



Agnieszka Przybylska-Mazur

Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach
Wydział Ekonomii
Katedra Metod Statystyczno-Matematycznych w Ekonomii
agnieszka.przybylska-mazur@ue.katowice.pl

OPTYMALNE REGUŁY WYDATKOWE W PROWADZENIU POLITYKI FISKALNEJ

Streszczenie: Polityka fiskalna obejmuje decyzje rządu na temat wielkości i struktury wydatków publicznych oraz deficytu budżetowego. Jednym ze sposobów podejmowania decyzji są decyzje oparte na regułach. Reguły fiskalne są skutecznym narzędziem ograniczającym generowanie nadmiernego długu publicznego i nadmiernego deficytu budżetowego. Przy prowadzeniu polityki fiskalnej opartej na regułach fiskalnych zostaje wzmocniona ostrożność polityki fiskalnej i obiektywność w realizacji polityki budżetowej. Dlatego istotne praktyczne znaczenie ma znajomość reguły fiskalnej, dzięki której możliwe staje się podejmowanie optymalnych decyzji fiskalnych w różnych fazach cyklu koniunkturalnego. W pracy przedstawiono reguły wydatkowe jako reguły sprzężenia zwrotnego, których zastosowanie pozwala gospodarce rozwijać się zgodnie z pożądanymi ścieżkami. Ponadto pozwalają one na korektę podejmowanych decyzji dotyczących wydatków budżetowych po każdym kwartale. W artykule reguły wydatkowe zostały wyznaczone jako rozwiązanie problemu sterowania optymalnego.

Słowa kluczowe: reguły wydatkowe, polityka fiskalna, reguły sprzężenia zwrotnego, problem sterowania optymalnego.

JEL Classification: H69.

Wprowadzenie

Podstawowe znaczenia przy realizacji polityki gospodarczej w krótkim i średnim okresie, czyli tzw. polityki makroekonomicznej, mają polityka pieniężna i polityka fiskalna.

Finanse publiczne wielu państw Unii Europejskiej znajdują się w stanie trwałej nierównowagi. Pakt Stabilności i Wzrostu ma zagwarantować, że państwa

członkowskie Unii Europejskiej będą utrzymywać finanse publiczne w stanie równowagi i koordynować politykę fiskalną. Pakt ten ma na celu korygowanie nadmiernego długu publicznego lub nadmiernego deficytu budżetowego.

Do 2013 r. w Polsce obowiązywała dyscyplinująca reguła wydatkowa, która ograniczała tempo wzrostu części wydatków budżetowych do prognozowanego wskaźnika inflacji CPI powiększonego o 1 pkt proc. Jej dodatkową wadą był silny procykliczny charakter wynikający z konieczności zacieśniania polityki fiskalnej w sytuacji słabej koniunktury gospodarczej. W czasach wysokiego tempa wzrostu gospodarczego, czyli gdy wzrastają dochody budżetowe, nie działają najczęściej automatyczne mechanizmy, które przygotowują finanse publiczne do okresu spowolnienia gospodarczego i recesji. Od końca 2013 r. do 2015 r. w Polsce obowiązywała stabilizująca reguła wydatkowa, która została wprowadzona jako element wdrożenia unijnych wymogów dotyczących polityki fiskalnej (Dyrektywa 2011/85/UE). Wyznaczała ona limit wydatkowy na każdy rok, a nie tylko w przypadku nierównowagi w finansach publicznych. Celem tej reguły było zapewnienie stabilności finansów publicznych i korygowanie ich ewentualnej nadmiernej nierównowagi, jak również zapobieganie nadmiernemu zaostrzeniu polityki fiskalnej, zwłaszcza w warunkach znacznego spowolnienia gospodarczego. Przy wyznaczaniu limitu wydatków uwzględniano średni wzrost PKB w okresie 8 lat oraz prognozowaną inflację konsumentów. W obliczeniach limitu wydatków stosowany był również mechanizm korygujący, który był uzależniony od progów ostrożnościowych relacji zadłużenia do PKB (43% i 48% PKB). Ta reguła zawierała korektę wynikającą z niedokładnych prognoz inflacji oraz prognozowane działania dyskrecjonalne po stronie dochodowej o znaczącej skali. W przypadku stwierdzenia nierównowagi w finansach publicznych dynamika kwoty wydatków miała zostać odpowiednio skorygowana. Celem tego mechanizmu korygującego było obniżenie lub podwyższenie tempa wzrostu kwoty wydatków poniżej lub odpowiednio powyżej średniokresowego realnego tempa wzrostu PKB, w przypadku gdy występowało nadmierne odchylenia od celu. Mechanizm ten miał zapewnić długookresową stabilność finansów publicznych, rozumianą jako kształtowanie się wyniku sektora na poziomie średniokresowego celu budżetowego MTO.

Obecnie obowiązuje w Polsce modyfikacja stabilizacyjnej reguły wydatkowej, która do obliczania limitu wydatków zamiast prognoz wskaźnika uwzględnia cel inflacyjny RPP, który obecnie wynosi 2,5%. Modyfikacja stabilizacyjnej reguły wydatkowej pozwala na zwiększenie limitu wydatków w warunkach niskiej rzeczywistej inflacji, natomiast zaniża limit wydatków w sytuacji wysokiej inflacji. Ponadto należy zwrócić uwagę na pewną rozbieżność pomiędzy limitem

wydatków a szacowaniem dochodów budżetowych. Do obliczania limitu wydatków, który ma wpływ także na poziom wydatków budżetu państwa, stosuje się cel RPP, podczas gdy dochody budżetowe są konstruowane z uwzględnieniem prognozy inflacji.

W związku z tym w artykule zaproponowano prostą regułę wydatkową minimalizującą odchylenia rzeczywistych wartości zmiennych od ich celu.

1. Znaczenie reguł w prowadzeniu polityki fiskalnej

Polityka fiskalna obejmuje decyzje rządu na temat wielkości i struktury wydatków publicznych oraz deficytu budżetowego. Jednym ze sposobów podejmowania decyzji są decyzje oparte na regułach. Reguły fiskalne są skutecznym narzędziem ograniczającym generowanie nadmiernego długu publicznego i nadmiernego deficytu budżetowego. Przy prowadzeniu polityki fiskalnej opartej na regułach fiskalnych zostaje wzmocniona ostrożność polityki fiskalnej i obiektywność w realizacji polityki budżetowej.

Dlatego istotne praktyczne znaczenie ma znajomość reguły fiskalnej, dzięki której możliwe staje się podejmowanie optymalnych decyzji fiskalnych w różnych fazach cyklu koniunkturalnego.

Wyróżnia się cztery typy reguł fiskalnych:

- reguły wydatkowe,
- reguły długu,
- reguły zrównoważonego budżetu,
- reguły dochodowe.

W dalszej części artykułu skupiono uwagę na regułach wydatkowych, które przedstawiono jako reguły sprzężenia zwrotnego, a których zastosowanie pozwala gospodarce rozwijać się zgodnie z pożądanymi ścieżkami. Ponadto pozwalają one na korektę podejmowanych decyzji dotyczących wydatków budżetowych po każdym kwartale. W artykule reguły wydatkowe zostały przedstawione jako rozwiązanie problemu sterowania optymalnego, którego istotę zaprezentowano w następnym części artykułu.

2. Model dynamiczny i problem kwadratowo-liniowy

Wiele problemów w ekonomii jest modelowanych z wykorzystaniem modeli dynamicznych. Modele te mogą stanowić podstawę do wyznaczenia strategii, której efektem jest osiągnięcie w przyszłości pożądanego wartości wybranych zmiennych, takich jak inflacja i produkcja.

W artykule przy wyznaczaniu reguły sprzężenia zwrotnego polityki fiskalnej wzięto pod uwagę model dynamiczny, który można zapisać w postaci macierzowej następująco [Kendrick i Amman, 2011]:

$$X_{t+1} = A \cdot X_t + B \cdot U_t \text{ dla każdego } t = 0, 1, \dots, N-1 \quad (1)$$

z warunkiem początkowym

$$X_0 = \tilde{X}_0 \quad (2)$$

gdzie:

X_t – wektor zmiennych stanu w okresie t ,

U_t – wektor sterowania w okresie t ,

X_t^* – wektor pożądaných wartości wektora zmiennych stanu w okresie t ,

U_t^* – wektor pożądaných wartości sterowania w okresie t ,

\tilde{X}_0 – ustalona wartość początkowa wektora stanu, wektor stanu w czasie $t = 0$,

A – macierz współczynników wektora stanu, tak zwana macierz towarzysząca,

B – macierz współczynników wektora sterowania, czyli macierz mnożników wpływu zmiennych sterowania,

V_t – dodatnio określona symetryczna macierz kar odchyłeń zmiennych stanu od pożądaných wartości zmiennych stanu; jeżeli V_t jest macierzą diagonalną, to elementy na głównej przekątnej są wagami przypisanymi odchyleniom wektora zmiennych stanu od wektora pożądaných wartości wektora zmiennych stanu,

S_t – dodatnio określona symetryczna macierz kar odchyłeń zmiennych sterowania od pożądanęj ścieżki; jeżeli S_t jest macierzą diagonalną, to elementy na głównej przekątnej traktujemy jako wagi nadane odchyleniom składowych wektora sterowania od pożądaných wartości wektora sterowania.

W artykule jako zmienne stanu wzięto pod uwagę wskaźnik inflacji π_t

i dynamikę PKB Y_t , zatem $X_t = \begin{bmatrix} \pi_t \\ Y_t \end{bmatrix}$, natomiast zmiennymi sterowania są

stopa procentowa i_t i wydatki budżetowe W_t , czyli $U_t = \begin{bmatrix} i_t \\ W_t \end{bmatrix}$. Jako wektory

pożądaných wartości zmiennych stanu i sterowania są równe $X_t^* = \begin{bmatrix} \pi_t^* \\ Y_t^* \end{bmatrix}$

i $U_t^* = \begin{bmatrix} i_t^* \\ D_t^* \end{bmatrix}$, gdzie: π_t^* oznacza cel inflacyjny, Y_t^* – produkcję potencjalną,

i_t^* – naturalną stopę procentową, D_t^* – dochody budżetowe. Ponadto, przyjęto

$$V_t = \begin{bmatrix} \lambda_{\pi t} & 0 \\ 0 & \lambda_{Y t} \end{bmatrix}, S_t = \begin{bmatrix} \lambda_{i t} & 0 \\ 0 & \lambda_{W t} \end{bmatrix}.$$

Obecnie przedstawimy problem kwadratowo–liniowy, który wykorzystujemy do wyznaczenia reguły fiskalnej. Problem kwadratowo-liniowy jest przykładem problemu sterowania deterministycznego. W problemie kwadratowo-liniowym funkcja kryterium jest funkcją kwadratową, a jako warunki ograniczające przyjmuje się liniowy układ równań. Jeżeli w analizach chcemy, aby wartości analizowanych zmiennych ekonomicznych przebiegały zgodnie z pożądaną trajektorią, to powinniśmy rozważyć tzw. problem tropiący (*Tracking Problem*). Zatem w pracy reguła wydatkowa jest rozwiązaniem kwadratowo-liniowego problemu tropiącego (*Quadratic Linear Tracking Problem*).

Kwadratowo-liniowy problem tropiący można sformułować w następujący sposób: dla każdego $t = 0, 1, \dots, N - 1$ należy wyznaczyć wektor sterowania U_t , dla którego funkcja będąca kosztem do przejścia (cost-to-go) [Kendrick 1981] określona wzorem:

$$J = \frac{1}{2} (X_N - X_N^*)^T \cdot V_N \cdot (X_N - X_N^*) + \frac{1}{2} \sum_{t=0}^{N-1} \left((X_t - X_t^*)^T \cdot V_t \cdot (X_t - X_t^*) + (U_t - U_t^*)^T \cdot S_t \cdot (U_t - U_t^*) \right) \quad (3)$$

osiąga minimum.

3. Reguły sprzężenia zwrotnego dla polityki fiskalnej

Optymalną liniową regułą sprzężenia zwrotnego uzyskano jako rozwiązanie problemu (1)-(3), otrzymując dla każdego $t = 0, 1, \dots, N - 1$ następujący wzór [Kendrick i Amman, 2011]:

$$U_t = G_t \cdot X_t + g_t \quad (4)$$

gdzie:

G_t – macierz zysku sprzężenia zwrotnego w okresie t ,

g_t – wektor parametrów sprzężenia zwrotnego w okresie t ,

które obliczamy z następujących wzorów:

$$G_t = -\left(B^T \cdot K_{t+1} \cdot B + S_t^T\right)^{-1} \cdot B^T \cdot K_{t+1} \cdot A \quad (5)$$

$$g_t = -\left(B^T \cdot K_{t+1} \cdot B + S_t^T\right)^{-1} \cdot \left[B^T \cdot p_{t+1} - S_t \cdot U_t^*\right] \quad (6)$$

macierz K_t i wektor p_t spełniają następujące równania Riccatiego:

dla każdego $t = 1, 2, \dots, N-1$

$$K_t = V_t + A^T \cdot K_{t+1} \cdot A - A^T \cdot K_{t+1} \cdot B \cdot \left(B^T \cdot K_{t+1} \cdot B + S_t^T\right)^{-1} \cdot B^T \cdot K_{t+1} \cdot A \quad (7)$$

$$p_t = A^T \cdot p_{t+1} - V_t \cdot X_t^* - A^T \cdot K_{t+1} \cdot B \cdot \left(B^T \cdot K_{t+1} \cdot B + S_t^T\right)^{-1} \cdot \left(B^T \cdot p_{t+1} - S_t \cdot U_t^*\right) \quad (8)$$

a dla $t = N$:

$$K_N = V_N \quad (9)$$

$$p_N = -V_N \cdot X_N^* \quad (10)$$

Z uwzględnieniem postaci macierzowej (4) otrzymana reguła wydatkowa będąca regułą sprzężenia zwrotnego wyraża się następującym wzorem:

$$D_t = G_{21} \cdot \pi_t + G_{22} \cdot Y_t + g_2 \quad (11)$$

Reguła wydatkowa sprzężenia zwrotnego przedstawia zależność poziomu wydatków od rozważanych zmiennych stanu, czyli od wskaźnika inflacji i wielkości produkcji.

4. Analiza empiryczna

Do wyznaczenia wydatkowej reguły sprzężenia zwrotnego wzięto dane kwartalne dotyczące: wskaźnika inflacji (analogiczny okres poprzedniego roku = 100), dynamiki PKB, stopy referencyjnej (wartości na koniec kwartału) oraz wydatków budżetowych. Jako optymalne zmienne stanu przyjęto: cel inflacyjny, potencjalny PKB wyznaczony na podstawie filtra H-P, a jako optymalne współrzędne wektora sterowania wzięto pod uwagę: naturalną stopę procentową wyznaczoną na podstawie filtra H-P oraz dochody budżetowe. Do analiz wzięto pod uwagę dane dla Polski z okresu I kwartał 2007-II kwartał 2016 r. Ponadto

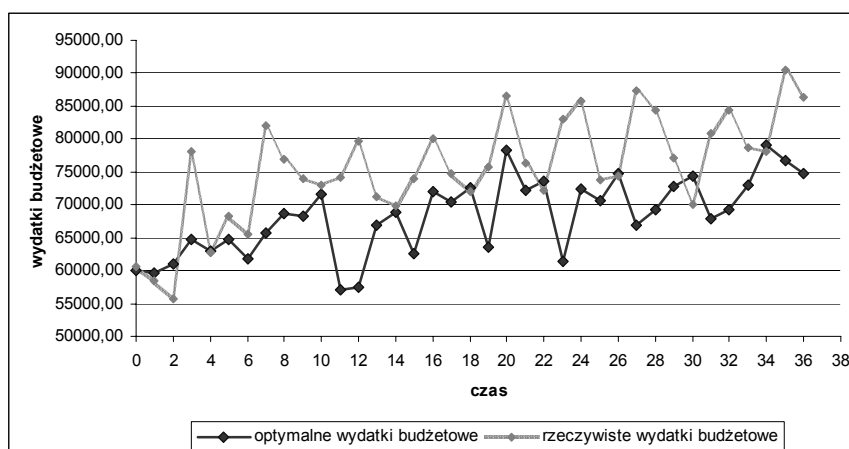
przyjęto stałe wartości wag dla każdego t , czyli $V_t = \begin{bmatrix} 0,5 & 0 \\ 0 & 0,5 \end{bmatrix}$ oraz dla każdego t , $S_t = \begin{bmatrix} 0,5 & 0 \\ 0 & 0,5 \end{bmatrix}$.

Wykorzystując wyznaczone wydatkowe reguły sprzężenia zwrotnego dla okresu I kwartał 2007-I kwartał 2016 r., obliczono optymalne wartości wydatków budżetowych, które zestawiono w poniższej tabeli z rzeczywistymi wartościami wydatków budżetowych.

Tabela 1. Optymalne i rzeczywiste wartości wydatków budżetowych

Rok	Kwartał	Optymalne wydatki budżetowe	Rzeczywiste wydatki budżetowe
2007	1	59 950,20	60 573,50
	2	59 577,60	58 419,80
	3	61 052,20	55 752,10
	4	64 659,50	78 152,80
2008	1	63 046,40	62 856,60
	2	64 671,90	68 230,00
	3	61 706,00	65 515,80
	4	65 726,90	82 071,90
2009	1	68 662,10	76 946,70
	2	68 193,00	74 071,50
	3	71 601,50	72 907,50
	4	57 022,10	74 102,80
2010	1	57 429,10	79 729,70
	2	66 912,00	71 290,20
	3	68 939,60	69 878,80
	4	62 587,90	73 995,20
2011	1	72 074,50	80 087,60
	2	70 357,60	74 797,00
	3	72 537,20	72 023,90
	4	63 520,70	75 773,10
2012	1	78 200,10	86 489,40
	2	72 201,20	76 317,00
	3	73 673,10	72 244,40
	4	61 320,80	82 951,10
2013	1	72 412,10	85 773,50
	2	70 625,10	73 833,00
	3	74 793,20	74 394,90
	4	66 974,90	87 343,90
2014	1	69 346,50	84 465,90
	2	72 869,10	77 154,10
	3	74 352,20	70 015,10
	4	67 825,30	80 884,40
2015	1	69 197,70	84 485,40
	2	73 022,70	78 677,40
	3	79 091,00	78 019,00
	4	76 818,00	90 561,60
2016	1	74 792,80	86 405,20

Otrzymane wyniki zestawiono również na wykresie 1.



Wykres 1. Optymalne i rzeczywiste wartości stopy wydatków budżetowych

Analizując wartości optymalnych wydatków budżetowych wyznaczone na podstawie zaproponowanych reguł fiskalnych, będących rozwiązaniem problemu kwadratowo-liniowego, które są regułami sprzężenia zwrotnego oraz przyjmując jako wartość pożądaną wydatków budżetowych wartości dochodów budżetowych, stwierdzono, że optymalne kwartalne wydatki budżetowe są niższe od rzeczywistych.

Ponadto należy zaznaczyć, że przy realizacji skutecznej polityki gospodarczej istotne znaczenie ma koordynacja pomiędzy polityką fiskalną i polityką pieniężną. Zatem, aby osiągnąć minimalne odchylenie wskaźnika inflacji od celu inflacyjnego oraz produkcji od wartości potencjalnej, należy odpowiednio sterować nie tylko wydatkami budżetowymi, ale również instrumentem polityki pieniężnej, którym w artykule jest stopa procentowa. W związku z tym w poniższej tabeli zaprezentowano uzyskane na podstawie zaprezentowanego modelu optymalne wartości stopy referencyjnej, zestawiając je dodatkowo z rzeczywistymi wartościami stopy referencyjnej w okresie I kwartał 2007-I kwartał 2016 r.

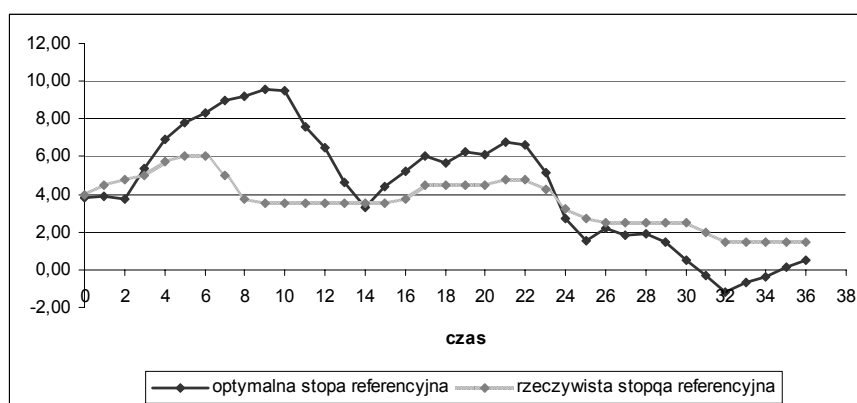
Tabela 2. Optymalne i rzeczywiste wartości średniej rocznej stopy referencyjnej

Rok	Kwartał	Optymalna stopa referencyjna	Rzeczywiste stopa referencyjna (na koniec kwartału)
<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>
2007	1	3,81	4,00
	2	3,87	4,50
	3	3,76	4,75
	4	5,36	5,00

cd. tabeli 2

1	2	3	4
2008	1	6,89	5,75
	2	7,77	6,00
	3	8,28	6,00
	4	8,95	5,00
2009	1	9,20	3,75
	2	9,57	3,50
	3	9,51	3,50
	4	7,58	3,50
2010	1	6,47	3,50
	2	4,62	3,50
	3	3,33	3,50
	4	4,43	3,50
2011	1	5,20	3,75
	2	6,04	4,50
	3	5,68	4,50
	4	6,29	4,50
2012	1	6,14	4,50
	2	6,75	4,75
	3	6,65	4,75
	4	5,14	4,25
2013	1	2,69	3,25
	2	1,55	2,75
	3	2,18	2,50
	4	1,82	2,50
2014	1	1,87	2,50
	2	1,49	2,50
	3	0,50	2,50
	4	-0,28	2,00
2015	1	-1,22	1,50
	2	-0,69	1,50
	3	-0,35	1,50
	4	0,16	1,50
2016	1	0,47	1,50

Otrzymane wyniki zestawiono również na wykresie 2.



Wykres 2. Optymalne i rzeczywiste wartości stopy referencyjnej

Podsumowanie

W pracy wyznaczono wydatkowe reguły sprzężenia zwrotnego, które są rozwiązaniem problemu kwadratowo-liniowego należącego do zagadnień sterowania optymalnego. W prostej optymalnej regule sprzężenia zwrotnego dla polityki fiskalnej wydatki budżetowe zależą od dwóch podstawowych zmiennych: od wskaźnika inflacji i dynamiki PKB.

Ponieważ gospodarkę można traktować jako pewien układ dynamiczny ze sterowaniem, zatem wykorzystanie w praktyce rozwiązania problemu kwadratowo-liniowego, którym jest wyznaczona powyżej reguła fiskalna, pozwoli gospodarce rozwijać się zgodnie z pożądaną ścieżką. W artykule wzięto pod uwagę jako zmienne stanu dwie podstawowe zmienne, takie jak inflacja i dynamika PKB, których kształtowanie jest brane pod uwagę przy podejmowaniu decyzji polityki fiskalnej i pieniężnej. Ponieważ w badaniach skupiono się na regule wydatkowej ze względu na jej duże znaczenie przy prowadzeniu polityki fiskalnej, jako zmienną sterowania będącą instrumentem polityki fiskalnej wykorzystano wydatki budżetowe.

Wyznaczone reguły wydatkowe pozwoliły na obliczenie optymalnych kwartalnych wartości wydatków budżetowych w okresie I kwartał 2007-I kwartał 2016 r., czyli przeprowadzono analizę *ex post*. Znając wartości prognozowane zmiennych stanu, czyli wskaźnika inflacji i dynamiki PKB, oraz prognozy wartości poświadczonych wydatków budżetowych, stopy referencyjnej, wskaźnika inflacji i dynamiki PKB, można wyznaczyć reguły fiskalne dla okresu prognozowanego, a na ich podstawie optymalne wartości prognozowane wydatków budżetowych.

Literatura

- Debortoli, D., Nunes R. (2012), *Lack of commitment and the level of debt*, „Journal of the European Economic Association”, Vol. 11, Issue 5, s. 1053-1078.
- Kendrick D.A. (1981), *Stochastic control for economic models*, McGraw-Hill, New York.
- Kendrick D.A., Amman H.M. (2011), *A Taylor rule for fiscal policy*, Utrecht School of Economics, Tjalling C. Koopmans Research Institute, Discussion Paper Series 11-17, October.
- Marchewka-Bartkowiak K. (2012), *Reguły fiskalne w warunkach kryzysu finansów publicznych*, „Ekonomia i Prawo. Economics and Law”, Vol. 10, No. 3.
- Marattin L., Marzo M. (2008), *An (un)pleasant arithmetic of fiscal policy: the case of Italian public debt*, Working Paper of Department of Economics – University of Bologna, No. 625.

Sutherland D., Hoeller P., Merola R. (2012), *Fiscal consolidation. Part 1. How much is needed and how to reduce debt to a prudent level?* OECD Economics Department Working Paper, No. 932.

THE IMPORTANCE OF EXPENDITURE RULES IN THE CONDUCT OF FISCAL POLICY

Summary: Fiscal policy includes government decisions on the size and structure of public expenditure and the budget deficit. One of the ways of making decisions are decisions based on rules. The fiscal rules are an effective tool for limiting of the generation of excessive public debt and excessive budget deficits. Conducting fiscal policy based on rules is strengthened the fiscal prudence and the objectivity in the realization of fiscal policy. Therefore, significant practical importance has the knowledge of a fiscal rule by which it is possible the optimal fiscal decisions-making in different phases of the business cycle. In this paper we present the expenditure rules as the feedback rule. The application of this rules allows the economy to grow in accordance with the desired paths. In addition, they allow to correction of decisions concerning budgetary spending after each quarter. In this article we present the expenditure rules as a solution of the optimal control problem.

Keywords: expenditure rules, fiscal policy, feedback rules, optimal control problem.