Uniwersytet
Ekonomiczny
w Katowicach

Studia Ekonomiczne. Zeszyty Naukowe
Uniwersytetu Ekonomicznego w Katowicach
ISSN 2083-8611 Nr 366 · 2018

Katarzyna Zeug-Żebro

Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach
Wydział Zarządzania
Katedra Statystyki, Ekonometrii i Matematyki
katarzyna.zeug-zebro@ue.katowice.pl

OCENA RYZYKA PORTFELI INWESTYCYJNYCH ZBUDOWANYCH NA PODSTAWIE MIARY FUNDAMENTALNEJ ORAZ WYMIARU FRAKTALNEGO

Streszczenie: Decydent, konstruując optymalny portfel papierów wartościowych, często wykorzystuje klasyczne miary, takie jak: stopa zwrotu z inwestycji oraz ryzyko inwestycyjne mierzone wariancją stopy zwrotu. Innym podejściem jest zastosowanie analizy fundamentalnej, w którym kryterium optymalizacji jest maksymalizacja sumy wartości mierników syntetycznych opisujących fundamentalną siłę spółek wchodzących w skład portfela, ważonych udziałami akcji w portfelu. Alternatywą jest budowa zmodyfikowanego fundamentalnego portfela papierów wartościowych, który w funkcji celu zawiera miarę ryzyka. W proponowanej metodzie ryzyko portfela jest minimalizowane z dodatkowym uwzględnieniem siły fundamentalnej spółek wchodzących w jego skład. Jeszcze innym podejściem jest zastosowanie w budowie portfela papierów wartościowych wymiaru fraktalnego, będącego nieklasyczną miarą ryzyka inwestycyjnego. Celem artykułu jest ocena ryzyka wybranych portfeli inwestycyjnych, tj.: fundamentalnych portfeli papierów wartościowych, zmodyfikowanych fundamentalnych portfeli, portfeli wyznaczonych na podstawie wymiaru fraktalnego oraz portfeli klasycznych.

Słowa kluczowe: analiza portfelowa, ryzyko inwestycyjne, wymiar fraktalny, miara TMAI.

JEL Classification: C3, C8, G11, E4.

Wprowadzenie

Główny problem, przed jakim stoi inwestor chcący zbudować portfel optymalny, polega na właściwym doborze spółek, tj. takiej konstrukcji portfela, w którym dochód jest jak największy, a ryzyko z takiej inwestycji – jak najmniejsze. W związku z tym decydent w ramach analizy portfelowej może rozwiązać zagadnienie optymalizacyjne sprowadzające się do znalezienia minimalnej wartości ryzyka portfela dla zadanej przez niego wartości spodziewanej stopy zwrotu [Tarczyński, Łuniewska, 2004]. Najbardziej uznanymi narzędziami, prowadzącymi do rozwiązania tak sformułowanego problemu, są klasyczne modele Markowitza i Sharpe'a. Alternatywą dla tych modeli jest metoda oparta na analizie fundamentalnej. W koncepcji tej badaniu poddawane są wskaźniki określające kondycję ekonomiczno-finansową przedsiębiorstw. Nowym podejściem jest zastosowanie w analizie portfelowej wymiaru fraktalnego. Jest on jedną z miar, które odzwierciedlają ryzykowność podejmowanych inwestycji, np. inwestycja w papiery wartościowe, których szeregi stóp zwrotu mają większy wymiar fraktalny (są bardziej zmienne) oznacza, że jest ona bardziej ryzykowna [Orzeszko, 2010].

Celem opracowania jest ocena ryzyka wybranych portfeli inwestycyjnych, tj. portfeli wyznaczonych na podstawie wymiaru fraktalnego, portfeli opartych na metodologii analizy fundamentalnej spółek giełdowych oraz portfeli Markowitza.

Artykuł składa się z czterech części. W pierwszych trzech punktach opisano miary oraz metody wykorzystywane w analizie danych, natomiast punkt czwarty ma charakter empiryczny – zaprezentowano w nim fundamentalne portfele papierów wartościowych, zmodyfikowane fundamentalne portfele, portfele wyznaczone na podstawie wymiaru fraktalnego oraz portfele klasyczne.

1. Taksonomiczna miara atrakcyjności inwestycji – *TMAI*

Zaproponowana przez Tarczyńskiego [1994] metoda *TMAI* pozwala na dobór spółek wchodzących w skład portfela inwestycyjnego. Metoda ta polega na oszacowaniu syntetycznego miernika, tj. taksonomicznej miary atrakcyjności inwestycji (*TMAI*) każdej spółki oraz klasyfikacji tych spółek na cztery klasy (spółki bardzo dobre, dobre, średnie i słabe) ze względu na wartość miernika. *TMAI* jest wyznaczony na podstawie najważniejszych wskaźników finansowych i rynkowych, umożliwiających kompleksową ocenę spółek.

Punktem wyjścia konstrukcji *TMAI* jest określenie dwuwymiarowej macierzy zawierającej obserwacje cech diagnostycznych badanych obiektów [Hellwig, 1968, 1981; Tarczyński, 2002]:

$$X = \lfloor x_{ij} \rfloor, \qquad i = 1,...,n; \quad j = 1,...,m, \tag{1}$$

gdzie:
X – macierz obserwacji,
x_{ij} – wartość j-tej zmiennej diagnostycznej dla i-tego obiektu (spółki),
n – liczba obiektów,
m – liczba zmiennych diagnostycznych.

Następnym etapem jest normalizacja zmiennych diagnostycznych według wzoru:

$$y_{ij} = \left(x_{ij} - \bar{x}_j\right) / S_j, \qquad i = 1, \ldots, n; \quad j = 1, \ldots, m, \tag{2}$$

gdzie:
y_{ij} – znormalizowana obserwacja,
$\bar{x}_j, S_j$ – średnia arytmetyczna i odchylenie standardowe j-tej zmiennej,
x_{ij} – wartość j-tej zmiennej diagnostycznej dla i-tego obiektu (spółki).

W kolejnym kroku wyznacza się odległość każdego obiektu od obiektu wzorca za pomocą wzoru:

$$d_i = \sqrt{\sum_{j=1}^{m} \left(y_{ij} - y_{0j}\right)^2}, \quad i = 1, \ldots, n, \tag{3}$$

gdzie:
d_i – odległość i-tego obiektu od obiektu wzorca,
y_{0j} – obiekt wzorzec, ustalony na podstawie wzoru:

$$y_{0j} = \begin{cases} \max\limits_i y_{ij}, & \text{gdy zmienna } x_{ij} \text{ to stymulanta} \\ \min\limits_i y_{ij}, & \text{gdy zmienna } x_{ij} \text{ to destymulanta} \end{cases}.$$

Ostatnim etapem jest normalizacja *TMAI*:

$$TMAI_i = 1 - d_i / d_0, \quad i = 1, \ldots, n, \tag{4}$$

gdzie:
$TMAI_i$ – taksonomiczna miara atrakcyjności i-tego obiektu,
d_0 – norma zapewniająca przyjmowanie przez $TMAI_i$ wartości z przedziału [0,1]:

$$d_0 = \sqrt{\sum_{j=1}^{m} \left(y_{0j} - y_{-0j}\right)^2}, \quad i = 1, \ldots, n, \tag{5}$$

gdzie y_{-0j} jest antywzorcem ustalonym na podstawie wzoru [Suchecki, Lewandowska-Gwarda, 2010, s. 63]:

$$y_{-0j} = \begin{cases} \min\limits_i y_{ij}, & \text{gdy zmienna } x_{ij} \text{ to stymulanta} \\ \max\limits_i y_{ij}, & \text{gdy zmienna } x_{ij} \text{ to destymulanta} \end{cases}.$$

Skonstruowany w ten sposób miernik umożliwi klasyfikację spółek na cztery grupy:
1. $TMAI_i \geq TMAI + S$ – spółki bardzo dobre,
2. $TMAI + S > TMAI_i \geq TMAI$ – spółki dobre,
3. $TMAI > TMAI_i \geq TMAI - S$ – spółki średnie,
4. $TMAI - S > TMAI_i$ – spółki słabe;
gdzie:
$TMAI$ – wartość średnia $TMAI$ obliczona dla wszystkich spółek,
$TMAI_i$ – taksonomiczna miara atrakcyjności inwestycji dla i-tej spółki,
S – odchylenie standardowe $TMAI$.

Na podstawie powyższego podziału spółek inwestor może zbudować portfel, biorąc pod uwagę grupę spółek bardzo dobrych lub spółek bardzo dobrych i dobrych.

2. Wymiar fraktalny

Wymiar fraktalny jest jedną z charakterystyk układów chaotycznych i służy do opisu skomplikowanych strukturalnie obiektów geometrycznych, np. szeregów czasowych. Wymiar ten bada, w jakim stopniu analizowany obiekt (szereg) wypełnia przestrzeń, w której jest zanurzony [Orzeszko, 2010]. Jego cechą charakterystyczną jest fakt, że może on przyjmować wartości niecałkowite.

W przypadku szeregów szybkozmiennych (antypersystentnych)[1] im wyższy jest wymiar fraktalny, tym częściej można obserwować odwracanie się trendu. Z kolei dla szeregów wolnozmiennych (persystentnych) im niższa wartość tego wymiaru, tym zjawisko wzmacniania trendu jest silniejsze. Z tego też względu wymiar fraktalny został uznany za istotną charakterystykę szeregów czasowych pochodzących z rynku finansowego, pozwalającą na ocenę ryzyka inwestycyjnego [Bula, 2012].

W celu wyznaczenia wymiaru fraktalnego obiektu geometrycznego A szacuje się minimalną liczbę domkniętych hipersześcianów potrzebnych do jego pokrycia. Wymiar ten można obliczyć, korzystając z formuły:

[1] Dla szeregu antypersystentnego wymiar fraktalny jest większy od 1,5, natomiast dla szeregu persystentnego $D(N) \leq 1{,}5$.

$$D(A)=\lim_{\varepsilon\to\infty}\frac{\ln L(A,\varepsilon)}{\ln\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)}, \tag{6}$$

gdzie $L(A,\varepsilon)$ jest minimalną liczbą hipersześcianów o boku długości[2] ε.

Jedną z technik obliczania wymiaru fraktalnego szeregu czasowego $\{x_i\}$ jest metoda oparta na wykładniku Hursta, zwana analizą przeskalowanego zakresu lub w skrócie – analizą R/S. Analiza ta służy również do badania istnienia efektu długiej pamięci i z tego powodu stosowana jest m.in. do identyfikacji chaosu w szeregach czasowych.

Dla szeregu obserwacji $\{x_1, x_2, \ldots, x_N\}$ przebiega ona w następujących etapach [Chun, Kim, Kim, 2002]:

Krok 1. Szereg $\{x_1, x_2, \ldots, x_N\}$ zostaje przekształcony w ciąg $p = N - 1$ logarytmicznych stóp zwrotu:

$$y_k = \log\left(\frac{x_{k+1}}{x_k}\right),\ k = 1, 2,\ldots, N-1. \tag{7}$$

Krok 2. Niech $T \cdot q = p$, wówczas istnieje T podprzedziałów I_j, każdy o długości q, $j = 1, \ldots, T$. Ponadto niech każdy składnik podprzedziału I_j będzie oznaczony przez y_{ij}, gdzie $i = 1, \ldots, q$. Średnia wartość dla j -tego podciągu wynosi:

$$\bar{y}_j = \frac{\sum_{i=1}^{q} y_{ij}}{q}. \tag{8}$$

Krok 3. W kolejnym etapie każdy podciąg zostaje scentrowany poprzez odjęcie średniej arytmetycznej:

$$z_{ij} = y_{ij} - \bar{y}_j \tag{9}$$

i zdefiniowanie ciągu sum częściowych z_{ij}:

$$h_{ij} = \sum_{l=1}^{i} z_{lj},\ i = 1, 2,\ldots, q, j = 1, 2,\ldots, T. \tag{10}$$

Krok 4. Następnie należy obliczyć rozstępy skumulowanych szeregów czasowych według wzoru:

$$R_j = \max(h_{ij}) - \min(h_{ij}). \tag{11}$$

Krok 5. Kolejny etap algorytmu to wyznaczanie rozstępów przeskalowanych dla każdego skumulowanego szeregu czasowego, tzn. każdy rozstęp zostaje podzielony przez odchylenie standardowe tego szeregu:

[2] W pierwszym kroku szacowania wymiaru fraktalnego szeregu czasowego $\{x_t\}$ wyznacza się na płaszczyźnie punkty o współrzędnych (t, x_t), następnie łącząc je kolejno odcinkami, otrzymuje się linię łamaną K. Wymiar fraktalny tak skonstruowanej łamanej K jest wymiarem szeregu czasowego.

$$\alpha_{jq} = R_j / S_j \quad (12)$$

gdzie: $S_j = \sqrt{\frac{1}{q}\sum_{i=1}^{q} z_{ij}^2}$.

Krok 6. Ostatecznie należy obliczyć:

$$(R/S)_q = (1/T)\sum_{j=1}^{T} \alpha_{jq}. \quad (13)$$

W celu wyznaczenia wykładnika Hursta, szereg obserwacji zawierający p elementów dzieli się na podciągi długości q, gdzie q jest kolejnym dzielnikiem liczby p, spełniającym warunek $10 \le q \le \frac{p}{2}$. Przy ustalonym q, dla każdego wyodrębnionego podciągu oblicza się wartość R/S, postępując zgodnie z krokami 1-5. Następnie dla otrzymanych wartości wyznacza się średnią arytmetyczną $(R/S)_q$ (Krok 6). Procedurę tę powtarza się dla kolejnych q, wyznaczając w ten sposób ciąg wartości $((R/S)_q)$. Podstawą analizy R/S jest ich potęgowa zależność od liczby q:

$$\left(R/S\right)_q = cq^H \quad (14)$$

lub równoważnie:

$$\ln\left(\left(R/S\right)_q\right) = \ln c + H \ln q , \quad (15)$$

gdzie c jest stałą. Drugą stałą H nazywa się wykładnikiem Hursta i wyznacza się jako współczynnik regresji zmiennych ln $(R/S)_q$ i ln$q$.

Wymiar fraktalny $D(N)$ szeregu czasowego obliczony w oparciu o wykładnik Hursta H szacuje się za pomocą następującego wzoru [Zwolankowska, 2000]:

$$D(N) = 2 - H . \quad (16)$$

W literaturze związanej z fraktalami można spotkać wiele różnych procedur wyznaczania wymiaru fraktalnego. Do mniej znanych metod należą: metoda segmentowo-wariacyjna S-W [Zwolankowska, 2000] oraz podziału pola PP [Przekota, 2003].

3. Konstrukcja optymalnych portfeli inwestycyjnych

Jednym z najpopularniejszych narzędzi stosowanych do budowy portfeli papierów wartościowych jest zaproponowany przez Markowitza w 1952 r. model klasyczny [Markowitz, 1952]. W modelu tym zyskowność portfela jest utożsamiana z oczekiwaną stopą zwrotu, w praktyce zastępowana średnią stopą zwrotu, a ryzyko jest mierzone wariancją stóp zwrotu:

$$R_p = \sum_{i=1}^{l} x_i R_i \,, \tag{17}$$

$$S_p^2 = \sum_{i=1}^{l} \sum_{j=1}^{l} x_i x_j \operatorname{cov}\left(R_i, R_j\right), \tag{18}$$

gdzie:
R_p– oczekiwana stopa zwrotu portfela l akcji,
S_p– ryzyko portfela m akcji,
R_i– oczekiwana stopa zwrotu i-tej akcji,
cov(R_i, R_j) – kowariancja i-tej akcji z j-tą akcją,
x_i– udział i-tej akcji w portfelu:

$$\sum_{i=1}^{l} x_i = 1, \quad x_i \geq 0, \quad i = 1,...,l \,, \tag{19}$$

l – liczba akcji w portfelu.

Podejście Markowitza polega na zmniejszaniu ryzyka portfela wskutek zwiększania liczby akcji w tym portfelu. W tym przypadku zadanie optymalizacji jest postaci Zadania 1 (tabela 1).

Tabela 1. Zadania optymalizacyjne

Zadanie 1	**Zadanie 2**	**Zadanie 3**
$\min\left(\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m} x_i x_j \operatorname{cov}(R_i, R_j)\right)$ $R_p \geq R_0$ $\sum_{i=1}^{m} x_i = 1$ $x_i \geq 0, \quad i = 1,...,m$	$\max\left(\sum_{i=1}^{m} TMAI_i x_i\right)$ $R_p \geq R_0$ $\sum_{i=1}^{m} S_i x_i \leq S_0$ $\sum_{i=1}^{m} x_i = 1$ $x_i \geq 0, \quad i = 1,...,m$	$\min\left(\sum_{i=1}^{m} D_i(N) x_i\right)$ $R_p \geq R_0$ $\sum_{i=1}^{m} S_i x_i \leq S_0$ $\sum_{i=1}^{m} x_i = 1$ $x_i \geq 0, \quad i = 1,...,m$

Zadanie 4	**Zadanie 5**
$\min\left(\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m} x_i x_j \operatorname{cov}(R_i, R_j)(1 - TMAI_i)(1 - TMAI_j)\right)$ $R_p \geq R_0$ $\sum_{i=1}^{m} x_i = 1$ $x_i \geq 0, \quad i = 1,...,m$	$\min\left(\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m} x_i x_j \operatorname{cov}(R_i, R_j)(1 - D_i(N))(1 - D_j(N))\right)$ $R_p \geq R_0$ $\sum_{i=1}^{m} x_i = 1$ $x_i \geq 0, \quad i = 1,...,m$

Objaśnienia:
S_i – odchylenie standardowe akcji i-tej spółki,
S_0 – średnie odchylenie standardowe spółek,
R_0 – oczekiwana stopa zwrotu dla spółek.

Kolejna metoda stosowana do wyznaczania wielkości udziałów w portfelu optymalnym jest oparta na analizie fundamentalnej (Zadanie 2 w tabeli 1) [Tarczyński, 1994]. Kryterium optymalizacji w tej metodzie jest maksymalizacja sumy wartości taksonomicznych mierników atrakcyjności inwestycji (*TMAI*), opisujących fundamentalną siłę spółek wchodzących w skład portfela, ważonych udziałami akcji w portfelu. Alternatywą jest budowa zmodyfikowanego fundamentalnego portfela papierów wartościowych (Zadanie 4), który w funkcji celu zawiera miarę ryzyka [Tarczyński, 2014]. W metodzie tej ryzyko portfela jest minimalizowane z dodatkowym uwzględnieniem siły fundamentalnej spółek wchodzących w jego skład. Jeszcze innym podejściem jest zastosowanie w budowie portfela papierów wartościowych wymiaru fraktalnego [Zeug-Żebro, 2015, 2016], będącego nieklasyczną miarą ryzyka inwestycyjnego (Zadanie 3 i 5). Kryterium optymalizacji w Zadaniu 5 jest zdefiniowane tak jak w Zadaniu 4 z tą różnicą, że zamiast mierników syntetycznych w funkcjach celu pojawia się wymiar fraktalny.

4. Analiza empiryczna proponowanych modeli

Badaniu poddano szeregi finansowe [www 1] utworzone z cen zamknięcia spółek notowanych na GPW w Warszawie, wchodzących w skład indeksu WIG20 lub jego listy rezerwowej (tabela 2). Dodatkowym warunkiem wyboru spółek była dodatnia wartość oczekiwanej stopy zwrotu. W analizie wykorzystano dane obejmujące okres od 1.01.2016 do 29.12.2017.

Badanie wymienionych wyżej szeregów czasowych przebiegało w następujących etapach:

1. Wyznaczenie oczekiwanej stopy zwrotu akcji R_i i odchylenia standardowego stóp zwrotu S_i.
2. Szacowanie wymiaru fraktalnego $D_i(N)$ na podstawie metody przeskalowanego zakresu.
3. Wyznaczanie wartości wybranych wskaźników finansowych.
4. Szacowanie wartości mierników syntetycznych $TMAI_i$.
5. Budowa portfeli inwestycyjnych (Zadania 1-5).
6. Obliczenie rocznych stóp zwrotu dla wyznaczonych portfeli.

Przeprowadzone badania empiryczne pozwoliły na podstawie algorytmu analizy R/S przedstawionego w punkcie 2 wyznaczyć wymiar fraktalny. Otrzymane wartości przedstawiono w tabeli 2[3], gdzie dodatkowo zaprezentowano wartości oczekiwanej stopy zwrotu oraz odchylenia standardowego stóp zwrotu.

[3] W celu oszacowania wymiaru fraktalnego posłużono się programami autora napisanym w języku programowania Delphi.

Tabela 2. Stopy zwrotu akcji, odchylenie standardowe stóp zwrotu oraz wymiar fraktalny dla wybranych spółek

Spółka	R_i	S_i	$D_i(N)$
MBANK	0,000573	0,022370	1,4401
CCC	0,001974	0,020550	1,4855
JSW	0,008580	0,045200	1,3947
TAURONPE	0,000288	0,021565	1,4076
PZU	0,000134	0,018070	1,4341
CYFRPLSAT	0,000775	0,017815	1,5095
ASSECOPOL	0,000190	0,015327	1,4639
PGNIG	0,000710	0,021487	1,5009
LOTOS	0,001643	0,016755	1,3972
PKOBP	0,000403	0,019396	1,4883
BZWBK	0,000799	0,021627	1,4639
LPP	0,000464	0,026275	1,4431
PKNORLEN	0,001227	0,017702	1,4621

Następnie dla badanych spółek oszacowano wartości miary *TMAI* na podstawie danych zamieszczonych w raportach finansowych za czwarty kwartał 2016[4] [www 2]. Jako zmienne diagnostyczne wybrano następujące wskaźniki [Tarczyński, Łuniewska, 2004]:

– wskaźnik rentowności kapitału własnego – ROE (*zysk netto / kapitał własny*),
– wskaźnik rentowności sprzedaży – ROS (*zysk netto / przychód netto ze sprzedaży*),
– wskaźnik ceny do zysku – P/E (*cena rynkowa jednej akcji / zysk netto przypadający na jedną akcję*),
– wskaźnik ceny do wartości księgowej – P/BV (*cena rynkowa jednej akcji / wartość księgowa przypadająca na 1 akcję*),
– wskaźnik cena do sprzedaży – P/S (*cena rynkowa jednej akcji / przychody netto ze sprzedaży*).

Wybór tych cech podyktowany był względami merytorycznymi oraz dostępnością danych potrzebnych do ich wyznaczenia. Kryterium wyboru spółek do analizy taksonomicznej były dodatnie wartości powyższych wskaźników. Wartości oszacowanej miary *TMAI* dla analizowanych spółek przedstawia tabela 3.

[4] W analizowanym okresie wybrane dane dostarczyły najbardziej aktualnych informacji dotyczących kondycji spółek.

Tabela 3. Wskaźniki finansowe oraz miara *TMAI* dla wybranych spółek

Spółka	P/S	P/E	P/BV	ROE	ROS	*TMAI*
MBANK	3,030	14,760	1,380	7,640	18,030	0,149
CCC	3,020	31,480	8,190	28,560	8,440	0,319
JSW	1,480	1487,800	2,490	23,330	12,080	0,354
TAURONPE	0,380	18,170	0,400	4,130	3,870	0,004
PZU	1,730	20,490	3,070	18,740	214,090	0,363
CYFRPLSAT	1,710	15,970	1,470	10,300	11,740	0,130
ASSECOPOL	0,460	12,050	0,660	5,450	3,640	0,021
PGNIG	1,160	16,420	1,210	8,020	7,570	0,086
LOTOS	0,440	9,100	1,070	15,360	5,880	0,084
PKOBP	3,050	15,440	1,360	8,500	19,920	0,157
BZWBK	3,980	16,940	1,860	9,900	22,730	0,190
LPP	2,120	72,710	5,990	6,230	2,010	0,197
PKNORLEN	0,570	8,670	1,700	24,730	7,540	0,132

W kolejnym etapie analizy skonstruowano dwadzieścia optymalnych portfeli akcji na podstawie wcześniej zaproponowanych zadań optymalizacyjnych (tabela 1). W skład portfeli oznaczonych numerami 1-5 weszły spółki będące odpowiednio rozwiązaniem zadań: 1, 2, 3, 4 i 5. W portfelach 1'-5' umieszczono spółki należące do grupy spółek bardzo dobrych i dobrych. Następnie, przyjmując kolejno założenia $x_i \leq 0,3$ i $D_i(N) \leq 1,5$, powtórzono badanie dla wszystkich zadań (skonstruowano portfele 1''-5'' oraz 1'''-5'''). Szczegóły konstrukcji portfeli zawiera tabela 4.

Tabela 4. Budowa portfeli optymalnych

Warunki	Zadanie 1	Zadanie 2	Zadanie 3	Zadanie 4	Zadanie 5
Wszystkie spółki	Portfel 1	Portfel 2	Portfel 3	Portfel 4	Portfel 5
Spółki bardzo dobre i dobre	Portfel 1'	Portfel 2'	Portfel 3'	Portfel 4'	Portfel 5'
$x_i \leq 0,3$	Portfel 1''	Portfel 2''	Portfel 3''	Portfel 4''	Portfel 5''
$D_i(N) \leq 1,5$	Portfel 1'''	Portfel 2'''	Portfel 3'''	Portfel 4'''	Portfel 5'''

Do obliczenia udziałów poszczególnych spółek w portfelu wykorzystano narzędzie *solver*, będące dodatkiem arkusza kalkulacyjnego Excel. W tabelach 5-8 przedstawiono udziały poszczególnych spółek oraz wartość oczekiwaną i ryzyko zbudowanych portfeli. Znak „–" postawiono przy spółkach, które nie weszły w skład portfela optymalnego.

Tabela 5. Stopa zwrotu, ryzyko i udziały akcji w wyznaczonych portfelach

Spółka	**Udziały akcji**				
	Portfel 1	**Portfel 2**	**Portfel 3**	**Portfel 4**	**Portfel 5**
MBANK	–	–	–	–	–
CCC	0,10620	0,04982	–	0,17755	0,06104
JSW	0,06480	0,13502	0,17937	0,07389	0,06652
TAURONPE	0,04693	–	–	0,00344	0,09751
PZU	0,03586	0,81516	–	0,25695	0,06634
CYFRPLSAT	0,14369	–	–	0,12963	0,07808
ASSECOPOL	0,27455	–	–	0,17924	0,26553
PGNIG	0,05033	–	–	0,02815	0,01889
LOTOS	0,10188	–	0,82063	0,01534	0,21375
PKOBP	–	–	–	–	–
BZWBK	–	–	–	–	–
LPP	–	–	–	–	–
PKNORLEN	0,17575	–	–	0,13581	0,13234
Oczekiwana stopa zwrotu portfela	0,00137	0,00137	**0,00289**	0,00137	0,00137
Ryzyko portfela	0,01064	0,01698	0,01750	0,01143	0,01087

Tabela 6. Stopa zwrotu, ryzyko i udziały akcji należących do grupy spółek bardzo dobrych i dobrych w wyznaczonych portfelach

Spółka	**Udziały akcji**				
	Portfel 1'	**Portfel 2'**	**Portfel 3'**	**Portfel 4'**	**Portfel 5'**
CCC	0,34761	–	–	0,35956	0,24525
JSW	0,17594	0,26713	0,30499	0,18303	0,19848
PZU	0,24281	0,73287	0,69501	0,37142	0,31568
BZWBK	0,15987	–	–	0,06101	0,14684
LPP	0,07377	–	–	0,02499	0,09375
Oczekiwana stopa zwrotu portfela	0,00239	0,00239	**0,00271**	0,00239	0,00239
Ryzyko portfela	0,01568	0,01897	0,01978	0,01591	0,01585

Tabela 7. Stopa zwrotu, ryzyko i udziały akcji w wyznaczonych portfelach z warunkiem $x_i \leq 0{,}3$

Spółka	**Udziały akcji**				
	Portfel 1''	**Portfel 2''**	**Portfel 3''**	**Portfel 4''**	**Portfel 5''**
1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*
MBANK	–	–	–	–	–
CCC	0,10620	0,30000	–	0,17755	0,06104
JSW	0,06480	0,07142	0,11547	0,07389	0,06652
TAURONPE	0,04693	–	0,30000	0,00344	0,09751
PZU	0,03586	0,30000	0,28453	0,25695	0,06634
CYFRPLSAT	0,14369	–	–	0,12963	0,07808
ASSECOPOL	0,27455	–	–	0,17924	0,26553

cd. tabeli 7

1	2	3	4	5	6
PGNIG	0,05033	–	–	0,02815	0,01889
LOTOS	0,10188	–	0,30000	0,01534	0,21375
PKOBP	–	0,02858	–	–	–
BZWBK	–	0,30000	–	–	–
LPP	–	–	–	–	–
PKNORLEN	0,17575	–	–	0,13581	0,13234
Oczekiwana stopa zwrotu portfela	0,00137	0,00150	**0,00161**	0,00137	0,00137
Ryzyko portfela	0,01064	0,01482	0,01413	0,01143	0,01087

Tabela 8. Stopa zwrotu, ryzyko i udziały akcji w wyznaczonych portfelach z warunkiem $D_i(N) \leq 1{,}5$

Spółka	**Udziały akcji**				
	Portfel 1’’’	**Portfel 2’’’**	**Portfel 3’’’**	**Portfel 4’’’**	**Portfel 5’’’**
MBANK	–	–	–	–	–
CCC	0,14288	0,03840	–	0,04771	–
JSW	0,07090	0,15084	0,19347	0,07278	0,06667
TAURONPE	0,06955	–	–	–	–
PZU	0,05029	0,81075	–	–	–
ASSECOPOL	0,31345	–	–	0,19910	0,21423
LOTOS	0,16792	–	0,80653	0,21864	0,33189
PKOBP	–	–	–	0,15086	0,11124
BZWBK	–	–	–	0,09032	0,06804
LPP	–	–	–	0,05201	0,04292
PKNORLEN	0,18500	–	–	0,16858	0,16501
Oczekiwana stopa zwrotu portfela	0,00148	0,00148	**0,00299**	0,00148	0,00148
Ryzyko portfela	0,01113	0,01717	0,01771	0,01209	0,01219

Analizując dane przedstawione w tabelach 5-8, można stwierdzić, że najwyższą oczekiwaną stopą zwrotu charakteryzują się portfele, w których kryterium optymalizacji była minimalizacja sumy wartości wymiaru fraktalnego opisującego ryzyko każdej ze spółek wchodzących w skład portfela, ważonych udziałami akcji w portfelu (portfele 3, 3’, 3’’, 3’’’). Portfele zbudowane na podstawie Zadania 1 obarczone są natomiast najniższym poziomem ryzyka. Modyfikacja funkcji celu w Zadaniu 5, związana z dołączeniem do klasycznej miary ryzyka, wymiaru fraktalnego, w znaczącym stopniu wpływa na ryzyko związane z inwestycją w taki portfel. Świadczą o tym portfele 5, 5’, 5’’, dla których zaobserwowano spadek ryzyka (w porównaniu z wartościami uzyskanymi dla Zadań 2 i 3). Uzyskane rezultaty potwierdziły słuszność zastosowania koncepcji zmodyfikowanego portfela fundamentalnego. Portfele 4 i 4' charakteryzowała wartość stopy zwrotu porównywalna z pozostałymi portfelami, a także stosunkowo niski poziom ryzyka. Bardzo dobrze na jakość, efektywność portfela wpłynęło również wprowadzenie dodatkowego warunku dotyczącego rozpatrywania w portfelu spółek, dla których wymiar fraktalny jest niewiększy od 1,5. Dla portfeli 1'''–5''' zaobserwowano wzrost stopy zwrotu oraz dość niską wartość ryzyka.

W kolejnym kroku badań obliczono roczne stopy zwrotu (dla wyznaczonych portfeli) uzyskane w okresie od 29.12.2016 do 29.12.2017. Otrzymane rezultaty zamieszczono w tabeli 9.

Tabela 9. Roczna stopa zwrotu dla wyznaczonych portfeli optymalnych

Stopa zwrotu portfela				
Portfel 1	**Portfel 2**	**Portfel 3**	**Portfel 4**	**Portfel 5**
20,2411%	32,8421%	47,1905%	26,6692%	19,9151%
Portfel 1'	**Portfel 2'**	**Portfel 3'**	**Portfel 4'**	**Portfel 5'**
51,6406%	33,1011%	33,7483%	48,1006%	53,0425%
Portfel 1''	**Portfel 2''**	**Portfel 3''**	**Portfel 4''**	**Portfel 5''**
24,4566%	32,6542%	38,9452%	21,8958%	16,5462%
Portfel 1'''	**Portfel 2'''**	**Portfel 3'''**	**Portfel 4'''**	**Portfel 5'''**
23,1071%	32,6542%	47,0309%	50,5672%	50,1021%

Z danych przedstawionych w tabeli 9 wynika, że największy zysk w analizowanym okresie można było uzyskać, inwestując w portfel 5' zbudowany na podstawie wymiaru fraktalnego. Portfele 1, 1'', i 1''' zbudowane na podstawie klasycznego modelu Markowitza (Zadanie 1) charakteryzuje zbliżona wartość zysku, podobnie jak portfele fundamentalne (Zadanie 2). Zastosowanie klasycznego modelu Markowitza dla wybranych spółek nie daje możliwości uzyskania tak dobrych rezultatów, jak w przypadku portfeli fundamentalnych czy tych, których konstrukcja opiera się na wymiarze fraktalnym (wyjątek stanowi portfel 1'). Warto zwrócić uwagę, że stopa zysku portfeli w przypadku zastosowania dodatkowego założenia (budowa portfeli optymalnych dla grupy spółek bardzo dobrych i dobrych, jak również dla $D_i(N) \leq 1{,}5$) znacznie wzrosła.

Podsumowanie

W artykule zaproponowano koncepcję portfeli papierów wartościowych zmodyfikowanych o nieklasyczną miarę ryzyka, jaką jest wymiar fraktalny. Stanowiły one alternatywę dla klasycznego modelu Markowitza oraz portfeli fundamentalnych. W badaniu empirycznym rozpatrzono dwa warianty nowego podejścia (Zadania 3 i 5), model Markowitza (Zadanie 1) oraz podejście fundamentalne (Zadania 2 i 4). Badania potwierdziły zasadność łączenia analizy portfelowej z elementami wywodzącymi się z teorii chaosu deterministycznego. W szczególności dla portfeli zbudowanych na podstawie Zadania 5, w którym ryzyko portfela jest minimalizowane z dodatkowym uwzględnieniem ryzyka każdej spółki wchodzącej w jego skład (tj. wymiaru fraktalnego), uzyskano bardzo dobre rezultaty. Wyniki przeprowadzonych analiz zachęcają do badań w tym kierunku i sprawdzenia, czy podobne rezultaty zostaną uzyskane przy założeniu np. innego przedziału czasowego.

Literatura

Bula R. (2012), *Aspekty metodyczne szacowania wymiaru fraktalnego finansowych szeregów czasowych*, „Młodzi Naukowcy dla Polskiej Nauki", vol. 2, nr 9, s. 192-200.

Chun S.H., Kim K.J., Kim S.H. (2002), *Chaotic Analysis of Predictability versus Knowledge Discovery Techniques: Case Study of Polish Stock Market*, "Expert Systems", Vol. 19(5), s. 264-272.

Hellwig Z. (1968), *Zastosowanie metody taksonomicznej do typologicznego podziału krajów ze względu na poziom ich rozwoju oraz zasoby i strukturę wykwalifikowanych kadr*, „Przegląd Statystyczny", nr 4, s. 307-326.

Hellwig Z. (1981), *Wielowymiarowa analiza porównawcza i jej zastosowanie do badania wielocechowych obiektów gospodarczych* [w:] W. Welfe (red.), *Metody i modele ekonomiczno-matematyczne w doskonaleniu zarządzania gospodarką socjalistyczną*, PWE, Warszawa, s. 46-68.

Markowitz H. (1952), *Portfolio Selection*, "The Journal of Finance", Vol. 7, No. 1, s. 77-91.

Orzeszko W. (2010), *Wymiar fraktalny szeregów czasowych a ryzyko inwestowania*, „Acta Universitatis Nicolai Copernici. Ekonomia XLI. Nauki Humanistyczno-Społeczne", z. 397, s. 57-70.

Przekota G. (2003), *Szacowanie wymiaru fraktalnego szeregów czasowych metodą podziału pola*, „Zeszyty Studiów Doktoranckich", Poznań, z. 12, s. 47-68.

Suchecki B., Lewandowska-Gwarda K. (2010), *Klasyfikacja, wizualizacja i grupowanie danych przestrzennych* [w:] B. Suchecki (red.), *Ekonometria przestrzenna. Metody i modele analizy danych przestrzennych*, C.H. Beck, Warszawa, s. 37-69.

Tarczyński W. (1994), *Taksonomiczna miara atrakcyjności inwestycji w papiery wartościowe*, „Przegląd Statystyczny", nr 3, s. 275-300.

Tarczyński W. (2002), *Fundamentalny portfel papierów wartościowych*, PWE, Warszawa.

Tarczyński W. (2014), *Different Variants of Fundamental Portfolio*, "Folia Oeconomica Stetinensia", No. 14(1), s. 47-62.

Tarczyński W., Łuniewska M. (2004), *Portfele klasyczne, fundamentalne i zdywersyfikowane poziomo – analiza porównawcza*, „Acta Universitatis Lodziensis. Folia Oeconomica", nr 177, s. 171-189.

Zeug-Żebro K. (2015), *Zastosowanie wybranych metod szacowania wymiaru fraktalnego do oceny poziomu ryzyka finansowego szeregów czasowych*, „Studia Ekonomiczne. Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego w Katowicach", nr 227, s. 109-124.

Zeug-Żebro K. (2016), *Badanie wpływu zastosowania wymiaru fraktalnego w analizie portfelowej*, „Studia Ekonomiczne. Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego w Katowicach", nr 265, s. 122-132.

Zwolankowska D. (2000), *Metoda segmentowo-wariacyjna. Nowa propozycja liczenia wymiaru fraktalnego*, „Przegląd Statystyczny", r. 47, z. 1-2, s. 209-224.

[www 1] www.bossa.pl (data dostępu: 29.12.2017).

[www 2] www.money.pl (data dostępu: 3.08.2017).

RISK ASSESSMENT OF INVESTMENT PORTFOLIOS CONSTRUCTED ON THE BASIS OF FUNDAMENTAL MEASURE AND FRACTAL DIMENSION

Summary: The decision maker constructing the optimal portfolio of securities often uses classic measures, such as the rate of return on investment and investment risk measured by the variance of the rate of return. Another approach is the application of fundamental analysis, in which the optimization criterion is maximization of the sum of synthetic measures describing the fundamental strength of the companies included in the portfolio, weighted by shares in the portfolio. An alternative is to build a modified fundamental portfolio of securities that, as a objective function, includes a measure of risk. In the proposed method, the risk of the portfolio is minimized with additional consideration of the fundamental strength of the companies included in its portfolio. Yet another approach is the use of a fractal dimension in the construction of a portfolio of securities, which is a non-classical measure of investment risk. The aim of the article is to assess the risk of selected investment portfolios, ie fundamental securities portfolios, modified fundamental portfolios, portfolios designated on the basis of the fractal dimension and classic portfolios.

Keywords: portfolio analysis, investment risk, fractal dimension, *TMAI* measure.