



Andrzej Paliński

AGH w Krakowie
Wydział Zarządzania
Katedra Informatyki Stosowanej
palinski@zarz.agh.edu.pl

SPLATA KREDYTU JAKO ZAGADNIENIE PRZETARGOWE

Streszczenie: W artykule dokonano analizy modelu spłaty zadłużenia jako gry przetargu. Założono, że zbiorem przetargowym jest różnica między znanym kredytobiorcy i kredytodawcy zwrotem z przedsięwzięcia a wartością likwidacyjną aktywów kredytobiorcy. Rozwiązanie przetargowe zostało uzyskane w wyniku analizy strategicznej gry sekwencyjnej z pełną oraz niepełną informacją. Wynikiem przetargu w warunkach niewielkich problemów płatniczych kredytobiorcy jest podział zbioru przetargowego z wyższym udziałem banku. W sytuacji znacznych problemów finansowych przedsiębiorcy jego pozycja przetargowa rośnie i ma on możliwość przejęcia całego zbioru przetargowego.

Słowa kluczowe: kredyt, spłata, przetarg, rozwiązanie przetargowe.

Wprowadzenie

Spłata zadłużenia kredytowego jest zobowiązaniem kredytobiorcy wynikającym z umowy, a w przypadku trudności finansowych kredytobiorcy zakłada się, że spłata będzie równa całkowitym przepływom finansowym wygenerowanym przez przedsięwzięcie finansowane kredytem. W rzeczywistości spłata kredytu jest wynikiem równowagi w pewnej grze strategicznej. Kredytobiorca określa wysokość spłaty w stosunku do wartości likwidacyjnej swoich aktywów z punktu widzenia banku. Bank, uzyskując spłatę nie mniejszą niż wartość likwidacyjną, nie ma motywacji do wszczynania egzekucji kredytu. Interesujące jest zatem określenie wysokości spłaty kredytu jako efektu przetargu pomiędzy kredytobiorcą a bankiem, w którym wartość przetargową stanowi różnica między zwrotem z inwestycji a wartością likwidacyjną.

Prekursorem rozwiązania przetargowego był Nash [1950], który zaproponował podejście aksjomatyczne zakładające, że rozwiązanie problemu przetargowego jest określone przez zbiór przyjętych własności (aksjomatów). Kolejnym znanym rozwiązaniem aksjomatycznym jest schemat Kalai-Smorodinsky [1975], będący modyfikacją rozwiązania Nasha. Przegląd innych rozwiązań aksjomatycznych można znaleźć w pracy Xu i Yoshihara [2005], a przykład zastosowania podejścia aksjomatycznego do rozważanego w niniejszej pracy problemu spłaty kredytu przedstawiono w pracy Palińskiego [2011].

Drugi kierunek badań dotyczących zagadnienia przetargowego wiąże się z podejściem strategicznym traktującym wynik przetargu jak równowagę w grze pomiędzy graczami. Inicjatorem tego podejścia był Rubinstein, który starał się znaleźć wynik przetargu w warunkach symetrii informacyjnej [1982] oraz jednostronnej asymetrii informacyjnej na temat kosztów przetargu graczy [1985]. Warunki asymetrii informacji mogą zostać poszerzone o analizę obustronnej asymetrii informacyjnej [m.in. Cramton, 1992; Watson, 1998]. Przegląd modeli przetargowych uwzględniających zarówno jednostronną, jak i dwustronną asymetrię informacyjną można znaleźć w pracy Fatima i in. [2005].

Celem artykułu jest zastosowanie rozwiązania przetargowego do problemu spłaty kredytu i wyznaczenie równowagi w grze spłaty kredytu jako strategicznego zagadnienia przetargowego. W pierwszej części przedstawiono założenia modelu spłaty kredytu. W części drugiej dokonano analizy modelu spłaty kredytu jako gry strategicznej z pełną informacją. Natomiast w części trzeciej przeprowadzono analizę modelu jako gry z jednostronną asymetrią informacji na temat kosztów przetargu banku.

1. Model

Rozważmy sytuację, w której bank udzielił przedsiębiorcy kredytu na warunkach (R, C) , gdzie R oznacza wysokość wymaganej spłaty kredytu, a C wartość zabezpieczenia spłaty. Przedsiębiorca zainwestował uzyskane z kredytu środki finansowe w przedsięwzięcie inwestycyjne. Wynik przedsięwzięcia jest zmienną losową ciągłą Y o realizacjach $y \in [0, \bar{y}] \subset \mathbb{R}_+$. W przypadku niemożności spłaty kredytu przedsiębiorca może się zwrócić do banku z wnioskiem o restrukturyzację zadłużenia, proponując wysokość umorzenia kredytu.

Bank może dokonać restrukturyzacji długu albo przejąć zabezpieczenie spłaty kredytu wraz z przedsięwzięciem. Wartość zabezpieczenia spłaty jest dla banku niższa niż dla kredytobiorcy i wynosi bC , gdzie $0 \leq b < 1$. Analogicznie

wartość przedsięwzięcia dla banku wynosi aY , gdzie $0 \leq a < 1$. Wartość $ay + bC$ nazwijmy wartością likwidacyjną kredytu. Załóżmy, że bank jest w stanie poznać wynik przedsięwzięcia y . Nie występuje zatem asymetria informacyjna w tym obszarze. W ogólności tak nie jest, gdyż ze względu na koszty weryfikacji wyników przedsięwzięcia, bank nie ma możliwości poznania wyniku inwestycji, który jest znany jedynie przedsiębiorcy [Paliński, 2013]. Załóżmy ponadto, że wynik przedsięwzięcia jest wyższy niż wartość likwidacyjna kredytu, to znaczy $y > ay + bC$. Pojawia się zatem wartość będąca różnicą wysokości dochodu przedsiębiorcy i kwoty możliwej do uzyskania przez bank w wyniku przejęcia zabezpieczenia wraz z przedsięwzięciem.

W obszarze spłaty powstaje problem przetargowy, gdyż bank, znając deklarowaną kwotę spłaty niższą niż wysokość y zwrotu z przedsięwzięcia, ale nie niższą niż dochód z likwidacji, nie ma faktycznej motywacji do wszczęcia procedury likwidacji kredytu. Do podziału pomiędzy przedsiębiorcę i bank pozostaje wartość:

$$\Delta = y - ay - bC = (1 - a)y - bC. \quad (1)$$

Przyjmijmy w dalszej części, że celem zadania przetargowego jest określenie udziału każdego z graczy w łącznej wartości przetargowej Δ . Jednym ze sposobów rozwiązania zagadnienia przetargowego jest *podejście aksjomatyczne*, w którym wynik przetargu spełnia zbiór założonych własności (aksjomatów). Nad realizacją rozwiązania przetargowego musi jednak czuwać zewnętrzny arbiter, który dokona podziału zbioru przetargowego pomiędzy graczy zgodnie z rozwiązaniem przetargowym. Stąd rozwiązanie to jest nazywane schematem arbitrażowym. Nie będzie ono jednak rozważane w dalszej części artykułu, gdyż zostało przedstawione w pracy Palińskiego [2011].

2. Przypadek pełnej informacji

W *podejściu strategicznym* do problemu przetargowego zakłada się, że rozwiązaniem przetargowym jest równowaga w grze przetargu. Nie jest potrzebny żaden zewnętrzny arbiter, a rozwiązaniem przetargowym jest rezultat pewnej określonej gry strategicznej.

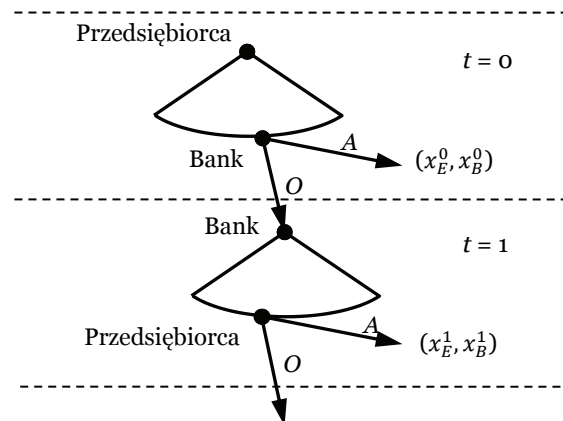
Założmy, że dwaj gracze biorą udział w grze, której celem jest podział łącznej wartości przetargowej Δ określonej wzorem (1). Normalizując wartość przetargową do 1, mamy następujące zadanie. Gracze dążą do zawarcia umowy, która jest parą (x_E, x_B) , gdzie x_i oznacza udział gracza w podziale wartości Δ ,

a indeksy E oraz B oznaczają odpowiednio przedsiębiorcę i bank. Zbiór przetargowy można zdefiniować następująco:

$$X = \{(x_E, x_B) \in \mathbb{R}^2: x_E + x_B = 1 \text{ i } x_E, x_B \geq 0\}. \quad (2)$$

Preferencje graczy na zbiorze X są przeciwstawne oraz każdy woli dostać więcej niż mniej. Analizowany w dalszej części model przetargu, w którym gracze posiadają pełną informację na temat kosztów przetargu obydwu stron, został opracowany przez Rubinsteina [1982]. Rozważmy grę, w której gracze składają oferty naprzemiennie, zaczynając od przedsiębiorcy. Oferty są składane w kolejnych okresach $t \in T = \{0, 1, 2, \dots\}$. Po złożeniu oferty przez jednego gracza, drugi z nich albo ją akceptuje (A), albo odrzuca (O). Przebieg gry dla pierwszych dwóch okresów został przedstawiony na rys. 1.

Przedsiębiorca jako pierwszy proponuje podział ze zbioru X . Bank może zaakceptować propozycję i gra kończy się podziałem (x_E^0, x_B^0) , gdzie indeks górny oznacza okres, w którym została przedstawiona oferta. Jeżeli bank odrzuci propozycję, wtedy on z kolei przedstawia propozycję, która po zaakceptowaniu przez przedsiębiorcę kończy grę podziałem (x_E^1, x_B^1) . Jeżeli przedsiębiorca odrzuci propozycję banku, wówczas on przedstawia następną propozycję i tak dalej.



Rys. 1. Przebieg gry przetarg o naprzemiennych ofertach dla pierwszych dwóch okresów

Źródło: Opracowanie własne na podstawie: Osborne i Rubinstein [1994].

Możliwe są dwa modele preferencji [Rubinstein, 1992]:

1. *Staly czynnik dyskontowy*: preferencje i -tego gracza są reprezentowane przez funkcję $u_i(x_i, t) = x_i \delta_i^t$, gdzie czynnik dyskontowy spełnia warunek $0 < \delta_i^t < 1$.

2. *Stale koszty przetargu*: preferencje i -tego gracza są reprezentowane przez funkcję $u_i(x_i, t) = x_i - c_i t$, gdzie koszt opóźnienia lub koszt przetargu spełnia warunek $c_i > 0$ oraz $x_i - c_i t > 0$.

Osborne i Rubinstein [1994] wykazali, że każdy z graczy akceptuje w okresie początkowym propozycję, której wartość jest nie mniejsza niż wartość bieżąca oferty, którą sam złoży w kolejnym okresie. Biorąc to pod uwagę, dla modelu preferencji o stałym czynniku dyskontowym wartość bieżąca wypłaty kredytobiorcy w okresie $t = 0$ musi być równa wartości propozycji banku w okresie $t = 1$. Z kolei wartość bieżąca wypłaty banku (składającego ofertę dopiero w kolejnym okresie) w $t = 1$ musi być równa propozycji przedsiębiorcy w okresie $t = 0$. Mamy zatem:

$$x_E^1 = \delta_E x_E^0 \text{ oraz } x_B^0 = \delta_B x_B^1. \quad (3)$$

Po uwzględnieniu (2) mamy:

$$x_B^0 = 1 - x_E^0 \text{ oraz } x_B^1 = 1 - x_E^1, \quad (4)$$

co po przekształceniach prowadzi do:

$$x_E^1 = \frac{\delta_E(1 - \delta_B)}{1 - \delta_E \delta_B}. \quad (5)$$

Po kolejnych przekształceniach i podstawieniach otrzymujemy następujące propozycje przedsiębiorcy w okresie $t = 0$:

$$(x_E^0, x_B^0) = \left(\frac{1 - \delta_B}{1 - \delta_E \delta_B}, \frac{\delta_B(1 - \delta_E)}{1 - \delta_E \delta_B} \right) \quad (6)$$

oraz banku w $t = 1$ (jeżeli gra dojdzie do tego etapu):

$$(x_E^1, x_B^1) = \left(\frac{\delta_E(1 - \delta_B)}{1 - \delta_E \delta_B}, \frac{1 - \delta_E}{1 - \delta_E \delta_B} \right). \quad (7)$$

Jak wykazał Binmore [1982], gdy czynniki dyskontowe δ_E, δ_B są otrzymywane z funkcji ciągłej w postaci $\delta_i = e^{-r_i t}$, gdzie indeks $i = E, B$, wtedy (6) sprowadza się do:

$$(x_E^0, x_B^0) = \left(\frac{r_B}{r_E + r_B}, \frac{r_E}{r_E + r_B} \right), \quad (8)$$

a wynikiem przetargu między kredytobiorcą a bankiem będzie podział:

$$\Delta_E = \frac{r_B}{r_E + r_B} \Delta \text{ oraz } \Delta_B = \frac{r_E}{r_E + r_B} \Delta, \quad (9)$$

gdzie Δ_i oznacza część przejętej przez odpowiednio kredytobiorcę i bank łącznej wartości przetargowej Δ , czyli wartość aktywów uzyskanych przez graczy ponad wartość likwidacyjną kredytu.

W typowej sytuacji oprocentowanie kredytu gospodarczego wynosi około 5-9% rocznie (najczęściej WIBOR 3M plus marża 1-8%), co stanowi orientacyjny koszt pozyskania kapitału przez przedsiębiorcę – tym samym koszt przetargu. Z kolei stopa WIBOR 3M wynosi około 1,7% (kwiecień 2016), która po powiększeniu o marżę na koszty działalności operacyjne wyznaczy orientacyjny koszt pozyskania kapitałów przez bank, założmy ostatecznie 2,5%. Wartości te wyznaczają stopę dyskontową – odpowiednio: r_E i r_B . Bank przejmie wobec tego nieznacznie większą część zbioru przetargowego.

Definicja 1. Para strategii w grze przetargu o naprzemiennych ofertach stanowi doskonałą równowagę Nasha, jeżeli wyznacza on równowagę Nasha w każdej podgrze pierwotnej gry.

Pojęcie doskonałej równowagi zostało wprowadzone przez Seltena jako zmodyfikowana wersja równowagi Nasha. Pojęcie to jest wykorzystywane w grach dynamicznych, w których równowaga Nasha jest znajdowana w mniejszym fragmencie gry (podgrze), a następnie strategie graczy w tej równowadze stanowią element strategii w równowadze w większym fragmencie gry (większej podgrze), aż ostatecznie składają się na równowagę w całej grze [zob. np. Watson, 2005].

Prowadząc analogiczne rozumowanie dla *stałego kosztu przetargu* reprezentującego koszty monitoringu, renegocjacji i windykacji kredytu, podział zbioru przetargowego X przyjmie następującą postać [Rubinstein, 1982; Osborne i Rubinstein, 1990]:

1. Jeżeli $c_E < c_B$, to $(x_E^0, x_B^0) = (1, 0)$ i $(x_E^1, x_B^1) = (1 - c_E, c_E)$ jest jedyną doskonałą równowagą Nasha.
2. Jeżeli $c_E = c_B$, to każde (x_E^0, x_B^0) , dla którego udział i -tego gracza spełnia $c_E < x_i^0 < 1$, stanowi doskonałą równowagę Nasha.
3. Jeżeli $c_E > c_B$, to $(x_E^0, x_B^0) = (c_B, 1 - c_B)$ i $(x_E^1, x_B^1) = (0, 1)$ jest jedyną doskonałą równowagą Nasha.

Dla stałego kosztu przetargu, gdy koszt przetargu kredytobiorcy jest wyższy niż koszt przetargu banku $c_E > c_B$, równowaga jest osiągnięta natychmiast, a kredytobiorca i bank uzyskują odpowiednio:

$$\Delta_E = c_B \Delta \text{ oraz } \Delta_B = (1 - c_B) \Delta. \quad (10)$$

Jeżeli koszt przetargu kredytobiorcy jest niższy niż koszt przetargu banku $c_E < c_B$, wówczas równowaga jest osiągnięta natychmiast i kredytobiorca przejmuje całą nadwyżkę, tj.:

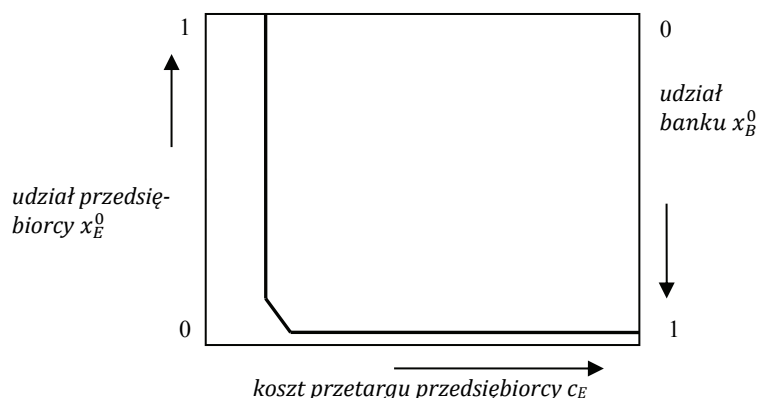
$$\Delta_E = \Delta \text{ oraz } \Delta_B = 0. \quad (11)$$

Równowaga, w której kredytobiorca bierze wszystko, może dziwić, ale gracz składający ofertę jako pierwszy maksymalizuje swoją wypłatę przy uwzględnieniu najmniejszej możliwej wypłaty, jaką skłonny jest zaakceptować drugi gracz – bank.

Biorąc jednak pod uwagę fakt, iż opóźnienie w zawarciu porozumienia skutkuje dla przedsiębiorcy naliczaniem podwyższonych odsetek od zaległego zadłużenia (przeciętnie czterokrotność stopy lombardowej NBP, tj. około 10% rocznie) oraz licznych kosztów administracyjnych i sądowych go obciążających, można założyć, że w początkowym okresie trudności płatniczych zachodzi przypadek niższego kosztu przetargu banku $c_E > c_B$. Wynikiem przetargu jest zatem podział $(c_B\Delta, (1-c_B)\Delta)$.

Sytuacja zmienia się jednak wraz z wydłużaniem procesu negocjacji i pogarszaniem się kondycji finansowej kredytobiorcy. Naliczane odsetki stają się „papierowym kosztem”, gdyż nie mogą już być przez dłużnika spłacone ze względu na brak środków finansowych. Jego koszty stają się w związku z tym prawie zerowe. Koszt banku wzrasta natomiast ze względu na konieczność utworzenia rezerwy celowej na należności stracone wynoszącej 100% kwoty należności. Daje to szacunkowo dwukrotnie wyższy koszt finansowania udzielonego kredytu wynoszący w takiej sytuacji około 5% rocznie. Ponadto powstaje zagrożenie przejmowania aktywów kredytobiorcy przez innych wierzycieli i sprzeniewierzenia mienia przez samego przedsiębiorcę. Stąd w warunkach znacznych trudności finansowych dłużnika, gdy zachodzi $c_E < c_B$, wynikiem przetargu będzie podział $(\Delta, 0)$.

Poglądowy schemat podziału zbioru przetargowego między kredytobiorcę a bank prezentuje rys. 2. Przy dobrej kondycji finansowej kredytobiorca ze względu na wysoki koszt przetargu przejmuje jedynie niewielką część zbioru przetargowego (prawa dolna część rys. 2), proporcjonalną do niskich kosztów banku (szacunkowo 2,5%, czyli odpowiednik rocznego kosztu pozyskania kapitałów przez bank). Przy złej kondycji finansowej kredytobiorca przejmuje całość zbioru przetargowego. Bank w żadnych warunkach nie jest w stanie przejąć całości zbioru przetargowego.



Rys. 2. Schemat podziału zbioru przetargowego dla modelu o stałym koszcie przetargu w zależności od kosztu przetargu kredytobiorcy. Udział kredytobiorcy to lewa i dolna część prostokąta, udział banku – prawa górna część

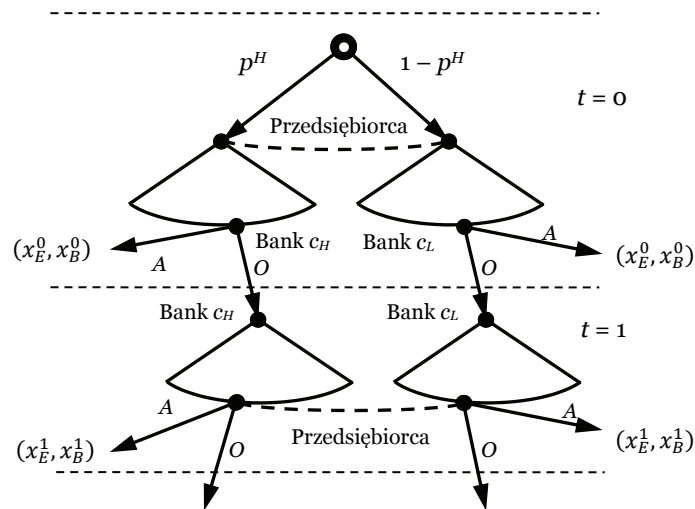
Źródło: Opracowanie własne.

3. Przypadek asymetrii informacyjnej

W poprzednim punkcie założono, że kredytobiorca i bank znają wzajemnie swoje koszty przetargowe. Sytuacja ulegnie jednak częściowej zmianie, jeżeli założymy, że kredytobiorca nie ma pełnej informacji na temat kosztów przetargu banku. Wynika to w praktyce gospodarczej z nieznanymi przez kredytobiorcę i inne podmioty rzeczywistych kosztów pozyskania środków finansowych przez bank na finansowanie działalności kredytowej.

Rozważmy grę przetargową o modelu preferencji opisanym przez stały koszt przetargu, przy czym pierwszy gracz – przedsiębiorca ma powszechnie znany koszt przetargowy c_E , podczas gdy koszt drugiego gracza – banku jest znany tylko dla niego. Możliwe są dwa typy banku. Natura wybiera typ banku jako wysoki c_H z prawdopodobieństwem p^H albo niski c_L z prawdopodobieństwem $1 - p^H$.

Zachodzi przy tym $0 < c_L < c_E < c_H$ oraz $c_E + c_L + c_H < 1$. Drugi z warunków zapewnia, że koszty przetargu są wystarczająco niskie, aby przetarg mógł przebiegać sekwencyjnie i przez więcej niż jeden okres. Przebieg gry dla pierwszych dwóch okresów został przedstawiony na rys. 3. Linia przerywana oznacza zbiór informacyjny – kredytobiorca nie wie, w którym znajduje się wierzchołku.



Rys. 3. Przebieg gry przetarg o naprzemiennych ofertach w warunkach asymetrii informacyjnej dla pierwszych dwóch okresów

Źródło: Opracowanie własne na podstawie: Osborne i Rubinstein [1994].

Pojęcie typu gracza zostało wprowadzone przez Harsanyi'ego [1967] po to, aby możliwe było stosowanie koncepcji równowagi Nasha dla gier z niepełną informacją. Typ gracza jest tym samym graczem, ale mającym inną funkcję wypłaty. Gdy nie wiadomo, z jakim typem gracza mamy do czynienia, zakłada się, że „natura” wybiera losowo typ gracza z zadaniem rozkładem prawdopodobieństwa. W najprostszym przypadku mogą być dwa typy graczy, np.: o wysokim ryzyku lub niskim, o wysokim zwrocie z inwestycji lub niskim, o wysokich kosztach lub niskich itp.

Definicja 2. Bayesowska równowaga doskonała to profil strategii (kredytobiorcy, banku typu c_L i banku typu c_H) wraz z systemem ocen typu banku przez kredytobiorcę, jeżeli:

- (i) strategia każdego gracza wyznacza optymalną akcję z uwzględnieniem jego ocen oraz akcji drugiego gracza,
- (ii) uaktualnione oceny są otrzymywane z reguły Bayesa, jeżeli jest to możliwe.

Twierdzenie 1. Gra przetarg z naprzemiennymi ofertami posiada jedyną bayesowską równowagę doskonałą spełniającą następujące warunki:

1. Jeżeli $p_H > 2c_E/(c_E+c_H)$, wówczas równowaga jest osiągnięta w okresie 0 i przyjmuje postać $(1, 0)$, gdy typem banku jest c_H , albo równowaga jest osiągnięta w okresie 1 i przyjmuje postać $(1-c_H, c_H)$, gdy typem banku jest c_L .

2. Jeżeli $(c_E+c_L)/(c_E+c_H) < p_H < 2c_E/(c_E+c_H)$, to równowaga jest osiągnięta w okresie 0 i przyjmuje postać $(c_H, 1-c_H)$, gdy typem banku jest c_H , albo równowaga jest osiągnięta w okresie 1 i przyjmuje postać $(0, 1)$, gdy typem banku jest c_L .
3. Jeżeli $(c_E+c_L)/(c_E+c_H) > p_H$, wówczas równowaga jest osiągnięta w okresie 0 i przyjmuje postać $(c_L, 1-c_L)$, niezależnie od typu banku.

Dowód [Osborne i Rubinstein, 1994]: przy założeniu, że bank jest graczem nr 2. ■

Biorąc pod uwagę wspomniany już wcześniej fakt, że w sytuacji niewielkich trudności płatniczych kredytobiorca jest podmiotem o wyższym koszcie przetargu niż bank, a prawdopodobieństwo wysokiego kosztu banku p^H jest znikomo małe, zachodzą wtedy warunki punktu 3 twierdzenia 1 i równowaga przyjmuje postać $(c_L\Delta, (1-c_L)\Delta)$.

Jednakże w sytuacji, gdy kredytobiorca boryka się z poważnymi trudnościami płatniczymi, dochodzi do tego, że koszt przetargu banku będzie wyższy od kosztu przetargu przedsiębiorcy, a prawdopodobieństwo wysokiego kosztu banku p^H staje się duże. Spełniony będzie zatem warunek punktu 1 twierdzenia 1, co oznacza, że podział wartości przetargowej przyjmie postać $(\Delta, 0)$. Prowadzi to ostatecznie do takich samych rezultatów, jak w przypadku pełnej informacji.

Podsumowanie

Problem spłaty zadłużenia to w istocie zagadnienie przetargowe. Kredytobiorca, znając lub szacując wartość likwidacyjną swoich aktywów z punktu widzenia banku, wie, że każda spłata powyżej tej wartości będzie dla banku akceptowalna.

Spłata zadłużenia powinna być analizowana jako gra w postaci strategicznej. Możliwe są tutaj dwa podejścia: gra z pełną informacją, w której gracze znają koszty przetargu, oraz gra z niepełną informacją, w której jeden z graczy nie zna kosztów przetargu drugiego z nich.

Funkcja kosztu przetargu może być modelowana za pomocą stałego czynnika dyskontowego albo stałego kosztu przetargu. Podział zbioru przetargowego jest zależny nie tylko od funkcji kosztów przetargu, ale również od wzajemnej relacji kosztu kredytobiorcy i banku.

Niezależnie od tego, czy mamy do czynienia z grą pełną czy niepełną informacją, wyniki analizy modeli przetargowych pokazują, że w przypadku niewielkich trudności płatniczych kredytobiorcy bank przejmuje większą część zbioru przetargowego ze względu na niższy koszt przetargu. Podział nadwyżki Δ

zwrotu z przedsięwzięcia ponad wartość likwidacyjną kredytu dla modelu o stałym koszcie przetargu przyjmuje postać:

$$(c_B \Delta, (1 - c_B) \Delta), \quad (12)$$

gdzie c_B oznacza koszt banku (oznaczony także jako niski typ kosztu c_L w modelu z asymetrią informacji). Wypłata kredytobiorcy jest podana jako pierwsza.

Jednakże gdy kondycja kredytobiorcy znacznie się pogarsza, koszty banku rosną z powodu konieczności tworzenia rezerw na należności, a kredytobiorca nie jest już w stanie spłacać odsetek od kredytu, wtedy podział zbioru przetargowego przedstawia się następująco:

$$(\Delta, 0), \quad (13)$$

co oznacza, że kredytobiorca przejmuje całą wartość przetargową.

Wszystkie przedstawione rozwiązania przetargowe wskazują na silną pozycję kredytobiorcy, gdyż gracz składający ofertę jako pierwszy uzyskuje przewagę przetargową. Nie wydaje się zatem możliwe, aby bank w procesie spłaty i re-negocjacji zadłużenia był w stanie przejąć całość przepływów finansowych kredytobiorcy, jeżeli wartość likwidacyjna aktywów kredytobiorcy nie jest wystarczająco wysoka. Potwierdzeniem modelu teoretycznego są bardzo wysokie wskaźniki umorzenia zadłużenia w procesach re-negocjacji kredytów bankowych [Paliński, 1999] i wzrost poziomu umorzenia długu wraz ze wzrostem trudności finansowych dłużnika [Benmelech i Bergman, 2008].

Literatura

- Benmelech E., Bergman N. (2008), *Liquidation Values and the Credibility of Financial Contract Renegotiation: Evidence from U.S. Airlines*, "Quarterly Journal of Economics", No 123, s. 1635-77.
- Binmore K. (1982), *Perfect Equilibria in Bargaining Models*, "ICERD Discussion Papers", No 82/58.
- Cramton P.C. (1992), *Strategic Delay in Bargaining with Two-Sided Uncertainty*, "Review of Economic Studies", Vol. 59, s. 205-225.
- Fatima S., Wooldridge M., Jennings N. (2005), *Bargaining with Incomplete Information*, "Annals of Mathematics and Artificial Intelligence", Vol. 44, s. 207-232.
- Harsanyi J. (1967), *Games with Incomplete Information Played by "Bayesian" Players, Part I: The Basic Model*, "Management Science", No 3, s. 159-182.
- Kalai E., Smorodinsky M. (1975), *Other Solutions to Nash's Bargaining Problem*, "Econometrica", Vol. 43, No 3, s. 513-518.
- Nash J.F. (1950), *The Bargaining Problem*, "Econometrica", Vol. 18, s. 155-162.

- Osborne M., Rubinstein A. (1990), *Bargaining and Markets*, Academic Press, San Diego.
- Osborne M., Rubinstein A. (1994), *A Course in Game Theory*, The MIT Press, London, Massachusetts.
- Paliński A. (1999), *Ocena procesu restrukturyzacji trudnych kredytów bankowych w latach 1992-1998 dla wybranych największych polskich banków*, "Banki i Kredyt", nr 12, s. 51-69.
- Paliński A. (2011), *Problem przetargowy a spłata zadłużenia*, „Zeszyt Naukowy – Wyższa Szkoła Zarządzania i Bankowości w Krakowie”, nr 18, s. 146-157.
- Paliński A. (2013), *Analiza ekonomicznych warunków umowy kredytowej w ujęciu teorii gier*, Wydawnictwo Uczelniane Uniwersytetu Ekonomicznego, Katowice.
- Rubinstein A. (1982), *Perfect Equilibrium in a Bargaining Model*, "Econometrica", Vol. 50, s. 97-109.
- Rubinstein A. (1985), *A Bargaining Model with Incomplete Information about Time Preferences*, "Econometrica", Vol. 53, s. 1151-1172.
- Watson J. (1998), *Alternating-Offer Bargaining with Two-Sided Incomplete Information*, "The Review of Economic Studies", Vol. 65, s. 573-594.
- Watson J. (2005), *Strategia. Wprowadzenie do teorii gier*, WNT, Warszawa.
- Xu Y., Yoshihara N. (2005), *Alternative Characterizations of Three Bargaining Solutions for Nonconvex Problems*, COE/RES Discussion Paper Series, No 126.

LOAN REPAYMENT AS THE BARGAINING PROBLEM

Summary: This article analyzes the model of loan repayment as a bargaining game. It was assumed that the bargaining set is the difference between known to the borrower and the lender return from the investment project and the liquidation value of the borrower's assets. The bargaining solution was obtained by analysis of the sequential strategy game with a full and incomplete information as well. The result of the bargaining process in the situation of a small borrower payment problems is a division of the pie with a slightly higher share of the bank. In the event of significant financial problems of entrepreneur his bargaining position grows and he has the option to take over the whole bargaining set.

Keywords: loan, repayment, bargaining, bargaining solution.