



**Anna Janiga-Ćmiel**

Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach  
Wydział Zarządzania  
Katedra Statystyki, Ekonometrii i Matematyki  
anna.janiga-cmiel@ue.katowice.pl

## MODELOWANIE ZALEŻNOŚCI SPOŁECZEŃSTWA INFORMACYJNEGO POLSKI I WYBRANYCH PAŃSTW UNII EUROPEJSKIEJ

**Streszczenie:** Celem analizy jest ocena kształtowania się zależności społeczeństwa informacyjnego Polski i wybranych państw. Ocena kształtowania zależności stochastycznych wykonana została na podstawie wielorównaniowego modelu ekonometrycznego GARCH-M. Zastosowanie przedstawionych modeli dla par rozpatrywanych krajów pozwoliło porównać analizowane rozwioje oraz wzajemny wpływ rozwoju użytkowania Internetu w jednym kraju na rozwój użytkowania Internetu w drugim kraju.

**Słowa kluczowe:** społeczeństwo informacyjne, model GARCH-M, taksonomia.

**JEL Classification:** C020, C100, C190, O390.

### Wprowadzenie

W miarę upływu czasu systemy społeczno-gospodarcze podlegają nieuniknionym zmianom w etapach kształtowania. Rozwijające się nieustannie technologie informacyjne mają coraz silniejszy wpływ na nasze funkcjonowanie [Rudnicki i Jabłoński, 2011]. Wszystkie te zmiany dodatkowo mają wpływ na rozwój cywilizacji i tym samym powolne tworzenie się społeczeństwa informacyjnego. Pojęcie to jest różnie definiowane w literaturze – możemy znaleźć szereg ciekawych definicji: „Społeczeństwo informacyjne to społeczeństwo, które nie tylko posiada rozwinięte środki przetwarzania informacji i komunikowania, lecz środki te są podstawą tworzenia dochodu narodowego i dostarczają źródła utrzymania większości społeczeństwa” [Bliźniuk i Nowak, 2005], czy też: „Pojęcie spo-

leczeństwa informacyjnego oznacza formację społeczno-gospodarczą, w której produktywnie wykorzystanie zasobu, jakim jest informacja, oraz intensywna pod względem wiedzy produkcja odgrywają dominującą rolę”. Zmiany te powodują modyfikację naszej codzienności, kultury, jak również tradycji. Istotny wpływ na nasze życie mają w coraz większym zakresie media. Źródłem naszego rozwoju staje się również wiedza i umiejętność zdobywania i wykorzystywania jej, co znajduje odzwierciedlenie w rozwoju gospodarczym. Wzrasta znaczenie Internetu i multimediów, co niestety powoduje uzależnianie się od nich ludzi. Wprowadzane ułatwienia życiowe mają wpływ na przeobrażanie się naszego sposobu komunikowania się [Goban-Klas i Sienkiewicz, 1999]. W obecnych czasach dostęp do urządzeń komputerowych oraz Internetu jest łatwiejszy niż wcześniej, a to daje możliwość szybkiej weryfikacji informacji, a także uczenia się. Dodatkowo możemy z różnych miejsc na ziemi, bez względu na granice, a nie tylko z domu zarządzać firmą, dokonywać zakupów, korzystać z usług bankowości mobilnej, możemy nawet oglądać filmy na swoich telefonach [Zorska, 2011]. Z drugiej strony rodzi się szereg nowych niebezpieczeństw. Pojawiają się problemy z bezpieczeństwem w sieci, nasze dane nie są bezpieczne. W każdej chwili możemy stać się ofiarami cyberprzemocy, hakerów. Ludzie mający niewielkie możliwości korzystania z komputera, Internetu obawiają się odrzucenia społecznego, szczególnie ludzie starsi. W wielu krajach powstają programy rządowe mające na celu dokształcanie komputerowe, na przykład seniorów [Ganczar, 2009].

Podsumowując, możemy stwierdzić, że omówione zmiany w istotny sposób wpływają na rozwój społeczny, podnoszą jakość naszego życia, ale zakres ich jest zależny od kraju, który zamieszkujemy.

## 1. Wielorównaniowy model GARCH-M

Postać wielorównaniowego modelu GARCH-M została zaproponowana przez Bollersleva, Engle’a i Wooldridge’a w pracy *A capital asset pricing model with time-varying covariances* [Fiszeder, 2009]. Model GARCH-M pozwala ująć jednocześnie kształtowanie się zależności zmiennej wielowymiarowej użytkowników Internetu w różnych środowiskach (wybrane kraje). Przedstawia jednocześnie kształtowanie się tych zależności przy upływie czasu. Z drugiej strony, w sytuacji, gdy składnik losowy jest obciążony autokorelacją, jest heteroskedastyczny w związku z występowaniem okresów pogrupowanej wariancji, zatem wyklucza to zastosowanie modeli liniowych.

Na podstawie danych empirycznych budujemy macierz wariancji i kowariancji  $H_t$ , wykorzystujemy ją w celu wyznaczenia przekształcenia [Fiszeder, 2009]:

$$\varepsilon_t = H_t^{-\frac{1}{2}} z_t \quad (1)$$

gdzie:

$\varepsilon_t$  – to reszty modelu powiązań zachodzących między wektorami wielowymiarowej zmiennej losowej  $y_t$ .

Wykorzystując powyższe równanie (1), znajdujemy sztuczną zmienną  $z_t$ , którą poddajemy przekształceniu standaryzacji, doprowadzając jej rozkład do postaci [Franco i Zakoian, 2009] rozkładu normalnego, standaryzowanego, czyli takiego, którego wektor wartości oczekiwanych jest zerowy, a  $I_n$  to macierz wariancji i kowariancji jednostkowa, stopnia  $n$ :

$$z_t \sim N(0, I_n) \quad (2)$$

Zmienna instrumentalna (sztuczna)  $z_t$  jest zmienną losową (nie jest więc stała w czasie) i stanowi najważniejsze źródło kształtowania się poziomu ryzyka formowania się zmiennych decydujących o zależnościach w badanym zjawisku. W modelach GARCH-M pojawia się mnożnik  $\lambda$ , który może być stały lub zmienny przy upływie czasu. Mnożnik  $\lambda$  związany jest z monotonicznością wariancji i kowariancji wielowymiarowej zmiennej  $y_t$ . Jeżeli parametr  $\lambda$  przyjmuje przy upływie czasu wartości stałe, wtedy również macierz  $H_t$  przy upływie czasu nie ulega zmianie. Zmiany stanów wektora  $y_t$  zależą wyłącznie od wektora  $\omega_{t-k}$ , czyli od stanów poszczególnych wartości zmiennej  $y_t$  w okresach wcześniejszych niż  $t$ . Z kolei jeżeli  $\lambda$  zmienia się przy upływie czasu, należy uwzględnić charakter tych zmian, rozpatrując sytuację, czy wzrost jest liniowy, wolniejszy od liniowego lub szybszy od liniowego. Jeżeli wzrost jest liniowy, to przyjmujemy relację:

$$\lambda_t = k z_{t-1} \neq const, \quad (3)$$

Jeżeli wzrost jest szybszy od liniowego, to przyjmujemy relację:

$$\lambda_t = e^{k z_{t-1}}, \quad (4)$$

Z kolei jeżeli wzrost będzie wolniejszy od liniowego, to wartości  $\lambda_t$  definiujemy odpowiednio:

$$\lambda_t = \ln k z_{t-1}. \quad (5)$$

W przypadku, gdy  $\lambda$  rośnie silniej niż funkcja liniowa (trend wypukły), czyli zgodnie z przebiegiem wykładniczym, mamy wówczas do czynienia w zjawisku z procesem wysokiego wzrostu ryzyka.

Z kolei gdy analizowany wzrost jest logarymiczny (trend wklęsły), wówczas analizujemy sytuację, gdy ryzyko ma słaby wpływ na rozwój zależności w zjawisku, co oznacza, że ma oddziaływanie kształtowania zmiennej w jednej populacji przez zmienną w innej populacji.

W przypadku, gdy dynamika ryzyka nie jest funkcją rosnącą, tylko przedziałami jest rosnąca i przedziałami jest malejąca, wówczas kształtowanie się mnożników  $\lambda$  należy opisać błędzeniem przypadkowym.

W analizie rozpatrujemy przypadek, w którym wektory  $z_t$  nie są ortogonalne. Wśród wektorów  $z_t$  wyznaczamy wektory niezależne i dokonujemy ich ortogonalizacji, co sprowadza rozpatrywany układ wektorów do przestrzeni o znacznie niższym wymiarze, i to pozwala zachować wszelkie właściwości badanej rzeczywistości. Wielowymiarowa zmienna losowa  $Y$  przedstawiona jako wektor:

$$Y = \{y_1, \dots, y_n\}, y_i > 0. \quad (6)$$

zmiennych nieortogonalnych sprowadzona zostanie do postaci:

$$\Omega = \{\omega_1, \dots, \omega_n\}, \quad (7)$$

Rozpatrujemy dwie sytuacje w procesie rozwoju zmiennej  $y_t$ . Jeżeli w okresie  $t$  wartości zmiennej  $y_t$  nie są kształtowane przez stany z okresów wcześniejszych, wówczas wektor  $\Omega$  będzie można przedstawić w postaci:

$$\omega_t = \frac{y_t}{\sum_{t=1}^n y_t} \quad (8)$$

Zatem jest to wektor udziałów kolejnych czynników  $n$ -wymiarowego wektora zmiennej  $Y$ . Z kolei w sytuacji, gdy stany  $y_t$  zależą od stanów wcześniejszych wagi  $\omega_t$ , wektor  $\Omega$  przedstawiamy zgodnie ze wzorem:

$$\omega_t = \frac{E(y_t | \psi_{t-1})}{Var(y_t | \psi_{t-1})} \quad (9)$$

Tego typu wagi stosujemy, gdy wszystkie wartości zmiennej losowej  $Y$  są dodatnie i są skończone. Dla wektora  $\Omega$  wyznaczamy jego opóźnienia o ilość okresów niezbędną do osiągnięcia zadowalającego opisu realizacji zjawiska. Nieortogonalny model GARCH-M [Fiszeder, 2009] przedstawiony zostanie w postaci:

$$y_t = \alpha + \lambda H_t \omega_{t-k} + \varepsilon_t \quad (10)$$

Gdzie:  $y_t$  to wektor wielowymiarowej zmiennej losowej  $Y$ ,  $\alpha$  to stały poziom wartości  $y_t$  niezależny od upływu czasu,  $\lambda$  stały parametr zależny od przyrostów wartości zmiennej losowej  $y_t \in Y$ . Wektor:

$$\omega_{t-k} = \{\omega_{t-1}, \dots, \omega_{t-q}\} \quad (11)$$

jest wektorem opóźnionych udziałów poszczególnych wartości zmiennej  $Y$  w okresach wcześniejszych.

Procedurę estymacji rozpoczynamy od zbudowania modelu VECH [Fischer, 2009]. Można ograniczyć się do oszacowania jego diagonalnej postaci lub narzucić dowolną parametryzację macierzy  $H_t$ . Ze względu na definicję zmiennej losowej  $\Omega$  należy zastosować procedurę estymacji łącznej dla wszystkich współrzędnych  $y_t$  wektora  $Y$ . Przedstawiony model pozwala na ujęcie kształtowania się procesu  $y_t$  przez dowolną ilość czynników kształtujących zjawisko  $y_t$ . Czynniki te są ujęte przez kolejne wektory macierzy  $\Omega$ . Macierz warunkowych kowariancji i wariancji  $H_t$  określimy z wykorzystaniem modelu:

$$H_t = CC^T + \sum_{i=1}^q D_i \varepsilon_{t-i} \varepsilon_{t-i}^T D_i^T + \sum_{j=1}^p E_j H_{t-j} E_j^T \quad (12)$$

W powyższym modelu za pomocą  $C$ ,  $D$ ,  $E$  oznaczono macierze parametrów o wymiarach  $n \times n$ , gdzie  $n$  to wymiar wektora losowego  $Y$ . Wartości zestawione w macierzach  $C$ ,  $D$ ,  $E$  modelu (12) oszacowano z wykorzystaniem modelu VECH. Przyjęcie formuły modelu  $H_t$  dopuszcza przypadek nieortogonalnych zmiennych losowych wektora losowego  $Y$ .

## 2. Analiza empiryczna

Analizę zaprezentowano dla zaproponowanego zestawu cech diagnostycznych, korzystając z danych publikowanych przez GUS, narodowe roczniki statystyczne i roczniki OECD [www 1]. Jako okres analizy przyjęto lata 2000-2016. Zmienne te po weryfikacji merytorycznej i statystycznej stanowiły podstawę klasyfikacji państw pod kątem użytkowania Internetu przez osoby fizyczne w wieku 16-74 lat. Zmienne te stanowiły podstawę zastosowania metody taksonomicznej. W analizie uwzględniono następujące zmienne:

- $x_1$  – liczba łączy szerokopasmowych na 100 mieszkańców,
- $x_2$  – liczba uczniów szkół podstawowych przypadająca na 1 komputer z szerokopasmowym dostępem do Internetu,
- $x_3$  – liczba przedsiębiorstw posiadających dostęp do Internetu,
- $x_4$  – odsetek gospodarstw domowych wyposażonych w komputer osobisty z dostępem do Internetu szerokopasmowego (%),
- $x_5$  – odsetek osób korzystających regularnie (co najmniej raz w tygodniu) z Internetu (%),
- $x_6$  – odsetek osób korzystających z Internetu w kontaktach z administracją publiczną (%).

Dane te zebrano dla wybranych 28 państw Unii Europejskiej. Pierwszy etap analizy obejmował zastosowanie taksonomicznej metody (2016 r.) [Janiga-Ćmiel, 2017a; Janiga-Ćmiel, 2017b]. Wybrano metodę Warda, aby zbadać, jaki jest poziom użytkowania Internetu w Polsce oraz do jakich państw poziom ten jest zbliżony. Otrzymano cztery grupy krajów:

**Tabela 1.** Cztery grupy jednorodnego rozwoju

Grupa 1	Grupa 2	Grupa 3	Grupa 4
Dania	Belgia	Czechy	Bułgaria
Luksemburg	Niemcy	Irlandia	Grecja
Holandia	Francja	Hiszpania	Rumunia
Finlandia	Austria	Chorwacja	Estonia
Szwecja	Słowacja	Włochy	
	Zjednoczone Królestwo	Cypr	
		Łotwa	
		Litwa	
		Węgry	
		Malta	
		Polska	
		Portugalia	
		Słowenia	

Z każdej grupy państw wybrano reprezentanta. Z grupy pierwszej wybrano Luksemburg, ponieważ rozwój wykorzystania Internetu w tym kraju jest najsilniej skorelowany z rozwojem Internetu w Polsce. Na tej samej zasadzie wybrano reprezentantów w innych grupach. Z drugiej grupy Belgię, z trzeciej grupy Hiszpanię. Z najsłabszej grupy – czwartej – wybrano Rumunię. Wybór ten stanowił podstawę konstrukcji modelu, to znaczy każdy z modeli był wyznaczony dla Polski i dla wybranego kraju z danej grupy. Zaproponowana postać modelu dla każdej z par państw w ogólnej postaci jest następująca:

$$\begin{bmatrix} y_{1t} \\ y_{2t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{bmatrix} + \lambda \begin{bmatrix} h_{11t} & h_{12t} \\ h_{21t} & h_{22t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_{11t} & w_{12t} \\ w_{21t} & w_{22t} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \end{bmatrix} \quad (13)$$

Pierwszą z rozpatrywanych par stanowią Polska i Luksemburg, otrzymany model jest następujący:

$$\begin{bmatrix} y_{1t_{PL}} \\ y_{2t_{PL}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,017 \\ 0,030 \end{bmatrix} + 0,645 \begin{bmatrix} h_{11t} & h_{12t} \\ h_{21t} & h_{22t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,25 & 0,16 \\ 0,16 & 0,49 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_{1t} \\ u_{2t} \end{bmatrix} \quad (14)$$

Następnie przeprowadzono testy dotyczące modeli, mające na celu zbadanie poprawności uwzględnionej specyfikacji. Dla pierwszego modelu wyniki zaprezentowano w tabeli 2.

**Tabela 2.** Wyniki estymacji modelu GARCH-M – Polska i Luksemburg

Parametr	Ocena parametru	Błąd oceny	Statystyka t
$\alpha_1$	0,017	0,0001	170
$\alpha_2$	0,030	0,0011	27
$\lambda$	0,645	0,0013	496
$w_{11}$	0,25	0,0042	59
$w_{12}$	0,16	0,0056	28
$w_{21}$	0,16	0,0056	28
$w_{22}$	0,49	0,003	163

Dla pozostałych modeli przeprowadzono podobne testy, otrzymując analogiczne wyniki przy weryfikacji hipotez, dlatego tabelę z wynikami estymacji zaprezentowano tylko dla pierwszego modelu. W dalszym kroku analizy wyznaczono model dla drugiej pary, to znaczy Polski i Belgii:

$$\begin{bmatrix} y_{1tPB} \\ y_{3tPB} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,016 \\ 0,025 \end{bmatrix} + 0,325 \begin{bmatrix} h_{11t} & h_{12t} \\ h_{21t} & h_{22t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,123 & 0,11 \\ 0,11 & 0,34 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_{1t} \\ u_{2t} \end{bmatrix} \quad (15)$$

Dla trzeciej pary, to znaczy Polski i Hiszpanii, otrzymano następującą postać modelu:

$$\begin{bmatrix} y_{1tPH} \\ y_{4tPH} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,015 \\ 0,010 \end{bmatrix} + 1,426 \begin{bmatrix} h_{11t} & h_{12t} \\ h_{21t} & h_{22t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,31 & -0,13 \\ -0,13 & 0,41 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_{1t} \\ u_{2t} \end{bmatrix} \quad (16)$$

Model dla ostatniej grupy, Polski i Rumunii otrzymano:

$$\begin{bmatrix} y_{1tPR} \\ y_{5tPR} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,014 \\ 0,03 \end{bmatrix} + 1,003 \begin{bmatrix} h_{11t} & h_{12t} \\ h_{21t} & h_{22t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,09 & -0,11 \\ -0,11 & 0,37 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_{1t} \\ u_{2t} \end{bmatrix} \quad (17)$$

Dla wyznaczonych modeli wszystkie oceny ich parametrów są obarczone nieistotnym błędem. W związku z powyższym mamy do czynienia z silnymi zależnościami pomiędzy wariancjami badanych szeregów czasowych rozwoju użytkowania Internetu w wybranych społecznościach. Ocena parametru  $\lambda$  jest istotna statystycznie, co świadczy również o istotnej postaci modelu macierzy  $H_t$ . Dodatkowo wykazano, że składnik losowy jest obciążony autokorelacją i jest heteroskedastyczny oraz występują okresy pogrupowanej wariancji. Zastosowano test Ljunga-Boxa w celu wykrycia występowania efektu ARCH. Badania testowe dotyczące występowania autokorelacji i efektu ARCH potwierdziły prawidłową specyfikację modelu. W ostatnim etapie badania w tabeli 3 przedstawiono oceny mnożnika  $\lambda$  dla każdego z przedstawionych wyżej modeli i stwierdzono, że wszystkie są istotne statystycznie.

**Tabela 3.** Wyniki estymacji modelu GARCH-M – parametr  $\lambda$ 

Parametr	$\lambda_i$	$D(\lambda_i)$	$t_i = \frac{\lambda_i}{D(\lambda_i)}$
$\lambda_{PL}$	0,645	0,015	43
$\lambda_{PB}$	0,325	0,024	13,541
$\lambda_{PH}$	1,426	0,003	475,33
$\lambda_{PR}$	1,003	0,025	40,12

Oznacza to, że w poszczególnych modelach przy upływie czasu wartości przedstawionych mnożników nie będą ulegały zmianie. Jest to ważny wniosek z tej racji, że ryzyko rozwoju użytkowania Internetu nie będzie w parach badanych krajów istotnie wzrastało. Wartość  $\lambda$  większa od 1 oznacza, że pierwszy kraj ma większy wpływ na drugi. Wartość  $\lambda$  mniejsza od 1 oznacza, że drugi kraj ma większy wpływ na pierwszy. Interpretacja taka ma sens, gdy kowariancja rozwoju w obu krajach jest dodatnia. Jeżeli jest ujemna, to wykazuje się, że nie zachodzi wzajemne oddziaływanie. Z kolei wartość mnożnika bliska 1 oznacza znikomy wpływ rozwoju wykorzystania Internetu w jednym kraju na drugi. Wartości  $w_{ij}(t)$  mogą być dodatnie lub ujemne. Dodatnie wartości otrzymujemy, gdy w obu krajach rozwój użytkowania Internetu wykazuje tendencję rosnącą. A ujemną wartość, gdy w jednym kraju tendencja jest rosnąca, a w drugim malejąca.

### Podsumowanie

Na podstawie otrzymanych wyników możemy stwierdzić, że we wszystkich badanych krajach zauważono rozwój w zakresie użytkowania Internetu. W przedstawionych modelach wektor stałych poziomów kształtowania rozwoju zjawiska jest w sposób jednoznaczny zdefiniowany i określa poziom wzajemnego kształtowania zjawiska  $y_{1t}, y_{kt}$ , dla  $k= 2, 3, 4, 5$  (co oznacza symbol badanego kraju). Dla Polski wartość otrzymanego parametru  $\alpha_1$  w każdym przypadku jest stała i określa poziom wpływu, jaki w sposób niezmienny przy upływie czasu oddziałuje na rozwój analizowanego zjawiska. Porządkując odpowiednie współczynniki  $\alpha$  dla porównywanych krajów, możemy na przykład stwierdzić, że rozwój użytkowania Internetu w grupie krajów reprezentowanych przez Luksemburg ma najwyższy wpływ na rozwój użytkowania Internetu w Polsce itd. Przedstawione w tabeli 3 wartości mnożników  $\lambda_i$  są istotne dla przedstawionych zależności i istotność potwierdza ich stałość przy upływie czasu. Widzimy, że:

$$\lambda_{PB} < \lambda_{PL} < 1 < \lambda_{PR} < \lambda_{PH}.$$



Oznacza to, że rozwój użytkowania Internetu w grupie państw reprezentowanych przez Belgię i Luksemburg wywiera wpływ na Polskę, z kolei Polska wywierałaby wpływ na reprezentantów analizowanych grup: odpowiednio Hiszpanię i Rumunię. W przypadku pierwszej pary kowariancje są dodatnie, zatem oznacza to zgodny kierunek rozwoju zjawiska i jest to względny wzrost. Co oznacza, że oddziaływanie jednego rozwoju na drugi jest istotne. Z kolei w przypadku drugiej pary współczynniki są ujemne. Oznacza to, że mamy do czynienia z kierunkami rozwoju wzajemnie niezgodnymi: w jednym kraju mamy szybsze tempo wzrostu, a w drugim względny spadek. Wynika z tego, że wzajemne oddziaływania jednego rozwoju na drugi nie są istotne statystycznie. Powyższe wnioski o wzajemnym oddziaływaniu użytkowania Internetu w poszczególnych krajach dostarcza wyznaczony model GARCH-M.

## Literatura

- Bliźniuk G., Nowak J.S. (2005), *Spoleczeństwo informacyjne 2005*, Polskie Towarzystwo Informatyczne, Katowice.
- Fiszeder P. (2009), *Modele klasy GARCH w empirycznych badaniach finansowych*, Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Mikołaja Kopernika, Toruń.
- Franco Ch., Zakoian J.M. (2009), *GARCH models. Structure, statistical inference and financial applications*, John Wiley & Sons, New York.
- Ganczar M. (2009), *Informatyzacja Administracji Publicznej. Nowa jakość usług publicznych dla obywateli i przedsiębiorców*, CeDeWu, Warszawa.
- Goban-Klas T., Sienkiewicz P. (1999), *Spoleczeństwo informacyjne. Szanse, zagrożenia, wyzwania*, Wydawnictwo Fundacji Postępu Telekomunikacji, Kraków.
- Janiga-Ćmiel A. (2017a), *A comparative analysis of the information society in Poland and selected Countries*, Proceedings of 35<sup>th</sup> International Conference Mathematical Methods In Economics, Hradec Kralove, Czech Republic.
- Janiga-Ćmiel A. (2017b), *The application of stochastic equations to predict purely random phenomena* [w:] A. Sokół, A. Drab-Kurowska, A. Budziewicz-Guźlecka (red.), *Business entities in the face of contemporary economics*, Kartprint, Bratislava.
- Rudnicki M., Jabłoński M. (2011), *Administracja publiczna wobec procesu globalizacji*, Wydawnictwo C.H. Beck, Warszawa.
- Zorska A. (2011), *Chaos czy twórcza destrukcja? Ku nowym modelom w gospodarce i polityce*, Oficyna Wydawnicza SGH, Warszawa.
- [www 1] [www.ec.europa.eu/eurostat](http://www.ec.europa.eu/eurostat) (dostęp: 5.12.2016).

**DEPENDENCY MODELLING OF INFORMATION SOCIETY IN POLAND  
AND SELECTED EU COUNTRIES**

**Summary:** The aim of the analysis is to evaluate dependencies of information society in Poland and selected countries. The evaluation of stochastic dependencies will be performed on the basis of multivariate econometric GARCH-M model. Using the presented models for pairs of the analyzed countries, it was possible to compare the analyzed developments and the mutual influence of the development of Internet usage in one country on the development of Internet use in the other country.

**Keywords:** information society, GARCH-M model, taxonomy.