



Katarzyna Zeug-Żebro

Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach
Wydział Zarządzania
Katedra Statystyki, Ekonometrii i Matematyki
katarzyna.zeug-zebro@ue.katowice.pl

ANALIZA WPLYWU ZASTOSOWANIA REDUKCJI POZIOMU SZUMU LOSOWEGO NA POZIOM RYZYKA INWESTYCYJNEGO

Streszczenie: W pracy przeprowadzono analizę wpływu zastosowania redukcji szumu losowego na poziom ryzyka inwestycyjnego mierzonego nieklasyczną miarą ryzyka, tj. wymiarem fraktalnym. Wymiar fraktalny jest jedną z charakterystyk dynamiki chaotycznej i bada, w jakim stopniu analizowany obiekt (szereg) wypełnia przestrzeń, w której jest zamknięty. W inwestycjach miara ta określa zmienność stopy zwrotu i im większa jej wartość, tym większe ryzyko związane z inwestowaniem w dany instrument finansowy. W celu wyznaczenia wymiaru fraktalnego zastosowano metodę segmentowo-wariacyjną i analizę R/S. W badaniach pod uwagę wzięto finansowe szeregi czasowe złożone z cen zamknięcia wybranych indeksów giełdowych oraz akcji spółek notowanych na GPW w Warszawie.

Słowa kluczowe: redukcja szumu losowego, ryzyko inwestycyjne, wymiar fraktalny, metoda segmentowo-wariacyjna, analiza R/S.

JEL Classification: G11, C02.

Wprowadzenie

Wieloletnie badania związane z analizą ryzyka inwestycyjnego wykazały, że zastosowanie wymiaru fraktalnego, będącego jedną z charakterystyk dynamiki chaotycznej, jako miary ryzyka oraz jako wsparcie w doborze papierów wartościowych do portfela, jest istotnym elementem badań dotyczących analizy portfelowej [Miskiewicz-Nawrocka, Zeug-Żebro, 2014]. Wynika to z interpretacji tego narzędzia, tj. jeśli ryzyko jest zdefiniowane jako zmienność ceny i jeśli większa zmienność oznacza większe ryzyko, to wyższe wartości wymiaru frak-

talnego (jako miary zmienności) określają inwestycje bardziej ryzykowne [Przekota, Waściński, 2012].

Rzeczywiste szeregi czasowe, w tym finansowe, cechują się obecnością szumu losowego. Fakt ten może znacząco utrudnić trafne identyfikowanie analizowanych zależności, co uzasadnia stosowanie metod redukcji szumu. Najczęściej stosowaną procedurą filtracji jest metoda najbliższych sąsiadów zaproponowana przez T. Schreibera [1993]. Pierwotnie została ona stworzona w celu prognozowania, jednak późniejsze prace badawcze pokazały, że jest ona również dobrym narzędziem umożliwiającym redukcję szumu w szeregach czasowych.

Celem artykułu jest ocena wpływu zastosowania redukcji szumu losowego metodą najbliższych sąsiadów na poziom ryzyka portfela inwestycyjnego. Badanie przeprowadzono, opierając się o nieklasyczną miarę ryzyka, jaką jest wymiar fraktalny. Do oszacowania tego wymiaru posłużono się metodą segmentowo-wariacyjną oraz analizą R/S. Badania empiryczne przeprowadzono na podstawie rzeczywistych danych natury ekonomicznej – finansowe szeregi czasowe utworzone z logarytmów dziennych stóp zwrotu cen zamknięcia WIG, WIG20, WIGBANKI wybranych spółek notowanych na GPW w Warszawie, wchodzących w skład indeksu giełdowego WIG20. Dane obejmują okres od 2.01.2013 r. do 24.03.2017 r. Obliczenia przeprowadzono przy użyciu programów napisanych przez autorkę w języku programowania Delphi, pakietu Microsoft Excel oraz TISEAN¹.

1. Redukcja szumu metodą najbliższych sąsiadów

Rzeczywiste szeregi czasowe x_t to układy dynamiczne, które można przedstawić w postaci sumy części deterministycznej \bar{x}_t oraz stochastycznej ξ_t (tj. szumu losowego składającego się z szumu obserwacyjnego, systemowego lub ich kombinacji):

$$x_t = \bar{x}_t + \xi_t \quad (1)$$

Główną przyczyną występowania szumu obserwacyjnego w szeregach czasowych są błędy pomiaru oraz błędy zaokrągleń, natomiast szumu systemowego – czynniki egzogeniczne wpływające na dynamikę układu, których identyfikacja jest niemożliwa [Stawicki, 1993].

Redukcja szumu losowego pozwala poznać własności szeregu \bar{x}_t , tj. części deterministycznej rzeczywistego szeregu czasowego, na podstawie analizy sze-

¹ Darmowy program autorstwa H. Kantza i T. Schreibera.

regu obserwacji x_t . Jednym z narzędzi służącym takiej filtracji, zasługującym na wyróżnienie, jest metoda najbliższych sąsiadów [Kantz, Schreiber, 1997]. Podstawą tej procedury jest rekonstrukcja przestrzeni stanów metodą opóźnień² [Takens, 1981]. Rekonstrukcja pozwala, na podstawie jednowymiarowego szeregu czasowego obserwacji, odtworzyć przestrzeń stanów układu dynamicznego. Elementami zrekonstruowanej przestrzeni stanów są wektory opóźnień, tzw. d -historie postaci [Zawadzki, 1996]:

$$\hat{x}_t^d = (x_t, x_{t-\tau}, \dots, x_{t-(d-1)\tau}) \quad (2)$$

gdzie:

x_t – obserwacja szeregu czasowego w momencie t ,

d – wymiar zanurzenia,

τ – opóźnienie czasowe, $(d-1)\tau + 1 \leq t \leq N$.

Do szacowania wielkości opóźnienia czasowego najczęściej wykorzystuje się algorytmy oparte na funkcji autokorelacji [Nowiński, 2007], natomiast w celu wyznaczenia wartości wymiaru zanurzenia powszechnie stosuje się metodę najbliższego pozornego sąsiada – *MNPS* autorstwa Kennela, Browna, Abarbanela [1992; Cao, 2001].

Redukcja szumu losowego metodą najbliższych sąsiadów, polegająca na wyznaczaniu wartości \bar{x}_l , $1 < l < N$ szeregu czasowego x_t , przebiega według następującego algorytmu [Kantz, Schreiber, 1997]:

Krok 1. Dla oszacowanego wymiaru zanurzenia d oraz opóźnienia czasowego $\tau = 1$ tworzy się wektor opóźnień \hat{x}_t^d tak, aby filtrowana obserwacja x_t była jedną ze środkowych współrzędnych wektora \hat{x}_t^d , np. wektor o postaci:

- $\hat{x}_{l-\frac{d}{2}}^d$ dla parzystej wartości wymiaru zanurzenia,
- $\hat{x}_{l-\frac{d+1}{2}}^d$ dla nieparzystej wartości d .

Krok 2. Następnie ustala się K^3 najbliższych sąsiadów (w sensie odległości euklidesowej) wektora $\hat{x}_{l-\frac{d}{2}}^d$:

$$\hat{x}_{v_1-\frac{d}{2}}^d, \hat{x}_{v_2-\frac{d}{2}}^d, \dots, \hat{x}_{v_k-\frac{d}{2}}^d \quad (3)$$

² Wśród innych metod rekonstrukcji wyróżnić można analizę czynnikową wprowadzoną przez D.S. Broomheada i P. Kinga [Broomhead, King, 1986] oraz metodę pochodnych [Packard i in., 1980].

³ W literaturze często spotyka się postulat, aby liczba najbliższych sąsiadów spełniała warunek $2(d+1) \leq K < N - (d-1)\tau$ [Guégan, Leroux, 2009].

Krok 3. Ostatecznie na podstawie wyznaczonych najbliższych sąsiadów wyznacza się wartość deterministyczną \bar{x}_l :

$$\bar{x}_l = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^k x_{v_i} \quad (4)$$

Jednym z narzędzi mierzącym efektywność filtracji szeregu jest współczynnik poziomu redukcji szumu NRL_1 [Orzeszko, 2005]. Bada on zależność pomiędzy siłą szumu dodawanego do układu a strukturą geometryczną jego atraktora. Zależność ta polega na „pogrubianiu” atraktora i oddalaniu się bliskich sobie stanów w stopniu proporcjonalnym do siły szumu. Współczynnik ten wyraża się wzorem:

$$NRL_1(d) = \frac{\frac{1}{T} \sum_{i=1}^T m_i}{\frac{1}{T} \sum_{i=1}^T M_i} \quad (5)$$

gdzie m_i i M_i oznaczają odległości od i -tego stanu (d – historii) do jego najbliższego i najdalszego sąsiada.

Stosowanie powyższej miary pozwala na wybór szeregów o najniższym poziomie szumu losowego. W celu ustalenia optymalnego szeregu przeprowadza się redukcję szumu losowego oryginalnego szeregu dla różnych wymiarów zanurzenia oraz różnej ilości najbliższych sąsiadów wektora \hat{x}_i^d .

2. Wymiar fraktalny jako miara ryzyka inwestycji

Wymiar fraktalny jest uogólnieniem wymiaru euklidesowego i służy do opisu skomplikowanych strukturalnie obiektów geometrycznych, np. szeregów czasowych. Wymiar ten bada, w jakim stopniu analizowany obiekt (szereg) wypełnia przestrzeń, w której jest zanurzony [Orzeszko, 2010]. Jego cechą charakterystyczną jest to, że może on przyjmować wartości niecałkowite.

W przypadku szeregów szybkozmiennych (antypersystentnych⁴), im wyższy jest wymiar fraktalny, tym częściej można obserwować odwracanie się trendu. Z kolei dla szeregów wolnozmiennych (persystentnych), im niższa wartość tego wymiaru, tym zjawisko wzmocnienia trendu jest silniejsze. Z tego względu wymiar fraktalny został uznany za istotną charakterystykę szeregów czasowych

⁴ Dla szeregu antypersystentnego wymiar fraktalny jest większy od 1,5, zaś dla szeregu persystentnego $D(N) \leq 1,5$.

pochodzących z rynku finansowego, pozwalającą na ocenę ryzyka inwestycyjnego [Bula, 2012].

W celu wyznaczenia wymiaru fraktalnego obiektu geometrycznego A , szacuje się minimalną liczbę domkniętych hipersześcianów potrzebnych do jego pokrycia. Wymiar ten można obliczyć, korzystając ze wzoru:

$$D(A) = \lim_{\varepsilon \rightarrow \infty} \frac{\ln L(A, \varepsilon)}{\ln\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)} \quad (6)$$

gdzie $L(A, \varepsilon)$ jest minimalną liczbą hipersześcianów o boku długości ε .

W pierwszym kroku szacowania wymiaru fraktalnego szeregu czasowego $\{x_t\}$ wyznacza się na płaszczyźnie punkty o współrzędnych (t, x_t) . Następnie, łącząc je kolejno odcinkami, otrzymuje się linię łamaną K . Wymiar fraktalny tak skonstruowanej łamanej K jest wymiarem szeregu czasowego.

2.1. Metoda segmentowo-wariacyjna

Jedną z najpopularniejszych metod szacowania wymiaru fraktalnego jest metoda wariacyjna [Dubuc i in., 1989]. Jej rozszerzeniem jest metoda segmentowo-wariacyjna S-W zaproponowana przez M. Zwolankowską [2000]. Według tej metody wymiar fraktalny szeregu czasowego $\{x_1, x_2, \dots, x_N\}$ można wyznaczyć, obliczając granicę:

$$D(N) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\ln L(K, \varepsilon)}{\ln\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)} \quad (7)$$

gdzie $L(K, \varepsilon)$ jest minimalną liczbą kwadratów o boku długości ε pokrywających linię łamaną K . Wzór (7) można przekształcić do prostszej, równoważnej postaci, podstawiając za $L(K, \varepsilon)$ następującą formułę:

$$L(K, \varepsilon) = \frac{P(K, \varepsilon)}{\varepsilon^2} \quad (8)$$

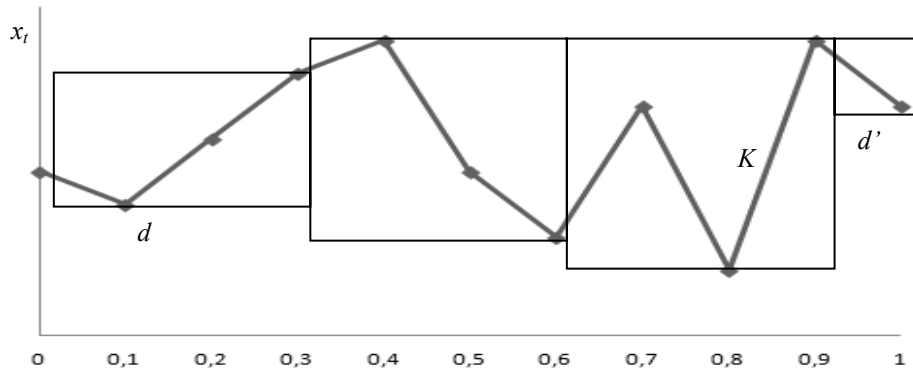
gdzie $P(K, \varepsilon)$ jest polem pokrywającym całą łamaną K . Dodatkowo można przyjąć, że dla dostatecznie małych wartości ε prawdziwy jest wzór:

$$D(N) \approx \frac{\ln \frac{P(K, \varepsilon)}{\varepsilon^2}}{\ln\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)} \quad (9)$$

Algorytm metody segmentowo-wariacyjnej powstał na podstawie wzoru (9) i przebiega według następujących kroków:

Krok 1. W pierwszej kolejności, dla każdej obserwacji szeregu czasowego $\{x_1, x_2, \dots, x_N\}$ należy wyznaczyć punkt o współrzędnych $\left(\frac{t-1}{N-1}, x_t\right)$ ⁵, dla $t = 1, 2, \dots, N$, a następnie połączyć te punkty odcinkami, tworząc linię łamaną K .

Krok 2. Następnie wyznaczona łamana K zostaje pokryta prostokątami rozpiętymi nad n ($n \geq 2$, $n \in N$), kolejnymi punktami (rys. 1). Otrzymuje się w ten sposób $k = \left\lceil \frac{N-1}{n-1} \right\rceil$ ⁶ prostokątów, każdy o podstawie $d = \frac{n-1}{N-1}$.



Rys. 1. Konstrukcja pokrycia n punktów linii łamanej K

Krok 3. Jeśli iloraz $\frac{N-1}{n-1}$ jest liczbą całkowitą, wtedy kolejne wyznaczone prostokąty zostają oznaczone następująco:

$$P_*(n) = [a_j; b_j] \times [a'_j; b'_j] \quad (10)$$

gdzie:

$$a_j = (j-1) \cdot d, b_j = j \cdot d$$

$$a'_j = \min\{K(x); x \in [a_j; b_j]\}, b'_j = \max\{K(x); x \in [a_j; b_j]\}$$

W przeciwnym wypadku, po przeprowadzeniu procedury pozostaje niepokrytych $N - (n-1) \cdot k - 1$ ostatnich punktów łamanej K . Punkty te pokrywa się dodatkowym prostokątem o podstawie $d' = \frac{N - (n-1) \cdot k - 1}{N-1}$:

⁵ Pierwsze współrzędne naniesionych punktów są równo oddalone od siebie.

⁶ Symbol $\lceil \cdot \rceil$ oznacza część całkowitą liczby.

$$P_*(n) = [b_k; 1] \times [a'; b'] \quad (11)$$

gdzie:

$$a' = \min\{K(x); x \in [b_k; 1]\}, \quad b' = \max\{K(x); x \in [b_k; 1]\}.$$

Krok 4. Następnie należy obliczyć pole pokrycia linii łamanej K zgodnie ze wzorem:

$$P(K, d) = \sum_{j=1}^k d \cdot (b'_j - a'_j) + d' \cdot (b' - a') \quad (12)$$

Krok 5. Ostatecznie, przekształcając wzór (9) do postaci:

$$D(N) \cdot \ln \frac{1}{d} \approx \ln \frac{\sum_{j=1}^k d \cdot (b'_j - a'_j) + d' \cdot (b' - a')}{d^2} \quad (13)$$

wymiar fraktalny szeregu czasowego zostaje oszacowany jako współczynnik re-

gresji zmiennych $\ln \frac{1}{d}$ i $\ln \frac{\sum_{j=1}^k d \cdot (b'_j - a'_j) + d' \cdot (b' - a')}{d^2}$.

2.2. Analiza przeskalowanego zakresu

Kolejną omawianą techniką obliczania wymiaru fraktalnego szeregu czasowego $\{x_i\}$ jest metoda oparta na wykładniku Hursta, zwana analizą przeskalowanego zakresu lub w skrócie analizą R/S. Analiza ta służy również do badania istnienia efektu długiej pamięci i z tego powodu stosowana jest m.in. do identyfikacji chaosu w szeregach czasowych.

Dla szeregu obserwacji $\{x_1, x_2, \dots, x_N\}$ przebiega ona w następujących etapach [Chun, Kim, Kim, 2002]:

Krok 1. Szereg $\{x_1, x_2, \dots, x_N\}$ zostaje przekształcony w ciąg $m = N - 1$ logarytmicznych stóp zwrotu:

$$y_k = \log \left(\frac{x_{k+1}}{x_k} \right), \quad k = 1, 2, \dots, N - 1 \quad (14)$$

Krok 2. Niech $T, q \in N$ i $T \cdot q = m$, wówczas istnieje T podprzedziałów I_j , każdy o długości $q, j = 1, \dots, T$. Ponadto niech każdy składnik podprzedziału I_j będzie oznaczony przez y_{ij} , gdzie $i = 1, \dots, q$. Średnia wartość dla j -tego podciągu wynosi:

$$\bar{y}_j = \frac{\sum_{i=1}^q y_{ij}}{q} \quad (15)$$

Krok 3. W kolejnym etapie każdy podciąg zostaje scentrowany poprzez odjęcie średniej arytmetycznej:

$$z_{ij} = y_{ij} - \bar{y}_j \quad (16)$$

i zdefiniowanie ciągu sum częściowych z_{ij} :

$$p_{ij} = \sum_{l=1}^i z_{lj}, \quad i = 1, 2, \dots, q, j = 1, 2, \dots, T \quad (17)$$

Krok 4. Następnie należy obliczyć rozstępy skumulowanych szeregów czasowych według wzoru:

$$R_j = \max(p_{ij}) - \min(p_{ij}) \quad (18)$$

Krok 5. Kolejny etap algorytmu to wyznaczanie rozstępów przeskalowanych dla każdego skumulowanego szeregu czasowego, tzn. każdy rozstęp zostaje podzielony przez odchylenie standardowe tego szeregu:

$$\alpha_{jq} = R_j / S_j \quad (19)$$

gdzie:

$$S_j = \sqrt{\frac{1}{q} \sum_{i=1}^q z_{ij}^2}.$$

Krok 6. Ostatecznie należy obliczyć:

$$(R/S)_q = (1/T) \sum_{j=1}^T \alpha_{jq} \quad (20)$$

Powyższą procedurę przeprowadza się dla różnych długości szeregu czasowego q , $10 \leq q \leq \frac{m}{2}$. W ten sposób otrzymujemy zależność wielkości R/S od długości szeregu q . Aby wyznaczyć wykładnik Hursta, należy zlogarytmować następującą zależność:

$$(R/S)_q = cq^H \quad (21)$$

gdzie: H jest wykładnikiem Hursta, c jest stałą, a t jest wartością oczekiwaną przeskalowanego zakresu:

$$\ln((R/S)_q) = \ln c + H \ln q \quad (22)$$

Wykładnik Hursta jest współczynnikiem kierunkowym regresji liniowej.

Wymiar fraktalny $D(N)$ szeregu czasowego obliczony na podstawie wykładnika Hursta H szacuje się za pomocą następującego wzoru [Zwolankowska, 2000]:

$$D(N) = 2 - H \quad (23)$$

3. Wyniki badań empirycznych

Badaniu poddano szeregi finansowe [www 1] utworzone z cen zamknięcia indeksów giełdowych WIG, WIG20, WIG-BANKI oraz wybranych spółek notowanych na GPW w Warszawie wchodzących w skład indeksu WIG20 (tab. 1). Dane obejmują okres od 2.01.2014 r. do 24.03.2017 r.

Analiza wymienionych wyżej szeregów czasowych przebiegała w następujących etapach:

1. Redukcja poziomu szumu losowego metodą najbliższych sąsiadów.
2. Szacowanie wymiaru fraktalnego na podstawie:
 - 2.1. Analizy R/S;
 - 2.2. Metody segmentowo-wariacyjnej;dla indeksów i pozostałych finansowych szeregów czasowych.
3. Wyznaczenie odchylenia standardowego stóp zwrotu σ .

Zgodnie z powyższym schematem, pierwszym etapem badań była redukcja poziomu szumu losowego metodą najbliższych sąsiadów⁷. Aby dokonać filtracji, ustalono wartość czasu opóźnienia $\tau = 1$ oraz wartości dwóch parametrów: wymiar zanurzenia $d = 2, 3, 5, 7, 10$ oraz promień otoczenia $\rho = 0,1; 0,3; 0,5; 1; 1,5; 2$.

W celu oceny redukcji poziomu szumu metodą najbliższych sąsiadów wykorzystano miarę $NRL_1(i)$ ⁸ dla $i = 2, 3, \dots, 10$. W tabeli 1 zawarto najniższe wartości współczynnika NRL_1 obliczonego dla wybranych szeregów finansowych oraz odpowiadające im wartości wymiaru zanurzenia i promienia otoczenia. Przefiltrowane szeregi oznaczono symbolem *NazwaSzeregu_red*.

⁷ Redukcję szumu przeprowadzono przy wykorzystaniu darmowego programu TISEAN autorstwa H. Kantza i T. Schreiber.

⁸ W celu obliczenia współczynnika NRL posłużono się programem autora napisanym w języku programowania Delphi.

Tabela 1. Wartości miary NRL_1 dla szeregów przefiltrowanych

Nazwa szeregu	Parametry filtracji		NRL_1
	d	ρ	
WIG_red	3	1	0,0053
WIG20_red	2	1,5	0,0046
WIGBANKI_red	2	1,5	0,0049
PKNORLEN_red	5	1,5	0,0029
PKOBP_red	10	1,5	0,0031
PZU_red	7	1,5	0,0030
KGHM_red	2	1	0,0035
ORANGE_red	10	1	0,0027

W kolejnym kroku badań oszacowano wymiar fraktalny, wykorzystując analizę przeskalowanego zakresu i metodę segmentowo-wariacyjną. Otrzymane wartości przedstawiono w tab. 2 i 3⁹, gdzie dodatkowo przedstawiono wartości odchylenia standardowego stóp zwrotu badanych szeregów czasowych.

Tabela 2. Wyniki szacowania wymiaru fraktalnego i odchylenia standardowego dla szeregów czasowych wybranych indeksów giełdowych

Szereg	Wymiar fraktalny D^*		σ
	R/S	S-W	
WIG	1,4360	1,4686	0,0093
WIG_red	1,4360	1,4686	
WIG20	1,4521	1,5044	0,0109
WIG20_red	1,4519	1,5044	
WIGBANKI	1,4534	1,4430	0,0131
WIGBANKI_red	1,4534	1,4430	

* R/S – analiza przeskalowanego zakresu.

S-W – metoda segmentowo-wariacyjna.

Rezultaty przedstawione w tab. 2 pokazują, że w wyniku zastosowania analizy R/S dla szeregów czasowych wybranych indeksów giełdowych uzyskano zbliżone wartości wymiaru fraktalnego. Dla metody S-W wartości te są bardziej zróżnicowane. Należy również zwrócić uwagę na to, że redukcja poziomu szumu losowego w tych szeregach nie wpłynęła na wynik szacowania wymiaru fraktalnego. Najniższy poziom ryzyka można obserwować w przypadku indeksu giełdowego WIG (analiza R/S i odchylenie standardowe stóp zwrotu) oraz dla WIGBANKI (metoda S-W).

⁹ W celu oszacowania wymiaru fraktalnego na podstawie metod R/S i S-W posłużono się programami autora napisanymi w języku programowania Delphi.

Tabela 3. Wyniki szacowania wymiaru fraktalnego i odchylenia standardowego dla szeregów czasowych wybranych spółek wchodzących w skład indeksu WIG20

Szereg	Wymiar fraktalny D^*		σ
	R/S	S-W	
PKNORLEN	1,4518	1,4415	0,0185
PKNORLEN_red	1,4095	1,4030	
PKOBP	1,4899	1,4869	0,0165
PKOBP_red	1,3587	1,3903	
PZU	1,4986	1,4811	0,0157
PZU_red	1,4150	1,3997	
KGHM	1,4198	1,4030	0,0226
KGHM_red	1,4196	1,3996	
ORANGEPL	1,4450	1,4266	0,0203
ORANGEPL_red	1,3147	1,2983	

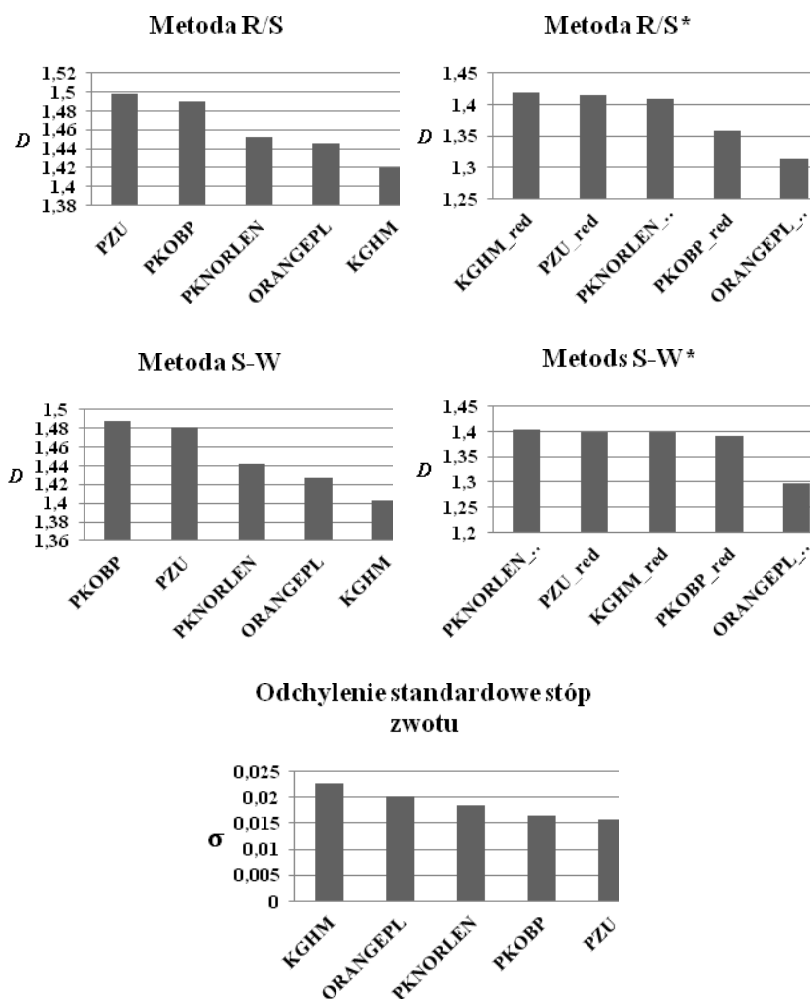
* R/S – analiza przeskalowanego zakresu.

S-W – metoda segmentowo-wariacyjna.

Oszacowane wartości wymiaru fraktalnego dla przefiltrowanych szeregów czasowych (tab. 3) są zdecydowanie niższe. Jedyny wyjątek stanowi spółka KGHM, dla której wartość wymiaru fraktalnego uległa znikomej zmianie.

Wymiar fraktalny oszacowany na podstawie indeksu WIG20 oraz przeciętne wymiary fraktalne dla spółek tworzących ten indeks różnią się od siebie. Najbardziej zbliżone wartości uzyskano dla szeregów PKNORLEN i ORANGEPL (analiza R/S), PKOBP i PZU (metoda S-W). Świadczy to o tym, że inwestowanie w akcje jest tak samo ryzykowne, jak inwestowanie w portfel, który reprezentuje indeks WIG20. Dla pozostałych spółek otrzymano odmienną konkluzję, tj. inwestowanie w te spółki jest mniej lub bardziej ryzykowne.

Według rankingów przedstawionych na rys. 2 dotyczących wartości wymiaru fraktalnego, najniższym ryzykiem charakteryzowały się spółki ORANGEPL i KGHM, najwyższym natomiast spółki PKOBP i PZU. Zaskakujące są wyniki pomiaru ryzyka odchyleniem standardowym, gdyż uzyskano odwrotne wyniki niż w przypadku szacowania ryzyka wymiarem fraktalnym, tj. inwestycja w spółki PKOBP i PZU jest najmniej ryzykowna, natomiast najbardziej ryzykowna – w spółki ORANGEPL i KGHM. W wyniku redukcji poziomu szumu losowego w analizowanych szeregach sytuacja w rankingu uległa zmianie. Najwyższe ryzyko można obserwować w przypadku spółek KGHM, PKNORLEN i PZU, najniższe dla PKOBP i ORANGEPL.



Rys. 2. Ranking spółek utworzony według wartości wyznaczonych miar ryzyka

* Wyniki uzyskane dla przefiltrowanych szeregów.

Podsumowanie

W opracowaniu przeprowadzono analizę ryzyka wybranych finansowych szeregów czasowych na podstawie wymiaru fraktalnego i odchylenia standardowego. W celu oszacowania wymiaru fraktalnego posłużono się analizą przeskalowanego zakresu (R/S) oraz metodą segmentowo-wariacyjną (S-W). Następnie badanie powtórzono, wykorzystując w analizie szeregi przefiltrowane metodą najbliższych sąsiadów. Na podstawie uzyskanych rezultatów można

stwierdzić, że redukcja poziomu szumu losowego niestety nie ma istotnego wpływu na wartość ryzyka inwestycyjnego mierzonego wymiarem fraktalnym. W przypadku szeregów czasowych wybranych indeksów giełdowych wartości tej miary w ogóle nie uległy zmianie, natomiast w przypadku spółek zaobserwowano nieznaczny ich spadek. Jednakże ta niewielka zmiana wartości wymiaru fraktalnego spowodowała zmianę miejsc w rankingu spółek, utworzonym według wartości miar ryzyka. Zgodnie z analizą przeskalowanego zakresu spółka o najniższym poziomie ryzyka po filtracji zajęła ostatnie miejsce, natomiast w przypadku zastosowania metody S-W obserwowano spadek w rankingu na miejsce trzecie.

Podsumowując, analiza fraktalna rynków kapitałowych stanowi istotne uzupełnienie klasycznych metod analiz. Dzięki niej można ocenić ryzyko inwestowania w wybrane spółki giełdowe, a także prawdopodobieństwo wystąpienia oszacowanych prognoz [Siemieniuk, Siemieniuk, 2015].

Literatura

- Broomhead D.S., King P. (1986), *Extracting Qualitative Dynamics from Experimental Data*, "Physica D", Vol. 20, s. 217-236.
- Bula R. (2012), *Aspekty metodyczne szacowania wymiaru fraktalnego finansowych szeregów czasowych*, „Młodzi Naukowcy dla Polskiej Nauki”, t. 2, nr 9, s. 192-200.
- Cao L. (2001), *Method of False Nearest Neighbors* [w:] A.S. Soofi, L. Cao (eds.), *Modeling and Forecasting Financial Data*, Kluwer, Boston.
- Chun S.H., Kim K.J., Kim S.H. (2002), *Chaotic Analysis of Predictability versus Knowledge Discovery Techniques: Case Study of Polish Stock Market*, "Expert Systems", Vol. 19(5), s. 264-272.
- Dubuc B., Quininou J.F., Roques-Carnes C., Tricot C., Zucker S.W. (1989), *Evaluating the Fractal Dimension of Profiles*, "Physical Review A", Vol. 39.
- Guégan D., Leroux J. (2009), *Forecasting Chaotic Systems: The Role of Local Lyapunov Exponents*, "Chaos, Solitons & Fractals", Vol. 41, s. 2401-2404.
- Kantz H., Schreiber T. (1997), *Nonlinear Time Series Analysis*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Kennel M.B., Brown R., Abarbanel H.D.I. (1992), *Determining Embedding Dimension for Phase Space Reconstruction Using a Geometrical Construction*, "Physical Review A", Vol. 45(6), s. 3404-3411.
- Miśkiewicz-Nawrocka M., Zeug-Żebro K. (2014), *The Effect of the NRL Indicator on the Accuracy of Financial Series Forecasts*, Conference Proceedings. 32nd International Conference Mathematical Methods in Economics MME 10-12.09.2014, Olomouc.
- Nowiński M. (2007), *Nieliniowa dynamika szeregów czasowych*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu, Wrocław.

- Orzeszko W. (2005), *Identyfikacja i prognozowanie chaosu deterministycznego w ekonomicznych szeregach czasowych*, PTE, Warszawa.
- Orzeszko W. (2010), *Wymiar fraktalny szeregów czasowych a ryzyko inwestowania*, „Acta Universitatis Nicolai Copernici. Ekonomia XLI. Nauki Humanistyczno-Społeczne”, z. 397, s. 57-70.
- Packard N., Crutchfield J., Farmer D., Shaw R. (1980), *Geometry from a Time Series*, “Physical Review Letters”, Vol. 45, s. 712-715.
- Przekota G., Waściński T. (2012), *Wybrane problemy oceny ryzyka zmian ceny akcji za pomocą miar klasycznych i nieklasycznych*, „Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Humanistyczno-Przyrodniczego w Siedlcach”, seria: „Administracja i Zarządzanie”, nr 95, s. 71-82.
- Schreiber T. (1993), *Extremely Simple Nonlinear Noise-Reduction Method*, “Physical Review E”, Vol. 47(4), s. 2401-2404.
- Siemieniuk N., Siemieniuk T. (2015), *Teoria chaosu deterministycznego a decyzje inwestorów giełdowych*, „Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego”, nr 855, „Finanse, Rynki Finansowe, Ubezpieczenia”, nr 74, t. 1, s. 181-192.
- Stawicki J. (1993), *Metody filtracji w modelowaniu procesów ekonomicznych*, Wydawnictwo Uniwersytetu Mikołaja Kopernika, Toruń.
- Takens F. (1981), *Detecting Strange Attractors in Turbulence* [w:] D.A. Rand, L.S. Young (eds.), *Lecture Notes in Mathematics*, Springer, Berlin, s. 366-381.
- Zawadzki H. (1996), *Chaotyczne systemy dynamiczne*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Katowicach, Katowice.
- Zwolankowska D. (2000), *Metoda segmentowo-wariacyjna. Nowa propozycja liczenia wymiaru fraktalnego*, „Przegląd Statystyczny”, r. 47, z. 1-2, s. 209-224.
- [www 1] www.bossa.pl (dostęp: 29.03.2017).

AN ANALYSIS OF THE EFFECT OF NOISE REDUCTION ON THE LEVEL OF INVESTMENT RISK

Summary: The paper analyzes the impact of the use of noise reduction on the level of investment risk, measured by a non-classical risk measure, i.e. the fractal dimension. The fractal dimension is one of the characteristics of chaotic dynamics and study the extent to which an object (series) fills the space in which it is embedded. In investments, this measure determines the volatility of the rate of return and the greater its value, the greater the risk associated with investing in a given financial instrument. The segment-variation method and R/S analysis were used to determine the fractal dimension. The test will be conducted based on the financial time series which consist of closing prices of stock market indices and companies listed on the Warsaw Stock Exchange.

Keywords: noise reduction, investment risk, fractal dimension, segment-variation method, R/S analysis.