



## Ewa Pośpiech

Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach  
Wydział Zarządzania  
Katedra Matematyki  
posp@ue.katowice.pl

# ANALIZA PORÓWNAWCZA WYBRANYCH METOD GRUPOWANIA SPÓŁEK GIEŁDOWYCH

**Streszczenie:** W opracowaniu jest rozważany problem doboru walorów giełdowych do portfela akcji. W tym celu, na podstawie wybranych metod uwzględniających podejście wielowymiarowe oraz ujęcie wielokryterialne, wyselekcjonowano grupy spółek, które mogłyby stanowić podstawę konstrukcji portfela. Posłużono się wielokryterialną metodą ELECTRE I pozwalającą na wyodrębnienie grup preferencji obiektów oraz zastosowano narzędzia analizy wielowymiarowej – miernik syntetyczny oraz analizę skupień. W analizach wykorzystano wskaźniki fundamentalne określające kondycję spółek oraz standardowe mierniki stosowane w analizie portfelowej (oczekiwaną stopę zwrotu oraz wariację stóp zwrotu). Zbudowane na bazie wyłonionych grup portfele oparte na modelu Markowitza wskazują, którą z metod selekcji najlepiej zastosować.

**Słowa kluczowe:** analiza wielokryterialna, metoda ELECTRE I, analiza wielowymiarowa, analiza skupień, miara syntetyczna, portfel akcji.

## Wprowadzenie

Zagadnienia grupowania obiektów wielocechowych są spotykane w różnych dziedzinach. Obiekty, którymi mogą być różnego rodzaju oferty handlowe, produkty, warianty decyzyjne itp., mogą być opisywane przez różne cechy (zmienne). W takim przypadku decydentowi trudno jest się opowiedzieć za którymś z wariantów, zwłaszcza gdy charakterystyki go opisujące dają niespójne informacje. Istotne jest wówczas podejście do problemu jak do zagadnienia wielokryterialnego bądź wielowymiarowego, co umożliwia wyłonienie obiektów do siebie podobnych lub ich uporządkowanie. Z taką sytuacją mamy do czynienia także w procesach inwestycyjnych. Inwestując na giełdzie, decydent chce osiągnąć

maksymalny możliwy zysk przy jak najmniejszym ryzyku (standardowe miary stosowane w tym podejściu to oczekiwana stopa zwrotu oraz wariancja stóp zwrotu). Liczne analizy pokazują, że w tego typu zagadnieniach jest także wskazane, w zależności od horyzontu czasowego i preferencji inwestora, kierowanie się charakterystykami, które opisują sytuację ekonomiczno-finansową spółek. Istnieje wiele wskaźników, które są wykorzystywane do takich analiz, a ich wielość i nierzadko niespójne informacje, które niosą, powodują, że do zagadnienia wyboru spółek do portfela należy podchodzić jak do problemów wielowymiarowych lub wielokryterialnych, co ułatwia wyselekcjonowanie najlepszych, z punktu widzenia decydenta, walorów.

Celem opracowania jest wskazanie metody grupowania spółek giełdowych, na podstawie której zostanie wyłoniony portfel o pożądanych własnościach – najwyższym możliwym zysku oraz najniższym ryzyku. Do osiągnięcia tego celu wybrano narzędzia analizy wielowymiarowej – miarę syntetyczną oraz analizę skupień, a także jedną z metod wielokryterialnych, która umożliwi wyznaczenie grup preferencji. Na podstawie grup wyłonionych wskazanymi metodami zostaną skonstruowane portfele oparte na podejściu Markowitza, w celu weryfikacji hipotezy, iż grupowanie spółek za pomocą metody wielokryterialnej daje bardziej zyskowne portfele.

Artykuł podzielono na dwie główne części – teoretyczną i empiryczną. W pierwszej zamieszczono opis narzędzi, które wykorzystano w analizie empirycznej, natomiast w drugiej przedstawiono wyniki badań.

## **1. Metody uwzględnione w analizach**

Kierowanie się w procesie konstruowania portfela wskaźnikami fundamentalnymi determinuje sposób działania, którego pierwszym etapem może być selekcja walorów umożliwiająca wskazanie tych, które charakteryzują się pożądanymi wartościami rozpatrywanych wskaźników. Taką selekcję można wykonać implementując różne metody, które pozwalają na wyodrębnienie podzbiorów walorów będących podstawą budowy portfela. W niniejszym opracowaniu wybrano trzy podejścia: zastosowanie wielokryterialnej metody ELECTRE I umożliwiającej wyznaczenie tzw. grup preferencji; wyznaczenie miary syntetycznej oraz dokonanie podziału zbioru poprzez wyłonienie podzbiorów obiektów typowych i nietypowych; wyodrębnienie skupień, które dzięki wyznaczonej mierze syntetycznej mogą stanowić podstawę oceny uzyskanych klas.

### 1.1. Metoda ELECTRE I

Metoda ELECTRE I jest jedną z metod wielokryterialnej optymalizacji dyskretnej. Metody wielokryterialne umożliwiają m.in. tworzenie rankingów lub wyznaczanie grup preferencji obiektów, co daje możliwość ich porównania. ELECTRE I, będąca jedną z rodziny metod ELECTRE, należy do drugiej grupy metod, dzięki którym uzyskuje się uporządkowane podzbiory obiektów (każdemu podzbiоровi jest przyporządkowany konkretny poziom preferencji, a grupa z wyższego poziomu przewyższa grupy znajdujące się na poziomach niższych). W kolejnych etapach procedury wielokryterialnej są wyznaczane odpowiednio [Trzaskalik, 2006; Trzaskalik, 2014]:

- zbiór zgodności (umożliwiający ocenę, czy siła zestawu kryteriów, według których wariant  $i$  przewyższa wariant  $j$ , jest dostatecznie duża),
- zbiór niezgodności (pozwalający określić, czy według któregoś z kryteriów wariant  $j$  nie przewyższa wariantu  $i$  w tak znacznym stopniu, by można było zawetować hipotezę o przewyższaniu wariantu  $i$  przez  $j$ ),
- relacja przewyższania (oznaczająca, że istnieją ważne przesłanki uzasadniające preferencję bądź jej przypuszczenie jednego z dwóch wariantów),
- graf zależności między obiektami (umożliwiający wyłonienie grup preferencji o różnych poziomach).

Metoda ta wymaga określenia przez decydenta pewnych subiektywnych wartości mających wspomóc ocenę wariantów: dla każdego kryterium zadaje się wartości progu weta  $v_k[f_k(\mathbf{a}^i)]$ , gdzie  $\mathbf{a}^i$  oznacza  $i$ -ty wariant,  $i = 1, \dots, m$ ,  $f_k(\mathbf{a}^i)$  określa ocenę  $i$ -tego wariantu w ramach kryterium  $k$ ,  $k = 1, \dots, n$ , natomiast  $v_k[f_k(\mathbf{a}^i)]$  symbolizuje wartości progu weta dla danego wariantu w ramach kryterium  $k$ . Zadawany jest ponadto próg zgodności  $s \in [0,5; 1]$  odpowiadający za podział obiektów na podgrupy o odmiennych poziomach dominacji (im wyższa wartość  $s$ , tym obiekty wydają się mniej zróżnicowane).

### 1.2. Miernik syntetyczny

Zastosowanie miar syntetycznych pozwala m.in. na uporządkowanie obiektów opisywanych za pomocą wielu cech poprzez przekształcenie obiektów wielowymiarowych na jednowymiarowe, co umożliwia ich hierarchizację. W niniejszym opracowaniu miara syntetyczna została zbudowana na podstawie czterech wskaźników fundamentalnych, które spełniają warunki doboru zmiennych do konstrukcji miary syntetycznej (współczynnik zmienności  $V$  o wartościach większych niż 10%, potwierdzający użyteczność danej zmiennej do bada-

nia oraz brak silnego skorelowania zmiennych diagnostycznych zweryfikowany za pomocą macierzy odwrotnej do macierzy współczynników korelacji liniowej Pearsona). Uwzględnione wskaźniki fundamentalne mają charakter stymulant, zatem nie ma potrzeby ich transformacji, zastosowano natomiast normalizację zmiennych w postaci:

$$y_{ik} = \frac{f_k(\mathbf{a}^i) - \min_i f_k(\mathbf{a}^i)}{\max_i f_k(\mathbf{a}^i) - \min_i f_k(\mathbf{a}^i)}, \quad (1)$$

która zachowuje ich różną wariancję oraz przekształca zbiór wartości na przedział  $[0, 1]$ . Wykorzystany miernik syntetyczny jest średnią arytmetyczną wartości znormalizowanych i przyjmuje postać:

$$MS_i = \frac{1}{4} \sum_{k=1}^4 y_{ik}. \quad (2)$$

### 1.3. Analiza skupień

Analiza skupień jest techniką wielowymiarową umożliwiającą grupowanie obiektów wielocechowych. Celem grupowania jest m.in. agregacja obiektów w jednorodne klasy tak, by w tej samej klasie znalazły się obiekty podobne pod względem rozważanych cech. Podobieństwo jest określane za pomocą odległości – im mniejsza odległość, tym obiekty bardziej podobne. W przeprowadzonych analizach wykorzystano aglomeracyjne hierarchiczne metody grupowania, w których jako miarę odległości między obiektami wykorzystano najbardziej powszechną miarę – odległość euklidesową, natomiast do mierzenia odległości między skupieniami wykorzystano kilka najpopularniejszych metod: metodę najbliższego sąsiedztwa, metodę najdalszego sąsiedztwa, metodę średniej grupowej, metodę środka ciężkości, metodę mediany, metodę Warda oraz metodę Mcquitty [Kopczewska, Kopczewski i Wójcik, 2009; Ostasiewicz, 1999; www 3].

## 2. Analiza empiryczna

Analizą objęto 17 walorów giełdowych (o dodatniej średniej stopie zwrotu w okresie 03.10.2011-28.09.2012) wchodzących w skład indeksu WIG20 we wrześniu 2012 roku. Dla każdego waloru wyznaczono wartości wybranych czterech wskaźników ekonomiczno-finansowych:

- wskaźnik zyskowności sprzedaży netto (zysk netto/przychody netto ze sprzedaży),

- wskaźnik rentowności aktywów ROA (zysk netto/aktywa ogółem),
- wskaźnik rentowności kapitału własnego ROE (zysk netto/kapitał własny),
- wskaźnik zysku na jedną akcję (zysk netto/liczba wyemitowanych akcji).

W analizach wielowymiarowych powyższe charakterystyki traktowano jak zmienne diagnostyczne o takiej samej wadze, natomiast w analizach wielokryterialnych wskaźniki te potraktowano jako równorzędne kryteria o wagach równych  $w_i = 0,25, i = 1, 2, 3, 4$  (badania przeprowadzane we wcześniejszych opracowaniach pokazały, że dobre wyniki notowano, gdy w analizie wielokryterialnej kryteriom fundamentalnym przypisywano równe wagi [Pośpiech, 2014]). Ponadto w wielokryterialnej metodzie ELECTRE I przyjęto następujące założenia<sup>1</sup>: stałe progi weta dla poszczególnych kryteriów, tj.  $v_1[f_1(\mathbf{a}^i)] = 15, v_2[f_2(\mathbf{a}^i)] = 2, v_3[f_3(\mathbf{a}^i)] = 3, v_4[f_4(\mathbf{a}^i)] = 4$  oraz próg zgodności na poziomie  $s = 0,8$ .

Wyniki grupowania uzyskanego metodą wielokryterialną zamieszczono w tabeli 1 (grupa z poziomu I zawiera spółki najbardziej preferowane, a jednoelementowa grupa z poziomu V to spółka najmniej preferowana).

**Tabela 1.** Grupy preferencji wyznaczone metodą ELECTRE I

Poziomy preferencji metody ELECTRE I	Spółki
I	HANDLOWY, KGHM
II	BOGDANKA, BRE, JSW, PEKAO, PKOBP, SYNTHOS
III	ASSECOPOL, KERNEL, PGE, PKNORLEN
IV	BORYSZEW, LOTOS, TAURONPE, TPSA
V	PGNIG

Źródło: Opracowanie własne.

Stosując w zagadnieniu podejście wielowymiarowe, można skonstruować miarę syntetyczną, a na jej podstawie zbudować ranking spółek wspomagającą ocenę rozważanych walorów (tabela 2).

**Tabela 2.** Wartości miary syntetycznej  $MS_i$  oraz ranking spółek

Spółka	Wartości $MS_i$	Ranking	Spółka	Wartości $MS_i$	Ranking
ASSECOPOL	0,1664	12	PEKAO	0,3814	7
BOGDANKA	0,5121	3	PGE	0,3445	8
BORYSZEW	0,1230	16	PGNIG	0,0001	17
BRE	0,4512	5	PKNORLEN	0,2028	11
HANDLOWY	0,4125	6	PKOBP	0,3147	9
JSW	0,6098	2	SYNTHOS	0,4614	4
KERNEL	0,3145	10	TAURONPE	0,1567	14
KGHM	0,9829	1	TPSA	0,1568	13
LOTOS	0,1403	15			

Źródło: Opracowanie własne.

<sup>1</sup> Wielkości ustalone po przeprowadzeniu analizy wartości ocen kryterialnych.

Dysponując wartościami miary syntetycznej  $MS_i$ , można również dokonać podziału spółek na grupy według reguły:

- G1 – najbardziej preferowane spółki, gdy  $MS_i \in (MS_{sr} + MS_{od}; MS_{max}]$ ,
- G2 – umiarkowanie preferowane spółki, gdy  $MS_i \in (MS_{sr}; MS_{sr} + MS_{od}]$ ,
- G3 – mało preferowane spółki, gdy  $MS_i \in (MS_{sr} - MS_{od}; MS_{sr}]$ ,
- G4 – najmniej preferowane spółki, gdy  $MS_i \in [MS_{min}; MS_{sr} - MS_{od}]$ ,

gdzie:

$MS_{max}$  – maksymalna wartość  $MS_i$ ,

$MS_{sr}$  – średnia wartość  $MS_i$ ,

$MS_{od}$  – odchylenie standardowe wartości  $MS_i$ ,

$MS_{min}$  – minimalna wartość  $MS_i$ .

Uzyskany podział przedstawiono w tabeli 3.

**Tabela 3.** Grupy spółek wyodrębnione na podstawie wartości miary syntetycznej

Grupa	Spółki
G1	KGHM, JSW
G2	BOGDANKA, SYNTHOS, BRE, HANDLOWY, PEKAO, PGE
G3	PKOBP, KERNEL, PKNORLEN, ASSECOPOL, TPSA, TAURONPE, LOTOS, BORYSZEW
G4	PGNIG

Źródło: Opracowanie własne.

Porównując rezultaty grupowania metodą wielokryterialną oraz za pomocą miary syntetycznej, można zauważyć podobieństwo. Z punktu widzenia inwestora przedmiotem zainteresowania są spółki znajdujące się w najlepszych grupach. Uwzględniając zatem dwie najwyższe sklasyfikowane grupy, wśród najlepszych (według miary syntetycznej) bądź najbardziej preferowanych (według poziomów preferencji) znalazło się osiem spółek; uzyskane ośmioelementowe podzbiory różnią się tylko jednym walorem – w grupie wyłonionej za pomocą miary syntetycznej znalazło się PGE, natomiast w grupie uzyskanej metodą ELECTRE I spółkę PGE zastąpiło PKOBP. Ocena zyskowności portfela otrzymanego po procedurze optymalizacji zostanie przedstawiona w dalszej części rozważań.

Do wyłonienia grupy spółek mogących być podstawą konstrukcji portfela zastosowano także inne narzędzie analizy wielowymiarowej – analizę skupień. Efektem zastosowania tego narzędzia jest uzyskanie podzbiorów (skupień) obiektów najbardziej do siebie podobnych. Jest to metoda, która nie niesie informacji, które skupienie jest lepsze od pozostałych, jednak wspomagając się wartościami miary syntetycznej lub rankingiem na ich podstawie otrzymanym, można dokonać oceny poszczególnych grup.

Wyniki uzyskane z zastosowaniem analizy skupień, w zależności od zastosowanej miary odległości między skupieniami, zostały przedstawione w tabeli 4.

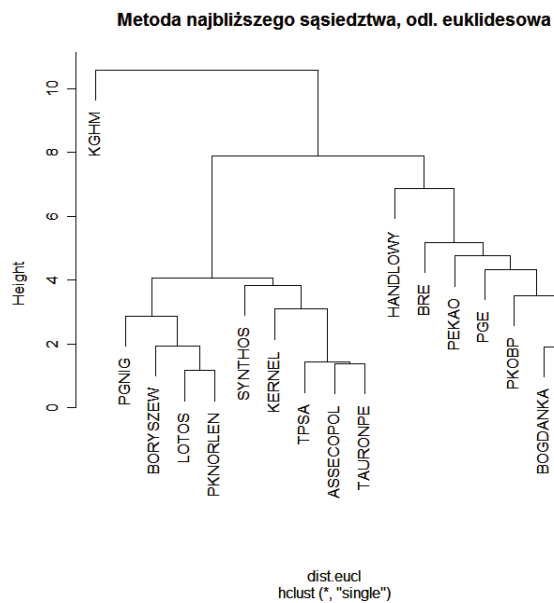
**Tabela 4.** Skupienia uzyskane za pomocą wybranych metod

Metoda	Skupienia	
Najbliższego sąsiedztwa	S1	{KGHM}
	S2	{PGNIG, BORYSZEW, LOTOS, PKNORLEN}, {SYNTHOS, KERNEL, TPSA, ASSECOPOL, TAURONPE}
	S3	{HANDLOWY, BRE, PEKAO, PGE, PKOBP, BOGDANKA, JSW}
Najdalszego sąsiedztwa	S1	{KERNEL, SYNTHOS}, {TPSA, ASSECOPOL, TAURONPE, PGNIG, BORYSZEW, LOTOS, PKNORLEN}
	S2	{PGE, PKOBP, BRE, BOGDANKA, JSW}, {KGHM, HANDLOWY, PEKAO}
Średniej grupowej	S1	{SYNTHOS}, {PGNIG, BORYSZEW, LOTOS, PKNORLEN, KERNEL, TPSA, ASSECOPOL, TAURONPE}
	S2	{PEKAO, BRE, PGE, PKOBP, BOGDANKA, JSW}, {HANDLOWY, KGHM}
Środka ciężkości	S1	{SYNTHOS}, {PGNIG, BORYSZEW, LOTOS, PKNORLEN, KERNEL, TPSA, ASSECOPOL, TAURONPE}
	S2	{KGHM, HANDLOWY}, {PEKAO, BRE, PGE, PKOBP, BOGDANKA, JSW}
Mediany	S1	{PGNIG, BORYSZEW, LOTOS, PKNORLEN}, {SYNTHOS, KERNEL, TPSA, ASSECOPOL, TAURONPE}
	S2	{KGHM, HANDLOWY}, {PEKAO, BRE, PGE, PKOBP, BOGDANKA, JSW}
Warda	S1	{PGNIG, BORYSZEW, LOTOS, PKNORLEN}, {TPSA, ASSECOPOL, TAURONPE, KERNEL, SYNTHOS}
	S2	{PGE, PKOBP, BRE, BOGDANKA, JSW}, {KGHM, HANDLOWY, PEKAO}
Mcquitty	S1	{PGNIG, BORYSZEW, LOTOS, PKNORLEN}, {SYNTHOS, KERNEL, TPSA, ASSECOPOL, TAURONPE}
	S2	{KGHM}, {BRE, PGE, PKOBP, BOGDANKA, JSW, HANDLOWY, PEKAO}

Źródło: Opracowanie własne.

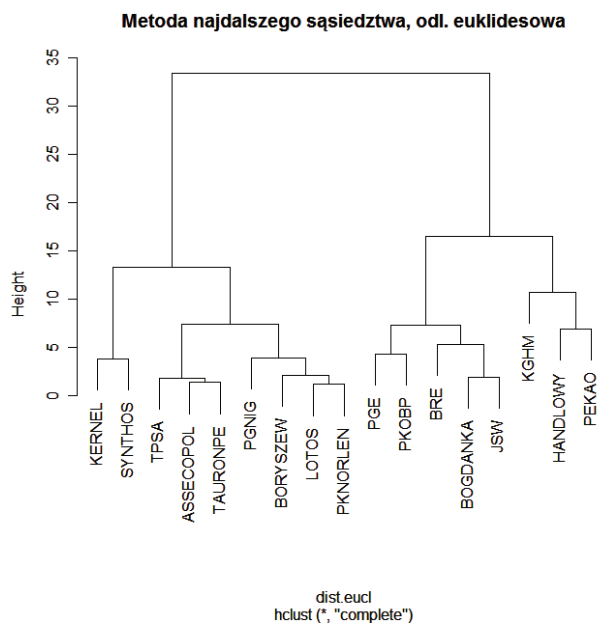
W większości przypadków były widoczne zdecydowane dwa skupienia, w których można wyodrębnić kolejne dwie lub trzy podgrupy. Nieco inny podział uzyskano w przypadku metody najbliższego sąsiedztwa: zauważalne trzy skupienia, w tym jedno z nich jednoelementowe, a pozostałe dwa – bardziej liczne.

Na poniższych schematach zaprezentowano przykładowe dendrogramy grupowania: dla metody najbliższego sąsiedztwa (rys. 1), metody najdalszego sąsiedztwa (rys. 2) oraz metody Warda (rys. 3).



**Rys. 1.** Dendrogram grupowania dla metody najbliższego sąsiedztwa

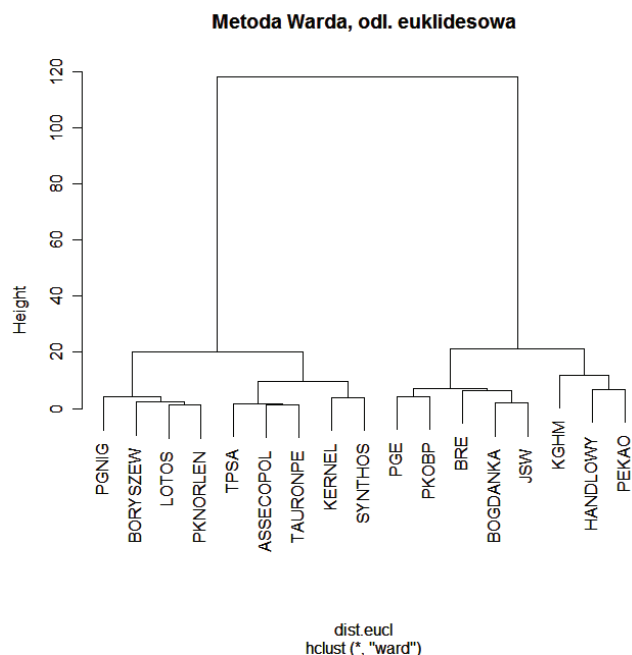
Źródło: Opracowanie własne z użyciem programu R CRAN.



**Rys. 2.** Dendrogram grupowania dla metody najdalszego sąsiedztwa

Źródło: Opracowanie własne z użyciem programu R CRAN.





**Rys. 3.** Dendrogram grupowania dla metody Warda

Źródło: Opracowanie własne z użyciem programu R CRAN.

Wspomagając się wartościami miary syntetycznej, wyodrębniono wspólną dla wszystkich uwzględnionych metod liczenia odległości między skupieniami, ośmioelementową grupę spółek – wybrano te spółki, które charakteryzowały się najwyższymi wartościami miary syntetycznej i które równocześnie należały do tego samego skupienia<sup>2</sup> (według podziału przedstawionego w tabeli 4). Uzyskana grupa może stanowić bazowy zbiór do wyboru portfela; zbiór ten tworzą spółki: BOGDANKA, BRE, HANDLOWY, JSW, KGHM, PEKAO, PGE, PKOBP.

Wyznaczone zaprezentowanymi metodami zbiory stanowią podstawę konstrukcji portfela. Rozwiązano następujące zadanie optymalizacyjne oparte na klasycznym modelu Markowitza<sup>3</sup>:

<sup>2</sup> W przypadku metody najbliższego sąsiedztwa połączono spółki skupień S1 oraz S3.

<sup>3</sup> W celu uzyskania bardziej zróżnicowanego portfela dołączono warunek ograniczający na udziały poszczególnych spółek nieprzekraczające 30%.

$$\begin{aligned}
 S_p^2 &= \sum_{i=1}^8 \sum_{j=1}^8 x_i x_j \operatorname{cov}(x_i, x_j) \rightarrow \min \\
 R_p &\geq R_0 \\
 \sum_{i=1}^8 x_i &= 1 \\
 x_i &\leq 0,3 \quad i = 1, \dots, 8, \\
 x_i &\geq 0, \quad i = 1, \dots, 8
 \end{aligned} \tag{3}$$

gdzie:

$S_p^2$  – wariancja portfela,

$x_i, x_j$  – udziały akcji w portfelu,

$\operatorname{cov}(x_i, x_j)$  – kowariancja między akcjami o numerach  $i$  oraz  $j$ ,

$R_p$  – stopa zwrotu z portfela,

$R_0$  – subiektywnie zadana przez decydenta wartość stopy zwrotu portfela, przy której jest minimalizowane ryzyko portfela (przyjęto średnią stopę zwrotu rozważanych spółek).

Tabela 5 zawiera rezultaty zadania optymalizacyjnego.

**Tabela 5.** Portfele Markowitza po zastosowaniu metod grupowania

Spółka	Portfel 1	Portfel 2	Portfel 3
	ELECTRE I	miara syntetyczna	analiza skupień
BOGDANKA	0,3	0,2625	0,2824
BRE	0,1119	0,0072	0,0067
HANDLOWY	0,1604	0,1237	0,1109
JSW	–	–	–
KGHM	0,3	0,3	0,3
PEKAO	–	–	–
PGE	×	0,2309	0,3
PKOBP	0,0525	×	–
SYNTHOS	0,0752	0,0756	×
Stopa zysku portfela (%) w dniu 28.09.2012 w porównaniu do 03.10.2011	25,33	18,37	14,00
Ryzyko portfela (odchylenie standardowe portfela)	1,2591	1,1744	1,1661
Ryzyko portfela (współczynnik $V$ )	8,1596	8,5842	9,5722

Źródło: Opracowanie własne.

Struktury uzyskanych portfeli są zbliżone. Różnice są związane głównie z udziałami spółek, które nie znajdowały się w innych grupach. Portfel 1, utworzony z grupy wyselekcjonowanej za pomocą metody wyznaczającej grupy preferencji spółek (ELECTRE I), cechuje się najwyższym zyskiem, a także, jak można się było spodziewać, największym ryzykiem (mierzonym odchyleniem

standardowym portfela). Jednak ryzyko mierzone współczynnikiem zmienności  $V$  (czyli ilorazem odchylenia standardowego portfela do oczekiwanej stopy zwrotu portfela) jest dla tego portfela najmniejsze.

Zbudowano ponadto portfele na dzień 01.10.2012, których strukturę przedstawia tabela 5; zbadano ich stopę zysku pod koniec kolejnych kilku miesięcy. Uzyskane wyniki zamieszczono w tabeli 6.

**Tabela 6.** Stopy zysku portfeli na koniec kolejnych kilku miesięcy

Stopa zysku portfela (%)	Portfel 1	Portfel 2	Portfel 3
31.10.2012	-0,15	-0,81	-0,37
30.11.2012	7,23	7,14	7,57
28.12.2012	11,35	10,48	11,64
31.01.2013	10,13	8,56	9,62
28.02.2013	6,94	4,19	4,30
28.03.2013	1,72	-0,60	-2,06

Źródło: Opracowanie własne.

Skonstruowane portfele reagowały bardzo podobnie – spadek wartości po pierwszym miesiącu, po czym wzrost w dwóch następnych i ponowny (sukcesywny) spadek. Wszystkie portfele w kolejnych miesiącach cechowały się w miarę porównywalnymi stopami zysku/straty, chociaż nieco mniej korzystne wyniki notował portfel 2, natomiast trochę lepsze wyniki (z wyjątkiem listopada i grudnia) miał portfel 1.

## Podsumowanie

W opracowaniu podjęto zagadnienie wyznaczania zbiorów spółek, które mogą stanowić podstawę wyboru portfela akcji. W tym celu porównano wyniki grupowania spółek giełdowych, którego dokonano za pomocą wybranych metod analizy wielokryterialnej oraz analizy wielowymiarowej. W rozważaniach wykorzystano standardowe charakterystyki uwzględniane w analizie portfelowej – oczekiwaną stopę zwrotu oraz wariancję stopy zwrotu, ale posłużono się także wskaźnikami fundamentalnymi opisującymi sytuację ekonomiczno-finansową spółek.

Jedną z metod grupowania była wielokryterialna metoda ELECTRE I, która pozwala połączyć obiekty w zbiory preferencji, co umożliwia wyznaczenie grup, które są bardziej preferowane nad inne (na podstawie przyjętych kryteriów). Jako kryteria przyjęto uwzględnione wskaźniki fundamentalne. Alternatywną metodą badań była analiza wielowymiarowa, w ramach której, na podstawie wybranych zmiennych fundamentalnych, skonstruowano miarę syntetyczną, a także wyłoniono skupienia, stosując kilka możliwych sposobów. Analiza skupień nie daje

uporządkowania uzyskanych podzbiorów, ale wspomagając się skonstruowaną miarą syntetyczną, można oszacować, która z klas zawiera obiekty (spółki) bardziej preferowane ze względu na badane cechy/kryteria. Spośród uzyskanych zbiorów wzięto pod uwagę te, które były najbardziej preferowane lub zawierały obiekty z najwyższym rankingiem, lub z największymi wartościami miary syntetycznej; oznaczało to wyodrębnienie zbiorów, które stanowiły podstawę wyboru portfela akcji. W efekcie w każdym z ujęć zostały wyłonione tak samo liczne (ośmioelementowe) podzbiory, a każdy z nich, w porównaniu z pozostałymi, różnił się tylko jednym walorem. Zbudowane na podstawie wyselekcjonowanych podzbiorów roczne portfele (oparte na modelu Markowitza) cechowały się dosyć wysokim zyskiem, bo na poziomie co najmniej 14%, przy czym najwyższy zysk osiągnął ten, którego bazę stanowił podzbiór walorów wyłoniony metodą ELECTRE I (zysk na poziomie ponad 25%). Portfele zbudowane w pierwszym dniu po okresie objętym analizą były mniej zróżnicowane pod względem zysku, chociaż minimalnie lepsze wyniki notował portfel 1.

Reasumując, należy podkreślić, iż zbiór rozważanych obiektów nie był liczny, a uwzględniony zestaw charakterystyk był tylko czteroelementowy – analizy należałoby zatem rozszerzyć. Niemniej jednak przeprowadzone badania pozwalają zaobserwować, iż zalecaną metodą grupowania spółek (w celu wyboru do portfela), dającą nie gorsze wyniki od pozostałych metod, jest metoda wyznaczająca grupy preferencji<sup>4</sup> – wielokryterialna metoda ELECTRE I, co przy przyjętych warunkach (kryteriach, metodach, założeniach itd.) potwierdza stawianą hipotezę.

## Literatura

- Kopczewska K., Kopczewski T., Wójcik P. (2009), *Metody ilościowe w R. Aplikacje ekonomiczne i finansowe*, CeDeWu, Warszawa.
- Łuniewska M., Tarczyński W. (2006), *Metody wielowymiarowej analizy porównawczej na rynku kapitałowym*, WN PWN, Warszawa.
- Ostasiewicz W. (red.) (1999), *Statystyczne metody analizy danych*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej, Wrocław.
- Pośpiech E. (2015), *Wpływ wyboru metody wielokryterialnej na strukturę i opłacalność portfela*, „Studia Ekonomiczne”, nr 221, s. 50-60.
- Pośpiech E. (2014), *Porównanie portfeli klasycznych skonstruowanych na podstawie rankingu wielokryterialnego* [w:] *Metody i modele analiz ilościowych w ekonomii i zarządzaniu Część 6*, red. J. Mika, M. Miśkiewicz-Nawrocka, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego, Katowice, s. 21-30.

<sup>4</sup> Wcześniejsze badania przeprowadzane w analogicznych warunkach [Pośpiech, 2015] jako jedną z lepszych metod grupowania także wskazywały metodę ELECTRE I.

- Tarczyński W. (2002), *Fundamentalny portfel papierów wartościowych*, PWE, Warszawa.
- Trzaskalik T. (red.) (2006), *Metody wielokryterialne na polskim rynku finansowym*, PWE, Warszawa.
- Trzaskalik T. (red.) (2014), *Wielokryterialne wspomaganie decyzji*, PWE, Warszawa.
- Zopounidis C., Doumpos M. (2002), *Multi-criteria Decision Aid in Financial Decision Making: Methodologies and Literature Review*, "Journal of Multi-Criteria Decision Analysis", No. 11.
- [www 1] <http://www.gpw.pl> (dostęp: 15.10.2014).
- [www 2] <http://www.bankier.pl> (dostęp: 15.10.2014).
- [www 3] <https://v8doc.sas.com/sashtml/stat/chap23/sect12.htm> (dostęp: 15.10.2014).

### COMPARATIVE ANALYSIS OF SELECTED CLUSTERING METHODS OF LISTED COMPANIES

**Summary:** The purpose of the paper is to compare selected clustering methods which may be used to the portfolio selection. To achieve this purpose multi-criteria and multivariate approaches were used. In multi-criteria approach, the ELECTRE I method was applied which enables to create groups of preferences, in the multivariate one – synthetic measure and clustering methods were involved. In analyses, diagnostic features that characterize financial and economic condition of companies, as well as classical measures as expected rate of return and variance of return rates, were used. Portfolios built on the basis of selected clustering methods and Markowitz approach, may give the answer if the selection method may cause significant differences in the portfolio profitability.

**Keywords:** multi-criteria analysis, ELECTRE I method, multivariate analysis, clustering methods, synthetic measure, portfolio selection.