



Maria Szmuksta-Zawadzka

Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny
w Szczecinie
Studium Matematyki

Jan Zawadzki

Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny
w Szczecinie
Wydział Ekonomiczny
Katedra Zastosowań Matematyki w Ekonomii
jzawadzki@zut.edu.pl

**MODELE NIEKLASYCZNE W PROGNOZOWANIU
ZMIENNYCH EKONOMICZNYCH ZE ZŁOŻONĄ
SEZONOWOŚCIĄ Z LUKAMI SYSTEMATYCZNYMI
– ANALIZA EMPIRYCZNA**

Streszczenie: W artykule przedstawiono wyniki wykorzystania wybranych modeli adaptacyjnych w prognozowaniu zmiennej o wysokiej częstotliwości obserwowanej z lukami systematycznymi. Modelowaniu oraz prognozowaniu poddano szeregi czasowe, z których wyeliminowano jeden lub dwa rodzaje wahań sezonowych. Prognozy końcowe były sumami (iloczynami) prognoz otrzymanych dla danych oczyszczonych i składników (wskaźników) sezonowości. Artykuł stanowi rozszerzenie rozważań autorów [Szmuksta-Zawadzka i Zawadzki, 2014] na przypadek występowania systematycznych luk w danych.

Słowa kluczowe: złożona sezonowość, wyrównywanie wykładnicze, prognozowanie, systematyczne luki w danych.

Wprowadzenie

W pracy Szmuksta-Zawadzka i Zawadzki [2014] autorzy przedstawili rozważania dotyczące wykorzystania predyktorów adaptacyjnych w prognozowaniu dla danych dziennych z lukami niesystematycznymi. Do budowy prognoz wykorzystano m.in. modele wyrównywania wykładniczego Holta-Wintersa w postaci addytywnej i multiplikatywnej. Podstawą ich budowy były szeregi czasowe, z których wyeliminowano wahania o cyklu rocznym (Y_t^*). Do tego celu wykorzystano także obie postaci prostego modelu Browna i Holta. Prognozy

wyznaczono na podstawie szeregów oczyszczonych zarówno z sezonowości rocznej, jak i tygodniowej (Y_t^{**}).

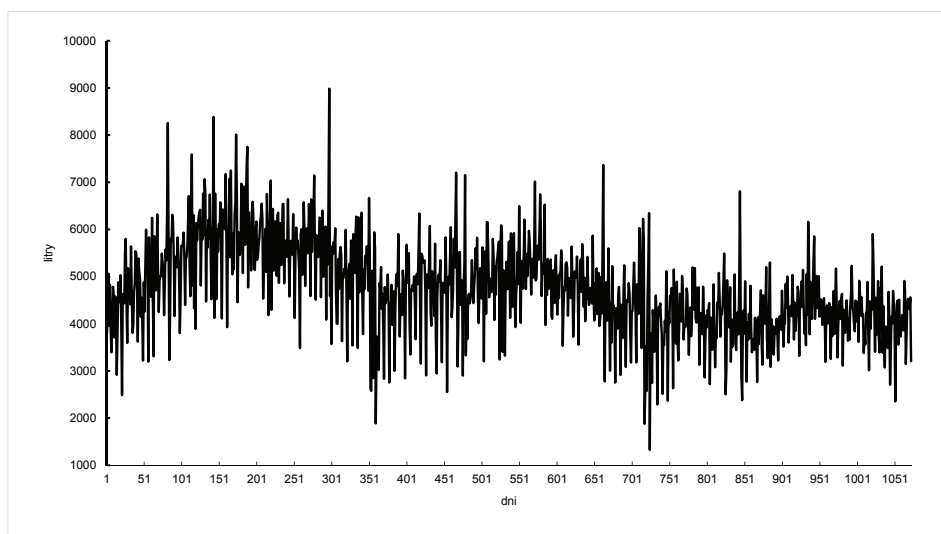
W przywołanej pracy zostały przedstawione analityczne zapisy wymienionych wyżej modeli i predyktorów. Bazują one na modelach prezentowanych m.in. w pracach takich autorów, jak: Pawłowski [1973]; Zeliaś i in. [2003]; Dittmann [2006]. Modele te, jak się wydaje, mogą być wykorzystane także w prognozowaniu zmiennych z lukami systematycznymi. W aspekcie aplikacyjnym różnią się jedynie wyznaczeniem wartości początkowych (startowych). W przypadku modeli Holta i Browna są to jedna lub dwie obserwacje początkowe. Natomiast w przypadku modelu Holta-Wintersa dotyczy to siedmiu obserwacji początkowych, a więc tylu, ile wynosi długość cyklu tygodniowego. Metody ich wyznaczania omówiono m.in. w pracy Zawadzkiego [Zawadzki, 1989]. W obliczeniowych programach statystycznych, np. STATGRAF czy STATISTICA, są „wmontowane” wybrane procedury w tym względzie. Ponadto w programie STATISTICA istnieje możliwość wprowadzenia: wartości początkowej, trendu początkowego oraz „startowych” ocen wskaźników sezonowości.

Celem artykułu jest określenie przydatności wymienionej wyżej klasy modeli w prognozowaniu zmiennej z podwójnie złożoną sezonowością dla danych dziennych, będącej sumą lub iloczynem: trendu oraz wahań o cyklach: rocznym i tygodniowym w sytuacji występowania luk systematycznych. Drugim celem, o charakterze metodycznym, jest określenie kryterium wyboru optymalnych wartości stałych wygładzania w modelach adaptacyjnych, w sytuacji gdy modele mają służyć celom budowy prognoz *ex ante*.

1. Charakterystyka zmiennej

Modelowaniu i prognozowaniu zostanie poddana dzienna sprzedaż paliw płynnych na stacji benzynowej X (w litrach). Kształtowanie się zmiennej prognozowanej w przedziale czasowym próby przedstawiono na rys. 1.

W tabeli 1 zestawiono oceny wskaźników i składników sezonowości o cyklach 12-miesięcznym i 7-dniowym.



Rys. 1. Wielkość sprzedaży paliw płynnych na stacji benzynowej X

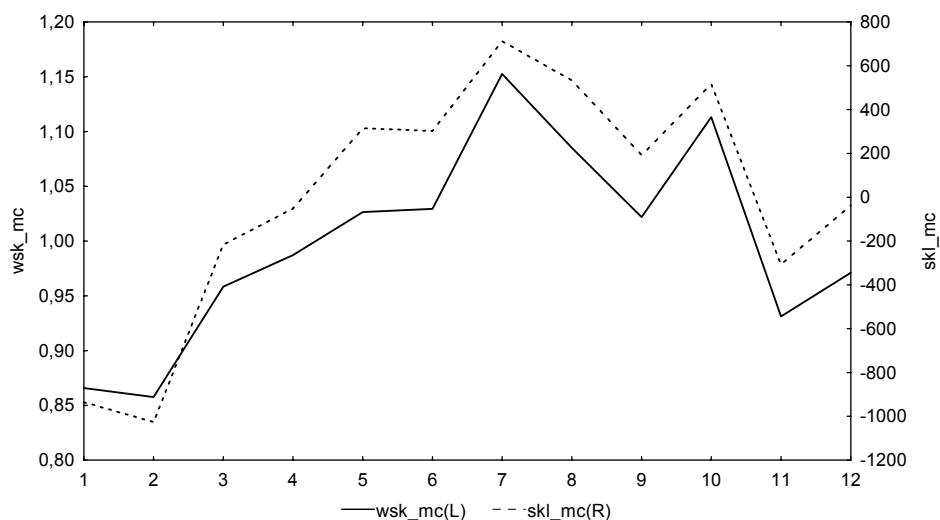
Źródło: Bank Danych Katedry Zastosowań Matematyki w Ekonomii ZUT w Szczecinie.

Tabela 1. Oceny wskaźników i składników sezonowości o cyklach 12-miesięcznym i 7-dniowym

Dzień	Wskaźniki sez.	Składniki sez.	Miesiąc	Wskaźniki sez.	Składniki sez.
Poniedziałek	1,028	131,30	Styczeń	0,866	-936,19
Wtorek	1,015	71,09	Luty	0,858	-1026,38
Środa	1,027	146,10	Marzec	0,958	-216,37
Czwartek	1,108	535,76	Kwiecień	0,987	-50,84
Piątek	1,035	200,12	Maj	1,026	314,46
Sobota	0,829	-832,90	Czerwiec	1,029	303,36
Niedziela	0,957	-251,46	Lipiec	1,153	713,35
-	-	-	Sierpień	1,085	532,99
-	-	-	Wrzesień	1,022	191,27
-	-	-	Październik	1,113	517,72
-	-	-	Listopad	0,931	-306,09
-	-	-	Grudzień	0,971	-37,28

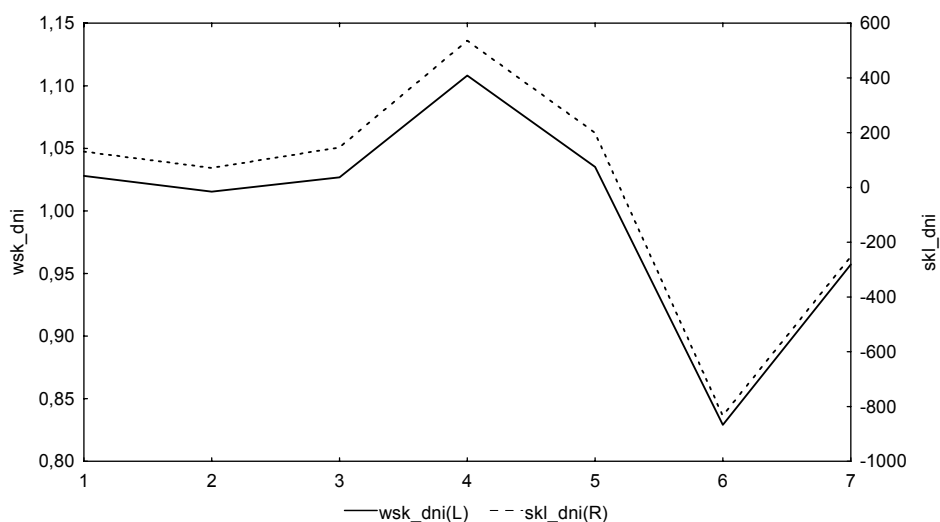
Źródło: Szmuksta-Zawadzka, Zawadzki [2014].

Na podwójnie skalowanych rys. 2 i 3 zostały przedstawione w postaci graficznej oceny wskaźników i składników sezonowości odpowiednio dla wahań o cyklu rocznym i tygodniowym.



Rys. 2. Oceny wskaźników i składników sezonowości wahań o cyklu rocznym

Źródło: Opracowanie własne.



Rys. 3. Oceny wskaźników i składników sezonowości wahań o cyklu tygodniowym

Źródło: Opracowanie własne.

Z rysunków wynika, że sprzedaż paliw na badanej stacji charakteryzuje się istotnymi wahaniami zarówno w skali roku, jak i tygodnia. Widoczna jest duża zgodność przebiegu wskaźników i składników sezonowości.

Oszacowania wskaźników i składników sezonowości zawarte w tab. 1 zostaną wykorzystane najpierw do eliminacji wahań sezonowych, a następnie wyznaczania prognoz końcowych.

2. Zakres badań

Rozpatrywany będzie jeden wariant luk systematycznych. Luki będą występować w poniedziałki, środy i piątki, tzn. w 311 spośród 724 dni. Oznacza to, że ich udział będzie wynosić 42,96% długości szeregu. Do budowy prognoz na podstawie modeli adaptacyjnych o postaci addytywnej i multiplikatywnej zostaną wykorzystane szeregi czasowe, z których wyeliminowano jeden albo dwa rodzaje wahań sezonowych. Dane oczyszczone z sezonowości rocznej (Y_t^*) będą stanowić bazę informacyjną dla modeli Holta-Wintersa w postaci addytywnej (A_HW) i multiplikatywnej (M_HW). Natomiast do budowy prognoz na podstawie predyktorów opartych na prostych modelach Browna (A_BS i M_BS) oraz modelach Holta (A_H i M_H) zostaną wzięte szeregi, z których wyeliminowano zarówno wahania o cyklu rocznym, jak i tygodniowym (Y_t^{**}). W procesie modelowania i prognozowania będą rozpatrywane wszystkie kombinacje stałych wygładzania. Zostaną dla nich obliczone oceny błędów względnych: wartości wyrównanych (WW), prognoz interpolacyjnych (I) i prognoz ekstrapolacyjnych (E). Do dalszej analizy zostaną wybrane modele o takich zestawach stałych wygładzania, którym odpowiadają minimalne przeciętne względne oceny błędów oznaczone przez: WW, I oraz E. Może się okazać, że minimalne oceny tych błędów odpowiadają modelom o różnych wartościach stałych wygładzania. Wtedy analizie zostaną poddane trzy modele o tej samej postaci. W celach porównawczych mierniki te zostaną obliczone także dla predyktorów opartych na klasycznych modelach szeregu czasowego z liniowym trendem i okresowymi składnikami sezonowymi o cyklu rocznym i tygodniowym (A_KL) oraz trendem wykładniczym o stałym stopie wzrostu i relatywnie stałych waniach sezonowych o tych samych długościach cykli (M_KL). W dalszej części zostanie przeprowadzona analiza porównawcza dokładności wartości wyrównanych i prognoz otrzymanych dla wariantu luk niesystematycznych dotyczących tych samych dni, przy czym luki będą obejmowały 21,69% długości szeregu. Analiza porównawcza pozwoli stwierdzić, w jaki stopniu na dokładność modelowania i prognozowania wpłynęło niemal podwojenie liczby luk. Wyniki dla luk niesystematycznych pochodzą z publikacji autorów [Szmuksta-Zawadzka i Zawadzki, 2014].

Ponadto dla modeli charakteryzujących się minimalnymi ocenami błędów prognoz inter- i ekstrapolacyjnych dla luk systematycznych zostanie przeprowadzona dekompozycja błędów prognoz według dni tygodnia i miesięcy.

3. Analiza wyników modelowania i prognozowania

Oceny błędów: wartości wyrównanych (WW), prognoz interpolacyjnych (I) i prognoz ekstrapolacyjnych (E) otrzymane dla parametrów wygładzania charakteryzujących się minimalnymi ocenami błędów wymienionych wyżej wielkości zostały zestawione w tab. 2. Zawiera ona także oceny błędów dla modeli klasycznych: A_KL oraz M_KL. W modelach tych wahania w cyklu rocznym i tygodniowym były opisane za pomocą osobnych zbiorów zmiennych zero-jedynkowych. Model M_KL różnił się tym od modelu A_KL tym, że po lewej stronie szacowanego równania zamiast zaobserwowanych wartości zmiennej prognozowanej Y_t wystąpiły jej logarytmy naturalne [por. np. Kufel, 2010; Szmuksta-Zawadzka i Zawadzki, 2011].

Tabela 2. Oceny średnich błędów względnych: wartości wyrównanych (WW), prognoz interpolacyjnych (I) i prognoz ekstrapolacyjnych (E) oraz optymalne wartości stałych wygładzania

Model	Miernik dotyczy	Stale wygładzania			MAPE(%)		
		α	β	γ	WW	I	E
MODELE ADDYTYWNE							
A_BS1	WW	0,06	-	-	12,72	11,83	19,21
A_BS2	I	0,15	-	-	13,05	11,59	20,50
A_BS3	E	0,04	-	-	12,74	12,07	19,11
A_H1	WW	0,15	0,15	-	15,19	13,12	119,54
A_H2	I	0,15	0,15	-	15,19	13,12	119,54
A_H3	E	0,02	0,04	-	94,72	84,89	15,58
A_HW1	WW	0,1	0,04	0,1	12,85	15,25	34,19
A_HW2	I	0,1	0,08	0,06	13,57	15,12	43,12
A_HW3	E	0,02	0,01	0,02	26,82	28,79	13,26
A_KL		-	-	-	12,79	12,28	13,11
MODELE MULTIPLIKATYWNE							
M_BS1	WW	0,04	-	-	17,38	13,66	15,31
M_BS2	I	0,07	-	-	17,53	13,58	15,72
M_BS3	E	0,04	-	-	17,38	13,66	15,31
M_H1	WW	0,15	0,5	-	20,02	15,34	140,40
M_H2	I	0,15	0,15	-	20,02	15,34	140,40
M_H3	E	0,02	0,14	-	57,22	52,40	11,76
M_HW1	WW	0,10	0,04	0,1	11,89	15,37	47,40
M_HW2	I	0,10	0,09	0,1	12,08	15,30	71,16
M_HW3	E	0,03	0,01	0,02	24,04	26,73	11,84
M_KL	-	-	-	-	12,46	20,66	12,76

Źródło: Opracowanie własne.

Występujące przy oznaczeniach modeli kolejne cyfry oznaczają modele charakteryzujące się minimalnymi ocenami błędów: 1 – wartości wyrównanych, 2 – prognoz interpolacyjnych, 3 – prognoz ekstrapolacyjnych.

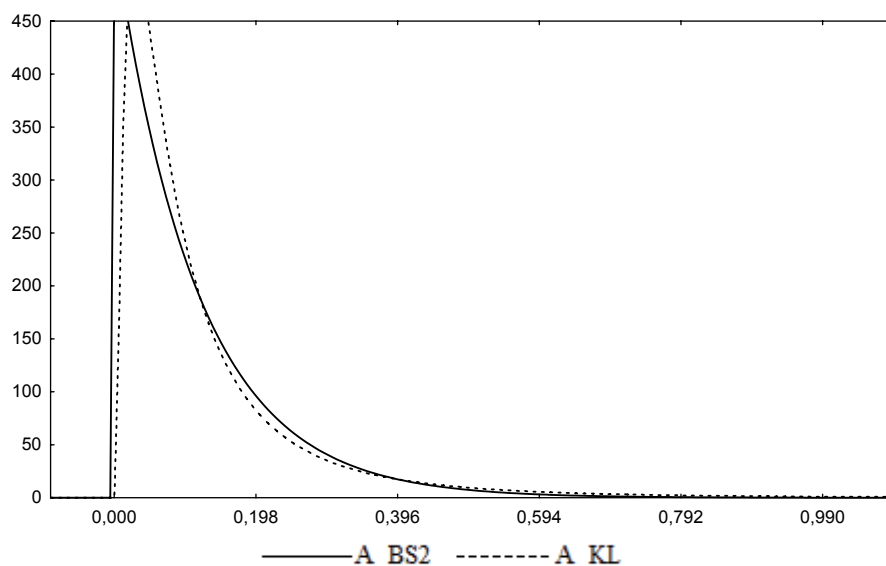
Przed przejściem do analizy wyników modelowania i prognozowania na podstawie modeli wyrównywania wykładniczego dla luk systematycznych zostaną pokrótce omówione wyniki otrzymane dla modeli klasycznych: A_KL oraz M_KL. Z porównania ocen błędów względnych wartości wyrównanych wynika, że nieznacznie niższą ocenę (o 0,33 p.p.) otrzymano dla modelu M_KL. Natomiast dla prognoz interpolacyjnych z oceną 12,28% zdecydowanie bardziej efektywny okazał się predyktor oparty na modelu liniowym ze stałymi składnikami sezonowymi (A_KL). Ocena otrzymana dla modelu M_KL była o blisko 8,5 p.p. wyższa. Dla prognoz ekstrapolacyjnych ocenę niższą o 0,35 p.p. otrzymano dla predyktora opartego na modelu wykładniczym o stałej stopie wzrostu z relatywnie stałą sezonowością (M_KL). W trakcie analizy wyników modelowania i prognozowania dla modeli adaptacyjnych, każdorazowo, będziemy się odwoływać do dokładniejszego z modeli klasycznych.

Z informacji zawartych w tabeli odnoszących się do modeli adaptacyjnych wynika, że najniższą oceną błędu wartości wyrównanych, wynoszącą 11,89%, charakteryzuje się model Holta-Wintersa w postaci multiplikatywnej (M_HW1) o stałych wygładzania wynoszących: $\alpha = 0,1$, $\beta = 0,04$ oraz $\gamma = 0,1$. Ocena przeciętego błędu względnego otrzymana dla modelu klasycznego (M_KL) jest o 4,79% wyższa. Spośród modeli z podwójnie wyeliminowaną sezonowością najniższą ocenę błędu względnego (12,72%) otrzymano dla predyktora opartego na prostym modelu Browna (A_BS1) o stałej wygładzania $\alpha = 0,15$. Ocena ta jest o 0,83 p.p. wyższa od oceny uzyskanej dla modelu M_HW1.

W przypadku prognoz interpolacyjnych najbardziej efektywny, z oceną 11,59%, okazał się model addytywny Browna (A_BS2) z parametrem α wynoszącym 0,15. Oceny bardzo zbliżone otrzymano dla dwóch pozostałych modeli Browna (A_BS1 i A_BS3) o parametrach wygładzania wynoszących odpowiednio: 0,06 oraz 0,04. Lepszy z modeli klasycznych (A_KL) charakteryzuje się oceną błędu o 0,69 p.p. wyższą.

Natomiast znacznie wyższe oceny błędów, niż dla modelu ABS_2, otrzymano dla modeli Holta-Wintersa. Dla modelu addytywnego (A_HW2) wyniosły one 15,12%, a multiplikatywnego (M_HW2) 15,30%.

Na rysunku 4 przedstawiono aproksymanty teoretyczne empirycznych rozkładów błędów prognoz interpolacyjnych otrzymane na podstawie najlepszego predyktora adaptacyjnego (A_BS2) oraz predyktora klasycznego (A_KL). Z rysunku wynika, że błędy prognoz adaptacyjnych przyjmują częściej niższe wartości.



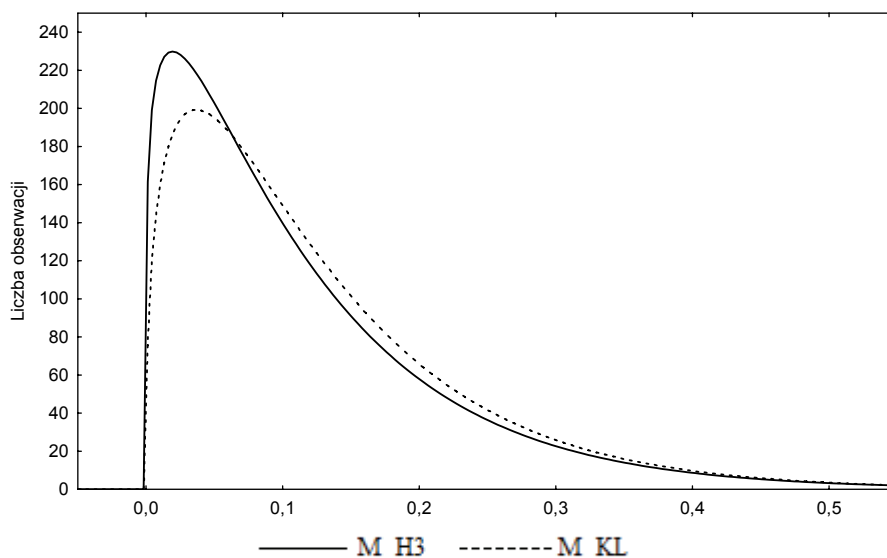
Rys. 4. Rozkłady błędów prognoz interpolacyjnych otrzymanych na podstawie modeli A_BS2 oraz A_KL

Źródło: Opracowanie własne.

Najniższą ocenę błędu prognoz ekstrapolacyjnych (11,76%) otrzymano dla modelu Holta w postaci multiplikatywnej (M_H3) o stałych wygładzania wynoszących α i β wynoszących 0,15. Ponadto zwracają uwagę bardzo wysokie, przekraczające 80%, błędy wartości wyrównanych i prognoz interpolacyjnych otrzymanych na podstawie tego predyktora. Z kolei jeszcze wyższe, bo przekraczające 100%, błędy prognoz ekstrapolacyjnych otrzymano dla obu postaci modelu Holta charakteryzujących się minimalnymi ocenami błędów wartości wyrównanych i prognoz interpolacyjnych. Z ocenami błędów prognoz ekstrapolacyjnych w granicach 30-70% mamy też do czynienia w przypadku modeli Holta-Wintersa: A_HW1, A_HW2 oraz M_HW1 i M_HW2. Z przytoczonych wyżej danych wynika, że modele adaptacyjne, zwłaszcza Holta i Holta-Wintersa, charakteryzujące się minimalnymi ocenami błędów wartości wyrównanych lub(i) prognoz interpolacyjnych nie mogą być wykorzystywane do budowy prognoz ekstrapolacyjnych i vice versa.

Spośród predyktorów klasycznych z błędem 12,76% nieco lepszy okazał się predyktor M_KL. Dokładność modelu multiplikatywnego Holta-Wintersa (M_HW3) o stałych wygładzania wynoszących: $\alpha = 0,03$; $\beta = 0,01$ oraz $\gamma = 0,02$, była bardzo zbliżona do dokładności modelu M_H3.

Kształtowanie się aproksymant teoretycznych rozkładów błędów empirycznych prognoz ekstrapolacyjnych otrzymanych na podstawie najlepszego predyktora adaptacyjnego (M_H3) oraz predyktora klasycznego (M_KL) zostało przedstawione graficznie na rys. 5.



Rys. 5. Aproksymanty teoretyczne rozkładów błędów prognoz ekstrapolacyjnych otrzymanych na podstawie modeli M_H3 oraz M_KL

Źródło: Opracowanie własne.

Z rysunku 5 wynika, że błędy prognoz otrzymanych na podstawie predyktora adaptacyjnego, podobnie jak w przypadku prognoz interpolacyjnych, przyjmują częściej niższe wartości niż dla modelu klasycznego. Różnice w rozkładach są bardziej widoczne niż dla prognoz interpolacyjnych.

W tabeli 3 zostały zestawione zdezagregowane na dni tygodnia i miesiące oceny błędów prognoz interpolacyjnych i ekstrapolacyjnych otrzymane na podstawie równań o minimalnych ocenach błędów. Tablica zawiera także zdezagregowane błędy prognoz dla modeli klasycznych. Prognozy interpolacyjne odnoszą się wyłącznie do dni, w których w dwuletnim przedziale czasowym wystąpiły luki, tj. do poniedziałków, śród i piątków. Dlatego oceny błędów zostały poprzedzone kolumną zawierającą ich liczby wynoszące odpowiednio 104 lub 103. Ich suma wynosi 311, a więc tyle, ile było brakujących danych. Błędy prognoz dla miesięcy odnoszą się także tylko do tych dni tygodnia, w których wystąpiły luki – ich suma wynosi także 311. Prognozy ekstrapolacyjne obejmują okres empirycznej weryfikacji prognoz od 1 stycznia do 13 grudnia (348 obserwacji).

Tabela 3. Zdezagregowane oceny błędów prognoz inter- i ekstrapolacyjnych według dni tygodnia i miesięcy

Dni tygodnia i miesiące	Błędy prognoz interpolacyjnych (%)			Błędy prognoz ekstrapolacyjnych (%)	
	liczba prognoz	A_H2	M_KL	M_HW3	KL
Ogółem	311	11,59	12,28	11,76	12,76
Poniedziałek	104	7,91	10,05	13,99	14,15
Wtorek	0	0	0	8,15	12,26
Środa	104	14,85	15,36	10,18	10,72
Czwartek	0	0	0	10,68	12,5
Piątek	103	12,01	11,43	9,84	10,06
Sobota	0	0	0	17,79	18,8
Niedziela	0	0	0	0	0
Styczeń	25	8,27	11,58	12,81	14,39
Luty	24	10,78	12,6	14,53	10,34
Marzec	26	11,39	11,29	6,79	8,63
Kwiecień	26	11,29	11,87	11,15	11,73
Maj	27	13,09	14,01	12,61	16,51
Czerwiec	25	13,11	14,67	9,35	13,69
Lipiec	27	7,88	7,42	8,56	10,54
Sierpień	26	8,93	10,77	8,55	10,52
Wrzesień	26	4,42	7,42	12,02	13,32
Październik	27	11,02	9,99	15,61	15,56
Listopad	25	7,59	8,68	16,28	14,81
Grudzień	27	11,33	26,65	11,97	14,31

Źródło: Opracowanie własne.

Z informacji zawartych w tabeli 3 wynika, że najniższą ocenę błędów prognoz interpolacyjnych dla dni otrzymano dla poniedziałków (7,91%). Dla śród i piątków były one wyższe odpowiednio o: 4,10 p.p. oraz 6,94 p.p. Oceny błędów prognoz dla predyktora klasycznego były dla poniedziałków i śród wyższe od błędów prognoz otrzymanych na podstawie predyktora A_BS2. Różnice te wynosiły odpowiednio 2,13 p.p. oraz 0,51 p.p. Natomiast dla piątków bardziej dokładny (o 0,47 p.p.) okazał się predyktor klasyczny. W przypadku dezagregacji miesięcznej oceny błędów dla modelu Holta niższe od 10% otrzymano dla pięciu miesięcy: stycznia, lipca, sierpnia, września oraz listopada. Najniższą ocenę błędu wynoszącą 4,42% otrzymano dla września. Dla pozostałych 4 miesięcy kształtują się one w granicach 8-9%. Natomiast zdecydowanie najwyższym błędem charakteryzuje się grudzień (30,37%). Wystąpienie tak wysokiej oceny było spowodowane zakłóceniami w sprzedaży paliw w następstwie dużych opadów śniegu oraz gwałtownego spadku temperatury. Dla modelu klasycznego (M_KL) oceny niższe od 10% otrzymano dla lipca oraz dla miesięcy

od września do listopada. Najbardziej dokładne, z błędami wynoszącymi 7,42%, okazały się prognozy dla lipca i września. Zdecydowanie najwyższy błąd, wynoszący 26,69%, otrzymano, podobnie jak dla predyktora adaptacyjnego, dla grudnia. Dla pozostałych miesięcy oceny błędów przyjęły wartości nieprzekraczające 15%. Predyktor klasyczny okazał się dokładniejszy, oprócz grudnia, także w marcu, lipcu oraz październiku. Największą różnicę wynoszącą 3,68 p.p. odnotowano dla grudnia, a najniższą (0,10 p.p) dla marca. Natomiast dla stycznia dokładniejszy okazał się model adaptacyjny.

W przypadku prognoz ekstrapolacyjnych przeciętna ocena błędu dla predyktora adaptacyjnego była niższa o 1 p.p. od błędu dla predyktora klasycznego. Oceny błędów prognoz ekstrapolacyjnych otrzymanych dla dni tygodnia dla modelu Holta-Wintersa wahają się od 8,15% dla wtorku do 17,79% dla soboty. Dla pozostałych dni kształtują się na poziomie około 10-14%.

Dla modelu klasycznego oceny błędów wahają się w przedziale od 10,06% dla piątku do 18,80% dla soboty. Prognozy dla wszystkich dni tygodnia otrzymane na podstawie predyktora adaptacyjnego okazały się dokładniejsze od otrzymanych dla predyktora klasycznego. Najwyższą różnicę wynoszącą 4,11 p.p. otrzymano dla wtorku, a najniższą (0,16 p.p) dla poniedziałku. Oceny błędów prognoz dla predyktora adaptacyjnego niższe od 10% otrzymano dla marca oraz miesięcy od czerwca do sierpnia. Najniższą oceną charakteryzuje się marzec (6,79%). Oceny najwyższe, kształtujące się w granicach 15-16%, otrzymano dla IV kwartału, przy czym oceną maksymalną charakteryzował się listopad (16,28%).

Oceny błędów otrzymane dla predyktora klasycznego są zawarte w przedziale od 8,63% dla marca do 16,51% dla maja.

4. Analiza porównawcza dokładności prognoz dla luk systematycznych i niesystematycznych

Zgodnie z zapowiedzią obecnie przechodzimy do analizy dokładności wartości wyrównanych i obu rodzajów prognoz otrzymanych na podstawie najlepszych predyktorów adaptacyjnych. (Oznaczenia modeli zostaną rozszerzone o literę: s – luki systematyczne, ns – luki niesystematyczne). Analiza ta pozwoli na otrzymanie odpowiedzi na pytanie dotyczące wpływu liczby luk w danych na dokładność prognoz. Informacje o dokładności wartości wyrównanych i prognoz zostały zestawione w tab. 4.

Tabela 4. Oceny błędów wartości wyrównanych, prognoz inter- i ekstrapolacyjnych dla najlepszych modeli dla luk systematycznych i niesystematycznych

Model	Miernik dotyczy	Stałe wygładzania			MAPE(%)		
		α	β	γ	WW	I	E
M_HW1-s	WW	0,10	0,04	0,10	11,89	15,37	47,40
A_HW1-ns	WW	0,10	0,02	0,01	11,33	13,93	22,97
A_BS2-s	I	0,15	-	-	13,05	11,59	20,50
A_H2-ns	I	0,15	0,03	-	15,99	12,61	49,02
M_H3-s	E	0,02	0,14	-	57,22	52,40	11,76
M_HW3-ns	E	0,07	0,01	0,03	14,48	13,47	11,20
A_KL-s	-	-	-	-	12,79	12,28	13,11
A_KL-ns	-	-	-	-	11,54	15,17	16,59
M_Kl-s	-	-	-	-	12,46	20,66	12,76
M_Kl-ns	-	-	-	-	11,51	14,17	15,60

Źródło: Opracowanie własne.

Z porównania błędów wartości wyrównanych wynika, że minimalne ich oceny otrzymano na podstawie modeli Holta-Wintersa o różnych postaciach. Dla luk systematycznych był to model w postaci addytywnej i stałych wygładzania α i γ równych 0,1 oraz $\beta = 0,04$. Natomiast dla luk niesystematycznych był to model multiplikatywny o stałych wygładzania α , β i γ wynoszących odpowiednio: 0,10; 0,02 oraz 0,01.

Niższą o 0,56 p.p. oceną błędu charakteryzował się predyktor A-H41-ns. W przypadku prognoz interpolacyjnych najniższe oceny błędów otrzymano dla modeli addytywnych na podstawie modeli z podwójnie wyeliminowaną sezonowością, przy czym dla luk niesystematycznych był to model Holta, a systematycznych – prosty model Browna. Z porównania ocen błędów prognoz wynika, że ocenę niższą o 1,02 p.p., mimo niemal dwukrotnie większej liczby luk, otrzymano dla modelu z lukami systematycznymi. Minimalne oceny błędów prognoz ekstrapolacyjnych otrzymano dla predyktorów w postaci multiplikatywnej – dla luk niesystematycznych był to model Holta-Wintersa, a dla systematycznych model Holta. Tylko nieznacznie niższą ocenę (o 0,56 p.p.) otrzymano dla luk niesystematycznych.

Dla modeli klasycznych charakteryzujących się minimalnymi ocenami błędów wartości wyrównanych oraz dla obu rodzajów prognoz otrzymano wyższe oceny błędów niż na podstawie modeli adaptacyjnych. Natomiast spośród modeli klasycznych oceny niższe o około 1,0-1,3 p.p. otrzymano dla luk niesystematycznych. Natomiast w przypadku obu rodzajów prognoz dokładniejsze okazały się predyktory dla luk systematycznych. Dla prognoz interpolacyjnych ocena ta była niższa o około 1,9 p.p., a dla prognoz z lukami systematycznymi kształtowała się w granicach 3 p.p.

Podsumowanie

Z przeprowadzonych w artykule rozważań można wyprowadzić następujące wnioski:

1. Modele adaptacyjne dla luk systematycznych charakteryzujące się minimalnymi ocenami błędów wartości wyrównanych i prognoz interpolacyjnych nie mogą być wykorzystane do budowy prognoz ekstrapolacyjnych i vice versa.
2. Zastosowanie modeli adaptacyjnych pozwala na otrzymanie o około 5,0-8,5% dokładniejszych prognoz w porównaniu z predyktorami opartymi na klasycznych modelach szeregu czasowego.
3. Mimo zwiększenia liczby luk o blisko 100% otrzymano dla luk niesystematycznych tylko nieznacznie niższą ocenę błędu wartości wyrównanych. Natomiast dla luk systematycznych otrzymano niższe oceny błędów prognoz interpolacyjnych i ekstrapolacyjnych.
4. Z informacji zawartych w punktach 1-3 wynika, że modele adaptacyjne dla danych oczyszczonych z jednego lub dwóch rodzajów sezonowości mogą być z powodzeniem wykorzystywane w prognozowaniu zmiennych ze złożoną sezonowością.

Literatura

- Dittmann P. (2006), *Prognozowanie w przedsiębiorstwie. Metody i ich zastosowanie*, Wolters Kluwer Polska, Kraków.
- Kufel T. (2010), *Ekonometryczna analiza cykliczności procesów gospodarczych o wysokiej częstotliwości obserwowania*, Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Mikołaja Kopernika, Toruń.
- Pawłowski Z. (1973), *Prognozowanie ekonometryczne*, PWN, Warszawa.
- Szmuksta-Zawadzka M., Zawadzki J. (2011), *Zastosowanie modelowania ekonometrycznego w prognozowaniu brakujących danych w szeregach o wysokiej częstotliwości*, Prace Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu. *Ekonometria* 34, s. 303-314, Wrocław.
- Szmuksta-Zawadzka M., Zawadzki J. (2014), *Zastosowanie wybranych modeli adaptacyjnych w prognozowaniu brakujących danych w szeregach ze złożoną sezonowością dla luk niesystematycznych*, *Metody Ilościowe w Badaniach Ekonomicznych*, T. 15, z. 4, s. 191-195, Warszawa.
- Zawadzki J. (1989), *Ekonometryczne metody prognozowania w przedsiębiorstwie*, *Rozprawy i Studia*, T. 58 (CXXXII), Uniwersytet Szczeciński, Szczecin.
- Zeliaś A., Pawełek B., Wanat S. (2003), *Prognozowanie ekonomiczne. Teoria, przykłady, zadania*, WN PWN, Warszawa.

**APPLICATION OF NONCLASSICAL MODELS IN FORECASTING
OF ECONOMIC VARIABLES WITH COMPLEX SEASONALITY
AND SYSTEMATIC GAPS – THE EMPIRICAL ANALYSIS**

Summary: This paper presents the results of the application of selected adaptive models in forecasting of high-frequency variable with systematic gaps. To modeling and forecasting were used time series, from which seasonal fluctuations were eliminated. Final forecasts were built as sums (products) of forecasts, for the data “cleaned” from seasonality and seasonal components (indicators). The paper is an extension of considerations authors [Szmuksta-Zawadzka and Zawadzki, 2014] on the case of the occurrence of systematic gaps in the data.

Keywords: complex seasonality, exponential smoothing, forecasting, systematic gaps in data.