Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach
Studia Ekonomiczne. Zeszyty Naukowe
Uniwersytetu Ekonomicznego w Katowicach
ISSN 2083-8611 Nr 291 · 2016

Agnieszka Przybylska-Mazur

Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach
Wydział Ekonomii
Katedra Metod Statystyczno-Matematycznych w Ekonomii
agnieszka.przybylska-mazur@ue.katowice.pl

MODELE MIĘDZYNARODOWEJ POLITYKI PIENIĘŻNEJ W KSZTAŁTOWANIU INTERNACJONALNYCH RELACJI

Streszczenie: Zakres internacjonalnych relacji obejmuje m.in. międzynarodową politykę pieniężną. Internacjonalne relacje ułatwiają handel międzynarodowy, wzajemne inwestycje i realokację kapitału między państwami. W artykule zostały zaprezentowane reguły nastawione na cel będące rozwiązaniem problemu optymalizacyjnego, w którym uwzględniono tylko wartości wybranych zmiennych w danym kraju. Zostały one zestawione z regułami nastawionymi na cel dla międzynarodowej polityki pieniężnej, będącymi rozwiązaniem pewnego zaproponowanego modelu optymalizacyjnego, w którym uwzględniono warunki w kraju i za granicą oraz warunek wymiany handlowej.

Słowa kluczowe: problem optymalizacyjny, optymalna reguła decyzyjna, reguły nastawione na cel dla krajowej polityki pieniężnej, reguły nastawione na cel dla międzynarodowej polityki pieniężnej.

Wprowadzenie

Znajomość efektywnego mechanizmu alokacji kapitału ma kluczowe znaczenie w wielu obszarach gospodarki. W skali globalnej swobodny przepływ kapitału stymuluje rozwój obszarów i krajów o relatywnie wyższej atrakcyjności inwestycyjnej i niższym ryzyku. W Unii Europejskiej swobodny przepływ kapitału stanowi jeden z czterech filarów integracji ekonomicznej obok swobodnego przepływu dóbr i usług oraz ludzi. Procesy globalizacji i powstawania coraz większych przedsiębiorstw, grup przedsiębiorstw i instytucji ponadnarodowych, takich jak Europejski Bank Centralny, który prowadzi politykę monetarną krajów członkowskich Unii Gospodarczej i Walutowej, stwarzają presję na rozwój metodologii racjonalnej alokacji kapitału wewnątrz tych coraz bardziej rozbudowanych i skomplikowanych struktur.

Inwestycje i handel międzynarodowy, a ogólniej alokacje kapitału między państwami ułatwiają zestawy międzynarodowych uzgodnionych reguł będących podstawą międzynarodowej polityki pieniężnej. W związku z tym internacjonalne relacje mają istotne znaczenie w finansach globalnych.

W artykule przedstawiono wybrany problem optymalizacyjny pozwalający na wyznaczenie reguł nastawionych na cel pomocnych przy realizacji polityki pieniężnej w danym kraju, zestawiając go z problemem optymalizacyjnym, na podstawie którego jest możliwe wyznaczenie uogólnionych reguł nastawionych na cel, które mogą być pomocnym narzędziem przy realizacji międzynarodowej polityki pieniężnej uwzględniającej internacjonalne relacje.

1. Reguły nastawione na cel w krajowej polityce pieniężnej

Jednym z rodzajów polityki pieniężnej umożliwiającej przewidywanie przyszłej sytuacji gospodarczej jest polityka oparta na regułach. Wśród reguł polityki pieniężnej można wyróżnić m.in. reguły nastawione na cel, które wyznaczają poziom instrumentu polityki pieniężnej jako rozwiązanie następującego problemu optymalizacyjnego:

$$L^K \to \min \tag{1}$$

przy ograniczeniach równań danego modelu strukturalnego.

W problemie (1) międzyokresowa funkcja straty ma następującą postać:

$$L^K = E_{t_0} \sum_{t=t_0}^{\infty} \beta^{t-t_0} ((\hat{\pi}_t^2 + \lambda y_t^2) \tag{2}$$

gdzie β jest czynnikiem dyskontującym, $0 < \beta < 1$, E_{t_0} oznacza wartość oczekiwaną wyznaczoną na podstawie informacji dostępnej w okresie t_0, λ jest wagą na stabilizację produkcji wokół potencjalnego jej poziomu w stosunku do stabilizacji inflacji wokół długoterminowego celu inflacyjnego, $\lambda \geq 0$. Zmiennymi celu są: $\hat{\pi}_t$ – odchylenie inflacji π_t od celu inflacyjnego π_t^*, $\hat{\pi}_t = \pi_t - \pi_t^*$ oraz y_t – luka produkcyjna.

Jako warunki ograniczające wzięto pod uwagę model strukturalny Svenssona gospodarki narażonej na szoki podażowe i popytowe [Svensson, 1996]. Ten model składa się z dwóch równań. Pierwsze równanie opisuje tzw. przyspieszającą krzywą Phillipsa:

$$E_t \pi_{t+1} = \pi_t + \alpha \cdot y_t + \varepsilon_{t+1} \tag{3}$$

Drugie równanie jest równaniem zagregowanego popytu – równaniem krzywej IS:

$$E_t y_{t+1} = \beta_1 \cdot y_t - \beta_2 \cdot (i_t - E_t \pi_{t+1}) + \eta_{t+1} \tag{4}$$

gdzie:
π_t – wskaźnik inflacji w okresie *t*,
i_t – instrument polityki pieniężnej w okresie *t*, np. stopa referencyjna,
y_t – względna luka produkcyjna w okresie *t*,
α, β_1, β_2 – stałe dodatnie,
ε_t, η_t – składniki losowe.

Funkcję celu (2) można zapisać w postaci macierzowej następująco:

$$L^K = E_{t_0} \sum_{t=t_0}^{\infty} \beta^{t-t_0} ((\hat{\pi}_t^2 + \lambda y_t^2) =$$

$$= E_{t_0} \sum_{t=t_0}^{\infty} \beta^{t-t_0} \tfrac{1}{2} \cdot (c_t - c_t^*)^T \cdot W \cdot (c_t - c_t^*) =$$

$$= E_{t_0} \sum_{t=t_0}^{\infty} \beta^{t-t_0} \cdot \tfrac{1}{2} \cdot (K \cdot X_t - c_t^*)^T \cdot W \cdot (K \cdot X_t - c_t^*) \tag{5}$$

w której c_t oznacza wektor zmiennych celu, $c_t = \begin{bmatrix} \pi_t \\ y_t \end{bmatrix}$, c_t^* – wektor pożądanych wartości zmiennych celu $c_t^* = \begin{bmatrix} \pi_t^* \\ 0 \end{bmatrix}$, W jest symetryczną dodatnio określoną macierzą wag w funkcji celu, $W = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix}$.

Natomiast model opisany równaniami (3)-(4) ma następującą postać macierzową:

$$D \cdot E_t z_{t+1} = A \cdot z_t + B \cdot i_t + C \cdot s_{t+1} \tag{6}$$

lub:

$$D \cdot E_t z_{t+1} = \widetilde{A} \cdot X_t + C \cdot s_{t+1} \tag{7}$$

gdzie:

$$z_t = \begin{bmatrix} \pi_t \\ y_t \end{bmatrix},\ E_t z_{t+1} = \begin{bmatrix} E_t \pi_{t+1} \\ E_t y_{t+1} \end{bmatrix},\ s_{t+1} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{t+1} \\ \eta_{t+1} \end{bmatrix},\ D = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\beta_2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & \alpha \\ 0 & \beta_1 \end{bmatrix},\ B = \begin{bmatrix} 0 \\ -\beta_2 \end{bmatrix},\ C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},\ \widetilde{A} = \begin{bmatrix} A & B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \alpha & 0 \\ 0 & \beta_1 & -\beta_2 \end{bmatrix}$$

$$X_t = \begin{bmatrix} z_t \\ i_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \pi_t \\ y_t \\ i_t \end{bmatrix}$$

Wówczas optymalną regułę nastawioną na cel wyznaczamy jako rozwiązanie następującego problemu optymalizacyjnego:

$$\begin{cases} E_{t_0} \sum\limits_{t=t_0}^{\infty} \beta^{t-t_0} \cdot \{\frac{1}{2} \cdot (K \cdot X_t - c_t^*)^T \cdot W \cdot (K \cdot X_t - c_t^*) \to \min \\ D \cdot E_t z_{t+1} = \widetilde{A} \cdot X_t + C \cdot s_t \end{cases} \tag{8}$$

Aby wyznaczyć rozwiązanie problemu optymalizacyjnego (8), rozpatrzono funkcję Lagrange'a w postaci:

$$\hat{L}^K = E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \cdot \{\frac{1}{2} \cdot (K \cdot X_t - c_t^*)^T \cdot W \cdot (K \cdot X_t - c_t^*) + \\ + \Lambda_t^T \cdot \widetilde{A} \cdot X_t - \Lambda_t^T \cdot \widetilde{D} \cdot X_{t+1}\}$$

gdzie: $\widetilde{D} = \begin{bmatrix} D & 0 \end{bmatrix}$, Λ_t jest wektorem mnożników Lagrange'a, $\Lambda_t = \begin{bmatrix} \Lambda_{1,t} \\ \Lambda_{2,t} \end{bmatrix}$.

Na podstawie powyższej funkcji Lagrange'a otrzymujemy warunek pierwszego rzędu zapisany w następującej postaci macierzowej:

$$K^T \cdot W \cdot (K \cdot X_t - c_t^*) + \widetilde{A}^T \cdot \Lambda_t - \beta^{-1} \cdot \widetilde{D}^T \cdot \Lambda_{t-1} = \vec{0} \tag{9}$$

gdzie $\vec{0}$ jest wektorem zerowym.

Warunek pierwszego rzędu można również zapisać w postaci następującego układu równań:

$$\begin{cases} \pi_t - \pi_t^* + \Lambda_{1t} - \beta^{-1} \cdot \Lambda_{1t-1} + \beta^{-1} \cdot \beta_2 \Lambda_{2,t-1} = 0 \\ \lambda \cdot y_t + \alpha \cdot \Lambda_{1,t} + \beta_1 \cdot \Lambda_{2t} - \beta^{-1} \cdot \Lambda_{2t-1} = 0 \\ -\beta_2 \cdot \Lambda_{2t} = 0 \end{cases} \tag{10}$$

prawdziwy dla każdego $t \geq t_0$ z warunkami początkowymi w postaci $\Lambda_{1,t_0-1} = \Lambda_{2,t_0-1} = 0$.

Rozwiązanie układu równań (10) przedstawia optymalną regułę decyzyjną w postaci związku między odchyleniem inflacji od celu inflacyjnego a luką produkcyjną:

$$\pi_t - \pi_t^* = \frac{\lambda}{\alpha} \cdot (y_t - \frac{1}{\beta} \cdot y_{t-1}) \tag{11}$$

Wykorzystując optymalną regułę decyzyjną (11), regułą nastawioną na cel dla polityki pieniężnej jest reguła w postaci:

$$\begin{aligned} i_t^* = &\frac{\alpha}{\lambda \cdot \beta_2} \cdot (\beta_1 - \frac{1}{\beta}) \cdot (\pi_t - \pi_t^*) + E_t \pi_{t+1} - \frac{\alpha}{\lambda \cdot \beta} \cdot (E_t \pi_{t+1} - E_t \pi_{t+1}^*) + \\ &+ \frac{1}{\beta_2 \cdot \beta} \cdot (\beta_1 - \frac{1}{\beta}) \cdot y_{t-1} \end{aligned} \tag{12}$$

2. Reguły nastawione na cel dla międzynarodowej polityki pieniężnej

W przypadku zachodzących procesów globalizacji i internacjonalizacji instytucji powinno się mieć również na uwadze kooperację pomiędzy bankami centralnymi.

W ramach Unii Gospodarczej i Walutowej decyzje monetarne przeniesiono na szczebel wspólnotowy. Banki centralne państw, które przystąpiły do Unii Gospodarczej i Walutowej, jak również banki innych państw nienależących do UGW powinny brać pod uwagę przy realizacji polityki pieniężnej uogólnione reguły nastawione na cel stanowiące reguły międzynarodowej polityki pieniężnej.

Poniżej przedstawiono pewną propozycję modelu optymalizacji pozwalającego na wyznaczenie uogólnionych reguł nastawionych na cel.

Optymalne reguły międzynarodowej polityki pieniężnej wyznaczono na podstawie następującego problemu optymalizacyjnego:

$$L^W \rightarrow \min \tag{13}$$

przy ograniczeniach równań modelu strukturalnego.

Funkcja L^W jest międzyokresową funkcją straty, która może przyjmować następującą postać [Benigno, Benigno, 2003]:

$$\begin{aligned} L^W = E_{t_0} \sum_{t=t_0}^{\infty} \beta^{t-t_0} \cdot [\tfrac{1}{2}\lambda_y^W (\tfrac{\sigma \cdot n \cdot s_c^2}{\kappa_H} \cdot \hat{\pi}_{H,t}^2 + \tfrac{\sigma \cdot (1-n) \cdot s_c^2}{\kappa_F} \cdot \hat{\pi}_{F,t}^2 + \\ + n \cdot \tilde{y}_{H,t}^2 + (1-n) \cdot \tilde{y}_{F,t}^2 + n \cdot (1-n) \cdot s_C \cdot \theta \cdot \psi \cdot \tilde{T}_t^2)] \end{aligned} \tag{14}$$

gdzie:

$\hat{\pi}_{H,t}$ – odchylenie wskaźnika inflacji w kraju od celu inflacyjnego w danym kraju w okresie t, $\hat{\pi}_{H,t} = \pi_{H,t} - \pi_{H,t}^*$,

$\hat{\pi}_{F,t}$ – odchylenie wskaźnika inflacji za granicą od celu inflacyjnego za granicą w okresie t, $\hat{\pi}_{F,t} = \pi_{F,t} - \pi_{F,t}^*$,

$\tilde{y}_{H,t} = y_{H,t} - y_{H,t}^W$, $\tilde{y}_{F,t} = y_{F,t} - y_{F,t}^W$, $\tilde{T}_t = \hat{T}_t - \tilde{T}_t^W$,

$y_{H,t}$ – luka produkcyjna w kraju w okresie t,

$y_{F,t}$ – luka produkcyjna za granicą w okresie t,

$T_t = \frac{P_{F,t}}{P_{H,t}}$ jest definiowane jako stosunek ceny towaru za granicą do ceny towaru w kraju, przedstawiając opłacalność wymiany towarów między krajami.

Zmienne $y_{H,t}^W$, $y_{F,t}^W$, $\tilde{T}_t^W$ mogą być interpretowane jako pożądane wartości zmiennych celu dla produkcji krajowej, zagranicznej i warunków handlowych, które decydent chce osiągnąć. Można je opisać następującymi wzorami:

$$\tilde{T}_t^W = \frac{\eta}{1+\theta \cdot s_C \cdot \eta} \cdot [\hat{\alpha}_{R,t} - \hat{G}_{R,t}]$$

$$y_{H,t}^W = s_C \cdot \tilde{C}_t + (1-n) \cdot \theta \cdot s_C \tilde{T}_t^W + \hat{G}_{H,t}$$

$$y_{F,t}^W = s_C \cdot \tilde{C}_t + n \cdot \theta \cdot s_C \tilde{T}_t^W + \hat{G}_{F,t}$$

gdzie:

$$\widetilde{C}_t = \frac{\eta}{s_C \cdot \eta + \rho} \cdot [\hat{\alpha}_{W,t} - \hat{G}_{W,t}],$$

$$\hat{\alpha}_{W,t} = n \cdot \hat{\alpha}_{H,t} + (1-n) \cdot \hat{\alpha}_{F,t},$$

$$\hat{G}_{W,t} = n \cdot \hat{G}_{H,t} + (1-n) \cdot \hat{G}_{F,t},$$

$$\hat{\alpha}_{R,t} = \hat{\alpha}_{H,t} - \hat{\alpha}_{F,t},$$

$$\hat{G}_{R,t} = \hat{G}_{H,t} - \hat{G}_{F,t},$$

$$\hat{G}_{H,t} = \frac{G_{H,t} - \overline{G}}{\overline{Y}}, \; \hat{G}_{F,t} = \frac{G_{F,t} - \overline{G}}{\overline{Y}},$$

$\hat{G}_{H,t}, \hat{G}_{F,t}$ – odchylenia wstrząsów zakupów rządowych od stanu ustalonego $\overline{G}$ odpowiednio w kraju i za granicą,

$\hat{\alpha}_{H,t}, \hat{\alpha}_{F,t}$ – odchylenia szoków produktywności od stanu ustalonego $\overline{\alpha}$ odpowiednio w kraju i za granicą,

$s_C = \frac{\overline{C}}{\overline{Y}}$ – udział stanu ustalonego konsumpcji $\overline{C}$ w produkcji $\overline{Y}$,

$$\lambda_y^W = \frac{s_C \cdot \eta + \rho}{s_C^2} > 0, \; \psi = \frac{1 - \rho \cdot \theta}{\frac{\rho}{s_C} + \eta},$$

$$\kappa_H = \frac{(1-\alpha_H) \cdot (1 - \alpha_H \cdot \beta) \cdot \left(\frac{\rho}{s_C} + \eta \right)}{\alpha_H \cdot (1 + \sigma \cdot \eta)}, \; \kappa_F = \frac{(1-\alpha_F) \cdot (1 - \alpha_F \cdot \beta) \cdot \left(\frac{\rho}{s_C} + \eta \right)}{\alpha_F \cdot (1 + \sigma \cdot \eta)},$$

σ – elastyczność substytucji dóbr produkowanych w kraju,
θ – elastyczność substytucji między konsumpcją w kraju i za granicą,
ρ – odwrotność międzyokresowej elastyczności substytucji konsumpcji,
$\rho > 0$,
η – odwrotność elastyczności produkcji dóbr, $\eta \geq 0$.

Jako warunki ograniczające w problemie optymalizacyjnym (14) wzięto pod uwagę krzywe opisane następującymi równaniami:

1. Równania opisujące gospodarkę krajową:
   – równanie opisujące krzywą Phillipsa uwzględniającą warunki handlowe [Benigno, Benigno, 2003]:

$$\pi_{H,t} = \beta_H \cdot E_t \pi_{H,t+1} + \kappa_H \cdot [\widetilde{y}_{H,t} + (1-n) \cdot \psi \cdot \widetilde{T}_t + u_{H,t}] \quad (15)$$

– równanie zagregowanego popytu – równanie krzywej IS [Svensson, 1996]:

$$y_{H,t} = \gamma_{H1} \cdot E_t y_{H,t+1} + \gamma_{H2} \cdot (i_t - E_t \pi_{H,t+1}) \tag{16}$$

2. Równania opisujące gospodarkę zagraniczną:
– równanie opisujące krzywą Phillipsa uwzględniającą warunki handlowe [Benigno, Benigno, 2003]:

$$\pi_{F,t} = \beta_F \cdot E_t \pi_{F,t+1} + \kappa_F \cdot [\tilde{y}_{F,t} + n \cdot \psi \cdot \tilde{T}_t + u_{F,t}] \tag{17}$$

– równanie zagregowanego popytu – równanie krzywej IS:

$$y_{F,t} = \gamma_{F1} \cdot E_t y_{F,t+1} + \gamma_{F2} \cdot (i_t - E_t \pi_{F,t+1}) \tag{18}$$

3. Równanie opisujące zależność warunków handlowych od produkcji w poszczególnych krajach:

$$\tilde{T}_t = \frac{\tilde{y}_{H,t} - \tilde{y}_{F,t}}{\theta \cdot s_C} \tag{19}$$

które można zapisać w równoważnej postaci następująco:

$$\hat{T}_t - \tilde{T}_t^W = \frac{(y_{H,t} - y_{H,t}^W) - (y_{F,t} - y_{F,t}^W)}{\theta \cdot s_C}$$

W równaniach (15) i (17) $u_{H,t}, u_{F,t}$ są szokami proporcjonalnymi do szoków wzrostu ceny w kraju i za granicą odpowiednio, $u_{H,t} = \frac{\hat{\mu}_{H,t}}{s_C \cdot \eta + \rho}$, $u_{F,t} = \frac{\hat{\mu}_{F,t}}{s_C \cdot \eta + \rho}$. Równania opisujące krzywą Phillipsa uwzględniające warunki handlowe zostały wyprowadzone przez Gianluca Benigno i Pierpaolo Benigno [2003].

Funkcję celu (14) można zapisać w postaci macierzowej następująco:

$$L^W = E_{t_0} \sum_{t=t_0}^{\infty} \beta^{t-t_0} \frac{1}{2} \cdot (c_t^W - c_t^{W*})^T \cdot \tilde{W} \cdot (c_t^W - c_t^{W*}) =$$

$$= E_{t_0} \sum_{t=t_0}^{\infty} \beta^{t-t_0} \cdot \frac{1}{2} \cdot (\tilde{K} \cdot X_t^W - c_t^{W*})^T \cdot \tilde{W} \cdot (\tilde{K} \cdot X_t^W - c_t^{W*}) \tag{20}$$

w której c_t^W oznacza wektor zmiennych celu, $c_t^W = \begin{bmatrix} \pi_{H,t} \\ \pi_{F,t} \\ y_{H,t} \\ y_{F,t} \\ \hat{T}_t \end{bmatrix}$,

c_t^{W*} – wektor pożądanych wartości zmiennych celu $c_t^{W*} = \begin{bmatrix} \pi_{H,t}^* \\ \pi_{F,t}^* \\ y_{H,t}^W \\ y_{F,t}^W \\ \widetilde{T}_t^W \end{bmatrix}$,

$\widetilde{W}$ jest macierzą w postaci:

$$\widetilde{W} = \begin{bmatrix} \lambda_y^W \cdot \frac{\sigma \cdot n \cdot s_c^2}{\kappa_H} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_y^W \cdot \frac{\sigma \cdot (1-n) \cdot s_c^2}{\kappa_F} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_y^W \cdot n & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_y^W \cdot (1-n) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda_y^W \cdot n \cdot (1-n) \cdot s_C \cdot \theta \cdot \psi \end{bmatrix}$$

$$\widetilde{K} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

natomiast model opisany równaniami (15)-(19) można zapisać w następującej postaci macierzowej:

$$D \cdot E_t z_{t+1} = \widetilde{A} \cdot X_t^W + L \cdot c_t^{W*} + C \cdot s_t \tag{21}$$

gdzie:

$$X_t^W = \begin{bmatrix} z_t \\ i_t \end{bmatrix},\ z_t = \begin{bmatrix} \pi_{H,t} \\ \pi_{F,t} \\ y_{H,t} \\ y_{F,t} \\ \hat{T}_t \end{bmatrix},\ E_t z_{t+1} = \begin{bmatrix} E_t \pi_{H,t+1} \\ R_t \pi_{F,t+1} \\ E_t y_{H,t+1} \\ E_t y_{F,t+1} \\ E_t \hat{T}_{t+1} \end{bmatrix},\ c_t^{W*} = \begin{bmatrix} \pi_{H,t}^* \\ \pi_{F,t}^* \\ y_{H,t}^W \\ y_{F,t}^W \\ \widetilde{T}_t^W \end{bmatrix},$$

$$s_t = \begin{bmatrix} u_{H,t} \\ u_{F,t} \end{bmatrix},$$

$$D = \begin{bmatrix} -\beta_H & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \gamma_{H2} & 0 & -\gamma_{H1} & 0 & 0 \\ 0 & -\beta_F & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \gamma_{F2} & 0 & -\gamma_{F1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\widetilde{A} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & \kappa_H & 0 & \kappa_H \cdot (1-n) \cdot \psi & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & \gamma_{H2} \\ 0 & -1 & 0 & \kappa_F & \kappa_F \cdot n \cdot \psi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & \gamma_{F2} \\ 0 & 1 & 0 & -1 & -\theta \cdot s_C & 0 \end{bmatrix},$$

$$L = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\kappa_H & 0 & -\kappa_H \cdot (1-n) \cdot \psi \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\kappa_F & -\kappa_F \cdot n \cdot \psi \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & \theta \cdot s_C \end{bmatrix},\ C = \begin{bmatrix} \kappa_H & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \kappa_F \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Wówczas optymalna reguła decyzyjna jest rozwiązaniem następującego problemu optymalizacyjnego:

$$\begin{cases} E_{t_0} \sum_{t=t_0}^{\infty} \beta^{t-t_0} \cdot \frac{1}{2} \cdot (\widetilde{K} \cdot X_t^W - c_t^{W*})^T \cdot \widetilde{W} \cdot (\widetilde{K} \cdot X_t^W - c_t^{W*}) \to \min \\ D \cdot E_t z_{t+1} = \widetilde{A} \cdot X_t^W + K \cdot c_t^{W*} + C \cdot s_t \end{cases} \tag{22}$$

Aby wyznaczyć rozwiązanie problemu optymalizacyjnego (22), rozpatrzono funkcję Lagrange'a w postaci:

$$\hat{L}^W = E_0 \sum_{t=t_0}^{\infty} \beta^{t-t_0} \cdot \frac{1}{2} \cdot (\widetilde{K} \cdot X_t^W - c_t^{W*})^T \cdot \widetilde{W} \cdot (\widetilde{K} \cdot X_t^W - c_t^{W*}) +$$
$$+ \Lambda_t^T \cdot \widetilde{A} \cdot X_t^W - \Lambda_t^T \cdot \widetilde{D} \cdot X_{t+1}^W + \Lambda_t^T \cdot L \cdot c_t^{W*}$$

gdzie: $\widetilde{D} = \begin{bmatrix} D & 0 \end{bmatrix}$, Λ_t jest wektorem mnożników Lagrange'a, $\Lambda_t = \begin{bmatrix} \Lambda_{1,t} \\ \Lambda_{2,t} \\ \Lambda_{3,t} \\ \Lambda_{4,t} \\ \Lambda_{5,t} \end{bmatrix}$.

Zatem warunek pierwszego rzędu jest następującym równaniem macierzowym:

$$\widetilde{K}^T \cdot \widetilde{W} \cdot (\widetilde{K} \cdot X_t^W - c_t^{W*}) + \widetilde{A}^T \cdot \Lambda_t - \beta^{-1} \cdot \widetilde{D}^T \cdot \Lambda_{t-1} = \vec{0} \qquad (23)$$

gdzie $\vec{0}$ jest wektorem zerowym.

Warunek pierwszego rzędu można również zapisać w postaci następującego układu równań:

$$\begin{cases} \lambda_y^W \cdot \frac{\sigma \cdot n \cdot s_c^2}{\kappa_H} \cdot (\pi_{H,t} - \pi_{H,t}^W) - \Lambda_{1t} + \frac{\beta_H}{\beta} \cdot \Lambda_{1t-1} - \frac{\gamma_{H2}}{\beta} \cdot \Lambda_{2t-1} = 0 \\ \lambda_y^W \cdot \frac{\sigma \cdot (1-n) \cdot s_c^2}{\kappa_F} \cdot (\pi_{F,t} - \pi_{F,t}^W) - \Lambda_{3t} + \frac{\beta_F}{\beta} \cdot \Lambda_{3t-1} - \frac{\gamma_{F2}}{\beta} \cdot \Lambda_{4t-1} = 0 \\ \lambda_y^W \cdot n \cdot (y_{H,t} - y_{H,t}^W) + \kappa_H \cdot \Lambda_{1t} - \Lambda_{2t} + \frac{\gamma_{H1}}{\beta} \cdot \Lambda_{2t-1} = 0 \\ \lambda_y^W \cdot (1-n) \cdot (y_{F,t} - y_{F,t}^W) + \kappa_F \cdot \Lambda_{3t} - \Lambda_{4t} - \Lambda_{5t} + \frac{\gamma_{F1}}{\beta} \cdot \Lambda_{4t-1} = 0 \\ {}_y^W \cdot n \cdot (1-n) \cdot s_C \cdot \theta \cdot \psi \cdot (\hat{T}_t - \widetilde{T}_t^W) + \kappa_H \cdot (1-n) \cdot \psi \cdot \Lambda_{1t} + \\ \quad + \kappa_F \cdot n \cdot \psi \cdot \Lambda_{3t} - \theta \cdot s_C \cdot \Lambda_{5t} = 0 \\ \gamma_{H2} \cdot \Lambda_{2t} + \gamma_{F2} \cdot \Lambda_{4t} = 0 \end{cases} \qquad (24)$$

prawdziwy dla każdego $t \geq t_0$ z warunkami początkowymi w postaci $\Lambda_{1,t_0-1} = \Lambda_{2,t_0-1} = \Lambda_{3,t_0-1} = \Lambda_{4,t_0-1} = \Lambda_{5,t_0-1} = 0$.

Rozwiązanie układu równań (24) przedstawia uogólnione reguły nastawione na cel wyprowadzone z zachowania optymalizacji banków centralnych.

Podsumowanie

W artykule przedstawiono pewną propozycję modelu optymalizacyjnego umożliwiającego wyznaczenie reguł nastawionych na cel dla międzynarodowej polityki pieniężnej uwzględniającego związki zachodzące między inflacją i produkcją w kraju i za granicą oraz warunek wymiany handlowej. W celach porównawczych model ten zestawiono z analogicznym modelem umożliwiającym wyznaczenie reguł nastawionych na cel dla krajowej polityki pieniężnej, uwzględniającym tylko wartości inflacji o produkcji w kraju.

Literatura

Benigno G., Benigno P. (2003), *Designing Targeting Rules for International Monetary Policy Cooperation*, Working Paper Series 0279, European Central Bank.

McCallum B.T. (1996), *International Monetary Economics*, Oxford University Press.

Svensson L.E.O. (1996), *Commentary: How Should Monetary Policy Respond to Shocks while Maintaining Long-Run Price Stability? – Conceptual Issues* [w:] *Achieving Price Stability*, a symposium sponsored by the Federal Reserve Bank of Kansas City at Jackson Hole, Wyoming, August 29-31.

INTERNATIONAL MONETARY POLICY MODELS IN SHAPING THE INTERNATIONAL RELATIONS

Summary: The international relations includes international monetary policy. The international relations facilitate international trade, cross-border investments and reallocation of capital between countries. In this paper we presented the targeting rules that are the solution of optimization problem in which we take into account only the values of selected variables in a given country. We compared them with the targeting rules for international monetary policy that are the solution of proposed optimization model, which takes into account the conditions in the country and abroad and the terms of trade.

Keywords: optimization problem, the optimal decision rule, targeting rules for domestic monetary policy, targeting rules for international monetary policy.