



Ewa Dziawgo

Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu
Wydział Nauk Ekonomicznych i Zarządzania
Katedra Ekonometrii i Statystyki
dziawew@umk.pl

ANALIZA WRAŻLIWOŚCI CENY HYBRYDOWEJ KORYTARZOWEJ OPCJI KUPNA

Streszczenie: W artykule przedstawione zostały zagadnienia związane z hybrydową korytarzową opcją kupna: charakterystyka instrumentu, funkcja wypłaty, model wyceny oraz analiza wpływu wybranych czynników na kształtowanie się ceny oraz wartości miar wrażliwości opcji. Ilustracja empiryczna, zawarta w artykule, została przeprowadzona na podstawie symulacji wyceny opcji wystawionych na EUR/PLN.

Słowa kluczowe: instrumenty pochodne, opcje, zarządzanie ryzykiem.

Wprowadzenie

Opcja należy do klasy niesymetrycznych instrumentów pochodnych. Oznacza to, że jej nabywca ma prawo realizacji umowy, natomiast wystawca opcji jest zobowiązany do wykonania kontraktu (o ile opcja jest realizowana) [Dziawgo, 2003, s. 11; Hull, 2002, s. 195; Tarczyński, Zwolankowski, 1999, s. 75]. Nabycie opcji kupna/sprzedaży gwarantuje cenę, po której w przyszłości będzie można kupić/sprzedać instrument bazowy¹. Niesymetryczność praw i obowiązków nałożonych na strony transakcji powoduje, że opcje są szczególnie atrakcyjnym instrumentem zarządzania ryzykiem.

Korytarzowa opcja należy do klasy opcji hybrydowych, które są pakietami opcji klasycznych [Anson, 1999, s. 225; Bhattacharya, 1999, s. 143; Hull, 2002, s. 399].

¹ Instrumentem bazowym jest instrument, na który opcja jest wystawiona. W zależności od rodzaju instrumentu bazowego wyróżnia się opcje towarowe (wystawiane na zboża, metale szlachetne, ropę naftową, gaz ziemny) i finansowe (wystawiane na akcje, stopę procentową, indeks ekonomiczny, kurs walutowy).

W zarządzaniu ryzykiem istotne znaczenie ma analiza wartości miar wrażliwości. Są to miary, które wskazują, jak na cenę opcji wpłynie zmiana wartości czynnika ryzyka [Dziawgo, 2003, s. 104; Tarczyński, Zwolankowski, 1999, s. 162]. Głównymi miarami wrażliwości ceny opcji są: współczynnik *delta*, *gamma*, *vega*, *theta* oraz *rho*.

Negatywne doświadczenia firm w Polsce w latach 2008-2009, które dotyczyły stosowania opcji w transakcjach finansowych wskazują na potrzebę analizy ryzyka kontraktów opcyjnych. Niepokojący jest brak umiejętności stosowania opcji w transakcjach finansowych. Z uwagi na efekt dźwigni finansowej, nieprofesjonalne zastosowanie opcji w transakcjach może być przyczyną poniesienia znacznych strat. W związku z tym, zarówno z punktu widzenia teorii finansów, jak i praktyki inwestycyjnej, tak ważne jest analizowanie ryzyka kontraktów opcyjnych.

Celem artykułu jest przedstawienie ryzyka hybrydowej korytarzowej opcji kupna. W pracy zawarto analizę wpływu długości wyznaczonego korytarza na kształtowanie się ceny oraz wartości miar wrażliwości korytarzowej opcji kupna. Przedstawiono również wpływ ceny instrumentu bazowego na kształtowanie się wartości miar wrażliwości rozpatrywanych opcji hybrydowych. Zawarta w artykule ilustracja empiryczna przeprowadzona została na podstawie symulacji wyceny opcji walutowych wystawionych na EUR/PLN.

1. Charakterystyka hybrydowej korytarzowej opcji kupna

Hybrydowa korytarzowa opcja kupna jest kombinacją standardowej opcji kupna oraz standardowej opcji sprzedaży, która polega na:

- zajęciu długiej pozycji w opcji kupna z ceną wykonania H oraz
- krótkiej pozycji w opcji sprzedaży z ceną wykonania F , przy czym $F < H$.

Przez nabycie hybrydowej korytarzowej opcji kupna można zabezpieczyć się przed wzrostem ceny instrumentu bazowego. Nabywca takiej opcji otrzymuje gwarancję, że w dniu wygaśnięcia opcji, będzie mógł kupić instrument bazo-
wy po cenie, która jest zawarta w przedziale $[F; H]$.

Ceny wykonania opcji standardowych tworzą przedział, który nazywany jest korytarzem danej opcji hybrydowej.

Funkcja wypłaty hybrydowej korytarzowej opcji kupna jest postaci:

$$W = \begin{cases} S_T - F, & \text{gdy } S_T < F \\ 0, & \text{gdy } F \leq S_T \leq H \\ S_T - H, & \text{gdy } S_T > H \end{cases} \quad (1)$$

gdzie:

W – funkcja wypłaty hybrydowej korytarzowej opcji kupna, S_T – cena instrumentu bazowego w chwili T , T – czas wygaśnięcia opcji, F – cena wykonania opcji sprzedaży, H – cena wykonania opcji kupna, przy czym $F < H$.

Cena korytarzowej opcji kupna opisana jest równaniem [Briys i in., 1998, s. 349]:

$$c_t = S_t e^{-q(T-t)} [N(d_1) + N(-\bar{d}_1)] - e^{-r(T-t)} [HN(d_2) + FN(-\bar{d}_2)] \quad (2)$$

gdzie:

c_t – cena korytarzowej opcji kupna w chwili t , $t \in [0, T]$, r – stopa procentowa wolna od ryzyka, σ – zmienność ceny instrumentu bazowego, q – stopa dywidendy, S_t – cena instrumentu bazowego w chwili t , $N(d)$ – dystrybuanta rozkładu normalnego zmiennej d ,

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T-t}, \quad d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_t}{H}\right) + (r - q + 0,5\sigma^2)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}$$

$$\bar{d}_2 = \bar{d}_1 - \sigma\sqrt{T-t}, \quad \bar{d}_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_t}{F}\right) + (r - q + 0,5\sigma^2)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}$$

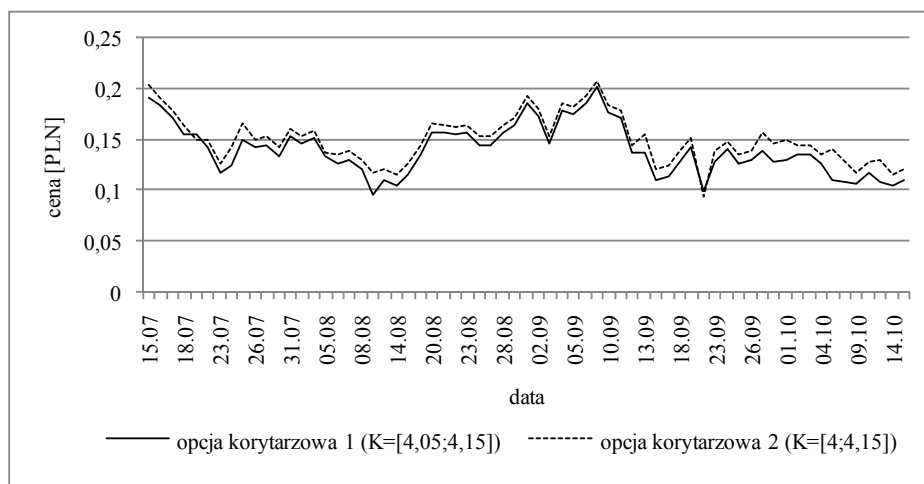
Na rysunku 1 przedstawiono kształtowanie się ceny korytarzowych opcji kupna, różniących się długością wyznaczonego korytarza. Symulacja wyceny przeprowadzona jest dla opcji walutowych wystawionych na EUR/PLN. Analiza przeprowadzona jest dla okresu 15.07.2013-15.10.2013 r. Jedną z rozpatrywanych opcji charakteryzuje się korytarzem równym [4,05; 4,15] (ozn. opcja korytarzowa 1 ($K = [4,05; 4,15]$)). Korytarz drugiej opcji jest postaci [4; 4,15] (ozn. opcja korytarzowa 2 ($K = [4; 4,15]$)). Termin wygaśnięcia rozpatrywanych opcji korytarzowych wynosi sześć miesięcy.

W analizowanym okresie znaczny wzrost ceny instrumentu bazowego wystąpił w dniach 30.08.2013 r. oraz 9.09.2013 r. Wówczas znacznie wzrosła cena rozpatrywanych korytarzowych opcji kupna.

Z kolei w dniach 14.08.2013 r. oraz 20.09.2013 r. wystąpił znaczny spadek ceny instrumentu bazowego, który przyczynił się do znacznego spadku ceny rozpatrywanych opcji korytarzowych.

Z analizy kształtowania się cen wynikają następujące własności hybrydowej korytarzowej opcji kupna:

- wzrost/spadek ceny instrumentu bazowego wpływa na wzrost/spadek ceny opcji,
- opcja z dłuższym przedziałem korytarza jest droższa,
- cena opcji ulega znacznym wahaniom.



Rys. 1. Kształtowanie się ceny hybrydowych korytarzowych opcji kupna. Opcje różnią się długością wyznaczonego korytarza

2. Wrażliwość ceny hybrydowej korytarzowej opcji kupna

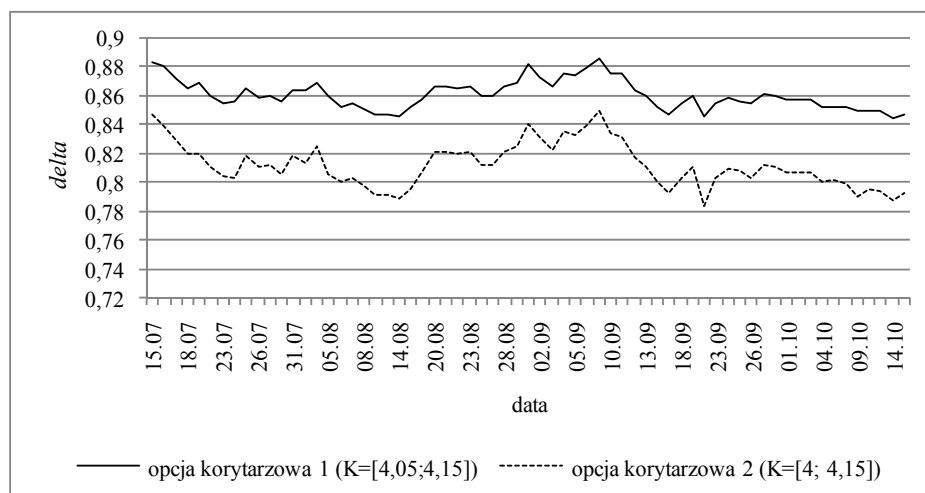
Miary wrażliwości określają wpływ zmiany wartości czynnika ryzyka na cenę opcji. Większa wrażliwość ceny opcji na zmiany czynnika ryzyka świadczy o większym ryzyku. Do miar wrażliwości ceny opcji zalicza się współczynniki: *delta*, *gamma*, *vega*, *theta* i *rho*.

Zawarta w danym rozdziale analiza dotyczy kształtowania się wartości miar wrażliwości rozpatrywanych w poprzednim rozdziale hybrydowych opcji kupna. Analiza przeprowadzona została dla okresu 15.07.2013-15.10.2013 r.

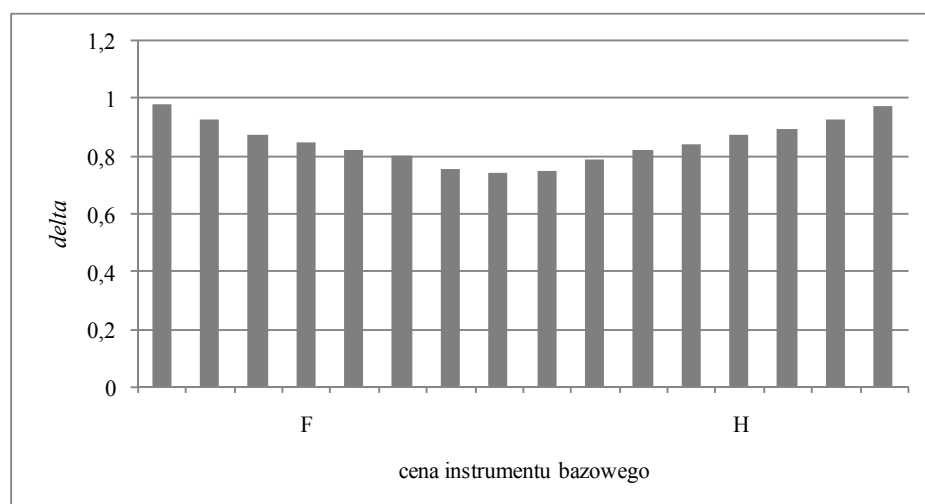
2.1. Współczynnik *delta*

Współczynnik *delta* wskazuje o ile zmieni się cena opcji, gdy cena instrumentu bazowego zmieni się o jednostkę.

Na rysunku 2 przedstawiono kształtowanie się wartości współczynnika *delta* hybrydowych opcji kupna różniących się długością wyznaczonego korytarza. Rysunek 3 jest ilustracją wpływu ceny instrumentu bazowego na kształtowanie się wartości współczynnika *delta* hybrydowej korytarzowej opcji kupna.



Rys. 2. Kształtowanie się wartości współczynnika *delta* hybrydowych korytarzowych opcji kupna. Opcje różnią się długością wyznaczonego korytarza



Rys. 3. Wpływ bieżącej ceny instrumentu bazowego na kształtowanie się wartości współczynnika *delta* korytarzowej opcji kupna

Wartości współczynnika *delta* korytarzowej opcji kupna są dodatnie i należą do przedziału $[0;1]$. Dodatnia wartość współczynnika *delta* oznacza, że wzrost/spadek ceny instrumentu bazowego wpływa na wzrost/spadek ceny opcji. Wartości współczynnika *delta* analizowanych opcji korytarzowych ulegają znacznym wahaniom. Opcja z dłuższym korytarzem charakteryzuje się mniejszą wartością współczynnika *delta*, a tym samym mniejszą wrażliwością na zmianę ceny instrumentu bazowego.

Najmniejsza wartość współczynnika *delta* występuje w przypadku, gdy cena instrumentu bazowego kształtuje się w pobliżu środka wyznaczonego korytarza. Wówczas cena opcji charakteryzuje się najmniejszą wrażliwością na zmianę ceny instrumentu bazowego. Wzrost/spadek ceny instrumentu bazowego w stosunku do środka wyznaczonego korytarza wpływa na wzrost wartości współczynnika *delta*.

2.2. Współczynnik *gamma*

Współczynnik *gamma* określa jak zmieni się wartość współczynnika *delta* względem zmiany ceny instrumentu bazowego o jednostkę.

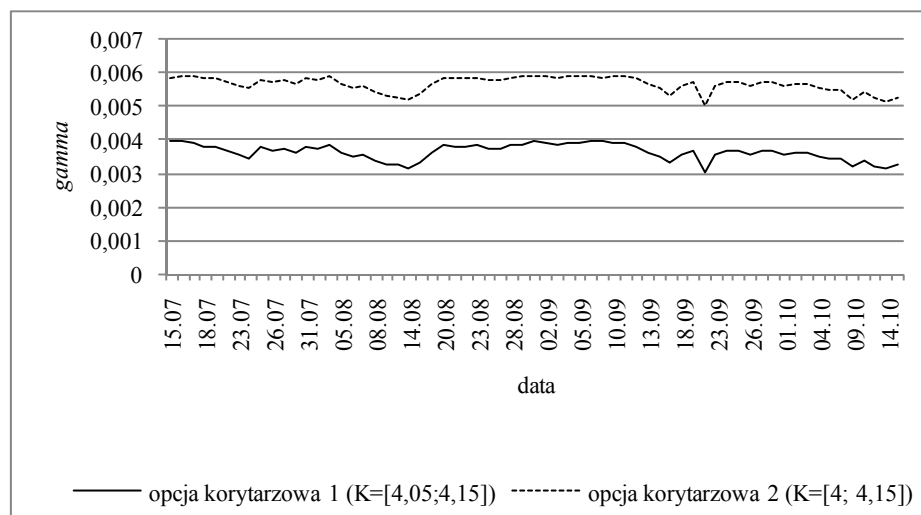
Rysunek 4 przedstawia kształtowanie się wartości współczynnika *gamma* hybrydowych opcji kupna, które charakteryzują się różną długością wyznaczonego korytarza. Natomiast na rys. 5 zilustrowano wpływ ceny instrumentu bazowego na kształtowanie się wartości współczynnika *gamma* hybrydowej korytarzowej opcji kupna.

W analizowanym okresie wartości współczynnika *gamma* analizowanych opcji hybrydowych są dodatnie. Oznacza to, że wzrost/spadek ceny instrumentu bazowego wpływa na wzrost/spadek wartości współczynnika *delta*. Większe wartości współczynnika *gamma* występują w przypadku opcji z dłuższym korytarzem. Wynika stąd, że wartość współczynnika *delta* takiej opcji charakteryzuje się większą wrażliwością na zmianę ceny instrumentu bazowego.

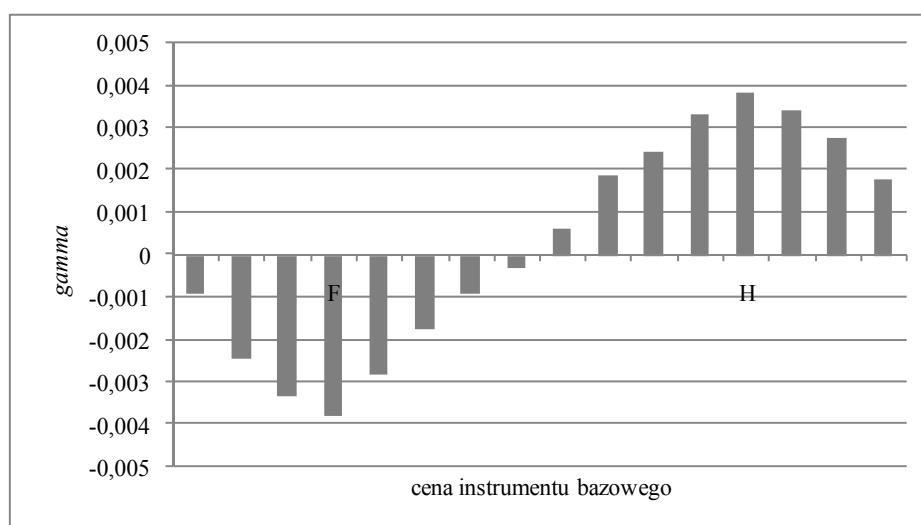
Z analizy wpływu ceny instrumentu bazowego na wartość współczynnika *gamma* wynikają następujące własności:

- dodatnia wartość współczynnika *gamma* występuje w przypadku, gdy cena instrumentu bazowego jest większa od środka korytarza,
- największa dodatnia współczynnika *gamma* występuje, kiedy cena instrumentu bazowego kształtuje się w pobliżu punktu krańcowego wyznaczonego korytarza,
- wzrost/spadek ceny instrumentu bazowego w stosunku do punktu końcowego korytarza wpływa na spadek wartości współczynnika *gamma*,
- ujemna wartość współczynnika *gamma* występuje w przypadku, gdy cena instrumentu bazowego jest mniejsza od środka korytarza,
- ujemna wartość współczynnika *gamma* oznacza, że wzrost/spadek ceny instrumentu bazowego wpływa na spadek/wzrost wartości współczynnika *delta*,
- najmniejsza ujemna wartość współczynnika *gamma* występuje, kiedy cena instrumentu bazowego kształtuje się w pobliżu punktu początkowego wyznaczonego korytarza,

- wzrost/spadek ceny instrumentu bazowego w stosunku do punktu początkowego korytarza wpływa na wzrost wartości współczynnika *gamma*.



Rys. 4. Kształtowanie się wartości współczynnika *gamma* hybrydowych korytarzowych opcji kupna. Opcje różnią się długością wyznaczonego korytarza

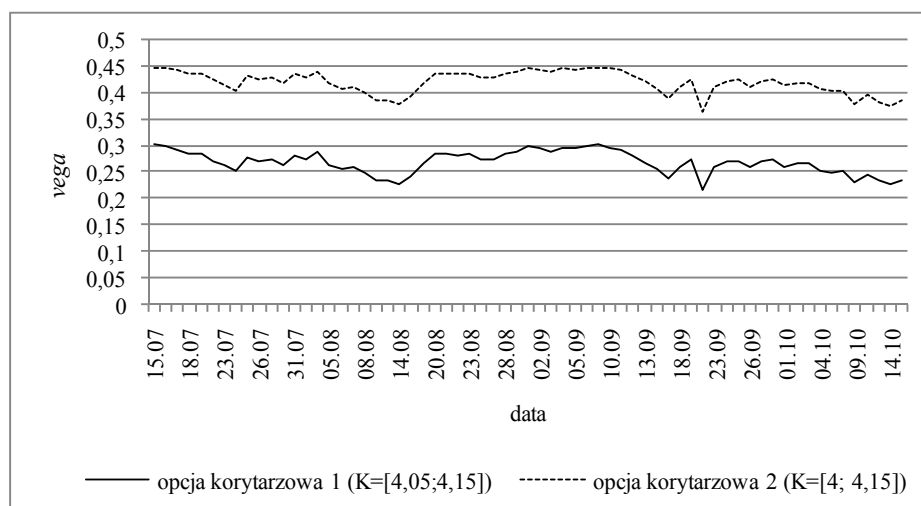


Rys. 5. Wpływ bieżącej ceny instrumentu bazowego na kształtowanie się wartości współczynnika *gamma* korytarzowej opcji kupna

2.3. Współczynnik *vega*

Współczynnik *vega* określa o ile zmieni się cena opcji, gdy odchylenie standardowe ceny instrumentu bazowego zmieni się o jednostkę².

Rysunek 6 jest ilustracją kształtowania się wartości współczynnika *vega* hybrydowych opcji kupna różniących się długością wyznaczonego przedziału.



Rys. 6. Kształtowanie się wartości współczynnika *vega* hybrydowych korytarzowych opcji kupna. Opcje różnią się długością wyznaczonego korytarza

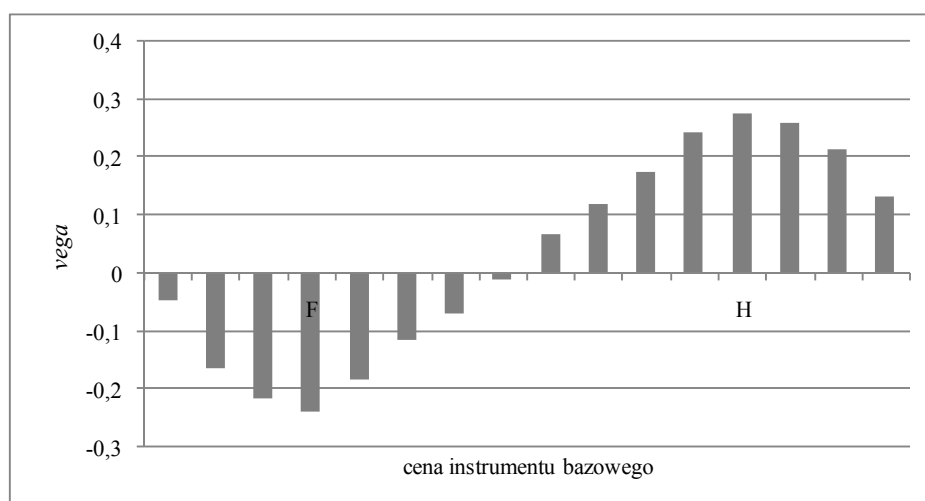
W analizowanym okresie wartości współczynnika *vega* rozpatrywanych opcji hybrydowych są dodatnie. Oznacza to, iż w tym przypadku wzrost/spadek zmienności ceny instrumentu bazowego wpływa na wzrost/spadek ceny korytarzowej opcji kupna. Cena opcji z dłuższym przedziałem korytarza odznacza się większą wrażliwością na wahania zmienności ceny instrumentu bazowego.

Na rysunku 7 przedstawiono wpływ ceny instrumentu bazowego na kształtowanie się wartości współczynnika *vega* hybrydowej korytarzowej opcji kupna.

Jeśli cena instrumentu bazowego jest większa od środka wyznaczonego korytarza, to współczynnik *vega* jest dodatni. Największa dodatnia wartość współczynnika *vega* występuje w przypadku, gdy cena instrumentu bazowego oscyluje wokół punktu krańcowego korytarza. Wzrost/spadek ceny instrumentu bazowego w stosunku do punktu krańcowego korytarza wpływa na spadek wartości współczynnika *vega*. Jeśli cena instrumentu bazowego jest mniejsza od środka wyznaczonego korytarza, to współczynnik *vega* jest ujemny. W tej sytu-

² Odchylenie standardowe jest miarą zmienności ceny instrumentu bazowego.

acji wzrost/spadek zmienności ceny instrumentu bazowego wpływa na spadek/wzrost ceny opcji. Jeżeli cena instrumentu bazowego kształtuje się w pobliżu punktu początkowego wyznaczonego korytarza, to wówczas występuje najmniejsza ujemna wartość współczynnika *vega*. Wzrost/spadek ceny instrumentu bazowego w stosunku do punktu początkowego korytarza wpływa na wzrost wartości współczynnika *vega*.



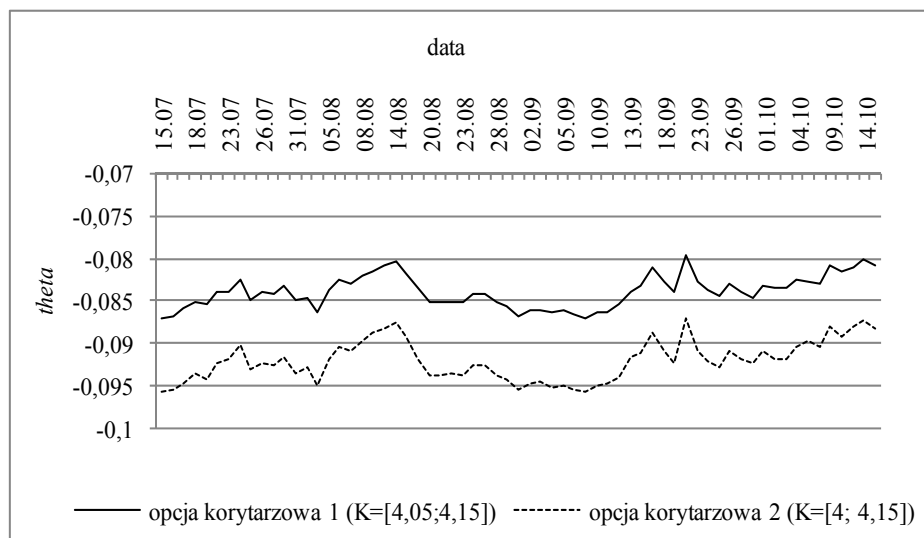
Rys. 7. Wpływ bieżącej ceny instrumentu bazowego na kształtowanie się wartości współczynnika *vega* korytarzowej opcji kupna

2.4. Współczynnik *theta*

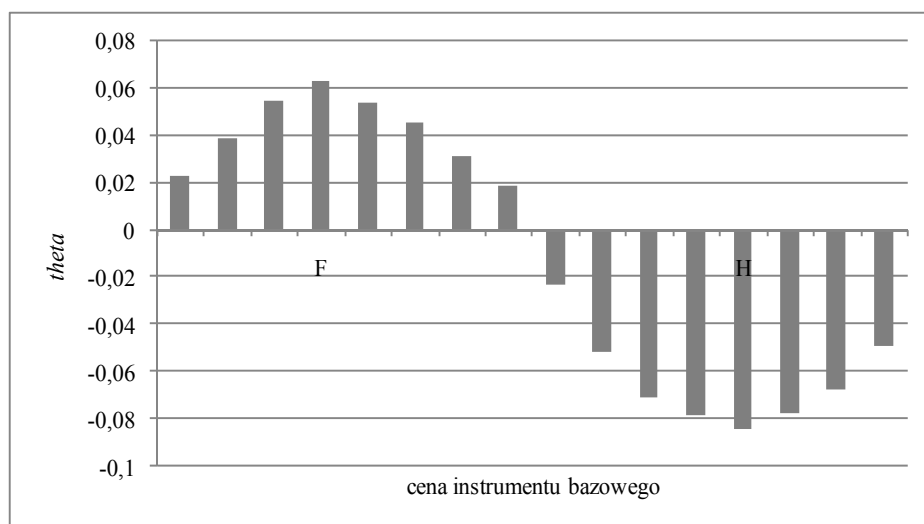
Współczynnik *theta* określa zmianę wartości opcji, gdy długość okresu do terminu wygaśnięcia spadnie o jednostkę.

Rysunek 8 przedstawia kształtowanie się wartości współczynnika *theta* hybrydowych opcji kupna różniących się długością wyznaczonego przedziału. Rysunek 9 jest ilustracją wpływu ceny instrumentu bazowego na kształtowanie się wartości współczynnika *theta* hybrydowej korytarzowej opcji kupna.

W rozpatrywanym okresie wartości współczynnika *theta* analizowanych opcji hybrydowych są ujemne, co oznacza, że zbliżanie się terminu wygaśnięcia opcji wpływa na spadek ceny opcji. Cena opcji z dłuższym korytarzem charakteryzuje się większą wrażliwością ceny na zmniejszanie się okresu do terminu wygaśnięcia opcji.



Rys. 8. Kształtowanie się wartości współczynnika θ hybrydowych korytarzowych opcji kupna. Opcje różnią się długością wyznaczonego korytarza



Rys. 9. Wpływ bieżącej ceny instrumentu bazowego na kształtowanie się wartości współczynnika θ korytarzowej opcji kupna

Dodatnia wartość współczynnika θ występuje w przypadku, gdy cena instrumentu bazowego jest mniejsza od środka korytarza. W tej sytuacji opcja z dłuższym terminem wygaśnięcia jest tańsza. Jeżeli cena instrumentu bazowego kształtuje się w pobliżu początku korytarza, to występuje największa dodatnia

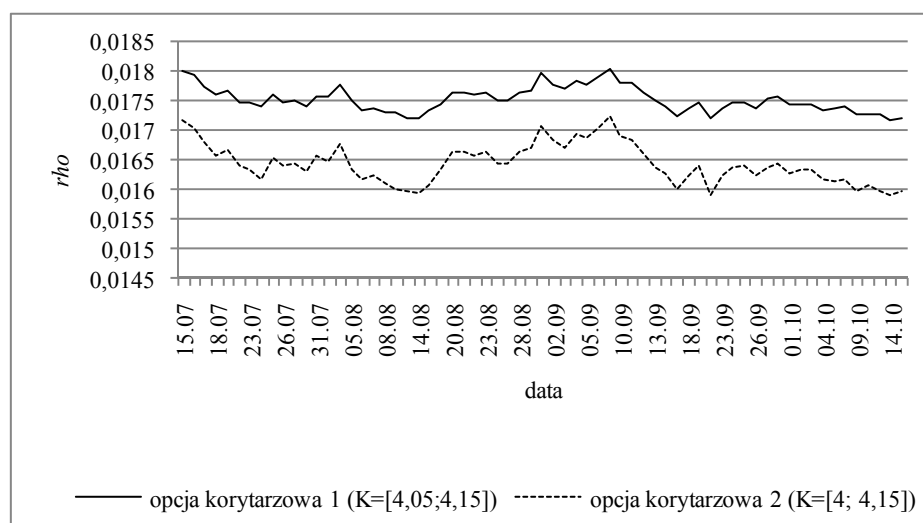
wartość współczynnika θ . Wzrost/spadek ceny instrumentu bazowego w stosunku do punktu początkowego korytarza wpływa na spadek wartości współczynnika θ .

Ujemna wartość współczynnika θ zaznacza się w sytuacji, gdy cena instrumentu bazowego jest większa od środka korytarza. W przypadku kształtowania się ceny instrumentu bazowego w pobliżu punktu końcowego korytarza występuje najmniejsza ujemna wartość współczynnika θ . Wzrost/spadek ceny instrumentu bazowego w stosunku do końca korytarza przyczynia się do wzrostu wartości omawianego współczynnika.

2.5. Współczynnik ρ

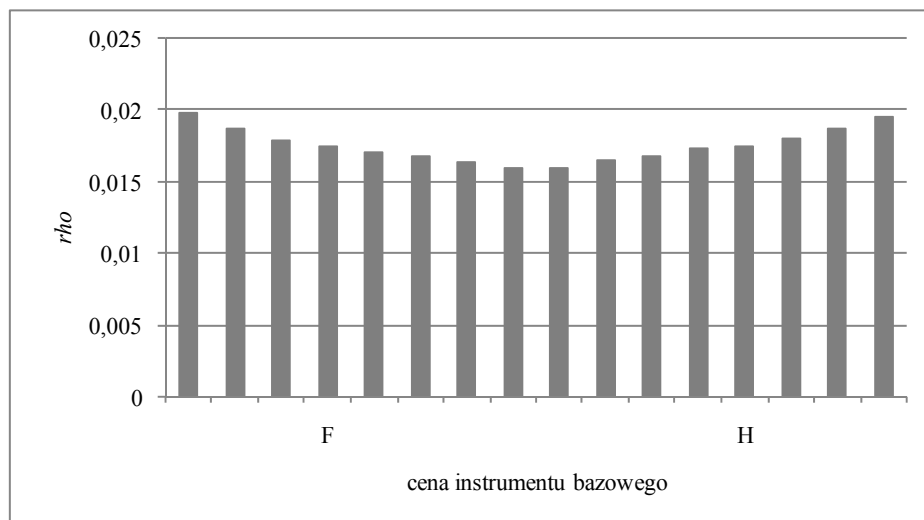
Współczynnik ρ wskazuje o ile zmieni się cena opcji, gdy stopa procentowa aktywów wolnych od ryzyka zmieni się o jednostkę.

Rysunek 10 ilustruje kształtowanie się wartości współczynnika ρ analizowanych hybrydowych opcji kupna, które różnią się długością wyznaczonego korytarza. Z kolei rys. 11 przedstawia wpływ bieżącej ceny instrumentu bazowego na kształtowanie się wartości współczynnika ρ korytarzowej opcji kupna.



Rys. 10. Kształtowanie się wartości współczynnika ρ hybrydowych korytarzowych opcji kupna. Opcje różnią się długością wyznaczonego korytarza

Opcja z krótszym korytarzem charakteryzuje się większą wartością współczynnika ρ , a tym samym większą wrażliwością na zmianę stopy procentowej aktywów wolnych od ryzyka.



Rys. 11. Wpływ bieżącej ceny instrumentu bazowego na kształtowanie się wartości współczynnika ρ korytarzowej opcji kupna

Wartości współczynnika ρ korytarzowej opcji kupna są dodatnie, co oznacza, że wzrost/spadek stopy procentowej aktywów wolnych od ryzyka wpływa na wzrost/spadek ceny opcji. Najmniejsza wartość współczynnika ρ występuje w przypadku, cena instrumentu bazowego kształtuje się w pobliżu środka wyznaczonego korytarza. Wówczas cena opcji charakteryzuje się najmniejszą wrażliwością na zmianę stopy procentowej. Wzrost/spadek ceny instrumentu bazowego w stosunku do środka wyznaczonego korytarza wpływa na wzrost wartości współczynnika ρ .

Podsumowanie

W przypadku nabycia korytarzowej opcji kupna otrzymuje się gwarancję, że w dniu wygaśnięcia opcji będzie można kupić instrument bazowy po cenie, która należy do wyznaczonego przedziału. Cena instrumentu bazowego oraz ceny wykonania opcji standardowych należą do czynników, które w znaczny sposób wpływają na cenę oraz wrażliwość ceny opcji korytarzowej. W przypadku konstruowania opcji korytarzowej istnieje możliwość odpowiedniego doboru parametrów opcji standardowych, aby w dniu zawarcia umowy koszt nabycia korytarzowej opcji wynosił zero (tzw. zerokosztowe opcje korytarzowe).

Dla kształtowania się przyszłego dochodu z opcji korytarzowej bardzo ważne znaczenie ma również wybór odpowiedniej długości korytarza.

W przypadku, gdy prognozy związane z kształtowaniem się ceny instrumentu bazowego nie sprawdzą się i zaznaczy się gwałtowny spadek ceny instrumentu bazowego, to istnieje ryzyko poniesienia znacznych strat związanych z nabyciem korytarzowej opcji kupna.

Wartości miar wrażliwości ceny opcji korytarzowych opcji ulegają znacznym wahaniom, co świadczy o istotnym wpływie zmiany ceny instrumentu bazowego, zmienności ceny instrumentu bazowego, upływającego czasu oraz zmiany stopy procentowej na cenę opcji. Większe wartości bezwzględne współczynników *gamma*, *vega* oraz *theta* występują w przypadku zbliżania się ceny instrumentu bazowego do punktu początkowego oraz końcowego wyznaczonego korytarza. Wówczas cena korytarzowej opcji kupna charakteryzuje się większą wrażliwością na wahania zmienności ceny instrumentu bazowego oraz zbliżanie się terminu wygaśnięcia opcji. Najmniejsza wartość współczynników *delta* oraz *rho* występuje, kiedy cena instrumentu bazowego kształtuje się w pobliżu środka wyznaczonego korytarza. W tej sytuacji cena korytarzowej opcji kupna odznacza się mniejszą wrażliwością na zmianę ceny instrumentu bazowego oraz stopy procentowej.

Znaczne wahania wartości miar wrażliwości ceny opcji korytarzowej, które zaznaczają się w przypadku zbliżania się ceny instrumentu bazowego do granic wyznaczonego korytarza zwiększają atrakcyjność tej opcji w transakcjach spekulacyjnych.

Literatura

- Anson M.J.P. (1999), *Valuing Embedded Options in Interest Rate Caps, Floors and Collars* [w:] F.J. Fabozzi (ed.), *The Handbook of Fixed Income Options: Strategies, Pricing and Applications*, Irwin Professional Publishing, Chicago.
- Bhattacharya A.K. (1999), *Interest-Rate Caps, Floors and Compound Options* [w:] F.J. Fabozzi (ed.), *The Handbook of Fixed Income Options: Strategies, Pricing and Applications*, Irwin Professional Publishing, Chicago.
- Briys E., Bellalah M., Mai H.M., Varenne F. (1998), *Options, Futures and Exotic Derivatives*, John Wiley&Sons, Chichester.
- Dziawgo E. (2003), *Modele kontraktów opcyjnych*, Wydawnictwo Naukowe UMK, Toruń.
- Hull C.J. (2002), *Options, Futures and other Derivatives*, Prentice Hall International. Inc.
- Tarczyński W., Zwolankowski M. (1999), *Inżynieria finansowa*, Agencja Wydawnicza Placet, Warszawa.

ANALYSIS OF THE HYBRID CORRIDOR CALL OPTIONS PRICE SENSITIVITY

Summary: The article presents the issues connected with hybrid corridor call options: characteristic of instruments, the payoff function, the pricing model and the analysis the influence selected factors on the price option and the value of the Greek coefficients for the options. The empirical illustration included in the article are concerned with the pricing simulations of the option on EUR/PLN.

Keywords: derivatives, option, risk management.