



Tomasz Kuszewski

Szkoła Główna Handlowa w Warszawie
Kolegium Analiz Ekonomicznych
Instytut Ekonometrii, Zakład Wspomagania
i Analizy Decyzji
tomasz.kuszewski@sgh.waw.pl

Agata Sielska

Instytut Ekonomiki Rolnictwa i Gospodarki
Żywnościowej – PIB
Zakład Zastosowań Matematyki
w Ekonomice Rolnictwa
Agata.Sielska@ierigz.waw.pl

PROFILE PRODUKCYJNE PRODUCENTÓW ROLNYCH W REGIONACH FADN DLA POLSKI

Streszczenie: Celem pracy jest identyfikacja profili produkcyjnych producentów rolnych w zależności od regionu, wielkości gospodarstwa i typu działalności. Profil produkcyjny jest charakteryzowany przez oszacowane parametry funkcji CES w postaci zagnieżdżonej dla wyróżnionych czynników produkcji, takich jak: kapitał, praca i ziemia.

Podstawą analizy jest szacowanie funkcji produkcji dla wszystkich wariantów zagnieżdżeń czynników produkcji i wybór profilu produkcyjnego najlepiej dopasowanego do danych empirycznych. Badana jest dynamika profili produkcyjnych w latach 2004-2011 oraz podobieństwo efektów otrzymywanych z profili produkcyjnych o zróżnicowanej strukturze i substytucji czynników produkcji. Dane do badania pochodzą z bazy FADN (*Farm Accountancy Data Network*).

Stwierdzono, że w okresie 2004-2011 profile produkcyjne dla gospodarstw o różnej wielkości ekonomicznej oraz dla wyróżnionych typów działalności w poszczególnych regionach FADN, zmieniały się w sposób uniemożliwiający wskazanie reguł rządzących zmianami. Wskazano, że pomimo identyfikowania dla poszczególnych podzbiorów producentów rolnych różnych profili produkcyjnych, jest możliwy pomiar podobieństwa tych profili ze względu na efekt działalności. Skala podobieństwa profili jest większa w odniesieniu do typów działalności niż do wielkości ekonomicznej gospodarstw.

Słowa kluczowe: typ producenta rolnego, mikroekonomiczna funkcja produkcji, miara podobieństwa profilu produkcyjnego.

Wprowadzenie

Producenci rolni¹, zależnie od warunków naturalnych, spodziewanych warunków pogodowych, wielkości gospodarstwa rolnego oraz osobistych zainteresowań stosują różne strategie produkcyjne. Strategie takie nie są artykułowane przez konkretnych producentów, ale uwidaczniają się w profilu produkcji gospodarstwa rolnego i sposobie wykorzystywania czynników produkcji. Badanie indywidualnych wyborów producentów rolnych nie jest możliwe bez odpowiednich zbiorów danych, a bez koniecznego uogólnienia nie jest konstruktywne.

W niniejszej pracy podejmujemy zadanie identyfikacji przeciętnego profilu gospodarstwa rolnego. Zakładamy, że możliwym do obserwacji przejawem efektu decyzji produkcyjnych producenta rolnego jest zależność między nakładami czynników produkcji a efektem procesu produkcyjnego. W ekonomii taką zależność nazywamy funkcją produkcji. Uogólnieniem indywidualnych wyborów jest oszacowana funkcja produkcji dla zdefiniowanych, jednorodnych grup producentów rolnych. Zakładamy, że producenci rolni działający na danym obszarze i w danej wielkości gospodarstwie albo działający na danym obszarze i dla danej specjalizacji produkcyjnej podejmują decyzje, które są możliwe do modelowania, uśrednienia i interpretacji. Postać analityczna dopasowanej do danych funkcji produkcji oraz wartości parametrów wyznaczają tytułowy przeciętny profil produkcyjny. Wydaje się, że zarówno badanie zmienności profili produkcyjnych, jak i badanie ich podobieństwa dla określonych grup producentów pozwoli na poznanie wiodących strategii produkcyjnych co do struktury czynników produkcji i ich substytucji.

Stosownie do danych, którymi dysponujemy, badamy profile produkcyjne dynamicznie, tzn. w latach 2004-2011. Dane o indywidualnych producentach rolnych użyte w analizie pochodzą z bazy Farm Accountancy Data Network (FADN). W części pracy poświęconej wykorzystywanym danym zdefiniujemy również przyjęty podział producentów rolnych ze względu na region prowadzenia działalności produkcyjnej, ekonomiczną wielkość gospodarstwa oraz rodzaj działalności.

Szacowanie i interpretowanie funkcji produkcji producenta rolnego jest przedsięwzięciem stosowanym powszechnie w analizach sektora i ma bogatą literaturę. Sielska [2014] pokazała, że funkcja o stałej elastyczności substytucji czynników produkcji jest dobrze dopasowana do wymienionych danych, stąd

¹ Badamy producentów rolnych, ponieważ struktura czynników produkcji jest efektem ich decyzji produkcyjnych, możliwości finansowych i preferencji. Niekiedy zamiennie, zamiast o producencie, będziemy pisać o gospodarstwie rolnym, nie tracąc z pola widzenia aspektu decyzyjnego.

naszą analizę ograniczymy wyłącznie do tego typu funkcji produkcji. Szacowane postaci analityczne funkcji są jednak zróżnicowane, a to z powodu badania różnego rodzaju zagnieżdżeń w wieloczynnikowej funkcji produkcji. Opis postaci funkcji oraz dyskusja sposobu interpretacji parametrów jest zawarta w części pracy poświęconej przedstawieniu stosowanych w pracy narzędzi analitycznych. W tej części pracy podajemy również najistotniejsze informacje o wybranej metodzie szacowania parametrów funkcji produkcji.

Dwie różne ze względu na rodzaje zagnieżdżeń czynników produkcji i wartości oszacowanych parametrów funkcje produkcji mogą nie różnić się ze względu na efekt procesu produkcyjnego. Do porównania tego aspektu profilu produkcyjnego stosujemy miarę podobieństwa funkcji zaproponowaną przez Dorosiewicza i Michalskiego [1998].

Główna część opracowania jest poświęcona prezentacji wyników analizy przeciętnych profili produkcyjnych. Ponieważ w tak krótkim opracowaniu nie jest możliwe pokazanie wszystkich wyników obliczeń koncentrujemy się na następujących zagadnieniach:

- zmienność bądź konwergencja profili produkcyjnych w czasie,
- zmienność bądź konwergencja profili produkcyjnych w przestrzeni.

W podsumowaniu, oprócz syntezy wyników analizy, staramy się nakreślić kierunki przyszłych badań zróżnicowania profili produkcyjnych producentów rolnych.

1. Dyskryminacja zbioru producentów rolnych

W tej części pracy przedstawimy podstawowe cechy informacji gromadzonych w bazie FADN, okres analizy oraz zdefiniujemy badane grupy producentów.

1.1. FADN

FADN (*Farm Accountancy Data Network*) stanowi system zbierania i wykorzystywania danych rachunkowych z gospodarstw rolnych. FADN, którego historia datuje się od 1965 r., funkcjonuje w każdym kraju członkowskim UE, a zbierane dane są reprezentatywne dla typu rolniczego, wielkości ekonomicznej oraz położenia gospodarstwa rolnego.

Do analizy wybrano następujące zmienne reprezentujące czynniki wytwórcze dla lat 2004-2011:

- praca (L) – czas pracy ogółem (suma czasu pracy świadczonej w gospodarstwie nieodpłatnie, głównie przez członków rodziny oraz czasu pracy najemnej, wyrażona w godzinach),
- ziemia (Z) – całkowita powierzchnia użytków rolnych (z wyłączeniem m.in. ziemi dzierżawionej na okres krótszy niż jeden rok, wyrażona w hektarach),

– kapitał (K) – nakłady kapitału odzwierciedlane przez wartość aktywów ogółem (suma aktywów trwałych i obrotowych, wyrażona w zł).

Produkcja (Y) reprezentowana jest przez wartość produkcji ogółem, będącą sumą produkcji roślinnej, zwierzęcej oraz pozostałej (w zł).

Każdy z krajów członkowskich jest podzielony na regiony, przy czym niektóre państwa traktowane są jako jeden region (np. Cypr, Dania). W Polsce wyróżnia się następujące cztery regiony, obejmujące województwa: Pomorze i Mazury – woj. lubuskie, pomorskie, warmińsko-mazurskie i zachodniopomorskie, Wielkopolska i Śląsk – woj. dolnośląskie, kujawsko-pomorskie, opolskie oraz wielkopolskie, Mazowsze i Podlasie – woj. lubelskie, łódzkie, mazowieckie i podlaskie oraz Małopolska i Pogórze – woj. małopolskie, podkarpackie, śląskie i świętokrzyskie.

1.2. Producenci ze względu na wielkość ekonomiczną

Wielkość ekonomiczną gospodarstwa rolnego wyznacza się na podstawie wartości parametru Standardowej Produkcji (*Standard Output, SO*). W celu wyznaczenia SO oblicza się wartość uzyskiwanej w ciągu roku produkcji określonego typu z jednego hektara lub jednego zwierzęcia. W tym procesie wykorzystywane są średnie z pięciu lat, co ma służyć wyeliminowaniu wahań sezonowych [Płonka i in., 2015; Bocian, Cholewa i Tarasiuk, 2014].

W pracy wykorzystaliśmy grupowanie według klasyfikacji ES6, w której gospodarstwa zaliczane są do jednej z sześciu klas zgodnie z wartościami Standardowej Produkcji przedstawionymi w tabeli 1. Ze względu na niedostateczną liczebność gospodarstw należących do niektórych grup w wybranych latach i regionach, z próby wyłączono klasy „bardzo małe” i „bardzo duże”.

Tabela 1. Klasy wielkości ekonomicznej i liczba obserwacji w badaniu

Klasa wielkości ekonomicznej ES6 \ Rok	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Bardzo małe ($2000 \leq \epsilon < 8000$)	-	-	-	-	-	-	-	-
Małe ($8000 \leq \epsilon < 25\ 000$)	4672	4827	4731	4191	4155	4105	4272	3898
Średnio małe ($25\ 000 \leq \epsilon < 50\ 000$)	3106	3199	3279	2647	2666	2673	3104	2830
Średnio duże ($50\ 000 \leq \epsilon < 100\ 000$)	1547	1682	1755	1318	1344	1441	1752	1602
Duże ($100\ 000 \leq \epsilon < 500\ 000$)	594	696	768	552	554	560	832	633
Bardzo duże ($\epsilon \geq 500\ 000$)	-	-	-	-	-	-	-	-

Źródło: Klasy wielkości ekonomicznej za: Bocian, Cholewa, Tarasiuk [2014, s. 42], opracowanie własne na podstawie danych FADN.

1.3. Producenci ze względu na rodzaj działalności

Wartość Standardowej Produkcji jest również wykorzystywana do określenia rodzaju działalności gospodarstwa, tzw. typu rolniczego. Kryterium, na podstawie którego klasyfikowane są gospodarstwa, jest wielkość udziału standardowej produkcji danego rodzaju w całkowitej wartości produkcji.

W pracy skorzystaliśmy z klasyfikacji TF8, zgodnie z którą gospodarstwo przyporządkowane jest do jednej z ośmiu specjalizacji: uprawy polowe; uprawy ogrodnicze; winnice; uprawy trwałe; krowy mleczne; zwierzęta trawożerne; zwierzęta ziarnożerne oraz produkcja mieszana [Płonka i in., 2015; Bocian, Cholewa i Tarasiuk, 2014]. Podobnie jak w przypadku wielkości ekonomicznej, z powodu niedostatecznej liczebności producentów należących do niektórych grup w wybranych latach i regionach, analizowaliśmy jedynie cztery typy produkcyjne. Odpowiednie liczebności podano w tabeli 2.

Tabela 2. Liczba obserwacji wg rodzaju działalności

Typ \ Rok	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Uprawy polowe	1405	1610	1676	1453	1698	1699	2045	1921
Krowy mleczne	1969	2167	2183	1976	2100	2094	2319	2092
Zwierzęta ziarnożerne	1634	1812	1955	1481	1266	1377	1600	1347
Mieszane	5185	5214	4944	4010	3819	3605	3855	3446

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych FADN.

2. Narzędzia analizy profili produkcyjnych

Niniejsza część pracy jest poświęcona zaprezentowaniu narzędzi analizy profili produkcyjnych. Szczególną uwagę zwracamy na wybraną funkcję produkcji, metodę szacowania jej parametrów oraz sposób pomiaru podobieństwa wieloczynnikowych funkcji produkcji. Czynniki produkcji w funkcji producenta rolnego, branymi pod uwagę w naszej analizie, są, jak zdefiniowano w poprzedniej części opracowania, kapitał (K), ziemia (Z) oraz praca (L).

2.1. Funkcja produkcji o stałej elastyczności substytucji czynników

Cobb i Douglas [1928] jako pierwsi zaproponowali do analizy procesu produkcyjnego pewną funkcję, znaną i powszechnie używaną do dzisiaj. W oryginalnym sformułowaniu jest to funkcja odwzorowująca wpływ dwóch czynników produkcji na wielkość produkcji. Funkcja Cobba-Douglassa jest jednorodną funkcją

o stałych elastycznościach produktu względem czynników produkcji, a elastyczność substytucji² jest stała i równa $\sigma = 1$.

Arrow, Chenery, Minhas i Solow [1961] uogólnili funkcję Cobba-Douglasa i wyprowadzili dwuczynnikową funkcję produkcji, zwaną dzisiaj potocznie³ funkcją CES (*Constant Elasticity of Substitution*) postaci

$$Y = \gamma[\delta K^{-\rho} + (1 - \delta)L^{-\rho}]^{-\frac{\nu}{\rho}},$$

gdzie Y – produkt, K, L – czynniki produkcji, $\gamma > 0$ – parametr skali produkcji, $0 < \delta < 1$ – parametr struktury czynników produkcji, $\nu > 0$ – parametr przychodów skali, wyznaczający stopień jednorodności funkcji, $\rho > -1, \rho \neq 0$ – parametr substytucji czynników produkcji. Funkcja Arrowa i in. (ACMS) jest uogólnieniem kilku funkcji produkcji⁴.

Nic nie stoi na przeszkodzie, aby rozpatrywać więcej niż dwa czynniki produkcji. Takie uogólnienie funkcji ACMS podaje Uzawa [1962] oraz McFadden [1963]. Sielska [2014] pokazuje, że dla modelowania zachowań producentów rolnych na podstawie danych indywidualnych dobrze dopasowane statystycznie są uogólnienia funkcji ACMS odmienne od uogólnienia Uzawy. W formułowanym modelu rozpatruje się co prawda trzy czynniki produkcji, ale funkcja produkcji jest funkcją $R^2 \rightarrow R^1$. Zabieg, który sprowadza zależność trójczynnikową do dwuczynnikowej, nosi w literaturze nazwę zagnieżdżenia dwupoziomowego [Sato, 1967]. Pomysł Sato jest często wykorzystywany [Kemfert⁵, 1998; Caselli i Coleman, 2002]. Testujemy trzy możliwe warianty zagnieżdżeń:

$$\text{(wariant LZK)} Y = \gamma \left[\delta(\delta_1 L^{-\rho_1} + (1 - \delta_1) Z^{-\rho_1})^{-\frac{\rho}{\rho_1}} + (1 - \delta) K^{-\rho} \right]^{-\frac{\nu}{\rho}},$$

$$\text{(wariant ZKL)} Y = \gamma \left[\delta(\delta_1 Z^{-\rho_1} + (1 - \delta_1) K^{-\rho_1})^{-\frac{\rho}{\rho_1}} + (1 - \delta) L^{-\rho} \right]^{-\frac{\nu}{\rho}},$$

² Elastyczność substytucji mierzy wpływ jednostkowej względnej zmiany krańcowej stopy technicznej substytucji jednego czynnika przez drugi (np. pracy przez kapitał) na odwrotność współczynnika technicznego uzbrojenia pracy. W przypadku funkcji Cobba-Douglasa krańcowa stopa technicznej substytucji pracy przez kapitał jest liniową funkcją technicznego uzbrojenia pracy. W interpretacji geometrycznej elastyczność substytucji mierzy stopień krzywizny (wypukłości) izokwenty funkcji produkcji.

³ Ta nazwa nie identyfikuje jednoznacznie funkcji produkcji, ponieważ oprócz ACMS jest znanych i stosowanych w badaniach wiele funkcji o stałej elastyczności substytucji.

⁴ Można udowodnić [Żółtowska, 1997], że dla $\rho \rightarrow 0$ funkcja Arrowa i in. zbiega do funkcji Cobba-Douglasa, dla $\rho \rightarrow -1$ – zbiega do liniowej funkcji produkcji i $\sigma \rightarrow \infty$, zaś dla $\rho \rightarrow \infty$ – zbiega do Leontiewa funkcji produkcji i $\sigma = 0$.

⁵ W pracy Kemfert funkcje produkcji są zdynamizowane przez uwzględnienie czynnika postaci $\exp(\lambda t)$, gdzie λ jest parametrem, a t zmienną odwzorowującą upływ czasu.

$$\text{(wariant KLZ)} Y = \gamma \left[\delta (\delta_1 K^{-\rho_1} + (1 - \delta_1) L^{-\rho_1})^{-\frac{\rho}{\rho_1}} + (1 - \delta) Z^{-\rho} \right]^{-\frac{\nu}{\rho}}.$$

W wariacie LZK kapitał jest traktowany jako jeden z dwóch podstawowych czynników produkcji, wymienny z drugim czynnikiem, który jest zagnieżdżoną funkcją pracy i ziemi. Oznacza to bezpośrednią substytucję między pracą a ziemią. Należy stwierdzić, że kapitał występuje na pierwszym poziomie zagnieżdżenia, a praca i ziemia – na drugim. Analogicznie można zinterpretować postaci analityczne wariantów ZKL oraz KLZ. Zagnieżdżanie umożliwia utrzymanie stałej elastyczności substytucji między agregatem a wyróżnionym czynnikiem produkcji. Warto zauważyć, że propozycja szacowania zagnieżdżonych funkcji produkcji nie zmniejsza ogólności rozważań. Otrzymanie wartości oszacowań parametrów $\rho = \rho_1$ będzie wskazywać na konieczność interpretacji niezagnieżdżonej funkcji produkcji.

Można oczekiwać, że w trakcie szacowania parametrów zagnieżdżonej funkcji produkcji w każdej grupie producentów rolnych, ujawniać się będą jako najlepiej dopasowane w danym roku inne jej warianty. To zjawisko można interpretować jako zmianę przeciętnego profilu produkcyjnego danej grupy producentów. Na tym etapie badań nad profilami produkcyjnymi nie dyskutuje się o innych szczegółowych zagadnieniach związanych z funkcjami produkcji o stałej elastyczności substytucji, np. różnicach w interpretacji elastyczności Allena/Uzawy czy Morishimy [Blackorby i Russell, 1989].

2.2. Szacowanie parametrów mikroekonomicznej funkcji produkcji

Szacowanie parametrów funkcji produkcji postaci ACMS jest przedsięwzięciem niebanalnym z ekonometrycznego punktu widzenia. Mamy do czynienia z modelem ściśle nieliniowym względem parametrów. Do szacowania wartości parametrów takiego modelu⁶ na podstawie danych używa się zazwyczaj nieliniowej metody najmniejszych kwadratów (NMNK) lub metody największej wiarygodności. Gdy stosuje się pierwszą z wymienionych metod, poszukuje się takich wartości parametrów modelu, które minimalizują sumę kwadratów reszt. Jak widać, idea jest identyczna z podejściem do modeli liniowych względem parametrów, ale jej implementacja w przypadku modeli nieliniowych jest nieporównanie trudniejsza numerycznie, ponieważ sprowadza się do poszukiwania

⁶ Szacowanie parametrów nie jest jedyną drogą do nadania parametrom wartości liczbowych. Innym sposobem jest tzw. kalibracja, mająca zastosowanie częściej w pracach makroekonomicznych niż mikroekonomicznych [Growiec, 2012].

rozwiązania najkorzystniejszego zadania optymalizacji nieliniowej. W przypadku relacjonowanego badania trudność optymalizacji jest zwiększona na skutek wykorzystywania danych mikroekonomicznych.

Znane i stosowane są liczne procedury numeryczne poszukiwania minimum funkcji wielu zmiennych. Sielska [2014] porównuje skuteczność szacowania parametrów zagnieżdżonej funkcji ACMS metodami: Levenberga-Marquardta, gradientu sprzężonego, Newtona, Broydena-Flechera-Goldfarba-Shanno (BFGS), BFGS z ograniczoną pamięcią, PORT, Neldera-Meada, symulowanego wyżarzania (*Simulated Annealing*) oraz ewolucji różnicowej (*Differential Evolution*). Z cytowanego badania wynika, że metoda ewolucji różnicowej jest stabilna numerycznie i dobrze sprawdza się w przypadku danych indywidualnych. Ponadto, zgodnie z [Mishra, 2007] (za: [Henningsen, Henningsen, 2014]) można stwierdzić, że uznaje się ją za bardziej efektywną od innych, zbliżonych metod, np. symulowanego wyżarzania. Uzyskane za jej pomocą modele są interpretowane jako funkcje o stałej elastyczności substytucji.

Metoda DE należy do metod obliczeniowych sztucznej inteligencji⁷. Od czasu powstania [Storn i Price, 1997] jest intensywnie rozwijana [Price, Storn i Lampinen, 2005] oraz są ujawniane jej liczne skuteczne zastosowania [Feokistov, 2006]. DE jest metodą przeznaczoną do poszukiwania punktu wartości minimalnej funkcji ciągłej wielu zmiennych. Jako procedura optymalizacji globalnej gwarantuje uniknięcie zatrzymania procesu minimalizacji wartości funkcji w optimum lokalnym, co czyni jej zastosowanie w rozważanej sytuacji szacowania parametrów funkcji produkcji na podstawie danych indywidualnych tym bardziej uzasadnionym.

Obliczenia, których rezultaty są podstawą analizy przeprowadzonej w tym opracowaniu, wykonano w pakiecie ‘micEconCES’, będącym składowym oprogramowaniem *open source* R.

2.3. Miara podobieństwa profili produkcyjnych

Badanie profili producentów rolnych jest dokonywane według różnych kryteriów i według zróżnicowanej metodyki. Jak wspomnieliśmy w poprzedniej części pracy, jednym z możliwych sposobów analizy jest krytyczna interpretacja oszacowań funkcji produkcji. Drugim sposobem porównania profili produkcyj-

⁷ Wydaje się, że nie ma potrzeby rozwijania tematu podziału metod numerycznych, nazywanych potocznie metodami sztucznej inteligencji. Dyskusje, czy dana procedura jest algorytmem genetycznym, czy algorytmem ewolucyjnym, są przedmiotem zainteresowania innej dyscypliny naukowej [Michalewicz i Fogel, 2006].

nych, dającym obraz bardziej syntetyczny od poprzedniego, jest zbadanie całosciowego podobieństwa oszacowanych funkcji produkcji definiujących profile produkcyjne. Narzędziem, które zastosujemy, jest miara podobieństwa funkcji zaproponowana przez Dorosiewicza i Michalskiego [1998]. Podstawą konstrukcji miary jest intuicja badania wartości cosinusa kąta zawartego między stycznymi do wykresów porównywanych funkcji przy jednoczesnym wzięciu po uwagę różnic monotoniczności w danym punkcie. Miara jest unormowana i przyjmuje wartości z przedziału $\langle -1, 1 \rangle$ oraz jest symetryczna i zwrotna, tzn. funkcja f jest podobna do siebie samej i miara podobieństwa jest wtedy równa 1. Aby nie epatować Czytelnika skomplikowanym wywodem, przytoczymy za twórcami miary kilka wzorów, które dają jasny obraz zasad jej konstrukcji. Niech: $f, g: R^1 \rightarrow R^1$ – funkcje różniczkowalne. Wartość miary podobieństwa S w punkcie x jest określona następująco:

$$S(f, g)(x) = \frac{|1+f'(x) \cdot g'(x)|}{\sqrt{(1+[f'(x)]^2)(1+[g'(x)]^2)}} \cdot \Theta[f'(x) \cdot g'(x)],$$

gdzie $\Theta(a) = \text{sign}[2\text{sign}(a) + 1]$.

Wartość miary podobieństwa dwóch funkcji na przedziale liczbowym $[a, b]$ jest równa

$$S_{[a,b]}(f, g) = \lim_{\beta \rightarrow b^-, \alpha \rightarrow a^+} \frac{1}{\beta - \alpha} \int_{\alpha}^{\beta} S(f, g)(x) dx.$$

Naturalnym uogólnieniem jest także określenie wartości miary na dowolnym zbiorze X z R^1 . Gdy ϑ jest nieujemną i ograniczoną miarą na pewnej σ -algebrze \mathcal{M} podzbiorów zbioru X , wtedy

$$S_X(f, g) = \frac{1}{\vartheta(X)} \int_X S(f, g)(x) d\vartheta(X).$$

W przypadku referowanego badania istnieje potrzeba badania podobieństwa funkcji wielu zmiennych. Załóżmy, że: $f, g: R^n \rightarrow R^1$ – funkcje różniczkowalne oraz $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$. Wartość miary podobieństwa funkcji w punkcie jest teraz określona następująco:

$$S(f, g)(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{|1 + \frac{\partial f}{\partial x_i}(x) \cdot \frac{\partial g}{\partial x_i}(x)|}{\sqrt{\left[1 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}(x)\right)^2\right] \left[1 + \left(\frac{\partial g}{\partial x_i}(x)\right)^2\right]}} \cdot \Theta\left(\frac{\partial f}{\partial x_i}(x) \cdot \frac{\partial g}{\partial x_i}(x)\right).$$

Uogólnienie na przedział i podzbiór przestrzeni R^n przebiega analogicznie jak w przypadku przestrzeni R^1 . Widać, że efektywne obliczenie wartości miary w przypadku rozpatrywanych funkcji produkcji wymaga całkowania na pod-

zbiorach przestrzeni R^2 będących prostokątami, których współrzędne określa zakres zmienności czynników produkcji dla rozpatrywanej grupy producentów rolnych. Obliczenia wykonano w pakietach *open source* Maxima i R.

3. Wyniki analizy

Oszacowano parametry funkcji produkcji omówionych w punkcie 2.1 w trzech wariantach LZK, ZKL oraz KLZ dla Polski ogółem, każdego z 4 regionów FADN i każdego wyróżnionego typu produkcyjnego a także dla każdego z 4 regionów i 3 klas wielkości gospodarstw: „małe”, „średnio małe” oraz „średnio duże”. Dla producentów rolnych z klasy wielkości „duże” oszacowano, ze względu na wielkość próby, tylko model dla Polski ogółem. Funkcję produkcji ze względu na wariant zagnieżdżenia czynników produkcji traktujemy jako uśredniony profil producenta rolnego w zadanej dyskryminacji. Analizujemy profile produkcyjne ze względu na zmiany w rodzajach zagnieżdżenia w latach 2004-2011 oraz ze względu na podobieństwo pod względem dopasowania do danych empirycznych i skutków produkcyjnych. Dopasowanie do danych empirycznych oceniamy na podstawie wartości współczynników determinacji. Okazuje się, że oszacowane profile produkcyjne dla podziału według typu działalności producenta są znacznie lepiej dopasowane do danych empirycznych niż profile produkcyjne wyróżnione ze względu na wielkość ekonomiczną tego producenta. Zanim przejdziemy do syntetyzowania wyników obliczeń zinterpretujemy oszacowania dwóch przykładowych profili produkcyjnych.

3.1. Profile produkcyjne produkcji mieszanej w Małopolsce i na Pogórzu

Z wielu oszacowanych modeli funkcji produkcji wybraliśmy dwie jako przykład zmian profili produkcyjnych w danym regionie FADN oraz dla danego typu producentów rolnych (tabela 3). Miarą dopasowania profili do danych empirycznych jest współczynnik determinacji R^2 . Co prawda w przypadku modeli nieliniowych, wartości przyjmowane przez ten współczynnik mogą wybiegać poza przedział $<0, 1>$, ale jak pisze Greene [2000, s. 420], mimo tej niedogodności, współczynnik determinacji jest nadal dobrą miarą dopasowania nieliniowego modelu ekonometrycznego do danych.

Tabela 3. Profile produkcyjne producentów rolnych w regionie Małopolska i Pogórze dla produkcji mieszanej w latach 2004 i 2011

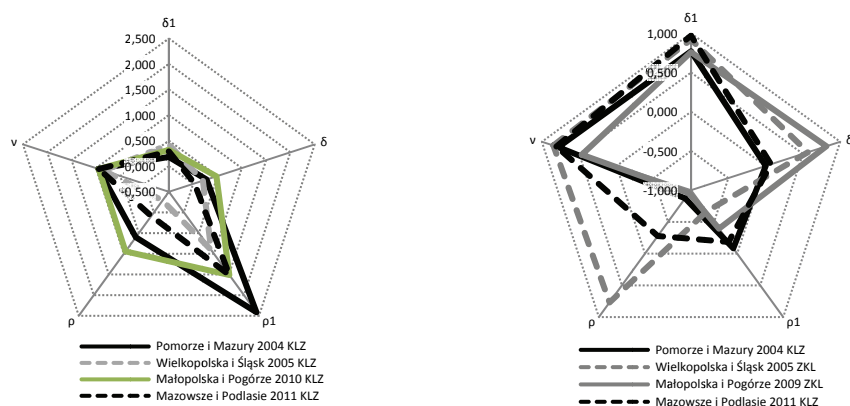
Parametr	2004	2011
Wariant zagnieżdżenia	LZK	ZKL
Skala produkcji (γ)	371,433	2132,258
Struktura czynników na I poziomie zagnieżdżenia (δ)	0,908	0,946
Struktura czynników na II poziomie zagnieżdżenia (δ_1)	0,601	0,468
Substytucja na I poziomie zagnieżdżenia (ρ)	-0,245	-0,094
Substytucja na II poziomie zagnieżdżenia (ρ_1)	7,759	5,441
Przychody skali (v)	0,999	1,122
Współczynnik determinacji	0,781	0,854

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych FADN.

Dopasowanie obu profili produkcyjnych do danych empirycznych jest zadowalające. W 2004 r. czynnikiem produkcji na I stopniu zagnieżdżenia był kapitał (K), natomiast praca (L) występowała wspólnie z ziemią (Z) na II stopniu zagnieżdżenia. Czynnikiem łącznym wypełniał około 90%, a kapitał około 10% w strukturze czynników produkcji. Na II stopniu zagnieżdżenia praca miała około 60% udziału w czynniku łącznym, a ziemia około 40%. W 2011 r. – końcowym roku badanego okresu – czynnikiem łącznym było połączenie ziemi i kapitału, natomiast praca stanowiła już czynnik odrębny, ale z udziałem tylko około 5% w strukturze czynników produkcji. Czynnikiem łącznym (ziemia i kapitał) wyczerpywały pozostałe 95%, i ich udziały były zbliżone, z lekką przewagą kapitału. W 2004 r. gospodarowano w realiach stałych przychodów skali, co oznacza, że równomierne zwiększanie zaangażowania czynników produkcji pozwalało na podobne zwiększenie efektów. W 2011 r. sytuacja dla gospodarujących w typie mieszanym produkcji rolnej była korzystniejsza. Równomierne zwiększanie zaangażowania czynników produkcji dawało wzrost produkcji o około 12% większy niż tempo wzrostu zaangażowania czynników. W 2004 r. praca była bezpośrednim substytutem ziemi z małą elastycznością substytucji, podobnie mała elastyczność substytucji miała miejsce w przypadku ziemi i kapitału – bezpośrednich substytutów w 2011 r. W obu porównywanych latach elastyczność substytucji na I stopniu zagnieżdżenia była zbliżona do jedności. Oznacza to podobną co do wartości elastyczność substytucji między czynnikiem łącznym pracą i ziemią a kapitałem w 2004 r. oraz ziemią i kapitałem a pracą w 2011 r.

Z przeprowadzonego porównania możemy wyciągnąć wniosek, że w okresie 2004-2011 rola pracy jako czynnika produkcji w rozpatrywanej grupie producentów rolnych zmalała, a rola kapitału wzrosła. Jednocześnie opłacalne stało się zwiększanie zaangażowania wszystkich czynników produkcji z powodu rosnących efektów skali.

W podanym przykładzie profili produkcyjnych, poza odmiennością zagnieżdżeń i struktury zaangażowania czynników produkcji, wartości parametrów nie cechowała duża zmienność. W przypadkach innych grup producentów rolnych była ona znacząca. Wybrane oszacowane profile produkcyjne ilustruje rys. 1. Dla utrzymania jego przejrzystości zrezygnowano z uwzględnienia wartości parametru skali produkcji.



Rys. 1. Zmienność parametrów wybranych profili produkcyjnych: uprawy polowe – część lewa, zwierzęta ziarnożerne – część prawa

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych FADN.

W przypadku typu „uprawy polowe” (lewa część rysunku) dane pochodzą z różnych lat dla tego samego wariantu zagnieżdżeń czynników produkcji. Parametrem profili o największej zmienności jest parametr określający elastyczność substytucji czynników w zagnieżdzeniu. Parametrem o najmniejszej zmienności jest parametr przychodów skali. W przypadku typu „zwierzęta ziarnożerne” (prawa część rysunku) dane pochodzą z różnych lat i dotyczą innych wariantów zagnieżdżeń. Względnie stały jest tylko parametr struktury czynników produkcji w zagnieżdzeniu.

3.2. Zmiany profili produkcyjnych w czasie i przestrzeni

Przedstawimy teraz wyniki badania zmian profili produkcyjnych producentów rolnych dla całego okresu 2004-2011. Dla każdej wyróżnionej grupy producentów rolnych ocenialiśmy dopasowanie trzech wariantów profilu produkcyjnego, zróżnicowanych ze względu na sposób zagnieżdżania czynników produkcji. Każdorazowo, spośród trzech wariantów wybieraliśmy najlepiej dopasowany do danych zgodnie z wartością współczynnika determinacji. Rezultaty porównań zawierają tabele 4 i 5.

Tabela 4. Profile produkcyjne producentów rolnych w Polsce i regionach według klasy wielkości producentów rolnych w latach 2004-2011

Regiony	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Małe								
POLSKA	ZKL	LZK	KLZ	LZK	LZK	KLZ	LZK	ZKL
Pomorze i Mazury	LZK	ZKL	LZK	LZK	ZKL	LZK	KLZ	ZKL
Wielkopolska i Śląsk	LZK	KLZ	KLZ	KLZ	ZKL	KLZ	ZKL	ZKL
Mazowsze i Podlasie	LZK	ZKL	LZK	LZK	ZKL	KLZ	KLZ	LZK
Małopolska i Pogórze	KLZ	ZKL	ZKL	ZKL	LZK	ZKL	KLZ	KLZ
Średnio małe								
POLSKA	ZKL	LZK	LZK	KLZ	ZKL	LZK	KLZ	LZK
Pomorze i Mazury	LZK	ZKL	LZK	ZKL	LZK	KLZ	LZK	ZKL
Wielkopolska i Śląsk	LZK	ZKL	ZKL	ZKL	KLZ	KLZ	ZKL	ZKL
Mazowsze i Podlasie	LZK	LZK	LZK	LZK	KLZ	ZKL	ZKL	ZKL
Małopolska i Pogórze	LZK	KLZ	ZKL	LZK	LZK	KLZ	LZK	ZKL
Średnio duże								
POLSKA	ZKL	ZKL	LZK	ZKL	ZKL	ZKL	KLZ	ZKL
Pomorze i Mazury	ZKL	LZK	LZK	ZKL	LZK	LZK	LZK	ZKL
Wielkopolska i Śląsk	LZK	ZKL	ZKL	ZKL	KLZ	LZK	LZK	ZKL
Mazowsze i Podlasie	LZK	ZKL	ZKL	LZK	LZK	KLZ	ZKL	KLZ
Małopolska i Pogórze	LZK	ZKL	LZK	LZK	ZKL	LZK	LZK	LZK

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych FADN.

W zmienności profili produkcyjnych trudno dostrzec prawidłowości zmian w czasie. Reguły wyboru w regionach w zależności od wielkości ekonomicznej są łatwiejsze do ustalenia. W przypadku producentów małych każdy z trzech wariantów profili produkcyjnych jest identyfikowany w latach 2004-2011 tak samo często. W przypadku producentów średnio małych i średnio dużych liczba wyborów wariantu ZKL jest taka sama, jak w przypadku producentów małych, a liczba wyborów wariantu LZK wzrasta kosztem liczby wyborów wariantu KLZ. Oznacza to, że im większy producent rolny, tym ważniejsza staje się bezpośrednia substytucja między kapitałem a innymi czynnikami produkcji.

Trudność w rozpoznaniu prawidłowości w czasie zmian profili produkcyjnych może wynikać ze zbyt małej liczby obserwacji zmienności warunków gospodarowania w zależności od wielkości producenta oraz zmian wynikających z przystosowania się producentów do uwarunkowań powstałych po wstąpieniu Polski do Unii Europejskiej.

Porównamy teraz zmienność profili produkcyjnych ze względu na typ działalności producenta rolnego. Odpowiednie dane zawiera tabela 5.

Tabela 5. Profile produkcyjne producentów rolnych w Polsce i regionach według typu działalności producentów rolnych w latach 2004-2011

Regiony	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Uprawy polowe								
POLSKA	LZK	LZK	LZK	ZKL	ZKL	ZKL	KLZ	LZK
Pomorze i Mazury	ZKL	ZKL	KLZ	KLZ	ZKL	ZKL	ZKL	KLZ
Wielkopolska i Śląsk	LZK	LZK	LZK	LZK	ZKL	KLZ	KLZ	ZKL
Mazowsze i Podlasie	ZKL	ZKL	ZKL	ZKL	ZKL	ZKL	KLZ	LZK
Małopolska i Pogórze	LZK	KLZ	KLZ	LZK	ZKL	ZKL	KLZ	ZKL
Krowy mleczne								
POLSKA	LZK	LZK	LZK	LZK	LZK	LZK	KLZ	ZKL
Pomorze i Mazury	ZKL	LZK	KLZ	ZKL	ZKL	ZKL	LZK	ZKL
Wielkopolska i Śląsk	LZK	LZK	ZKL	ZKL	ZKL	LZK	ZKL	LZK
Mazowsze i Podlasie	ZKL	KLZ	ZKL	KLZ	KLZ	ZKL	ZKL	ZKL
Małopolska i Pogórze	ZKL	LZK	ZKL	LZK	ZKL	LZK	KLZ	LZK
Zwierzęta ziarnożerne								
POLSKA	KLZ	ZKL	KLZ	KLZ	LZK	LZK	ZKL	LZK
Pomorze i Mazury	KLZ	ZKL	LZK	KLZ	ZKL	ZKL	LZK	ZKL
Wielkopolska i Śląsk	KLZ	ZKL	KLZ	ZKL	LZK	KLZ	KLZ	ZKL
Mazowsze i Podlasie	ZKL	LZK	LZK	ZKL	ZKL	KLZ	KLZ	KLZ
Małopolska i Pogórze	LZK	LZK	LZK	LZK	ZKL	ZKL	ZKL	ZKL
Mieszane								
POLSKA	LZK	ZKL	KLZ	KLZ	ZKL	ZKL	LZK	ZKL
Pomorze i Mazury	KLZ	ZKL	ZKL	LZK	LZK	KLZ	LZK	KLZ
Wielkopolska i Śląsk	LZK	KLZ	ZKL	ZKL	LZK	LZK	ZKL	LZK
Mazowsze i Podlasie	LZK	LZK	ZKL	KLZ	ZKL	ZKL	KLZ	ZKL
Małopolska i Pogórze	LZK	LZK	ZKL	ZKL	ZKL	KLZ	KLZ	ZKL

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych FADN.

Podobnie jak w przypadku rozpatrywania profili produkcyjnych według wielkości gospodarstwa, tak i w zestawieniu według typu działalności trudno dostrzec prawidłowości dynamiczne. Najczęściej występującym profilem produkcji jest wariant ZKL, czyli taki, w którym praca jest substytutem czynnika składającego się z ziemi i kapitału. Najrzadziej spotykanym w latach 2004-2011 profilem produkcji jest KLZ, w którym ziemia jest substytutem czynnika składającego się z kapitału i pracy.

Z obu porównań wynikają podobne wnioski. Po pierwsze, zmienność profili produkcyjnych w regionach FADN może wynikać z przystosowywania się producentów do warunków produkcji w ramach Wspólnej Polityki Rolnej z uwzględnieniem lokalnych ograniczeń. Po drugie, ziemia jest co prawda nie dającym się pominąć czynnikiem produkcji w rolnictwie, ale jej znaczenie jest systematycznie marginalizowane.

3.3. Podobieństwo profili produkcyjnych w czasie i przestrzeni

W poprzedniej części opracowania porównaliśmy profile produkcyjne producentów rolnych dzielonych według kryteriów wielkości gospodarstwa albo typu działalności. W części 2.3 zreferowaliśmy ideę badania podobieństwa funkcji. Badanie podobieństwa profili produkcyjnych odpowiada na pytanie, czy i w jakim stopniu różne profile produkcyjne gwarantują otrzymanie podobnej wielkości produkcji w danym roku dla danego zakresu zaangażowania czynników produkcji.

Przedstawimy wyniki badania podobieństwa profili produkcyjnych zidentyfikowanych jako najlepiej dopasowane do danych, lecz nie dla całego okresu 2004-2011, ale tylko dla skrajnych lat tego okresu. Przypomnijmy, że miara podobieństwa jest symetryczna i zwrotna, czyli równa 1 dla identycznych funkcji badanych dla tego samego zakresu wartości zmiennych. Dla każdego regionu FADN porównujemy profil produkcyjny producentów z tego regionu do profilu produkcyjnego z innego regionu. Rezultaty porównań zawierają tabele 6 i 7.

Tabela 6. Podobieństwo profili produkcyjnych producentów rolnych w regionach według klasy wielkości producentów rolnych w latach 2004 oraz 2011

Regiony	2004			Regiony	2011		
	PomMaz	WielŚl	MazPodl		PomMaz	WielŚl	MazPodl
Małe							
Wielkopolska i Śląsk	0,726	x	x	WielŚl	0,998	x	x
Mazowsze i Podlasie	0,985	0,785	x	MazPodl	0,824	0,854	x
Małopolska i Pogórze	0,721	0,485	0,735	MałpPog	0,763	0,806	0,995
Średnio małe							
Wielkopolska i Śląsk	0,639	x	x	WielŚl	0,722	x	x
Mazowsze i Podlasie	0,803	0,884	x	MazPodl	0,720	0,995	x
Małopolska i Pogórze	0,803	0,895	0,999	MałpPog	0,997	0,723	0,732
Średnio duże							
Wielkopolska i Śląsk	0,917	x	x	WielŚl	0,955	x	x
Mazowsze i Podlasie	0,942	0,999	x	MazPodl	0,802	0,762	x
Małopolska i Pogórze	0,906	0,702	0,717	MałpPog	0,968	0,973	0,851

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych FADN.

Dane w tabeli można interpretować element po elemencie. Przykładowo, u małych producentów rolnych najmniej podobne były profile produkcyjne producentów pochodzących z regionów Małopolska i Pogórze oraz Wielkopolska i Śląsk w 2004 r. (wartość miary 0,485). Najbardziej podobne były profile produkcyjne małych producentów rolnych z regionów Wielkopolska i Śląsk oraz Pomorze i Mazury w 2011 r. Syntetyczną miarą podobieństwa profili produkcyjnych między rokiem r1 a rokiem r2 $SP(r1,r2)$ definiujemy *ad hoc* jako sumę różnic kwadratów miar podobieństwa między regionami. Im mniejsza wartość

miary, tym większe łączne podobieństwo profili produkcyjnych w porównywalnych latach. Otrzymujemy $SP(2004,2011) = 0,277$ dla producentów małych, $SP(2004,2011) = 0,165$ dla producentów średnio małych oraz $SP(2004,2011) = 0,172$ dla producentów średnio dużych.

Porównamy teraz zmienność profili produkcyjnych ze względu na typ działalności producenta rolnego. Odpowiednie dane zawiera tabela 7.

Tabela 7. Podobieństwo profili produkcyjnych producentów rolnych w regionach według typu działalności producentów rolnych w latach 2004 oraz 2011

Regiony	2004			Regiony	2011		
	PomMaz	WielŚl	MazPodl		PomMaz	WielŚl	MazPodl
Uprawy polowe							
Wielkopolska i Śląsk	0,994	x	x	WielŚl	0,710	x	x
Mazowsze i Podlasie	0,989	0,997	x	MazPodl	0,855	0,944	x
Małopolska i Pogórze	0,984	0,993	0,999	MałpPog	0,984	0,730	0,889
Krowy mleczne							
Wielkopolska i Śląsk	0,981	x	x	WielŚl	0,781	x	x
Mazowsze i Podlasie	0,860	0,789	x	MazPodl	0,995	0,734	x
Małopolska i Pogórze	0,782	0,726	0,973	MałpPog	0,753	1,000	0,992
Zwierzęta ziarnożerne							
Wielkopolska i Śląsk	0,987	x	x	WielŚl	1,000	x	x
Mazowsze i Podlasie	0,825	0,837	x	MazPodl	0,850	0,835	x
Małopolska i Pogórze	0,735	0,660	0,967	MałpPog	0,726	0,729	0,971
Mieszane							
Wielkopolska i Śląsk	1,000	x	x	WielŚl	1,000	x	x
Mazowsze i Podlasie	0,747	0,744	x	MazPodl	0,993	0,992	x
Małopolska i Pogórze	0,988	0,983	0,749	MałpPog	0,997	0,998	0,955

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych FADN.

W kilku przypadkach odnotowujemy zbliżone do pełnego podobieństwo profili produkcyjnych mimo innych postaci analitycznych funkcji produkcji. Interesujące jest zestawienie wartości syntetycznych miar *ad hoc*. Są one równe $SP(2004,2011) = 0,183$ dla typu „uprawy polowe”, $SP(2004,2011) = 0,137$ dla typu „krowy mleczne”, $SP(2004,2011) = 0,006$ dla typu „zwierzęta ziarnożerne” oraz $SP(2004,2011) = 0,164$ dla typu „mieszane”. Ogółem profile produkcyjne w regionach w typie produkcji „zwierzęta ziarnożerne” w latach 2004 i 2011 są prawie identyczne.

Podsumowanie

W opracowaniu wykorzystaliśmy dane indywidualne pochodzące z bazy *Farm Accountancy Data Network* do badania zróżnicowania profili produkcyjnych producentów rolnych. Zgodnie z obowiązującą w FADN nomenklaturą

przyjęliśmy podział Polski na regiony oraz podział producentów ze względu na ich wielkość ekonomiczną i typ działalności. Dla zbioru producentów o określonym typie działalności albo dla producentów danej wielkości i dla każdego regionu, oszacowano trzy różne warianty zagnieżdżonej trójczynnikowej funkcji produkcji. Wybraną spośród nich, najlepiej dopasowaną do danych empirycznych, nazwaliśmy profilem produkcyjnym wyróżnionej grupy producentów.

Wyniki badania wskazują, że w latach 2004-2011 profile producentów rolnych charakteryzują się zmiennością, dla dynamiki której trudno znaleźć wyraźne prawidłowości. Stwierdziliśmy przewagę takich profili produkcyjnych, które minimalizują rolę ziemi jako czynnika decydującego o profilu produkcyjnym producenta rolnego.

Ustalono ponadto, że pomimo zróżnicowania profili produkcyjnych ze względu na wzajemne związki między czynnikami produkcji o charakterze strukturalnym i substytucyjnym, istnieje duże podobieństwo profili produkcyjnych ze względu na możliwą do osiągnięcia wartość produkcji. Podobieństwo profili produkcyjnych jest mniejsze w przypadku rozpatrywania producentów w podziale na regiony i wielkość ekonomiczną, a większe – w momencie podziału producentów na regiony i typ działalności.

Wyniki badania wydają się obiecujące. W przypadku kontynuowania badań dostęp do danych z bazy FADN dla kolejnych lat pozwoli otrzymać obraz dynamiki profili produkcyjnych w okresie dłuższym niż lata 2004-2011. Można oczekiwać, że staną się wówczas zauważalne prawidłowości zmian profili produkcyjnych w czasie. Zmiany tych profili, dotyczące struktury i substytucji czynników produkcji, winny być wtedy porównane z podobnie wyznaczonymi profilami produkcyjnymi producentów rolnych w innych krajach Unii Europejskiej. Takie badanie umożliwi weryfikację hipotezy o stosowaniu przez producentów rolnych we wszystkich krajach Unii podobnych strategii produkcyjnych. W przypadku weryfikacji pozytywnej, może to prowadzić do wniosku o skutecznym wpływie Wspólnej Polityki Rolnej na konwergencję zachowań producentów rolnych.

Literatura

- Arrow K., Chenery H.B., Minhas B.S., Solow M. (1961), *Capital-Labor Substitution and Economic Efficiency*, „Review of Economics and Statistics”, 43, s. 225-247.
- Blackorby Ch., Russell R.R. (1989), *Will the Real Elasticity of Substitution Please Stand Up? (A Comparison of the Allen/Uzawa and Morishima Elasticities)*, „American Economic Review”, 79, s. 882-888.
- Bocian M., Cholewa I., Tarasiuk R. (2014), *Współczynniki Standardowej Produkcji „2010” dla celów Wspólnotowej Typologii Gospodarstw Rolnych*, IERiGŻ-PIB, Warszawa.

- Caselli F., Coleman W.J. (2002), *The U.S. Technology Frontier*, „American Economic Review Papers and Proceedings”, 92, s. 148-192.
- Cobb C.W., Douglas P.H. (1928), *A Theory of Production*, „American Economic Review”, 18, s. 139-165.
- Dorosiewicz S., Michalski T. (1998), *Podobieństwo funkcji w badaniach ekonomicznych (metody i przykłady)*, „Przegląd Statystyczny”, 2, s. 187-196.
- Feokistov V. (2006), *Differential Evolution. In Search of Solutions*, Springer Verlag.
- Greene W.H. (2000), *Econometric Analysis*, 4th edition, Prentice Hall International, Inc.
- Growiec J. (2012), *Zagregowana funkcja produkcji w ekonomii wzrostu gospodarczego i konwergencji*, Oficyna Wydawnicza Szkoły Głównej Handlowej, Warszawa.
- Henningsen A., Henningsen G. (2014), *Econometric Estimation of the Constant Elasticity of Substitution Function in R: Package micEconCES*, cran.r-project.org/web/packages/micEconCES/vignettes/CES.pdf (dostęp: 27.01.2015).
- Kemfert C. (1998), *Estimated substitution elasticities of a nested CES production function approach for Germany*, „Energy Economics”, 20(3), s. 249-264.
- Krusell P.L., Ohanian J.-V., Rios-Rull, Violante G. (2000), *Capital-Skill Complementarity and Inequality: A Macroeconomic Analysis*, „Econometrica”, 68, s. 1029-1054.
- McFadden D. (1963), *Constant Elasticity of Substitution Production Functions*, „Review of Economic Studies”, 31, s. 73-83.
- Mishra S.K. (2007), *A Note on Numerical Estimation of Sato's Two-Level CES Production Function*, MPRA Paper 1019, North-Eastern Hill University, Shillong.
- Płonka R., Smolik A., Cholewa I., Bocian M., Juchnowska E., Osuch D. (2015), *Najważniejsze informacje niezbędne do interpretacji wyników Polskiego FADN stan na dzień 2015-01-30*, <http://fadn.pl/wp-content/uploads/metodyka/Najwazniejsze-informacje.pdf> (dostęp: 02.03.2015).
- Price K., Storn R.M., Lampinen J.A. (2005), *Differential Evolution. A Practical Approach to Global Optimization*, Springer Verlag.
- Sato K. (1967), *A Two-level Constant-Elasticity-of-Substitution Production Function*, „Review of Economic Studies”, 43, s. 201-218.
- Sielska A. (2014), *Podjęcie decyzji produkcyjnych w gospodarstwach rolnych przy wielorakości celów*, niepublikowana rozprawa doktorska, Kolegium Zarządzania i Finansów, Szkoła Główna Handlowa, Warszawa.
- Storn R.M., Price K. (1997), *Differential Evolution – A Simple and Efficient Heuristic for Global Optimization over Continuous Spaces*, „Journal of Global Optimization”, 11, s. 341-359.
- Uzawa H. (1962), *Production Functions with Constant Elasticities of Substitution*, „Review of Economic Studies”, 29, s. 291-299.
- Żółtowska E. (1997), *Funkcje produkcji. Teoria, estymacja, zastosowania*, Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego, Łódź.

PRODUCTION PROFILES OF POLISH AGRICULTURAL PRODUCERS IN FADN REGIONS

Summary: The purpose of this paper is to identify production profiles of agricultural producers depending on region, economic size of the farm and type of production. Production profiles are characterized by parameters of nested CES functions.

Our analysis is based on the estimation of three types of nested CES function and selection of production profiles that fit data best. We take into account dynamics of production profiles in the period 2004-2011 and similarity of production profiles with different structure and substitution of production factors. The data are obtained from FADN database.

The results show that there are no clear regularities in changes of production profiles in the period 2004-2011. Although different production profiles are chosen for individual subsets of farms, it is possible to assess their overall similarity. The similarity of production profiles with respect to type of production is greater than the similarity with respect to economic size of farms.

Keywords: type of agricultural producer, microeconomic production function, compatibility measure of production profiles.