Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach
Studia Ekonomiczne. Zeszyty Naukowe
Uniwersytetu Ekonomicznego w Katowicach
ISSN 2083-8611 Nr 324 · 2017

Agnieszka Przybylska-Mazur

Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach
Wydział Ekonomii
Katedra Metod Statystyczno-Matematycznych w Ekonomii
agnieszka.przybylska-mazur@ue.katowice.pl

ZNACZENIE NIEPEWNOŚCI W ASPEKCIE PODEJMOWANIA OPTYMALNYCH DECYZJI POLITYKI PIENIĘŻNEJ I FISKALNEJ

Streszczenie: Celem artykułu jest wyznaczenie optymalnych reguł polityki pieniężnej i fiskalnej na podstawie teorii sterowania optymalnego. Wyznaczone reguły są rozwiązaniem modelu polityki gospodarczej, składającego się z funkcji kryterium oraz modelu gospodarki. W artykule zweryfikowano hipotezę, że w warunkach niepewności reakcje decydentów są mniej gwałtowne niż w sytuacji braku niepewności. Instrumentami badawczymi są rozwiązania modelu gospodarki, w którym nie uwzględniamy niepewności, a także rozwiązania modeli, w których uwzględniamy istnienie niepewności: modelu addytywnego polityki gospodarczej oraz modelu zawierającego niepewność sterowania. Na podstawie przeprowadzonej analizy empirycznej można zauważyć, że identyczne są optymalne decyzje wyznaczone na podstawie modelu, w którym nie wzięto pod uwagę niepewności i addytywnego modelu polityki gospodarczej. Zauważono wpływ na optymalne decyzje niepewności, przedstawionej w postaci multiplikatywnego składnika losowego, występującego w macierzy wpływu instrumentów polityki pieniężnej i fiskalnej na zmienne stanu.

Słowa kluczowe: niepewność, decyzje optymalne, model polityki gospodarczej, sterowanie optymalne, decyzje polityki pieniężnej i fiskalnej.

JEL Classification: E62, E52, C32, D81, H21.

Wprowadzenie

Jako jedne z głównych składowych polityki gospodarczej, za pomocą których państwo i bank centralny mogą w istotny sposób oddziaływać na przebieg procesów gospodarczych w skali całej gospodarki, wymienia się politykę fiskalną i politykę pieniężną.

Zatem typowy model polityki fiskalnej lub polityki pieniężnej, pozwalający na wyznaczenie optymalnych decyzji, jest przykładem modelu polityki gospodarczej. Składa się on z funkcji kryterium (FK) oraz zbioru uwarunkowań gospodarczych (ZUG) i można zapisać go ogólnie w postaci [Kłos, 2004]:

$$\begin{cases} (FK)\ \underset{\substack{instrument\\ polityki}}{ekstremum} \left\{ \sum_{czas} dyskonto \left[F \begin{pmatrix} cele\ polityki \\ zmienne\ celu \\ instrumenty \\ polityki \\ wagi\ celów \\ \dots \end{pmatrix} \right] \right\} \\ (ZUG) \begin{bmatrix} zmienne\ celu \\ zmienne\ modelu \end{bmatrix} = G \begin{pmatrix} instrumenty \\ polityki \\ zmienne\ modelu \\ parametry\ modelu \\ \dots \end{pmatrix} \end{cases} \tag{1}$$

gdzie:
F – funkcja celu,
G – funkcja opisująca uwarunkowania gospodarcze.

Polityka gospodarcza jest optymalizowana ze względu na instrumenty polityki gospodarczej, którymi, w przypadku polityki fiskalnej i pieniężnej, są rozważane w modelu instrumenty tych polityk – stopy podatkowe i stopa procentowa. Model (1) polityki gospodarczej można rozpatrywać jako zadanie dynamicznej optymalizacji, a jego rozwiązanie można zapisać jako ciąg wartości instrumentów bez analitycznie określonej relacji z innymi elementami modelu polityki gospodarczej lub może ono przybierać postać formuły jawnie definiującej związki optymalnych wartości instrumentów z celami polityki, czyli:

$$(SL)\ instrumenty\ \ polityki = S \begin{pmatrix} cele\ polityki \\ zmienne\ \ celu \\ \dots \end{pmatrix} \tag{2}$$

gdzie:
S – postać analityczna reguły polityki.

Jednak od dawna pojawiają się wątpliwości, czy modele deterministyczne gospodarki są na tyle precyzyjne, by kierować się w praktyce regułą uzyskaną jako rozwiązanie takiego modelu polityki gospodarczej. Mając na uwadze skutki dynamiki zmienności uwarunkowań otoczenia, uwzględniono w modelu niepewność i zbadano jej wpływ na ostateczną decyzję.

W tym nurcie badań niepewność jest utożsamiana z losowością, której natura wynika z założeń upraszczających analizę. Rozwiązując model polityki gospodarczej MPG, poszukuje się polityki (reguły), która uwzględnia stochastyczny charakter elementów modelu.

1. Podstawowy problem sterowania optymalnego dla układów liniowych z czasem dyskretnym – deterministyczny model polityki gospodarczej

Deterministyczną wersję modelu polityki gospodarczej można zapisać w postaci ogólnej następująco [Przybylska-Mazur, 2014b]:

$$MPG\begin{cases} G(X,U) = \sum_{t=0}^{T-1} \begin{pmatrix} \left(X_t - X_t^o\right)^T V_t \left(X_t - X_t^o\right) + \\ + \left(U_t - U_t^o\right)^T Z_t \left(U_t - U_t^o\right) \end{pmatrix} \underset{U}{\rightarrow} \min \\ X_{t+1} = A X_t + B U_t \end{cases} \tag{3}$$

gdzie:

macierze wag V_t i Z_t przedstawiają względne straty decydenta, wynikające z odchylenia wektora zmiennych stanu X_t od ich wartości pożądanych X_t^o oraz zmian wektora instrumentów – wektora sterowania U_t od jego wartości pożądanych U_t^o,

A jest macierzą parametrów charakteryzującą efekty inercyjne,

B jest macierzą wpływu instrumentów U_t na zmienne X_t.

W modelu polityki gospodarczej uwzględniono dodatkowo warunek początkowy w postaci $X(0) = X_0$ oraz ograniczenia w postaci dopuszczalnego chwilowego zakresu wartości współrzędnych sterowania $U_{it} \in W_i$ dla $t = 0,1,2,...,T-1$ oraz dla każdego i, a także oznaczono przez W następujący wektor $W = [W_1 \ W_2 \ \ldots \ W_p]^T$, a p – liczba instrumentów polityki pieniężnej i fiskalnej.

Aby wyznaczyć rozwiązanie optymalne modelu polityki gospodarczej, zdefiniowano funkcję Bellmana dla końcowego odcinka dyskretnej trajektorii stanu następującej postaci [Bellman, 2010; Bellman i Dreyfus, 2016]:

$$S(X_t) = \min_{\substack{U_k \in W \\ k = t, t+1, \ldots, T-1}} \sum_{k=t}^{T-1} \begin{pmatrix} \left(X_k - X_k^o\right)^T V_k \left(X_k - X_k^o\right) + \\ + \left(U_k - U_k^o\right)^T Z_k \left(U_k - U_k^o\right) \end{pmatrix} \tag{4}$$

Prawdziwa jest również zależność:

$$S(X_t) = \min_{U_t \in W} \begin{pmatrix} \left(X_t - X_t^o\right)^T V_t \left(X_t - X_t^o\right) + \\ + \left(U_t - U_t^o\right)^T Z_t \left(U_t - U_t^o\right) + S(X_{t+1}) \end{pmatrix} \tag{5}$$

Wówczas rekurencyjne równanie Bellmana dla dyskretnych procesów sterowania ma postać:

$$S(X_t) = \min_{U_t \in W} \begin{pmatrix} \left(X_t - X_t^o\right)^T V_t \left(X_t - X_t^o\right) + \\ + \left(U_t - U_t^o\right)^T Z_t \left(U_t - U_t^o\right) + S(A \cdot X_t + B \cdot U_t) \end{pmatrix} \tag{6}$$

dla $t = T-1, T-2, \ldots, 0$ z warunkiem końcowym $S(X_T) = 0$.

To równanie stanowi podstawę dyskretnej metody programowania dynamicznego, która redukuje wyznaczanie ciągu sterowań optymalnych $\{U_t^*$, $t = 0,1,2,\ldots,T-1\}$ do kolejnego wyznaczania poszczególnych sterowań U_t^* z równania rekurencyjnego Bellmana.

Do wyznaczania ciągu optymalnych sterowań U_t^* i optymalnych wartości wektorów stanu X_t^* wykorzystano przedstawiony poniżej podstawowy algorytm dyskretnego programowania dynamicznego (algorytm z cofaniem, *the backward algorithm*), który składa się z następujących etapów:

1. Po podstawieniu $t = T-1$ należy rozwiązać zadanie optymalizacji ostatniego etapu procesu:

$$S(X_{T-1}) = \min_{U_{T-1} \in W} \begin{pmatrix} \left(X_{T-1} - X_{T-1}^o\right)^T V_{T-1} \left(X_{T-1} - X_{T-1}^o\right) + \\ + \left(U_{T-1} - U_{T-1}^o\right)^T Z_{T-1} \left(U_{T-1} - U_{T-1}^o\right) \end{pmatrix}$$

w wyniku którego otrzymujemy sterowanie optymalne ostatniego etapu procesu U_{T-1}^* jako funkcję wektora stanu X_{T-1} tego etapu, czyli $U_{T-1}^* = U^*(X_{T-1})$.

2. Na $t-$tym etapie procesu, korzystając z funkcji Bellmana $S(X_{t+1})$, należy rozwiązać zadanie optymalizacji $t-$tego etapu, wynikające z równania rekurencyjnego Bellmana (6), wyznaczając sterowanie optymalne $t-$tego etapu procesu $U_t^* = U^*(X_t)$ jako funkcję wektora stanu X_t tego etapu.

3. Po osiągnięciu etapu początkowego $t=0$ należy wyznaczyć wartość sterowania optymalnego dla tego etapu $U_0^* = U^*(X_0)$, korzystając ze znajomości stanu początkowego $X(0) = X_0$.
4. Następnie wyznacza się kolejno wartości sterowań optymalnych na podstawie zależności:

$$U_t^* = U^*(X_t^*)\text{, gdzie: } X_t^* = A \cdot X_{t-1}^* + B \cdot U_{t-1}^*\text{, dla } t = 1,2,...,T-1.$$

Warto również zaznaczyć, że optymalne wektory sterowań można rozpatrywać jako reguły sprzężenia zwrotnego [Przybylska-Mazur, 2014a].

2. Niepewność w modelu polityki gospodarczej

Istotną zaletą metody dyskretnego programowania dynamicznego jest możliwość jej zastosowania do wyznaczania sterowania optymalnego dla procesów, w których uwzględnia się zakłócenia przypadkowe.

Uwzględnienie niepewności zaburzenia w modelu gospodarki wymaga również modyfikacji funkcji kryterium. Wówczas jest minimalizowana oczekiwana warunkowa kwadratowa funkcja straty i model polityki gospodarczej, co można zapisać ogólnie w następującej postaci [Bubnicki, 2005]:

$$\begin{cases} G(X,U) = E_t\left(\sum_{t=0}^{T-1}\begin{pmatrix}\left(X_t - X_t^o\right)^T V_t\left(X_t - X_t^o\right) + \\ +\left(U_t - U_t^o\right)^T Z_t\left(U_t - U_t^o\right)\end{pmatrix}\right) \underset{U}{\rightarrow} \min \\ X_{t+1} = f(X_t, U_t, \varepsilon_t) \end{cases} \tag{7}$$

z danym warunkiem początkowym $X(0) = X_0$ oraz ograniczeniem w postaci dopuszczalnego chwilowego zakresu wartości współrzędnych sterowania $U_{it} \in W_i$ dla $t = 0,1,2,...,T-1$, natomiast ε_t jest zakłóceniem przypadkowym.

Ponadto przyjęto założenie, że $\varepsilon_t, t = 0,1,...,T-1$ są niezależnymi zmiennymi losowymi o znanych rozkładach prawdopodobieństwa $P(\varepsilon_t)$ lub o znanej wartości oczekiwanej i o znanej wariancji.

Aby wyznaczyć rozwiązanie modelu polityki gospodarczej, w którym uwzględniono niepewność, została zastosowana metoda stochastycznego programowania dynamicznego dla problemów optymalnego sterowania z czasem dyskretnym, która składa się z następujących etapów:

1. Po podstawieniu $t = T - 1$ należy rozwiązać zadanie optymalizacji ostatniego etapu procesu:

$$S(X_{T-1}) = \min_{U_{T-1} \in W} \left(E_{T-1} \left(\begin{array}{l} \left(X_{T-1} - X^o_{T-1}\right)^T V_{T-1} \left(X_{T-1} - X^o_{T-1}\right) + \\ + \left(U_{T-1} - U^o_{T-1}\right)^T Z_{T-1} \left(U_{T-1} - U^o_{T-1}\right)^T \end{array} \right) \right) =$$

$$= \min_{U_{T-1} \in W} \Big(\int_{-\infty}^{+\infty} P(\varepsilon_{T-1}) \Big(\left(X_{T-1} - X^o_{T-1}\right)^T V_{T-1} \left(X_{T-1} - X^o_{T-1}\right) +$$
$$+ \left(U_{T-1} - U^o_{T-1}\right)^T Z_{T-1} \left(U_{T-1} - U^o_{T-1}\right)^T +$$
$$+ S_{T-1} \left(f(X_{T-1}, U_{T-1}, \varepsilon_{T-1}) \right) d(\varepsilon_{T-1}) \Big) \Big)$$

otrzymując sterowanie optymalne ostatniego etapu procesu U^*_{T-1} jako funkcję wektora stanu X_{T-1}, czyli $U^*_{T-1} = U^*(X_{T-1})$.

2. Na $t -$tym etapie procesu, korzystając z funkcji Bellmana $S(X_{t+1})$, należy rozwiązać zadanie optymalizacji $t -$tego etapu, wynikające z równania rekurencyjnego Bellmana:

$$S(X_t) = \min_{U_t \in W} \left(E_t \left(\begin{array}{l} \left(X_t - X^o_t\right)^T V_t \left(X_t - X^o_t\right) + \\ + \left(U_t - U^o_t\right)^T Z_t \left(U_t - U^o_t\right)^T + S(f(X_t, U_t, \varepsilon_t)) \end{array} \right) \right) =$$

$$= \min_{U_t \in W} \left(\begin{array}{l} \int_{-\infty}^{+\infty} P(\varepsilon_t) \Big(\left(X_t - X^o_t\right)^T V_t \left(X_t - X^o_t\right) + \\ + \left(U_t - U^o_t\right)^T Z_t \left(U_t - U^o_t\right)^T + S(f(X_t, U_t, \varepsilon_t)) d(\varepsilon_t) \Big) \end{array} \right)$$

w wyniku czego otrzymuje się sterowanie optymalne $t -$tego etapu procesu $U^*_t = U^*(X_t)$ jako funkcję wektora stanu X_t tego etapu.

3. Po osiągnięciu etapu początkowego $t = 0$ wyznacza się wartość sterowania optymalnego dla tego etapu $U^*_0 = U^*(X_0)$, korzystając z warunku początkowego $X(0) = X_0$.

4. Następnie należy wyznaczyć kolejno wartości sterowań optymalnych korzystając z zależności:

$U^*_t = U^*(X^*_t)$, gdzie: $X^*_t = f(X^*_{t-1}, U^*_{t-1}, \varepsilon_{t-1})$, dla $t = 1,2,...,T-1$.

3. Model addytywny polityki gospodarczej

W rozważanym zbiorze uwarunkowań gospodarki można uwzględnić istnienie niepewności, którą określa niezmierzony reprezentant zmian uwarunkowań gospodarczych. Niepewność ta jest ujęta w addytywnym i nieskorelowanym składniku losowym. Taki model polityki gospodarczej należy do klasy kwadratowo-liniowych, bayesowskich problemów decyzyjnych.

Uwzględniając zasadę równoważności warunkom pewności (ang. *certainty equivalence principle*), model polityki gospodarczej, uwzględniający istnienie addytywnej niepewności zaburzenia, zapisywany jest w następującej postaci [Kendrick, 1982]:

$$MPG\begin{cases} G(X,U) = E_t\left(\sum\limits_{t=0}^{T-1}\begin{pmatrix}\left(X_t - X_t^o\right)^T V_t\left(X_t - X_t^o\right) + \\ + \left(U_t - U_t^0\right)^T Z_t \left(U_t - U_t^o\right)\end{pmatrix}\right) \underset{U}{\rightarrow} \min \\ X_{t+1} = A\,X_t + B\,U_t + C\,\varepsilon_t \\ \varepsilon_t \sim IID(0,I) \end{cases} \tag{8}$$

z danym warunkiem początkowym $X(0) = X_0$ oraz ograniczeniem w postaci dopuszczalnego chwilowego zakresu wartości współrzędnych sterowania $U_{it} \in W_i$ dla $t = 0,1,2,...,T-1$, gdzie dodatkowo macierz C definiuje kowariancję zaburzenia losowego ε_{t+1}.

Polityka wyznaczona na podstawie wersji deterministycznej modelu polityki gospodarczej oraz na podstawie modelu zawierającego niepewność zaburzenia są tożsame. Uwzględnienie addytywnej niepewności zaburzenia w modelu opisującym uwarunkowania gospodarcze nie wymaga modyfikacji samej polityki.

Zasada równoważności ujawnia się jedynie w stosunku do polityki optymalnej, wyznaczonej jako rozwiązanie zadania klasy kwadratowo-liniowych, bayesowskich problemów decyzyjnych.

Jeżeli wyznaczona reguła jest tylko efektywna, czyli jest regułą, w której optymalizowano jedynie parametry, narzucając postać analityczną rozwiązania, to istnienie addytywnej niepewności nie może być pominięte. Ponadto należy zaznaczyć, że zasada równoważności nie jest prawdziwa, gdy składnik losowy ε_t wykazuje autokorelację.

4. Multiplikatywna niepewność sterowania

Multiplikatywna niepewność sterowania może być ujęta w modelu polityki gospodarczej za pomocą losowych parametrów zawartych w macierzy B wpływu instrumentów.

Wówczas model polityki gospodarczej zapisujemy w następującej postaci:

$$MPG\begin{cases} G(X,U) = E_t\left(\sum_{t=0}^{T-1}\begin{pmatrix}\left(X_t - X_t^o\right)^T V_t\left(X_t - X_t^o\right) + \\ + \left(U_t - U_t^o\right)^T Z_t\left(U_t - U_t^o\right)\end{pmatrix}\right)\underset{U}{\rightarrow}\min \\ X_{t+1} = A\,X_t + B(\varepsilon_t)\,U_t \end{cases} \tag{9}$$

z danym warunkiem początkowym $X(0) = X_0$ oraz ograniczeniem w postaci dopuszczalnego chwilowego zakresu wartości współrzędnych sterowania $U_{it} \in W_i$ dla $t = 0,1,2,...,T-1$.

W przypadku, gdy niepewność występuje w parametrach charakteryzujących bezpośredni wpływ instrumentów na zmienne modelu, to jest prawdziwa zasada konserwatyzmu sformułowana przez Brainarda (1967), która mówi, że wzrost niepewności parametrów $B(\varepsilon_t)$ mierzonej wariancją prowadzi do zmniejszenia absolutnej wartości parametrów optymalnej reguły. Wówczas reakcje instrumentów polityki pieniężnej i fiskalnej na pojawiające się zaburzenia stają się słabsze, niż w warunkach braku niepewności. Zasada Brainarda proponuje optymalną politykę, która uwzględnia fakt nieprecyzyjnej wiedzy o części parametrów modelu.

Na podstawie przeprowadzonych badań teoretycznych stwierdzono, że dla modelu polityki gospodarczej (9) optymalne wartości zmiennych sterowania i zmiennych stanu zależą od wartości oczekiwanej zmiennej opisującej niepewność sterowania, natomiast nie zależą od odchylenia standardowego tej zmiennej.

5. Model polityki pieniężnej i fiskalnej Polski

W artykule jako zmienne stanu wzięto pod uwagę wskaźnik inflacji π_t, dynamikę PKB Y_t i deficyt sektora finansów publicznych D_t, a dokładniej relację deficytu sektora finansów publicznych do PKB, zatem $X_t = \begin{bmatrix}\pi_t \\ Y_t \\ D_t\end{bmatrix}$, natomiast zmiennymi sterowania są stopa procentowa i_t i stopy podatkowe: podstawowa stawka podatku PIT τ_t i podstawowa stawka podatku VAT v_t, czyli $U_t = \begin{bmatrix} i_t \\ \tau_t \\ v_t \end{bmatrix}$. Wektory pożądanych wartości zmiennych stanu i sterowania są równe $X_t^o = \begin{bmatrix} \pi_t^o \\ Y_t^o \\ D_t^o \end{bmatrix}$ i $U_t^o = \begin{bmatrix} i_t^o \\ \tau_t^o \\ v_t^o \end{bmatrix}$

gdzie:

π_t^o – cel inflacyjny,

Y_t^o – produkcja potencjalna,

D_t^o – pożądany deficyt sektora finansów publicznych równy 3% PKB,

i_t^o – naturalna stopa procentowa,

τ_t^o, v_t^o – pożądane wartości stawek podatkowych wyznaczone z trendu liniowego.

Ponadto przyjęto stałe wartości macierzy wag:

$$V_t = V = \begin{bmatrix} \lambda_{\pi t} & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_{Y t} & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_{D t} \end{bmatrix},\ Z_t = Z = \begin{bmatrix} \lambda_{it} & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_{\tau t} & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_{v t} \end{bmatrix} \text{ dla każdego } t.$$

Do wyznaczenia optymalnych wartości instrumentów polityki pieniężnej i fiskalnej wzięto dane roczne dotyczące: wskaźnika inflacji (analogiczny okres poprzedniego roku = 100), dynamiki PKB, relacji deficytu sektora finansów publicznych do PKB, stopy referencyjnej (średnie wartości roczne) oraz stóp podatkowych: podstawowe stawki PIT i VAT (dane roczne). Do analiz wzięto pod uwagę dane dla Polski z okresu 2004-2015. Jako cel inflacyjny przyjęto 2,5%, potencjalny PKB wyznaczono na podstawie filtra Holdricka-Prescota. Mając na uwadze kryterium konwergencji, jako pożądany deficyt sektora finansów publicznych przyjęto 3% PKB. Natomiast naturalną stopę procentową wyznaczono na podstawie filtra H-P, pożądane wartości stawek podatkowych PIT i VAT obliczono na podstawie liniowej funkcji trendu. Traktując wszystkie instrumenty polityki pieniężnej i fiskalnej tak samo w procesie podejmowaniu decyzji oraz wszystkie zmienne stanu, czyli inflację, PKB i deficyt sektora finansów publicznych jednakowo w osiąganiu wartości pożądanych tych zmiennych w pracy, przyjęto następujące macierze wag $V = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} \end{bmatrix}$ oraz $Z = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} \end{bmatrix}$.

Przyjmując $T = 3$ oraz $E(B(\varepsilon_t)) = \overline{B}$ dla $t = 0,1,2$, w poniższej tabeli przedstawiono optymalne wartości sterowanie i optymalne wartości zmiennych stanu dla trzech wersji rozważanego modelu: dla modelu deterministycznego, dla addytywnego modelu polityki pieniężnej i fiskalnej oraz dla modelu z niepewnością sterowania.

Tabela 1. Optymalne wartości sterowania i zmiennych stanu

Horyzont *t*	**Zmienne**	**Optymalne wartości**		
1	*2*	*3*		
0	Zmienna sterowania	wektora sterownia dla modelu		
		deterministycznego	addytywnego uwzględniającego niepewność	z niepewnością sterowania
	stopa procentowa	3,37	3,37	1,31
	stopa PIT	17,40	17,40	17,02
	stopa VAT	20,16	20,16	21,77
1	Zmienna stanu	wektora stanu dla modelu		
		deterministycznego	addytywnego uwzględniającego niepewność	z niepewnością sterowania
	wskaźnik inflacji	0,17	0,17	0,71
	dynamika PKB	6,41	6,41	6,47
	deficyt sektora finansów publicznych	2,75	2,75	0,56
	Zmienna sterowania	wektora sterownia dla modelu		
		deterministycznego	addytywnego uwzględniającego niepewność	z niepewnością sterowania
	stopa procentowa	1,48	1,48	2,08
	stopa PIT	17,86	17,86	17,92
	stopa VAT	22,44	22,44	22,09
2	Zmienna stanu	wektora stanu dla modelu		
		deterministycznego	addytywnego uwzględniającego niepewność	z niepewnością sterowania
	wskaźnik inflacji	1,84	1,84	2,24
	dynamika PKB	5,10	5,10	5,93
	deficyt sektora finansów publicznych	0,93	0,93	0,32
	Zmienna sterowania	wektora sterownia dla modelu		
		deterministycznego	addytywnego uwzględniającego niepewność	Z niepewnością sterowania
	stopa procentowa	1,30	1,30	1,30
	stopa PIT	17,54	17,54	17,54
	stopa VAT	22,71	22,71	22,71

cd. tabeli 1

1	*2*	*3*		
3	Zmienna stanu	wektora stanu dla modelu		
		deterministycznego	addytywnego uwzględniającego niepewność	z niepewnością sterowania
	wskaźnik inflacji	0,80	0,80	2,39
	dynamika PKB	3,11	3,11	4,39
	deficyt sektora finansów publicznych	1,89	1,89	0,71

Źródło: Obliczenia własne.

Można zatem zauważyć, że uzyskano takie same optymalne decyzje polityki pieniężnej i fiskalnej, wyznaczone na podstawie modelu deterministycznego i modelu addytywnego, uwzględniającego niepewność, przy założeniu, że składnik losowy ma wartość oczekiwaną równą zero i skończoną wariancję. Zauważono wpływ na optymalne decyzje niepewności przedstawionej w postaci multiplikatywnego składnika losowego, czyli w przypadku optymalnych decyzji wyznaczonych na podstawie modelu z niepewnością sterowania.

Podsumowanie

W celu oceny znaczenia niepewności w aspekcie podejmowania optymalnych decyzji polityki pieniężnej i fiskalnej, w artykule zestawiono optymalne reguły wyznaczone na podstawie trzech wersji modeli gospodarki: modelu, w którym nie uwzględniono niepewności oraz modeli, w których uwzględniono istnienie niepewności – addytywnego modelu i modelu uwzględniającego niepewność przedstawioną w postaci multiplikatywnego składnika losowego, związanego z niepewnością podejmowanych decyzji o poziomie instrumentów polityki pieniężnej i fiskalnej.

Na podstawie przeprowadzonego badania empirycznego stwierdzono, że identyczne są optymalne decyzje polityki pieniężnej i fiskalnej w przypadku modelu, w którym nie uwzględniono niepewności i jednego z modeli, w którym uwzględniono istnienie niepewności – addytywnego modelu polityki gospodarczej. Zauważono wpływ na optymalne decyzje niepewności przedstawionej w postaci multiplikatywnego składnika losowego, występującego w macierzy wpływu instrumentów polityki pieniężnej i fiskalnej na zmienne stanu.

Zatem stwierdzono, że uwzględniając w modelu niepewność sterowania, reakcje decydentów dotyczące kształtowania instrumentów polityki pieniężnej i fiskalnej różnią się od decyzji podejmowanych w przypadku braku niepewności.

Wyniki przeprowadzonych analiz empirycznych uzupełniają dotychczasowe wyniki badań o analizę znaczenia przy podejmowaniu optymalnych decyzji polityki pieniężnej i fiskalnej różnych rodzajów niepewności: niepewności reprezentowanej przez addytywny składnik losowy w modelu gospodarki, a także niepewności podejmowanych decyzji, ujętej w postaci multiplikatywnego składnika losowego.

Literatura

Bellman R.E. (2010), *Dynamic Programming with a New Introduction by Stuart Dreyfus*, Princeton University Press, Princeton.

Bellman R.E., Dreyfus S.E. (2016), *Applied Dynamic Programming*, Princeton University Press, Princeton.

Bubnicki Z. (2005), *Teoria i algorytmy sterowania*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.

Kendrick D. (1982), *Stochastic Control for Economic Models*, "Journal of Economic Dynamic and Control", Vol. 1(3), s. 311-313.

Kłos B. (2004), *Niepewność modelu w polityce makroekonomicznej. Zasada odporności. Część I*, „Bank i Kredyt", październik, s. 25-40.

Przybylska-Mazur A. (2014a), *Rola wybranych reguł sprzężenia zwrotnego w prowadzeniu polityki gospodarczej* [w:] J. Biolik, D. Iskra (red.), *Metody matematyczne i ekonometryczne w finansach i ubezpieczeniach 2013*, „Studia Ekonomiczne. Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego w Katowicach", nr 206, s. 103-110.

Przybylska-Mazur A. (2014b), *Zastosowanie deterministycznej teorii sterowania przy wyznaczaniu reguł polityki pieniężnej i fiskalnej* [w:] J. Pociecha (red.), *Statystycy, ekonometrycy i matematycy Polski Południowej dla rozwoju badań społeczno-ekonomicznych*, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego w Krakowie, Kraków, s. 201-211.

THE IMPORTANCE OF UNCERTAINTY IN TERMS OF OPTIMAL MONETARY AND FISCAL POLICY DECISIONS

Summary: The aim of this article is the calculation of the optimal monetary and fiscal policy rule based on optimal control theory. The calculated rules are a solution of economic policy model that consists of the criterion function and model of economy. In this article we verify the hypothesis that in conditions of uncertainty the reactions of decision-makers concerning the monetary and fiscal policy instruments are less violent than in the absence of uncertainty. Research tools to verify this hypothesis are the solutions of model in which we do not take into account the uncertainty and solutions of models in which we take into account the uncertainty: the additive economic policy model, as well as the model containing the uncertainty of control, On the basis of the empirical analysis, we can see that the optimal monetary and fiscal policy decisions are identical in the case of a model in which we do not take into account the uncertainty and in case of additive economic policy model. We can also noted the impact the multiplicative random component in the matrix of the influence of monetary and fiscal policy instruments on the optimal decisions.

Keywords: uncertainty, optimal decision, economic policy model, control theory, monetary and fiscal policy decisions.