *Wielokryterialne wspomaganie decyzji*, Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa.

Trzpiot G. (2006), *Pomiar ryzyka finansowego w warunkach niepewności*, „Badania operacyjne i decyzje”, 2006/2.

Trzpiot G., Zawisza M. (2000), *Dominacje stochastyczne i probabilistyczne w wielokryterialnej analizie decyzji w zakresie pomocy społecznej* [w:] T. Trzaskalik (red.), *Modelowanie Preferencji a Ryzyko '00*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej im. Karola Adamieckiego w Katowicach, s. 267-279.

Tsaur S., Chang T., Yen C. (2002), *The evaluation of airline service quality by fuzzy MCDM*, „Tourism Management”, 23(2), s. 107-115.

Tyszka T. (2010), *Decyzje. Perspektywa psychologiczna i ekonomiczna*, Warszawa.

Tversky A., Kahneman D. (1992), *Advances in prospect theory: cumulative representation of uncertainty*, „Journal of risk and uncertainty”, 5, s. 297-323.

Urli B., Nadeau R. (2004): *PROMISE/scenarios: an interactive method for multiobjective stochastic linear programming under partial uncertainty*, „European journal of operational research”, 155(2), s. 361-372.

Van der Heijden K. (1996), *Scenarios: the art of strategic conversation*, John Wiley and Sons, Chichester.

von Neumann J., Morgenstern O. (1944), *Theory of games and economic behavior*, Princeton University Press, Princeton, New York.

Voorneveld M., Vermeulen D., Borm P. (1999), *Axiomatizations of Pareto equilibria in multicriteria games*, „Games and economic behavior", 28, s. 146-154.

Voorneveld M., Grahn S., Dufwenberg M. (2000), *Ideal equilibria in noncooperative multicriteria games*, „Mathematical methods of operations research", 52, s. 65-77.

Wald A. (1950), *Statistical decision functions*, Wiley, New York.

Walliser B. (2008), *Cognitive economics*, Springer, Berlin-Heidelberg.

Wang Y., Elhag T. (2006), *Fuzzy TOPSIS method based on alpha level sets with an application to bridge risk assessment*, „Expert systems with applications", 31(2), s. 309-319.

Williams C., Smith M., Young P. (1997), *Risk management and insurance*, McGraw-Hill.

Wojewnik P., Szapiro T. (2010), *Bireference procedure FBI for interactive multicriteria optimization with fuzzy coefficients*, „Central European journal of economic modelling and econometrics", 2, s. 169-193.

Xu R. (2000), *Fuzzy least-squares priority method in the analytic hierarchy process*, „Fuzzy sets and systems", 112(3), s. 395-404.

Yu C. (2002), *A GP-AHP method for solving group decision-making fuzzy AHP Problems*, „Computers and operations research", 29(14), s. 1969-2001.

ON A DECISION RULE FOR SEARCHING AN OPTIMAL PURE STRATEGY IN UNCERTAIN MULTICRITERIA DECISION MAKING

Summary: The author describes a new approach which may be used in uncertain multicriteria decision making with scenario planning to searching an optimal pure strategy. The decision maker does not know the likelihood of particular scenarios. The decision rule is supported by a forecasting stage within which scenarios reflecting the decision maker's attitude towards risk (understood as a possibility that some bad circumstances might happen) are selected. The nature of the decision maker is measured by the coefficient of optimism. Hence, the final strategy is chosen on the basis of a reduced aggregated payoff matrix. The procedure refers to SAW (Simple Additive Weighting Method) and to SF+AS method (Scenario Forecasting + Alternative Selection Method), presented in an other paper and devoted to one-criterion decision problems.

Keywords: pure strategy, uncertainty, scenario planning, multicriteria decision making, coefficient of optimism.