

# Spis treści

Wstęp .....	7
1. Elementy teorii układów dynamicznych .....	11
1.1. Definicja układu dynamicznego .....	11
1.2. Punkty stałe i okresowe. Stabilność w sensie Lapunowa .....	17
1.3. Atraktor układu dynamicznego .....	22
1.4. Wymiar atraktora .....	30
1.5. Twierdzenie Takensa o zanurzeniu .....	31
1.6. Całka korelacyjna. Wymiar korelacyjny .....	33
1.7. Wrażliwość układu na zmianę warunków początkowych .....	34
1.8. Rekonstrukcja przestrzeni stanów układu dynamicznego .....	36
1.8.1. Szacowanie wartości opóźnienia czasowego .....	39
1.8.2. Metoda fałszywych najbliższych sąsiadów .....	41
1.9. Entropia Kołmogorowa .....	43
2. Wykładniki Lapunowa .....	46
2.1. Geneza charakterystycznych wykładników Lapunowa .....	46
2.2. Multiplikatywne twierdzenie ergodyczne Oseledeca .....	48
2.3. Wykładniki Lapunowa w układach deterministycznych .....	52
2.3.1. Wykładniki Lapunowa w dyskretnych układach dynamicznych .....	52
2.3.2. Wykładniki Lapunowa w ciągłych układach dynamicznych .....	56
2.4. Największy wykładnik Lapunowa .....	58
2.5. Wykładniki Lapunowa ciągu macierzy .....	60
2.6. Interpretacja geometryczna wykładników Lapunowa .....	64
2.7. Metody wyznaczania wykładników Lapunowa .....	65
2.8. Widmowe wykładniki Lapunowa .....	69
2.9. Zastosowania wykładników Lapunowa .....	71
2.9.1. Wykładniki Lapunowa a typ atraktora .....	71
2.9.2. Dyssypatywność układu dynamicznego .....	72
2.9.3. Wymiar Lapunowa .....	72
2.9.4. Wykładniki Lapunowa a $K$ -entropia .....	73
2.9.5. Ilość informacji niesionych przez układ .....	73
2.9.6. Stabilność układów dynamicznych .....	75
2.9.7. Horyzont prognozy układów chaotycznych .....	75

3.	Metody identyfikacji chaosu w szeregach czasowych .....	77
3.1.	Chaos deterministyczny.....	77
3.2.	Przykłady ekonomicznych układów z chaosem .....	79
3.2.1.	Model Kaldora.....	80
3.2.2.	Model rynku pracy.....	82
3.3.	Chaos deterministyczny z szumem.....	85
3.4.	Identyfikacja chaosu w szeregach czasowych.....	87
3.4.1.	Największy wykładnik Lapunowa.....	89
3.4.2.	Wymiar korelacyjny .....	90
3.4.3.	Entropia $K_2$ .....	92
3.4.4.	Test BDS.....	93
3.4.5.	Twierdzenie Brocka o resztach.....	95
3.4.6.	Mieszanie danych .....	96
3.4.7.	Analiza przeskalowanego zakresu R/S.....	96
3.4.8.	Miara determinizmu DETM .....	98
4.	Prognozowanie układów chaotycznych .....	100
4.1.	Lokalna aproksymacja wielomianowa .....	101
4.2.	Metoda najbliższych sąsiadów .....	105
4.3.	Prognozowanie za pomocą największego wykładnika Lapunowa .....	109
4.4.	Ocena poprawności otrzymanych prognoz.....	113
5.	Badania empiryczne .....	114
5.1.	Przedmiot badania .....	114
5.2.	Rekonstrukcja przestrzeni stanów szeregu czasowego.....	117
5.3.	Szacowanie wartości największego wykładnika Lapunowa .....	121
5.4.	Wykrywanie chaosu w szeregach czasowych .....	124
5.4.1.	Wykładnik Lapunowa dla szeregów reszt .....	124
5.4.2.	Wymiar korelacyjny .....	127
5.4.3.	Test BDS.....	131
5.4.4.	Wykładnik Hursta.....	140
5.4.5.	Współczynnik DETM.....	145
5.5.	Prognozowanie ewolucji szeregów czasowych.....	146
5.5.1.	Metoda LE – największego wykładnika Lapunowa .....	147
5.5.2.	Prognozy ekonomicznych szeregów czasowych .....	150
5.5.3.	Porównanie efektywności wybranych metod prognozowania.....	154
5.5.4.	Błąd prognozy a horyzont czasowy.....	158
	Zakończenie .....	161
	Literatura.....	163