



Maciej Oesterreich

Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny w Szczecinie
Wydział Ekonomiczny
Katedra Zastosowań Matematyki w Ekonomii
maciej.oesterreich@zut.edu.pl

METODY ADAPTACYJNE W PROGNOZOWANIU MIESIĘCZNYCH SZEREGÓW CZASOWYCH Z LUKAMI SYSTEMATYCZNYMI

Streszczenie: W artykule przedstawiono wyniki badań o charakterze symulacyjnym dotyczące wpływu liczby i układu luk systematycznych na dokładność prognoz inter- oraz ekstrapolacyjnych w szeregu czasowym z silnymi wahaniami sezonowymi. Do budowy prognoz wykorzystano multiplikatywne modele Holta-Wintersa dla pełnych danych (z sezonowością) oraz modele Browna i Holta dla danych oczyszczonych z sezonowości. Przykład empiryczny dotyczył liczby udzielonych noclegów w obiektach zbiorowego zakwaterowania według miesięcy w województwie śląskim w latach 2007-2012. Lata 2007-2011 stanowiły przedział czasowy próby, a 2012 r. był okresem empirycznej weryfikacji prognoz. Rozpatrywane były wszystkie możliwe układy systematycznych luk w danych dla zadanej liczby luk w cyklu wahań sezonowych. Obliczenia wykonano z wykorzystaniem pakietu R oraz Statistica 10.

Słowa kluczowe: wahania sezonowe, luki systematyczne, prognozowanie, modele adaptacyjne.

Wprowadzenie

Jednym z podstawowych warunków modelowania ekonometrycznego jest kompletność danych statystycznych [Zeliaś i in., 2003, s. 24; Cieślak (red.), 2005, s. 33]. Występowanie luk znacznie komplikuje ten proces, jednak nie zawsze czyni go niemożliwym. Wspomniane komplikacje wynikają w głównej mierze z rodzaju luk danych. Możemy wyróżnić dwa podstawowe ich rodzaje: systematyczne i niesystematyczne. Z lukami niesystematycznymi mamy do czynienia wtedy, gdy są dostępne dane o każdym z podokresów cyklu wahań sezonowych.

Jeżeli nie są one dostępne przynajmniej dla jednego podokresu tego cyklu, oznacza to występowanie luk systematycznych.

Rozważania dotyczące wykorzystania klasycznych modeli szeregu czasowego w prognozowaniu w warunkach braku pełnej informacji dla danych miesięcznych z silnymi wahaniami sezonowymi można znaleźć m.in. w pracach: Zawadzki (red.) [1999, 2003]; Szmuksta-Zawadzka i Zawadzki [2012a, 2012b].

W badaniach przeprowadzonych dotychczas było rozpatrywanych nie więcej niż 8 układów luk różniących się ich liczbą. W artykule tym będą rozpatrywane wszystkie możliwe układy luk dla przyjętej liczby luk w 12-miesięcznym cyklu wahań. Pozwoliło to na przeprowadzenie oceny wpływu liczby i rozmieszczenia luk systematycznych na dokładność prognoz inter- i ekstrapolacyjnych.

1. Metodyka badań

W prognozowaniu inter- i ekstrapolacyjnym zmiennej wykazującej silne wahania sezonowe o cyklu 12-miesięcznym zostaną wykorzystane predyktory oparte na trzech modelach adaptacyjnych: prostym Browna, liniowym Holta oraz multiplikatywnym modelu Holta-Wintersa.

Własnością dwóch pierwszych metod jest to, że podstawą budowy prognoz są szeregi czasowe oczyszczone z sezonowości. Procedura oczyszczania polegała na podzieleniu wartości szeregu przez wskaźniki sezonowości. Ostateczne prognozy uzyskane za pomocą metod Browna i Holta otrzymano przez przemnożenie prognoz wyjściowych przez wartości wskaźników sezonowości.

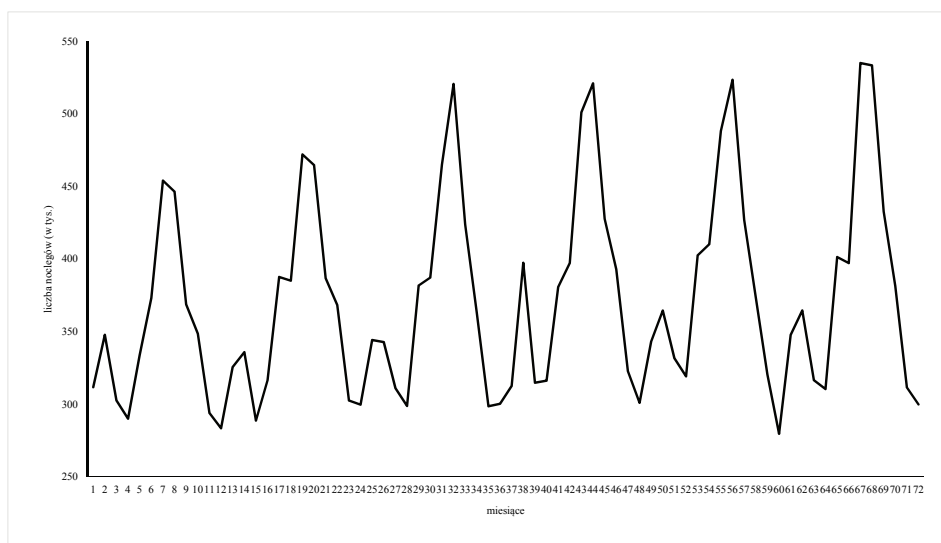
Każda kombinacja stałych wygładzania była traktowana jako odrębny model. Przyjęto założenie, że stałe wygładzania przyjmują wartości z przedziału od 0,1 do 0,9 i zmieniają się co 0,1. Analizowano więc 9 modeli Browna, 81 modeli Holta oraz 729 modeli Holta-Wintersa.

Ze względu na specyfikę modeli adaptacyjnych ich wykorzystanie w prognozowaniu brakujących danych jest nieco utrudnione. Wiąże się to z koniecznością znajomości wartości wyjściowych oraz określonej liczby obserwacji początkowych. Ma to szczególne znaczenie w przypadku luk systematycznych, ponieważ nie są dostępne informacje dotyczące przynajmniej jednego podokresu cyklu sezonowego. W artykule przyjęto jako obserwacje początkowe wartości realizacji szeregu oryginalnego. W przypadku modeli Browna i Holta były to odpowiednio jedna lub dwie obserwacje początkowe, a dla modelu Holta-Wintersa 12 pierwszych obserwacji.

W obliczeniach wykorzystano autorskie algorytmy dla środowiska R, za pomocą których wyznaczono numery obserwacji, na które będą przypadać luki, obliczone prognozy inter- i ekstrapolacyjne oraz wyznaczone średnie względne błędy prognoz (MAPE).

2. Zakres badań

Modelowaniu i prognozowaniu w warunkach pełnej informacji poddano kształtowanie się liczby udzielonych noclegów w województwie śląskim w obiektach zbiorowego zakwaterowania w latach 2007-2012 według miesięcy. Dane statystyczne zostały zaczerpnięte z opracowań GUS „Turystyka w Polsce”. Przedział czasowy próby obejmował dane z lat 2007-2012. Natomiast empiryczną weryfikację prognoz przeprowadzono dla 2012 r. Kształtowanie się badanej zmiennej przedstawiono w sposób graficzny na rys. 1.



Rys. 1. Liczba udzielonych noclegów w województwie śląskim w obiektach zbiorowego zakwaterowania według miesięcy w latach 2007-2012

Źródło: Główny Urząd Statystyczny (2007-2012).

Z rysunku wynika, że badana zmienna charakteryzuje się występowaniem dwóch „pików” – wyższego w miesiącach letnich i niższego w miesiącach zimowych. Fakt ten potwierdzają oceny wskaźników sezonowości zestawione w tab. 1.

Tabela 1. Oceny wskaźników sezonowości dla liczby udzielonych noclegów w województwie śląskim w obiektach zbiorowego zakwaterowania według miesięcy w latach 2007-2012

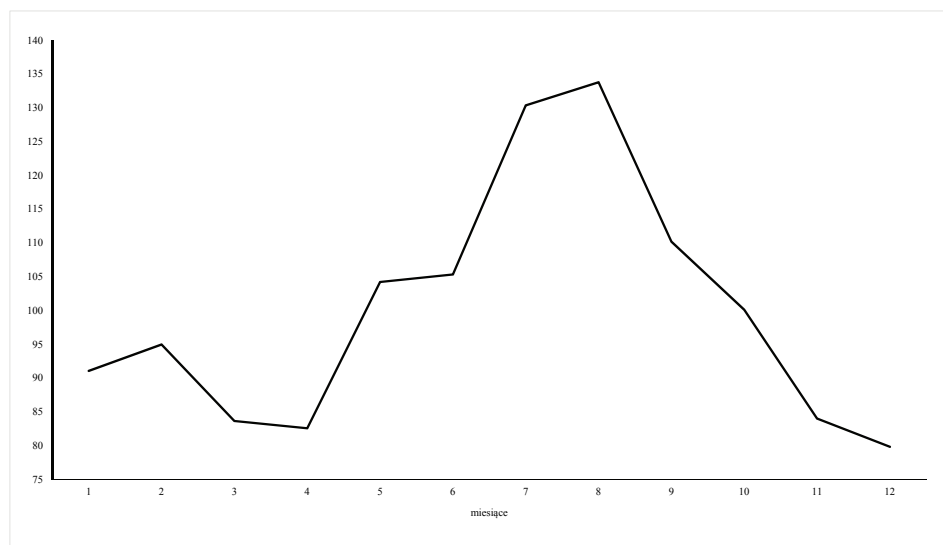
Miesiąc	Wskaźniki sezonowości
1	2
Styczeń	91,05
Luty	94,96
Marzec	83,64

cd. tabeli 1

1	2
Kwiecień	82,56
Maj	104,22
Czerwiec	105,33
Lipiec	130,36
Sierpień	133,79
Wrzesień	110,19
Październik	100,10
Listopad	83,99
Grudzień	79,81
Minimum	79,81
Maksimum	133,79
Rozstęp	53,98

Źródło: Opracowanie własne.

Z analizy informacji zawartych w tab. 1 wynika, że wahania sezonowe charakteryzują się dwoma maksimami. Pierwszy z nich przypada na okres wakacji letnich (lipiec, sierpień) – około 30 p.p. powyżej trendu. Natomiast drugi, znacznie niższy, ale około 15 p.p. wyższy niż w grudniu, dotyczy stycznia i lutego, a więc okresu ferii zimowych i zimowego sezonu urlopowego. Amplituda wskaźników wynosząca prawie 54 punkty procentowe świadczy o silnym natężeniu wahań sezonowych. Graficznie kształtowanie się wskaźników sezonowości przedstawiono na rys. 2.



Rys. 2. Kształtowanie się wskaźników sezonowości dla liczby udzielonych noclegów w województwie śląskim w obiektach zbiorowego zakwaterowania według miesięcy w latach 2007-2012

Źródło: Opracowanie własne na podstawie: Główny Urząd Statystyczny (2007-2012).

Rozpatrywanych było sześć niżej wymienionych wariantów luk systematycznych, przy czym dla każdego wariantu została podana liczba luk w jednym cyklu oraz liczba kombinacji:

- W1 – 1 miesiąc w roku (12 kombinacji),
- W2 – 2 miesiące w roku (66 kombinacji),
- W3 – 3 miesiące w roku (220 kombinacji),
- W4 – 4 miesiące w roku (495 kombinacje),
- W5 – 5 miesięcy w roku (792 kombinacje),
- W6 – 6 miesięcy w roku (924 kombinacje).

Luki, których liczba w szeregu wynosiła odpowiednio: 5, 10, 15, 20, 25, 30 obserwacji, otrzymano przez „wymazanie” z pełnego szeregu.

3. Wyniki modelowania i prognozowania inter- i ekstrapolacyjnego

W tabeli 2 dla wariantów W1-W6 zestawiono przeciętne oceny błędów względnych prognoz interpolacyjnych dla modeli Browna, Holta i Holta-Wintersa charakteryzujących się minimalnymi ocenami błędów, wraz z wartościami stałych wygładzania.

Tabela 2. Kształtowanie się przeciętnych błędów prognoz interpolacyjnych (w %) według metod oraz wariantów luk w danych

Model	Stałe wygładzania	Wariant udziału luk					
		W1	W2	W3	W4	W5	W6
BS	0,3	2,83	2,83	2,84	2,86	2,89	2,92
H	0,6 0,2	3,59	3,70	3,83	3,98	4,17	4,42
H	0,7 0,2	3,67	3,74	3,85	3,98	4,15	4,36
HW	0,3 0,1 0,1	4,80	5,31	5,88	6,48	7,18	8,05

BS – model prosty Browna,

H – model Holta,

HW – model Holta-Wintersa.

Źródło: Opracowanie własne.

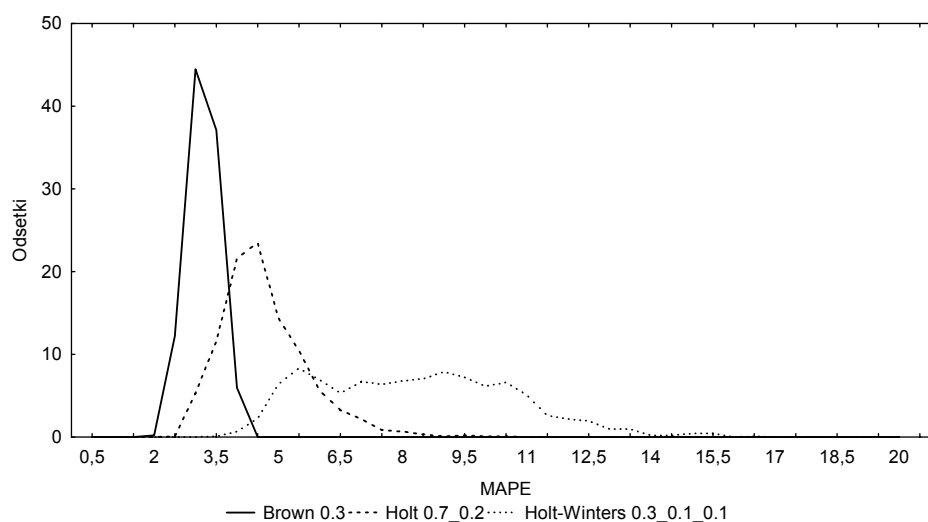
Z informacji zwartych w tab. 2 wynika, że najniższe przeciętne oceny błędów prognoz interpolacyjnych, dla wszystkich analizowanych wariantów luk, uzyskano za pomocą modeli prostych Browna. Minimalne oceny błędów otrzymano dla wszystkich wariantów dla stałej wygładzania wynoszącej 0,3 – zawierały się one w przedziale od 2,83% do 2,92%.

Przeciętne oceny błędów prognoz interpolacyjnych uzyskane za pomocą modelu Holta wykazywały tendencję wzrostową i w zależności od wariantu były

wyższe od 0,76 p.p. (W1) do 1,44 p.p. (W6) od błędów uzyskanych za pomocą modelu prostego Browna. Najniższe oceny przeciętnych błędów prognoz uzyskano dla kombinacji parametrów wygładzania $\alpha = 0,6$ i $\beta = 0,2$ (warianty W1-W4) oraz $\alpha = 0,7$ i $\beta = 0,2$ (warianty W5-W6).

Wyraźnie wyższe od uzyskanych dla modelu Browna oceny błędów prognoz uzyskano za pomocą modelu Holta-Wintersa. Wykazywały one wyraźną tendencję wzrostową wraz ze zwiększaniem się liczby luk. Najniższe oceny błędów dla tej klasy modeli, zawarte w przedziale od 4,50% (W1) do 8,05% (W6), otrzymano dla stałych wygładzania wynoszących $\alpha = 0,3$, $\beta = 0,1$ i $\gamma = 0,1$.

Na rysunku 3 porównano empiryczne rozkłady średnich względnych błędów prognoz interpolacyjnych dla wariantu W6 dla najlepszych modeli Browna, Holta i Holta-Wintersa.



Rys. 3. Empiryczne rozkłady średnich względnych błędów prognoz interpolacyjnych dla modeli Browna, Holta oraz Holta-Wintersa o najniższych ocenach błędów prognoz dla wariantu W6

Źródło: Opracowanie własne.

Z rysunku 3 wynika, że prezentowane rozkłady znacznie się różnią nie tylko dominantami, ale również rozstępem między minimalnymi a maksymalnymi błędami prognoz. Rozkłady błędów prognoz interpolacyjnych zbudowanych za pomocą modelu Browna i Holta są bardziej „wysmukłe”. Jednocześnie empiryczne rozkłady średnich względnych błędów prognoz dla modeli Holta i Holta-Wintersa są wyraźnie przesunięte w prawą stronę względem rozkładu błędów prognoz dla modelu Browna.

W celu zbadania wpływu wzrostu liczby luk w danych na dokładność prognozowania interpolacyjnego w tab. 3, dla modelu prostego Browna 0,3, przedstawiono w postaci szeregu rozdzielczego rozkłady średnich względnych błędów prognoz, a także oceny wybranych statystyk opisowych.

Tabela 3. Empiryczne rozkłady średnich względnych błędów prognoz interpolacyjnych dla modelu Browna 0,3 dla wariantów W2-W6 (w %)

Błąd (w %)	Wariant luk				
	W2	W3	W4	W5	W6
1,0-1,5	1,52	0,45	0	0	0
1,5-2,0	13,64	5,91	3,43	1,26	0,22
2,0-2,5	15,15	22,73	18,18	17,05	12,23
2,5-3,0	27,27	30,45	40,00	43,18	44,48
3,0-3,5	21,21	27,73	29,90	31,69	37,12
3,5-4,0	15,15	10,91	8,48	6,82	5,95
4,0-4,5	6,06	1,82	0	0	0
	Wybrane statystyki opisowe				
Średnia	2,83	2,83	2,84	2,86	2,89
Odchylenie standardowe	0,73	0,57	0,47	0,40	0,36
Współczynnik zmienności (w %)	25,84	19,98	16,40	13,97	12,30
Skośność	0,03	0,03	0,02	0,01	0,04
Q1	2,28	2,44	2,53	2,60	2,67
Mediana	2,75	2,85	2,86	2,88	2,91
Q3	3,35	3,22	3,18	3,17	3,17
Minimum	1,29	1,41	1,57	1,73	1,87
Maksimum	4,28	4,18	3,99	3,87	3,89
Rozstęp	2,99	2,77	2,42	2,14	2,02

Źródło: Opracowanie własne.

Z tabeli 3 wynika, że wraz ze wzrostem liczby luk, o prawie 1 p.p. zmniejszył się rozstęp pomiędzy minimalnymi a maksymalnymi ocenami błędów prognoz. Jednocześnie z 27,3% do 44,5% wzrósł odsetek obserwacji w przedziale dominanty. Zmiany te wpłynęły bezpośrednio na zmniejszenie ocen współczynnika zmienności błędów prognoz z 25,84% do 12,30%.

W tabeli 4 zestawiono przeciętne oceny błędów względnych prognoz ekstrapolacyjnych dla najlepszych modeli Browna, Holta i Holta-Wintersa wraz z wartościami stałych wygładzania. Dodatkowo zamieszczono informacje o poziomach błędów prognoz ekstrapolacyjnych dla modeli najlepszych w prognozowaniu interpolacyjnym – oznaczono je szarym wypełnieniem.

Tabela 4. Kształtowanie się przeciętnych błędów prognoz ekstrapolacyjnych (w %) według metod oraz wariantów luk w danych

Model	Stałe wygładzania	Błędy dla szeregu pełnego	Wariant udziału luk					
			W1	W2	W3	W4	W5	W6
BS	0,1	2,06	2,08	2,10	2,14	2,21	2,33	2,53
BS	0,2	2,28	2,25	2,24	2,23	2,23	2,23	2,24
BS	0,3	3,05	2,93	2,82	2,72	2,64	2,56	2,51
H	0,2 0,1	2,55	2,44	2,37	2,35	2,38	2,45	2,66
H	0,6 0,2	13,07	12,24	11,41	10,58	9,76	8,95	8,16
H	0,7 0,2	14,71	13,77	12,83	11,91	11,00	10,09	9,21
HW	0,1 0,1 0,4	2,65	3,48	4,58	6,04	7,91	10,17	12,79
HW	0,1 0,2 0,1	3,76	4,19	4,65	5,14	5,79	7,01	9,42
HW	0,1 0,3 0,1	4,06	4,35	4,78	5,34	5,93	6,41	6,93
HW	0,3 0,1 0,1	4,90	4,86	5,07	5,48	6,08	6,86	7,87

BS – model prosty Browna,

H – model Holta,

HW – model Holta-Wintersa.

Źródło: Opracowanie własne.

Z tabeli 4 wynika, że najniższe przeciętne błędy prognoz ekstrapolacyjnych otrzymano na podstawie predyktorów opartych na modelach prostych Browna o stałej wygładzania wynoszącej 0,1 (warianty W1-W4) oraz 0,2 (warianty W5-W6). Oceny błędów zawierały się w przedziale od 2,08% do 2,24%.

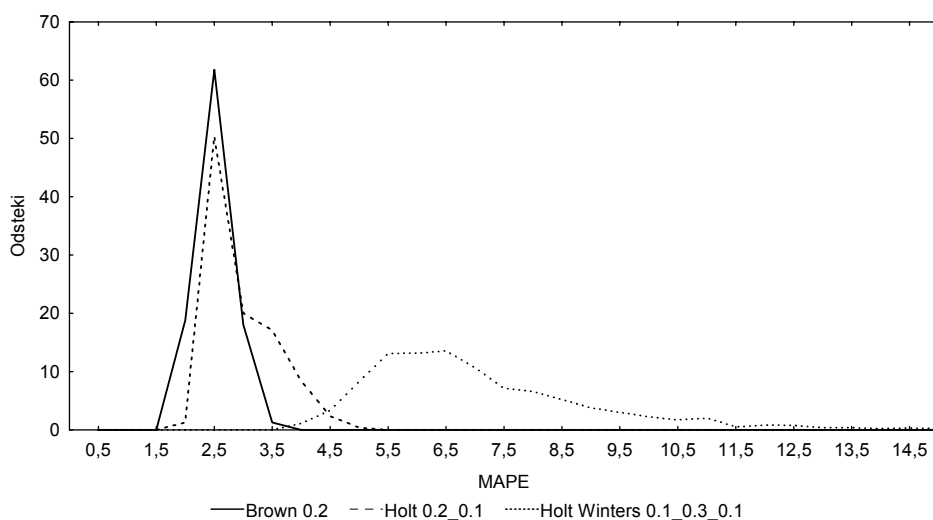
Tylko nieznacznie wyższymi ocenami błędów prognoz charakteryzowały się modele Holta. Najniższe ich wartości osiągnięto dla stałych wygładzania $\alpha = 0,2$ i $\beta = 0,1$. Różnica w ocenach przeciętnych błędów między najlepszymi w poszczególnych wariantach modelami Holta a modelami Browna wynosiła od 0,17 p.p. (wariant W4) do 0,41 p.p. (wariant W6).

Przeciętne błędy prognoz ekstrapolacyjnych zbudowanych na podstawie predyktorów opartych na modelach Holta-Wintersa okazały się, podobnie jak w przypadku prognozowania interpolacyjnego, wyraźnie wyższe od otrzymanych na podstawie dwóch pozostałych modeli. Ich minimalne błędy wykazywały tendencję wzrostową i były zawarte w przedziale od 3,48% (W1) do 6,93% (W6). Najniższymi ocenami błędów dla wariantów W1 i W2 charakteryzował się model o stałych wygładzania wynoszących $\alpha = 0,1$, $\beta = 0,1$ i $\gamma = 0,4$. Dla wariantów W3 i W4 był to model o stałych wynoszących $\alpha = 0,1$, $\beta = 0,2$ i $\gamma = 0,1$. Dla wariantów W5 i W6 minimalne oceny błędów otrzymano dla predyktora $\alpha = 0,1$, $\beta = 0,3$ i $\gamma = 0,1$.

Błędy prognoz ekstrapolacyjnych dla najlepszych modeli w prognozowaniu interpolacyjnym (Brown 0,3) okazały się o około 0,4-0,5 p.p. wyższe od błędów dla najlepszych predyktorów ekstrapolacyjnych. Największą różnicę wynoszącą od około 6,5 p.p. do ponad 11 p.p. otrzymano dla modeli Holta.

Z analizy informacji zawartych w kolumnie 3 wynika, że w przypadku części modeli, oceny błędów prognoz ekstrapolacyjnych dla danych pełnych były wyższe niż dla danych z lukami. Zjawisko to możemy tłumaczyć istnieniem swego rodzaju filtru usuwającego obserwacje zakłócające prawidłowości w kształtowaniu się zmiennej.

Na rysunku 4 porównano rozkłady empiryczne względnych błędów prognoz ekstrapolacyjnych dla wariantu W6 dla najlepszych modeli: Browna, Holta oraz Holta-Wintersa.



Rys. 4. Empiryczne rozkłady średnich względnych błędów prognoz ekstrapolacyjnych dla modeli Browna, Holta oraz Holta-Wintersa o najniższych ocenach błędów prognoz dla wariantu W6

Źródło: Opracowanie własne.

Z analizy rys. 4 wynika, że empiryczne rozkłady błędów prognoz ekstrapolacyjnych dla modeli Browna i Holta charakteryzują się wyraźnie niższym rozstępem niż dla modelu Holta-Wintersa. Rozkłady te były bardziej „wysmukłe”, co oznacza, że duży odsetek obserwacji występował w przedziale dominanty. Rozkład błędów prognoz otrzymanych na podstawie modelu Holta-Wintersa jest bardziej „przesunięty” w prawo względem rozkładów błędów prognoz otrzymanych na podstawie modeli Browna i Holta. Z podobną sytuacją mieliśmy do czynienia również w przypadku prognozowania interpolacyjnego (por. rys. 3).

Do analizy wpływu wzrostu liczby luk systematycznych na dokładność prognozowania ekstrapolacyjnego posłużą rozkłady empiryczne średnich względ-

nych błędów prognoz ekstrapolacyjnych dla modelu prostego Browna 0,1 przedstawione w tab. 5.

Tabela 5. Empiryczne rozkłady średnich względnych błędów prognoz ekstrapolacyjnych dla modelu Browna 0,1 dla wariantów W2-W6 (w %)

Błąd (w %)	Wariant luk				
	W2	W3	W4	W5	W6
1,50-1,75	0	0	0	0	0
1,75-2,00	16,67	14,55	8,69	2,53	0,11
2,00-2,25	80,30	67,27	53,13	44,57	28,79
2,25-2,50	3,03	18,18	29,70	25,00	23,16
2,50-2,75	0	0	7,88	19,07	18,72
2,75-3,00	0	0	0,61	7,58	16,23
3,00-3,25	0	0	0	1,26	9,85
3,25-3,50	0	0	0	0	2,60
3,50-3,75	0	0	0	0	0,54
3,75-4,00	0	0	0	0	0
Wybrane statystyki opisowe					
Średnia	2,08	2,10	2,14	2,21	2,33
Odchylenie standardowe	0,07	0,12	0,18	0,27	0,37
Współczynnik zmienności (w %)	3,51	5,42	8,25	11,60	14,48
Skośność	-0,05	0,44	0,76	0,72	0,54
Q1	2,06	2,05	2,05	2,10	2,21
Mediana	2,10	2,14	2,19	2,27	2,47
Q3	2,15	2,22	2,32	2,53	2,80
Minimum	1,98	1,98	1,98	1,98	1,98
Maksimum	2,25	2,49	2,82	3,18	3,67
Rozstęp	0,28	0,51	0,85	1,20	1,69

Źródło: Opracowanie własne.

Z informacji zawartych w tab. 5 wynika, że analizowane rozkłady błędów prognoz ekstrapolacyjnych dla modelu Browna 0,1 cechują się wyraźną asymetrią prawostronną (warianty W3-W6).

Wzrost liczby luk powoduje, że rozkłady błędów prognoz ekstrapolacyjnych charakteryzują się coraz większym rozstępem pomiędzy minimalnymi a maksymalnymi błędami (wzrost z 0,28% do 1,69%). Zmiany o takim samym kierunku występują również w przypadku rozstępu kwartyłowego. Spowodowało to równoczesny wzrost ocen: odchylenia standardowego oraz współczynnika zmienności losowej odpowiednio o 0,30 p.p. oraz 10,98 p.p.

Z analizy wynika również, że wraz ze wzrostem liczby luk szybko przyrasta odsetek prognoz o błędach wyższych od dominanty – z 3,03% dla wariantu W2 wzrósł on do 71,10% dla wariantu W6. Zjawisko to cechuje się więc większym natężeniem niż w prognozowaniu interpolacyjnym.

4. Wpływ rozmieszczenia luk na dokładność prognozowania inter- i ekstrapolacyjnego

Ze względu na duże różnice między minimalnymi i maksymalnymi ocenami błędów prognoz inter- i ekstrapolacyjnych uzyskanych dla poszczególnych modeli analizie poddano dla wariantu W6 układy luk charakteryzujące się maksymalnymi ocenami błędów. Zestawiono je w tab. 6 i 7.

Tabela 6. Kombinacje luk dla wariantu W6 charakteryzujące się najwyższymi ocenami błędów prognoz interpolacyjnych według modeli

Model	Prognozy interpolacyjne								
	Parametry	Nr kombinacji luk	Błąd (w %)	Nr obserwacji					
Brown	0,3	511	3,89	2	3	4	8	9	12
		477	3,87	2	3	4	5	8	12
		474	3,86	2	3	4	5	8	9
Holt	0,6_0,2	841	10,39	4	5	6	7	8	9
		589	9,60	2	4	5	6	7	8
		715	9,13	3	4	5	6	7	8
Holt-Winters	0,3_01_0,1	141	16,08	1	2	5	6	7	8
		407	15,49	1	5	6	7	8	9
		91	15,43	1	2	4	5	7	8

Źródło: Opracowanie własne.

Tabela 7. Kombinacje luk dla wariantu W6 charakteryzujące się najwyższymi ocenami błędów prognoz ekstrapolacyjnych według modeli

Model	Prognozy ekstrapolacyjne								
	Parametry	Nr kombinacji luk	Błąd (w %)	Nr obserwacji					
Brown	0,2	489	3,23	2	3	4	6	8	9
		565	3,20	2	3	6	8	9	11
		510	3,15	2	3	4	8	9	11
Holt	0,2_0,1	796	4,77	3	5	6	8	9	11
		761	4,74	3	4	6	8	9	11
		313	4,56	1	3	6	8	9	11
Holt-Winters	0,1_0,3_0,1	784	18,85	3	4	9	10	11	12
		840	17,20	3	8	9	10	11	12
		588	16,68	2	3	9	10	11	12

Źródło: Opracowanie własne.

Zarówno w przypadku prognozowania interpolacyjnego, jak i ekstrapolacyjnego wyróżnione kombinacje zawierają sekwencje luk. Sekwencje te obejmują swym zasięgiem minima i maksima sezonowe zmiennej prognozowanej. Brak informacji o wartościach zmiennej w tych punktach powoduje więc powstawanie wysokich ocen błędów prognoz.

Uwagę zwraca również duża dysproporcja między poziomami błędów prognoz w zależności od modelu, która występowała również w poprzednich anali-

zach (por. tab. 2 i 4). Są one niższe dla modeli budowanych dla danych oczyszczonych z sezonowości (Brown, Holt) niż dla danych oryginalnych (Holt-Winters).

Podsumowanie

Z przeprowadzonych w artykule rozważań można wyprowadzić następujące wnioski o charakterze syntetycznym:

1. Najniższe błędy prognoz zarówno interpolacyjnych, jak i ekstrapolacyjnych otrzymano na podstawie predyktorów opartych na modelu prostym Browna, ale o różnych wartościach stałych wygładzania.
2. Obydwa rodzaje prognoz dla danych oczyszczonych z sezonowości charakteryzowały się wyraźnie niższymi ocenami błędów prognoz niż dla danych oryginalnych.
3. Przeciętne oceny błędów prognoz inter- i ekstrapolacyjnych wykazywały tendencję wzrostową wraz ze zwiększaniem się liczby luk systematycznych.
4. Rozkłady błędów prognoz interpolacyjnych wraz ze wzrostem liczby luk systematycznych ulegały „wysmukleniu”, co oznacza wzrost odsetka obserwacji w przedziale dominanty. Potwierdził to również kierunek zmian statystyk opisowych rozkładów. Zmiany rozkładów błędów prognoz ekstrapolacyjnych przebiegały w kierunku odwrotnym.
5. Rozkłady błędów prognoz interpolacyjnych były zbliżone do symetrycznych, podczas gdy rozkłady błędów prognoz ekstrapolacyjnych charakteryzowały się silną asymetrią prawostronną.
6. Maksymalne oceny błędów prognoz inter- i ekstrapolacyjnych otrzymano w przypadku wystąpienia sekwencji luk w miesiącach, w których występowały minima/maksima sezonowe.

Literatura

- Cieślak M. (red.) (2005), *Prognozowanie gospodarcze. Metody i zastosowania*, WN PWN, Warszawa.
- Główny Urząd Statystyczny (2007-2012), *Turystyka w Polsce w latach: 2007, 2008, 2009, 2010, 2011, 2012*, Informacje i opracowania statystyczne, Warszawa.
- Szmuksta-Zawadzka M., Zawadzki J. (2012a), *O miernikach dokładności prognoz ex post w prognozowaniu zmiennych o silnym natężeniu sezonowości*, Metody Ilościowe w Badaniach Ekonomicznych, Tom 13/1, s. 212-223, Warszawa.

- Szmuksta-Zawadzka M., Zawadzki J. (2012b), *Z badań nad metodami prognozowania na podstawie niekompletnych szeregów czasowych z wahaniami okresowymi (sezonowymi)*, „Przegląd Statystyczny” – numer specjalny 1, s. 140-154, Warszawa.
- Zawadzki J. (red.) (1999), *Ekonometryczne metody predykcji dla danych sezonowych w warunkach braku pełnej informacji*, Wydawnictwo Uniwersytetu Szczecińskiego, Szczecin.
- Zawadzki J. (red.) (2003), *Zastosowanie hierarchicznych modeli szeregów czasowych w prognozowaniu zmiennych ekonomicznych z wahaniami sezonowymi*, Wydawnictwo Akademii Rolniczej w Szczecinie, Szczecin.
- Zeliaś A., Pawelek B., Wanat S. (2003), *Prognozowanie ekonomiczne. Teoria, przykłady, zadania*, WN PWN, Warszawa.

APPLICATION OF EXPONENTIAL SMOOTHING MODELS IN FORECASTING MISSING SEASONAL DATA FOR SYSTEMATIC GAPS

Summary: The paper presents the results of analysis of the impact of the number and arrangement of systematic gaps in time series with strong seasonal fluctuations, on the accuracy of inter- and extrapolative forecasts. To forecasts construction were used Holt-Winters models for the full data (with seasonality) and Brown and Holt models for the data cleared from seasonality. Empirical example was built on the basis of the number of tourists accommodated in tourist accommodation establishments by month in Silesia voivodeship in 2007-2012. The year 2012 was a period of empirical verification of forecasts. Calculations were performed in the R package and Statistica 10.

Keywords: seasonal fluctuations, systematic gaps, forecasting, exponential smoothing models.