

# Spis treści

|  |     |
|--|-----|
| <b>1. Elementy logiki i teorii mnogości</b> .....          | 9   |
| 1.1. Rachunek zdań, funkcje zdaniowe, kwantyfikatory ..... | 9   |
| 1.2. Tautologie, reguły dowodzenia, wnioskowanie .....     | 17  |
| 1.3. Algebra zbiorów.....                                  | 25  |
| 1.4. Iloczyny kartezjańskie i relacje.....                 | 41  |
| <b>2. Liczby zespolone</b> .....                           | 55  |
| 2.1. Postać algebraiczna liczb zespolonych.....            | 55  |
| 2.2. Postać trygonometryczna liczb zespolonych .....       | 68  |
| <b>3. Algebra liniowa</b> .....                            | 92  |
| 3.1. Przestrzenie liniowe .....                            | 92  |
| 3.2. Baza i wymiar przestrzeni liniowych .....             | 97  |
| 3.3. Przestrzenie euklidesowe.....                         | 101 |
| 3.4. Przestrzenie metryczne .....                          | 104 |
| <b>4. Rachunek macierzowy</b> .....                        | 114 |
| 4.1. Rodzaje macierzy .....                                | 114 |
| 4.2. Działania na macierzach .....                         | 114 |
| 4.3. Wyznacznik macierzy.....                              | 118 |
| 4.4. Macierze odwrotne .....                               | 123 |
| 4.5. Rząd macierzy.....                                    | 129 |
| <b>5. Układ równań liniowych</b> .....                     | 135 |
| 5.1. Układy równań liniowych i ich rozwiązania .....       | 135 |
| 5.2. Jednorodne układy równań liniowych .....              | 139 |
| 5.3. Metody rozwiązywania układów równań liniowych .....   | 141 |
| <b>6. Formy liniowe, dwuliniowe i kwadratowe</b> .....     | 165 |

|  |            |
|--|------------|
| <b>7. Wektory własne i wartości własne macierzy .....</b>                                    | <b>174</b> |
| <b>8. Podstawy analizy matematycznej w zakresie funkcji jednej zmiennej .....</b>            | <b>182</b> |
| 8.1. Granice funkcji .....   | 182        |
| 8.2. Ciągłość funkcji .....  | 189        |
| <b>9. Rachunek różniczkowy funkcji jednej zmiennej.....</b>                                  | <b>193</b> |
| 9.1. Pochodne funkcji.....   | 193        |
| 9.2. Różniczki funkcji.....  | 200        |
| 9.3. Podstawowe twierdzenia rachunku różniczkowego .....                                     | 202        |
| 9.4. Zastosowanie rachunku różniczkowego do badania<br>przebiegu zmienności funkcji.....     | 211        |
| 9.5. Wybrane charakterystyki zmienności funkcji.....   | 220        |
| <b>10. Rachunek całkowy funkcji jednej zmiennej.....</b>                                     | <b>223</b> |
| 10.1. Całka nieoznaczona.....  | 223        |
| 10.2. Całka oznaczona .....  | 232        |
| 10.3. Całki niewłaściwe .....  | 236        |
| 10.4. Całka jako funkcja granicy całkowania .....  | 240        |
| 10.5. Całka Stieltjesa .....   | 241        |
| <b>11. Szeregi .....</b>   | <b>246</b> |
| 11.1. Szeregi liczbowe .....   | 246        |
| 11.2. Ciągi i szeregi funkcyjne .....  | 255        |
| 11.3. Szeregi potęgowe.....  | 262        |
| <b>12. Rachunek różniczkowy funkcji wielu zmiennych .....</b>                                | <b>265</b> |
| 12.1. Dziedzina funkcji wielu zmiennych. Granica i ciągłość funkcji<br>wielu zmiennych ..... | 265        |
| 12.2. Pochodne funkcji wielu zmiennych .....   | 269        |
| 12.3. Różniczki funkcji wielu zmiennych .....  | 275        |
| 12.4. Podstawowe twierdzenia rachunku różniczkowego funkcji<br>wielu zmiennych .....         | 278        |
| 12.5. Ekstrema funkcji wielu zmiennych.....  | 282        |
| 12.6. Pochodne kierunkowe funkcji wielu zmiennych .....                                      | 291        |
| 12.7. Różniczkowanie funkcji wektorowych wielu zmiennych.....                                | 294        |
| 12.8. Różniczkowanie form liniowych, dwuliniowych i kwadratowych.....                        | 297        |

|   |     |
|---|-----|
| <b>13. Rachunek całkowy funkcji wielu zmiennych (całki wielokrotne)</b> .....           | 299 |
| 13.1. Całki podwójne.....   | 299 |
| 13.2. Całki potrójne .....  | 304 |
| 13.3. Całki wielokrotne jako funkcje granic całkowania .....                            | 307 |
| <b>14. Równania różniczkowe</b> .....   | 311 |
| 14.1. Równania różniczkowe o zmiennych rozdzielonych .....                              | 311 |
| 14.2. Równania różniczkowe jednorodne. Metoda podstawiania .....                        | 314 |
| 14.3. Równania różniczkowe liniowe rzędu pierwszego .....                               | 317 |
| 14.3.1. Równania różniczkowe liniowe jednorodne względem $y$ i $\frac{dy}{dx}$ .....    | 317 |
| 14.3.2. Równania różniczkowe liniowe niejednorodne. Metoda<br>uzmienniania stałej ..... | 318 |
| 14.3.3. Równania różniczkowe liniowe niejednorodne. Metoda<br>przewidywań .....         | 320 |
| 14.4. Równania Bernoulliego .....   | 323 |
| 14.5. Równania Clairauta i Lagrange'a .....   | 325 |
| 14.6. Równania Riccatiego .....   | 327 |
| 14.7. Równania zupełne.....   | 328 |
| 14.8. Równania drugiego rzędu sprowadzalne do równań rzędu pierwszego ....              | 329 |
| 14.9. Równania liniowe drugiego rzędu o stałych współczynnikach .....                   | 331 |
| 14.10. Równania liniowe Eulera .....  | 333 |
| 14.11. Równania wyższych rzędów .....   | 334 |
| <b>15. Rachunek prawdopodobieństwa</b> .....  | 336 |
| 15.1. Elementy kombinatoryki.....   | 336 |
| 15.2. Prawdopodobieństwo .....  | 342 |
| 15.3. Zmienna losowa skokowa .....  | 352 |
| 15.4. Wybrane rozkłady dyskretne .....  | 357 |
| 15.5. Zmienna losowa ciągła .....   | 364 |
| 15.6. Wybrane rozkłady ciągłe.....  | 369 |
| 15.7. Twierdzenie graniczne.....  | 374 |
| <b>Literatura</b> .....   | 381 |